

任意平面域上离散点集的三角化方法*

杨钦¹ 徐永安² 陈其明¹ 谭建荣²

¹(北京航空航天大学计算机系 北京 100083)

²(浙江大学机械系 杭州 310027)

摘要 本文提出了一种快速、有效的三角化算法,实现了任意平面域上散乱数据的三角化,生成的网络符合 Delaunay 准则,网络的优化是在网格生成过程中完成的,算法复杂度与点数呈近似线性关系.该算法运用于石油地质勘探领域,成功地解决了包含复杂断层的文规模数据点的三角化问题.

关键词 三角化, 网格, Delaunay 准则, 任意平面域, 离散点集.

中图法分类号 TP311.12

三角化问题是 CG/CAD(computer graphics/computer aided design)中的一个关键问题,三角网格的生成质量直接影响到科学计算与工程分析的准确度.很多年来,它一直是人们的研究热点^[1~5],至今尚未完全解决这一问题.任意平面域上大规模散乱数据的三角化问题就是其中比较突出的问题之一.本文以石油地质勘探数据处理为应用背景,提出了一种基于任意平面域上的散乱数据点的三角化方法,它能够快速处理包含复杂断层的 10 万个数据点,在油藏可视化软件中获得了成功的应用.

1 三角网格生成和优化

1.1 原始数据与数据结构

本算法能够处理由若干个多边形组成的复杂平面域数据.图 1 所示即为一组石油地质勘探数据,其原始数据由边界、断层、离散数据点组成.

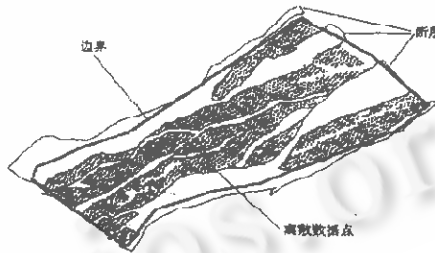


图 1 原始数据

原始数据在存储与处理过程中的数据结构如下:

(1) 数据点集以链表形式存储.链上每个节点记录数据点的 X, Y 坐标值以及指向前一节点和后一节点的指针,实际应用中节点还需记录对应的物理属性值.具体结构如图 2 所示.

$point_1 \Rightarrow point_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow point_n$

(a) 存储数据点集的链表

last	x, y, 物理属性值	next
------	-------------	------

(b) 链表上的一个节点

图 2 数据点链表及其节点

* 作者杨钦,1968年生,讲师,主要研究领域为计算机图形学,可视化.徐永安,1965年生,助教,主要研究领域为计算机图形学,可视化.陈其明,1932年生,教授,主要研究领域为计算机图形学.谭建荣,1954年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助几何设计,计算机辅助设计.

本文通讯联系人:杨钦,北京 100083,北京航空航天大学计算机系

本文 1996-10-17 收到原稿,1997-10-17 收到修改稿

(2)边界是相连边的链表. 链上每个节点边(Edge)记录端点指针、该边所属三角形指针、该边是相邻三角形的第几条边等信息. 具体结构如图3所示.



(a) 边的链表

(b) 链表上的一个节点

图3 边界的链表及其节点

(3)边界集;边界的链表.

(4)三角形集;三角形的链表,链上每个节点 tri 记录三角形顶点指针、相邻三角形指针、三角形三边分别是各相邻三角形的第几条边等信息. 具体结构如图4所示.



(a) 存储数据集的链表

(b) 链表上的一个节点

图4 三角形集的链表及其节点

(5)三角网格:由顶点集、界集、三角形集组成.

1.2 算法过程

(1)边界预处理:通过多边形的交、并、差运算,生成数据域的边界.

(2)生成一个包含原始数据域的外廓正三角形.

(3)数据点的逐点加入(包括边界点和域内点)

- 从点集中取出一点 P ,找到包含该点的三角形, P 与三角形各顶点相连,将生成的新三角形的各边加入优化队列 Q 中(如图5所示).
- 点 P 加入时,若 P 在某一边界边上,则三角形 T 按图6(a)分裂.同时亦将 e 相邻的边分裂,将 e_1, e_2 送入优化队列 Q .
- 点 P 加入时,若 P 在域内的某一三角形边上,则按图6(b)将三角形 T 分裂,将 e_1, e_2, e_3, e_4 送入优化队列 Q .



图5 数据点加入三角网格

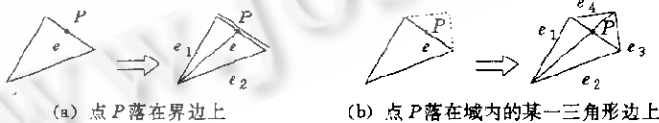


图6 点P落在三角形边上的处理方法

(4)三角网格优化

从队列 Q 中取出一个边 e ,找出以该边为边的三角形 T_1, T_2 ,检测 P_1 是否在 T_2 的外接圆内. 若在,则按图7(a)作优化变换,并将 e_1, e_2, e_3, e_4 送入队列 Q ;若 P_1 在 T_2 外接圆上,计算 $\angle P_1$ 和 $\angle P_2$,若 $\angle P_1 < \angle P_2$,则进行优化变换(如图7(b)所示).

优化过程是在点的加入过程中完成的. 每加入一点,都处理优化队列 Q ,直至 Q 为空,然后再加入下一个数据点. 这样,当全部数据点加入三角网格后即得到符合 Delaunay 准则的优化三角网格.

(5)边界追踪,删除多余三角形

- 从边界集中取出一个界 PS (一封闭边界),生成两个新城 F_1, F_2 .
- 从界 PS 中取出一个顶点 P_1 ,从三角形集合中找出以 P_1 点为顶点的三角形 T .

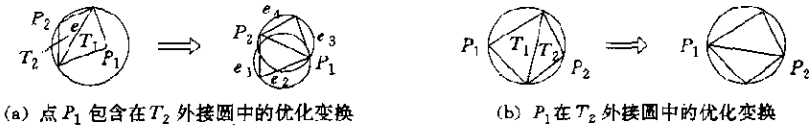


图7 三角网格的优化情形

· 从 PS 中取出下一点 P_2 , 若 P_2 也是 T 的一个顶点, 则如图 8(a) 所示, 将 P_1P_2 一分为二: $edge_1$ 和 $edge_2$. 将 $edge_1$ 加入 F_1 , $edge_2$ 加入 F_2 , 并将 P_1 用 P_2 代替.

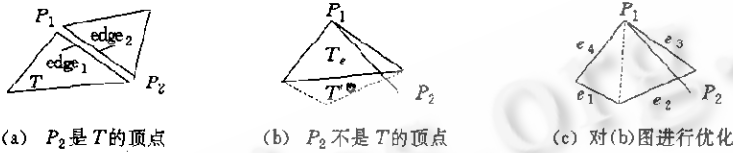


图8 边界处理

· 若 P_2 不是 T 的顶点, 则求射线 P_1P_2 与 P_1 的对边 e 的交点(图 8(b)), 若存在交点, 则对 T 以及与 T 共 e 的三角形 T' 进行边交换. 将 e_1, e_2, e_3, e_4 加入队列 Q 中, 进行优化检测, 如图 8(c) 所示, 对新生成的三角形作相同处理, 直至 P_2 是某一三角形的顶点. 图 9(a)、(b) 分别表示边界处理前、后的网格图.

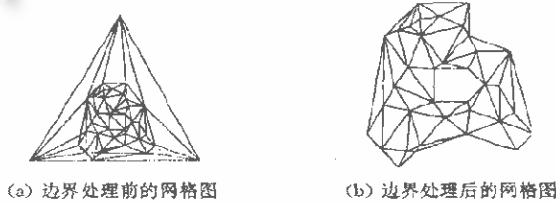


图9 边界处理

2 算法复杂性分析

本文算法的效率主要取决于寻找包含新加入点的三角形及其后的换边优化过程. 若不加任何策略, 则最坏情形对算法复杂度为 $O(n^2)$, n 为点数. 本文首先将数据域划分为矩形网格, 将数据点及运算过程中产生的三角形根据其坐标位置记录于对应的矩形域中, 这样可很快找到包含新加入点的三角形. 新产生三角形的优化问题主要取决于数据点的加入顺序、密度以及点的分布情况, 相邻数据点连续加入, 则每加入一点需要优化的概率比较大, 因此, 本文算法采用各矩形域中数据点轮流加入的方法. 采用上述策略, 本文算法的三角化时间与离散点数呈近似线性关系, 如图 10 所示是在同一区域内随机生成的 1 000~10 000 点的三角化时间(奔腾 133MHZ、内存 32M).

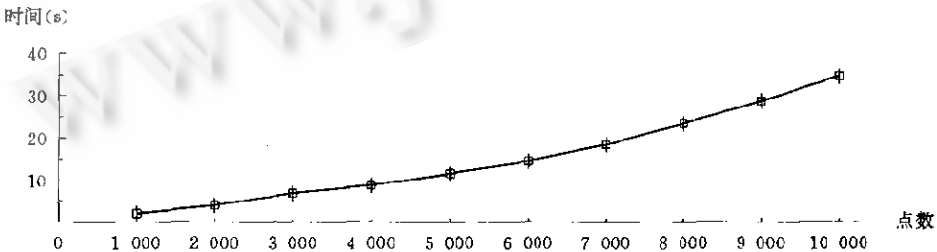


图10 数据点数与三角化时间的对应表

3 应用

将本文算法应用于石油勘探领域, 可以处理包含复杂断层的大规模数据. 图 11(a)、(b) 就是石油部门提供的原始

数据点生成的三角网格. 图 12 是利用图 11(b)三角网格插值后生成的等值线图.



图 11 石油勘探数据生成的三角网格

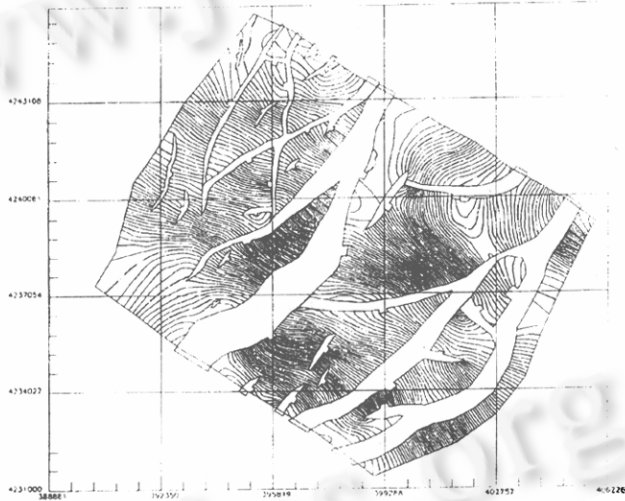


图 12 对应于图 11(b)三角网格插值生成的等值线图

4 结 论

本算法面向二维复杂域上大规模散乱数据,数据域边界可以是任意形状的多边形.生成的三角网格符合 Delaunay 准则.网格的优化和生成过程同时进行.本算法简便实用、速度快、可靠性高,已在石油地质勘探数据处理系统中获得应用.本算法的设计思想可进一步推广到三维空间.

参考文献

- 1 K Ho-Le. Finite element mesh generation methods; a review and classification. *Computer Aided Design*, 1988,20(1):27~38
- 2 Schumaker L. Triangulation methods. In: Chui C K, Schumaker L, Utreras F eds. *Topics in Multivariate Approximation*. New York: Academic Press, 1987. 219~232
- 3 Lo S H. An new mesh generation scheme for arbitrary planar domains. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1985,21(9):1403~1436
- 4 Baker T J. Three dimensional mesh generation by Triangulation of arbitrary point sets. AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) Paper 87-1124, June 1987. 255~270
- 5 Marcum D L, Weatherill N P. Unstructured grid generation using iterative point insertion and local reconnection. *AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) Journal*, 1995,33(9):1619~1625

Triangulation Algorithm of Scattered Data on Arbitrary Planar Domain

YANG Qin¹ XU Yong-an² CHEN Qi-ming¹ TAN Jian-rong²

¹(Department of Computer Science Beijing University of Aeronautics and Astronautics Beijing 100083)

²(Department of Mechanism Zhejiang University Hangzhou 310027)

Abstract A fast and efficient triangulation algorithm is presented in this paper. The scattered data on any 2D shape is triangulated by this algorithm. Triangular mesh optimization is done at the same time with mesh creating. The resulted mesh is fit to Delaunay criteria. The algorithm complexity is about linear to the number of points. Application in oil and geology exploration, the algorithm can deal with large scale scattered data including complicated faults.

Key words Triangulation, mesh, Delaunay criteria, arbitrary planar domain, © 中国科学院软件研究所 <http://www.jos.org.cn>