

# 基于最佳位分配技术的图象编码\*

许刚<sup>1</sup> 廖斌<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院软件研究所 北京 100080)

<sup>2</sup>(武汉水利电力大学计算机科学系 武汉 430072)

**摘要** 提出了一个新的位分配算法,它可以有效地分配一个给定的位的限额给任意不同的量化器集合.这种算法产生一个最佳或接近最佳位分配,它允许位分配集合值被限制成非负整数.该算法用在小波图象编码中,实验表明,这种算法是十分有效的.

**关键词** 量化器,位分配,小波图象编码.

**中图法分类号** TP391

随着计算机多媒体应用的深入,图象压缩编码目前受到各界的广泛关注.图象压缩意味着减少表示一幅图象所需的数据量.在视觉上可接受的图象质量的有损图象编码方案一直是人们研究的对象.而量化问题是有损图象编码的一个核心,量化算法的好坏对还原图象的质量有很大的影响.利用位分配技术对量化策略进行有效的控制,可以使图象的压缩位率能够任意调节,同时,在图象压缩位率给定的情况下,可以使量化最佳或接近最佳.问题是如何进行位率的优化分配.

优化位分配问题首先是由 Huang 和 Schultheiss 在他们的文章<sup>[1]</sup>中使用变换编码而提出来的,然而他们仅仅提出了这个问题的一个近似解,并且用一个简单的指数量化器函数(QF)假定每一相同单位可变量化器的一个集合.对于这个集合,他们允许利用位给任意实数来解决分配问题.同时,他们利用试错法试图找到一个非负整数的分配来接近连续解.

此外,Segall 在文献[2]中提出了一个改进方法,他删除了 QF 是指数的这一条件,但仍然要求 QF 是严格凸的.由于在这之前,所有量化器假定是相等的,本文对这种情况提出了一个优化解法,每一次允许用实数来分配,但限制为非负数.利用小波进行图象编码是目前图象压缩编码的一个热门话题<sup>[3,4]</sup>,在小波进行图象编码中,最佳小波基和最优化器的选择对小波的图象编码有很大的影响.其中量化器的好坏对还原图象的质量起决定因素,如何在量化过程中合理分配位数一直是一项研究课题.本文利用位分配技术进行小波图象编码,其实验结果令人十分满意.

## 1 位分配问题

位分配问题可以表述如下:已知  $M$  个可变速率的量化器的集合,且用向量  $G = (g_1, g_2, \dots, g_M)$  表示  $M$  个增益的集合,第  $k$  个量化器的输入首先被其对应的增益正规化,然后以  $i$  位量化,其中  $i$  属于非负整数集  $\{p_k, \dots, q_k\}$  的集合.对所有允许的值值得到平方误差,形成第  $k$  个量化器的正规化量化器函数(NQF),用  $Q_k(i), i = p_k, p_k + 1, \dots, q_k$  表示,于是,如果  $i$  位被使用,则第  $k$  个量化器输出的平方误差为  $(g_k)^2 Q_k(i)$ .

已知位的限额为  $R$ ,问题是,要寻找在量化器中分布这些位的最佳方式,以使总平方误差最小.换句话说,求一个分配向量  $B = (b_1, b_2, \dots, b_M)$ ,使

$$\sum_{k=1}^M (g_k)^2 Q_k(b_k)$$

最小,满足

$$p_k \leq b_k \leq q_k, k = 1, 2, \dots, M$$

和

\* 本文研究得到中国科学院重点项目基金资助.作者许刚,1963年生,博士后,主要研究领域为信号和图象处理.廖斌,1974年生,硕士生,主要研究领域为网络通讯和图象处理.

本文通讯联系人:许刚,北京 100080,中国科学院软件研究所三部

本文 1998-02-28 收到原稿,1998-04-20 收到修改稿

$$\sum_{k=1}^{k_1} b_k \leq R.$$

要说明的是,允许的位分配的定义域  $\{p_1, \dots, q_k\}$  对每个量化器(每个  $k$ )是不同的.在本文中,我们加了非负数值的实际限制,但是算法能够推广到允许任意的有限实数集合作为允许位的分配,显然,对所有  $k$ ,有  $p_k \leq q_k \leq R$  成立.

提出这样一种分配问题的一个例子是小波编码.在这种变换编码方案中,几种谱带的信号分段成为固定块长,并且可以利用其自身各自的量化器量化每个块,块能量的平方根定义为块增益,块中数据首先被增益正规化,然后提供给量化器.(标量或矢量)量化器被调整到正规化数据的特征,并能在预先给定的位速率范围中操作,问题是,上面所表述的是在所有带中如何辟出总值达  $R$  位(整个系统的速率),以使基于测量的增益和量化特征的整个失真最小.

## 2 相关的定理

设  $S$  是所有允许分配向量的有限集合.设  $H(B)$  是某实值函数,称为  $B$  的目标函数,定义为对  $S$  中的所有分配向量  $B$ .设  $R(B)$  是某实值函数,称为  $B$  的约束函数,对  $S$  中的所有  $B$  有定义.考虑如下问题(称为约束问题).

已知约束  $R_c$ , 求

$$\min_{B \in S} H(B) \tag{1a}$$

满足

$$R(B) \leq R_c. \tag{1b}$$

定理. 对任意的  $\lambda \geq 0$ , 无约束问题  $\min_{B \in S} \{H(B) + \lambda R(B)\}$  的解也是具有约束  $R_c = R(B^*(\lambda))$ , 即具有  $R(B) \leq R(B^*(\lambda))$  的约束问题的解. 为简化起见, 定义  $R^*(\lambda) = R(B^*(\lambda))$ .

这个定理的证明及其应用能够在文献[5]中找到. 以上定理没有保证问题(1)的任何解, 它所说的全都是对每个非负的  $\lambda$ , 存在一个其解与非约束问题相同对应的约束问题. 但是, 如果  $R^*(\lambda)$  碰巧等于  $R_c$ , 则  $B^*(\lambda)$  就是约束问题所期望的解. 当从 0 到无限的范围内进行扫描  $\lambda$  时, 解  $B^*(\lambda)$  和约束  $R^*(\lambda)$  的集合产生, 关键问题是, 是否有  $R^*(\lambda)$  的一个值与  $R_c$  一致以及如何找到对应的  $\lambda$ .

为讨论方便, 平方增益和正规化量化器函数能够表示为

$$W_k(b_k) = (g_k)^2 \theta_k(b_k), \quad k=1, 2, \dots, M. \tag{2}$$

因此, 无约束问题能够写为

$$\min_{B \in S} \left\{ \sum_{k=1}^M W_k(b_k) + \lambda \sum_{k=1}^M b_k \right\}. \tag{3}$$

关键是通过分别使式(3)中的和每项达到最小所得到的解, 用  $b_k^*(\lambda)$  记  $B^*(\lambda)$  的第  $k$  个分量, 并且定义

$$S_k = (p_k, \dots, q_k). \tag{4}$$

则  $b_k^*(\lambda)$  解

$$\min_{i \in S_k} \{W_k(i) + \lambda i\}. \tag{5}$$

引理 1. 设  $W(b)$  是实轴上某个有界闭区域  $Z$  上的实值函数. 设  $b_1$  是  $\min_{b \in Z} \{W(b) + \lambda_1 b\}$  的一个解, 并设  $b_2$  是  $\min_{b \in Z} \{W(b) + \lambda_2 b\}$  的一个解, 则对任意函数  $W(b)$ ,

$$(\lambda_1 - \lambda_2)(b_1 - b_2) \leq 0.$$

换句话说, 随着  $\lambda$  的增加,  $b$  的最小值或者减小或者保持不变.

证明: 根据  $b_1$  和  $b_2$  的定义, 我们有

$$W(b_1) + \lambda_1 b_1 \leq W(b_2) + \lambda_1 b_2$$

$$W(b_2) + \lambda_2 b_2 \leq W(b_1) + \lambda_2 b_1$$

由此得到

$$W(b_1) - W(b_2) \leq \lambda_1 (b_2 - b_1)$$

$$W(b_2) - W(b_1) \leq \lambda_2 (b_1 - b_2)$$

对这两个不等式的两边求和, 得到

$$0 \leq (b_1 - b_2)(\lambda_2 - \lambda_1). \quad \square$$

引理 2. 对所有  $k$  的解  $b_k^*(\lambda)$  和对应的解速率  $R^*(\lambda)$  是随  $\lambda$  单调不增的, 即如果  $\lambda_2 \geq \lambda_1 > 0$ , 则  $b_k^*(\lambda_2) \leq b_k^*(\lambda_1)$  和  $R^*(\lambda_2) \leq R^*(\lambda_1)$ .

证明:对式(5)应用引理 1,对所有  $k$  的  $b_k^*(\lambda)$ ,因此,对  $R^*(\lambda)$  的和证明了引理 2.

引理 3. 对两个不同值  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的解集  $\{B^*(\lambda_1)\}$  和  $\{B^*(\lambda_2)\}$  至多只能有一个公共解.

证明:设  $\lambda_2 \geq \lambda_1$ , 根据引理 2,  $\{b_k^*(\lambda_1)\}$  中的最小值大于或者等于  $\{b_k^*(\lambda_2)\}$  的最大值. 因此,至多有一个值(可能等于对  $\lambda_2$  最大值的对  $\lambda_1$  的最小值)对两个集合可能是公共的,因为这对所有  $k$  是正确的,引理得证.  $\square$

这个引理的一个推论是,  $\lambda$  的两个不同的值不可能有相同的解集,除非这个集合只包含一个单一的解. 这意味着多解集  $\{B^*(\lambda_i)\}$  出现在一个  $\lambda$  的孤立值时,因为不管  $|\epsilon|$  多小,只要  $\delta \neq 0$ ,  $\lambda + \delta$  有不同的解集  $\{B^*(\lambda + \delta)\}$  (至少具有一个公共解),对应于多解的  $\lambda$  值称为  $\lambda$  的奇异值.

引理 4. 设  $\lambda_1$  是奇异的,  $\lambda > \lambda_1$ , 且  $B^*(\lambda)$  是  $\lambda$  和  $\lambda_1$  相关的公共解. 定义集合

$$S_k^+ = \{b_k^* + 1, \dots, q_k\}. \quad (6a)$$

如果  $b_k^* + 1 \leq q_k$ , 则这个集合非空. 定义集合

$$M^+ = \{k \in \{1, 2, \dots, M\}; S_k^+ \text{ 非空}\}. \quad (6b)$$

此集合定义了使位分配成为可能的所有 QF 的集合,则必须从下方最接近  $\lambda$  的奇异值  $\lambda_1$ , 借助于  $\lambda$  表示为

$$\lambda_1 = \max_{i \in M^+} \max_{i \in S_k^+} \frac{W_k(b_k^*(\lambda)) - W_k(i)}{i - b_k^*(\lambda)}. \quad (6c)$$

证明:设  $B^*(\lambda_1)$  是公共解,即

$$b_k^*(\lambda_1) = b_k^*(\lambda), \quad k = 1, 2, \dots, M$$

因  $\lambda_1$  是奇异的,除了  $B^*(\lambda_1)$  外它至少有另一个解. 这意味着至少存在 1 个  $k$  值和至少 1 个  $i$  值,使得

$$k \in M^+, i \in S_k^+ \text{ 和 } W_k(b_k^*(\lambda_1)) + \lambda_1 b_k^*(\lambda_1) = W_k(i) + \lambda_1 i.$$

对其他的  $k$  和  $i$  值,有

$$W_k(b_k^*(\lambda_1)) + \lambda_1 b_k^*(\lambda_1) \leq W_k(i) + \lambda_1 i.$$

在最后两个表达式中,用  $b_k^*(\lambda)$  替换  $b_k^*(\lambda_1)$ , 并将  $\lambda_1$  表示为其他项的函数,这给出

$$\lambda_1 \geq \frac{W_k(b_k^*(\lambda)) - W_k(i)}{i - b_k^*(\lambda)}, \quad i \in S_k, k \in M^+.$$

上面表达式中的等号当且仅当  $i$  是对  $M^+$  中的某个  $k$  的一个解时成立. 为求  $\lambda_1$ , 我们寻求上述不等式中右端项的最大值,即计算式(6c). 于是引理 4 得证.  $\square$

引理 5. 设  $\lambda_2$  奇异,  $\lambda_2 > \lambda$ , 且  $B^*(\lambda)$  是  $\lambda$  和  $\lambda_2$  相关的公共解. 定义集合

$$S_k^- = \{p_k, \dots, b_k^*(\lambda) - 1\} \quad (7a)$$

仅当  $b_k^*(\lambda) \geq 1$  时,集合是非空的. 定义集合

$$M^- = \{k \in \{1, 2, \dots, M\}; S_k^- \text{ 非空}\} \quad (7b)$$

则奇异值  $\lambda_2$  用  $\lambda$  由式(7c)给出.

$$\lambda_2 = \min_{k \in M^-} \min_{i \in S_k^-} \frac{W_k(i) - W_k(b_k^*(\lambda))}{b_k^*(\lambda) - i}. \quad (7c)$$

它能和式(6c)一样,用相同的方法证明. 要说明的是,如果对所有  $k$ ,  $S_k^-$  是空集,则不存在满足  $\lambda_2 > \lambda$  的任何  $\lambda_2$ .

### 3 位分配算法

引理 4 和引理 5 是说,若已知一个奇异值,则下一个奇异值能够从紧邻下方或紧邻上方找到. 因此,对所有的解  $B^*(\lambda)$  能够定位,这促使我们提出位分配算法的搜索方法.

① 得到一个初值  $\lambda$ .

② 用式(5)解无约束问题,如果  $\lambda$  不是奇异的,则只有 1 个这样的解和 1 个约束  $R^*(\lambda)$ . 如果  $\lambda$  奇异,则至少有两个不同的解. 从  $\{B^*(\lambda)\}$  中求具有最大和最小约束,分别记作  $R_1^*(\lambda)$  和  $R_2^*(\lambda)$  的两个解.

③ 如果所要的约束  $R_c$  使

$$R_1^*(\lambda) \leq R_c \leq R_2^*(\lambda),$$

则得到  $B^*(\lambda)$  中所有的解[用式(5)], 并求一个其约束记为  $R_c^*(\lambda)$ . 如果  $R_c = R_c^*(\lambda)$ , 则最优解就找到. 如果不然,一个近似解记为  $B_c^*$  就找到, 停止搜索.

④ 如果  $R_c < R_1^*(\lambda)$  [或  $R_c < R_2^*(\lambda)$ ], 用式(7)求相邻的奇异  $\lambda$  [且现在的解是  $B^*(\lambda)$ ], 其对应于  $R^*(\lambda)$  [或  $R_1^*(\lambda)$ ], 然后回到第②步.

⑤ 如果  $R_c > R^*(\lambda)$  [或  $R_c > R_c^*(\lambda)$ ], 用式(6)求相邻的奇异  $\lambda$  和对应于 [或  $R_c^*(\lambda)$ ] 的当前解, 然后回到第②步.

如果搜索仅以一个近似解终止, 这意味着最优解是一个不可达到的点, 则这个解可以通过加一些位来进行调整, 直到修正分配的和变到等于  $R_c$ , 加位的依据是要使失真  $H(B^*(\lambda))$  减少到最小, 根据以下步骤, 我们一次加 1 位.

⑥ 求  $k'$  的解

$$\min_{k \in M} \{W_k(b_k^* + 1) - W_k(b_k^*)\}$$

⑦ 将  $b_{k'}$  加 1, 更新这个解.

⑧ 重复第⑥、⑦步, 直到分配的和等于  $R_c$ .

因为  $B_c^*$  不是最优解, 自然要问它距所期望的最优解有多远. 借助以下引理, 可以求出最优和近似解失真之间的差的一个界.

引理 6. 设  $B$  是具有约束  $R_c$  的原约束问题的所期望的解, 设  $B^*(\lambda_1)$  和  $B^*(\lambda_2)$  是两个解, 使得

$$R^*(\lambda_1) \leq R_c \leq R^*(\lambda_2), \tag{8a}$$

则

$$H(B^*(\lambda_2)) \leq H(B) \leq H(B^*(\lambda_1)). \tag{8b}$$

证明: 根据定理, 式(8a)的左边直接意味着式(8b)的右边, 对式(8b)的左边, 有

$$H(B^*(\lambda_2)) + \lambda_2 R^*(\lambda_2) \leq H(B) + \lambda_2 R_c \leq H(B) + \lambda_2 R_c.$$

因为  $\lambda_2 \geq 0$ , 有

$$H(B^*(\lambda_2)) - H(B) \leq \lambda_2 (R_c - R^*(\lambda_2)) \leq 0.$$

这意味着式(8b)成立, 引理得证.

现在设  $B^*(\lambda_1)$  是搜索结束(第③步)时的解. 给这个解加一些位, 减少失真, 但是直达到  $R(B_c^*) = R_c$ , 失真  $H(B_c^*)$  不可能比  $H(B)$  更低并且不可能比  $B^*(\lambda_1)$  更高, 这意味着, 如果我们用  $H(B_c^*)$  替换  $H(B)$ , 式(8b)仍然成立.

以上算法的计算复杂性依赖于初始  $\lambda$ , 因为这个  $\lambda$  值愈接近于最终值, 所需的迭代愈少. 根据集合  $b_k$  是一个解的必要条件:

$$\begin{aligned} W_k(b_k) - W_k(b_k + 1) &\leq \lambda \leq W_k(b_k - 1) - W_k(b_k) \\ p_k + 1 &\leq b_k \leq q_k - 1 \quad k = 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

则以上事实是容易验证的. 因为对所有  $k$ , 以上叙述是正确的, 能够通过关于  $k$  对最后表达式中的两个不等式的任何一个求和, 得到一平均初始  $\lambda$ , 用左边不等式, 得到

$$\lambda \approx \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \{W_k(b_k) - W_k(b_k + 1)\}.$$

显然,  $b_k$  是未知的, 因此, 我们用允许值的平均来代替它,  $a_k = \text{INT} \{ (q_k + p_k) / 2 \}$ , 其中  $\text{INT} \{ \cdot \}$  表示为最近的整数, 在

实验中, 我们发现, 用  $a_k$  来替换  $b_k$  是较好的. 因此, 初始  $\lambda$  通过  $\lambda \approx \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \{W_k(a_k) - W_k(a_k + 1)\}$  计算. 这种初始化方法不一定是最好的, 但这个问题的进一步研究可能会得到更好的解.

### 4 实验结果和分析

小波在图象编码中的应用通常由以下部分组成: 小波变换  $\rightarrow$  量化  $\rightarrow$  熵编码. 小波变换以 Mallat 算法<sup>[6]</sup>为核心, 其基本思想和金字塔方案<sup>[7]</sup>及子带编码方案<sup>[3]</sup>相近似. 它将输入图象分解成按不同频带宽度不同分辨率的子带图象, 每一层有 4 个子带图象, 每次将 4 个子带图象中的低频子带再次分解, 第  $k$  次分解后其总的子带数为  $3k + 1$ . 在一定精度下, 小波逆变换能够完全重构原始图象. 为了得到较高的压缩率, 需要对变换系数进行量化处理. 变换系数被量化以产生符号流, 每一标号是对应着特定的量化阶层的标记, 信息的损失一般是在量化级上. 位分配算法通常用到量化级上, 在小波图象编码中, 它是对各个子带动态地分配量化位数来实现压缩和自适应图象信号. 量化后的符号流通常使用二维 Huffman 编码, 但是, 目前国际上用性能更佳的算术编码<sup>[9]</sup>来代替 Huffman 编码. 在我们的实验中用到的是算术编码.

我们利用两幅国际标准灰度图象来进行实验, 它们是 Lena 和 GoldHill, 其图象大小为  $512 \times 512, 8b/\text{pixel}$ . 根据小波进行图象变换的特点, 在零树量化策略<sup>[10]</sup>下, 首先进行迭代次数的实验, 我们选择的小波为 Antonini 的 7/9 带双正交小波<sup>[11]</sup>, 当然也有很多其他小波可以选择<sup>[3,4]</sup>, 但这种小波具有线性相位, 即具有对称性, 是目前在小波图象编码中

应用较好的.我们首先将图象的位率定为 0.2bpp,即 40:1 的压缩率,小波对图象进行 5 层分解,利用本算法在不同迭代次数(也可以称为不同的量化层数)下,对两幅图象进行实验,得到表 1 所示的实验结果.从实验结果来看,随着迭代次数的增加,其峰值信噪比(PSNR)也将增加,分配的位在进行量化时较为合理,即逐步达到最佳解,但在一定迭代次数后,其 PSNR 趋近于稳定,再进行迭代已没有意义.因此,在实际图象编码中,我们通常选择 10 或 9 次迭代即可达到解的稳定.对 Lena 图象,我们给出在位率为 0.2bpp 下进行 5 层小波分解,8 次迭代的各项数据的实验结果,如表 2 所示.

表 1 在位率为 0.2bpp 下,5 层小波分解不同迭代次数的实验结果

PSNR Name	迭代次数					
	5	6	7	8	9	10
Lena	31.00	31.90	32.17	32.21	32.21	32.21
GoldHill	28.53	29.32	29.45	29.49	29.48	29.48

表 2 在位率为 0.2bpp 下的各集合的数据统计

集合	集合大小	位精度	速率	速率/象数	集合失真	失真/象数
0	256	7	1 808.31	7.06	3.737 213E+004	145.98
1	256	6	1 657.30	6.45	1.250 342E+004	49.15
2	256	5	1 157.30	4.52	2.513 072E+004	90.16
3	256	5	1 091.52	4.26	4.475 585E+004	172.48
4	1 024	5	4 186.76	4.08	9.287 355E+004	90.63
5	1 024	4	2 213.28	2.16	1.955 999E+005	191.01
6	1 024	5	3 016.10	2.94	6.344 196E+004	61.95
7	4 096	4	9 100.00	2.24	2.960 314E+005	72.46
8	4 096	3	4 077.69	0.99	4.501 657E+005	109.90
9	4 096	3	4 394.68	1.07	3.495 294E+005	85.33
10	16 384	3	8 033.98	0.49	1.669 445E+006	43.03
11	16 384	3	6 741.22	0.41	7.050 734E+005	49.73
12	16 384	2	4 147.06	0.25	8.148 119E+005	43.12
13	65 536	0	0.00	0.00	2.825 975E+006	43.12
14	65 536	0	0.00	0.00	1.134 593E+006	17.31
15	65 536	0	0.00	0.00	5.755 646E+005	8.78

在小波图象编码中,小波对图象的分解层数问题一直都在被讨论,很多学者对这一问题提出了很多想法.我们对小波进行图象变换的变换次数也进行了实验,其实验结果如表 3 所示.从实验结果来看,最佳分解在 4 或 5 层之中,但分解层数增多,在一定程度上增加了计算时间.

表 3 在位率为 0.2bpp 下小波的不同分解层的实验结果

PSNR Name	小波的不同分解层			
	2 层	3 层	4 层	5 层
Lena	27.75	31.39	32.18	32.21
GoldHill	27.04	29.36	29.45	29.48

由于使用了位分配算法,因此,我们可以有效地控制小波图象的压缩位率,使得图象的压缩率能够任意调节,这在图象编码中是十分实用的.表 4 是我们利用 Antonini 的 7/9 带双正交小波,对两幅图象进行 5 层小波变换,使用零树量化策略,再进行位分配而得到的实验结果.从实验的 PSNR 来看,结果是令人满意的.

表 4 Antonini 小波在不同位率下的实验结果

PSNR Name	位率									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Lena	29.45	32.21	34.06	35.21	36.18	37.16	37.88	38.33	38.88	39.42
GoldHill	27.62	29.48	30.69	31.74	32.62	33.53	34.33	34.68	35.41	35.94

## 5 结论

本文提出了量化器集合的一种有效的位分配算法. 与早期的位分配算法相比, 本算法不是建立在给定量化器集合的性质的预先假定的基础之上的. 利用本算法, 在小波图象编码中实现了图象压缩速率任意可调, 同时, 在给定图象压缩速率的情况下, 能使还原图象的 PSNR 接近最佳. 但还有很多工作正在进行, 如算法的变形以及减少算法的复杂性等. 此外, 本算法还能用于需要位分配或速率可变的编码方案中.

### 参考文献

- 1 Huang Y, Schultheiss M. Block quantization of correlated Gaussian random variables. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1963, 11(9):280~296
- 2 Segall A. Bit allocation and encoding for vector sources. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1976, 22(3):162~169
- 3 Daubechies L. Orthonormal basis of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1988, 41(10):909~996
- 4 Cohen A *et al.* Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1992, 51(9):485~560
- 5 Everett H. Generalized lagrange multiplier method for solving problems of optimum allocation of resources. *Operation Resources*, 1965, 11(5):399~417
- 6 Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition; the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(7):674~693
- 7 Burt P J *et al.* The laplacian pyramid as a compact image code. *IEEE Transactions on Communications*, 1983, 31(4):532~540
- 8 Woods J W *et al.* Subband coding of images. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1986, 34(5):1278~1288
- 9 Witten I H *et al.* Arithmetic coding for data compression. *Communications of ACM*, 1987, 30(6):520~540
- 10 Shapiro J M. Embaded image coding using zerotree of wavelet coefficients. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12):3445~3462
- 11 Antonini M *et al.* Image coding using wavelet transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1992, 1(2):205~220

### Image Coding Based on Optimal Bit Allocation

XU Gang<sup>1</sup> LIAO Bin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(*Institute of Software The Chinese Academy of Sciences Beijing 100080*)

<sup>2</sup>(*Department of Computer Science Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering Wuhan 430072*)

**Abstract** In this paper, the authors propose a new bit allocation algorithm, capable of efficiently allocating a given quota of bit to an arbitrary set of different quantizers. This algorithm produces an optimal or very nearly optimal allocation, while allowing the set of admissible bit allocation values to be constrained to non-negative integers. It is particularly efficiency to image coding based on wavelet for using this algorithm.

**Key words** Quantizer, bit allocation, image coding based on wavelet.