会经过 $A_{i-1}^2=A_i$ 次.程序块 $\alpha_{v_i'},\alpha_{u_i'}$ 的作用类似于 $\alpha_{x_{i-1}}$,但为保证构造出的并行程序大小在多项式范围内,加入了新的流程图,如图 7(b),用来调用程序块 $\alpha_{x_{i-1}}$.b_i,c_i 在程序块中起到了调用和返回的作用.

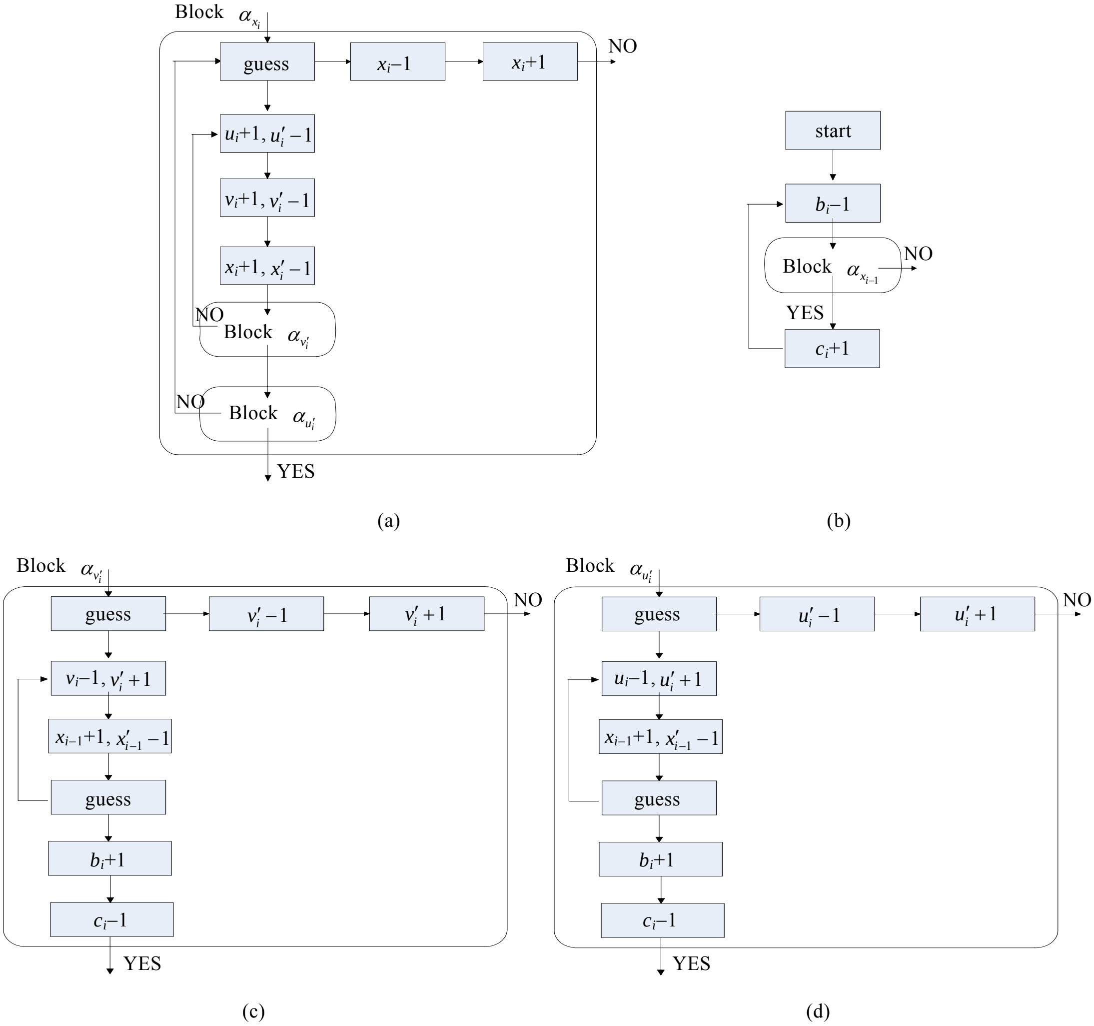


Fig.7 Block α_{x_k}

图 7 程序块 α_{x_k}

将变量 $x_i'(u_{i+1}',v_{i+1}')$ 赋值为 A_i,只需要把图程序块赋值节点 $x_i+1,x_i'-1$ 替换成 $x_i'+1$ 即可.而模拟计数器的测 0 操作只需执行两次程序块,第 2 个程序块中需要将其中的 x_k,x_k' 互换,作用是将 x_k,x_k' 的值再交换回来.第 2 个程序块中不会走到 NO 出口(如图 8 所示).

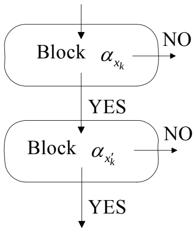


Fig.8 Test zero in a parallel program

图 8 在并行程序上实现测 0

因此,并行程序上的可接受问题是 EXPSPACE-hard.

由引理 2.5,VAS 可达性问题的下界也是 EXPSPACE-hard.

定理 2.6[11]. VAS 可达性问题的下界是 EXPSPACE-hard.

研究展望:在关于下界的研究方面,已有技术的核心是 VAS 系统可以模拟双指数大小的计数器,由此其可达性问题的下界是 EXPSPACE-hard.类似的技术可以推广到下推向量加法系统.下推向量加法系统在向量加法系统的基础上增加了一个栈,Lazic 证明了它可以模拟界是 $2\uparrow\uparrow n$ 的计数器[28], $2\uparrow\uparrow n = \left.2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}\right\} n$个2.因此,下推向量加法系统上的可达性问题是 Non-elementary 的.特别值得一提的是,可以看出,这类下界证明的共同点都是巧妙的“计数”.我们认为,这类方法可以被推广到其他模型的研究中.

3 固定维度时验证问题的复杂性

3.1 主要结论

在前面的讨论中,向量的维度 d 是输入的一部分.而在实际应用中,问题的维度往往存在固定的上界. Hopcroft 和 Pansiot 在 1979 年的工作[10]中指出:当 VAS 的维数在 5 之内时,其可达集是一个可被有效计算的半线性集.由于 n 维 VASS 可以用 n+3 维 VAS 表示,这就等价于得出了 2 维之内 VASS 可达性问题、等价性问题(equivalence)、包含问题(containment)等的可判定结论.他们同时用反例说明了该技术无法被应用到 3 维及更高维度的 VASS 的研究.

关于低维度 VASS 的研究结果主要包括:Hasse 与 Kreutzer 等人[29]在 2009 年证明了 1-VASS(即 1 维 VASS,等价于 4 维 VAS)的可达性问题在一进制编码下是 NL-完备的,而在二进制编码下是 NP-完备的.Haase 在其博士论文[30]中证明了同一模型在输入是二进制编码时的有界性问题和可覆盖问题都是 NP-完备的.而对 2-VASS, Howell 等人[31]对 Hopcroft 的算法进行了分析,指出原始算法的复杂度是非确定双指数时间(2-NEXPTIME),并进一步将算法上界改进到了确定双指数时间(2-EXPTIME).而关于二进制编码下 2-VASS 上可达性问题的最终结果则是在最近几年才得出:Fearnley 等人[32]给出了 PSPACE-hard 的证明;紧接着,Blondin 等人[33]在 2015 年找到了 PSPACE 的判定算法,从而证明了该问题实际上是 PSPACE-完备的.他们工作的一个额外结论是证明了对固定维度($d\geqslant 2$ 维)d-VASS,有界性和可覆盖性都是 PSPACE-完备的.值得一提的是,Blondin 等人的工作,本质上是对 Leroux 等人[34]在 2004 年有关 2-VASS 具有平坦性(flatness)证明的精化.当限制为输入是一进制编码时,2-VASS 可达性问题在 2016 年被证明是 NL-完备的[35].到目前为止,在可达性问题上没有关于 3-VASS 或更高维度模型的结果:既没有更准确的下界结论,也没有任何非平凡(即优于 F_{ω^3})的判定算法.下面总结其中代表性的研究技术,并指出未来可能的工作方向.

3.2 固定维度VASS主要研究技术及其特点

目前,固定维度 VASS 的复杂性结果集中在 2 维及以下,即:当向量维度大于 2 时,仅有平凡结论(即 2 维问题的下界和维度无限制时的上界).因此,这里集中讨论 2 维及 2 维以下模型相关的研究技术.

3.2.1 上界技术(算法)

3.2.1.1 二维 VASS 的平坦化(flatness)

已有 d 维($d\leqslant 2$)VASS 的算法都依赖于一个重要的结论:此维度限制下的 VASS 是可平坦化的.对给定的 VASS V=(Q,T),其中,Q 代表状态集合,T 代表迁移规则集合,V 的输入规模被定义为$|V|=|Q|+|T|\cdot d\cdot\log_2|T|$.用$\alpha_0,\beta_1,\alpha_1,\ldots,\beta_k,\alpha_k$ 代表 V 上一组不含循环、可执行的迁移规则序列,则一组形如 $\rho=\alpha_0\beta_1^*\alpha_1\ldots\beta_k^*\alpha_k$ 的串,被称为一条线性路径策略(linear path scheme).典型的线性路径策略如图 9 所示.

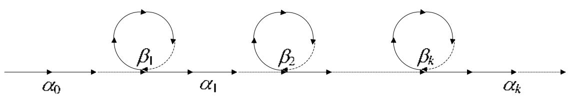


Fig.9 Linear path scheme
图 9 线性路径策略

有限条线性路径策略的并集被称为半线性路径方案(semi-linear path scheme).若 V 的可达关系集合可以表示为一个半线性路径方案,则我们称 V 是具有平坦性的(相应称对应的可达关系集合是平坦的).直观上讲,平坦性意味着对应的可达路径可以被表示为一组只依次含有若干简单环的路径(即,不存在环的嵌套),而具有这样结构的路径所对应的可达关系是有效半线性的.对给定的二元关系 $R_V \subseteq Q\times Q$, R_V^* 为 R_V 的自反传递闭包. Leroux 等人的主要结论[34]是:当 2 维 VASS 的初始向量和目标向量中两个分量的值都大于某个可计算的常数时,对应的二元关系是平坦的.这个性质称做终极平坦性(ultimately flat). R_V^* 的其他子集能相对简单地证明具有平坦性.最终, R_V^* 集合是有效半线性集.但 Leroux 等人的工作中并没有给出对应方案的具体取值范围,故而无法直接得出更有效的复杂性上界.

直到 2015 年,Blondin 等人[33]对 Leroux 的研究进行了量化,给出了上述常数 c 的上界$(|Q|+T)^{O(1)}$.并证明了如果初始格局到目标格局可达,则在对应的平坦性的关系中,半线性集合将由一组有效的、指数规模的线性路径策略(即$|\rho| \overset{def}{=} |\alpha_0\beta_1\ldots\beta_k\alpha_k|$为输入的指数函数)组成,特别地,其中简单环个数(即 k)相对输入是多项式大小,绕每条简单环重复次数的上界相对输入是指数大小.综合上述结果,算法可猜测(利用非确定性)路径上的中间状态,并利用多项式空间的计数器控制搜索的上界,即:对一组可达格局对,算法必然能在多项式空间内停止并给出一个正面的回答.再根据 Savitch 定理 PSPACE=NPSPACE,就完成了关于 2-VASS 可达性具有(确定)多项式空间算法的证明.这是目前关于固定维度 VASS 最好的结果.

Blondin 工作中一个相对独立的结果是,证明了非确定有限自动机所识别的路径的 Parikh 像(Parikh image,用于表达路径中每个字符出现的次数的函数)存在一个多项式规模的使用线性路径策略的表达方式.基于这个结论,很容易就能证明:当将原始可达性验证问题的条件放宽到整数意义下时,任意 d 维 VASS 上的可达性等价于存在一组有限的、多项式规模的线性路径策略.当然,这与各维向量值都应限制为自然数下的可达性还有距离.为此,他们将问题分成了 3 种子类型.

(1) 初始格局和目标格局的状态相同,且始末状态两个计数器的值都大于常数 c,但对中间运行情况不做限制;

(2) 初始格局到目标格局的整条路径上,两个计数器的值都大于常数 c;

(3) 初始格局到目标格局的整条路径上,至少有一个计数器的值不超过常数 c.

以上 3 种情况分别对应于图 10 中的 3 种不同路径类型.

Blondin 等人证明了这 3 种情况下的 VASS 的可达关系都有指数规模的刻画.具体而言,类型(3)可规约到维度为 1 的情况从而化简.类型(2)可以用类型(1)的结论推导得出.对最关键的类型(1),与 $d\leqslant 2$ 这个限制直接相关的核心技术引理是:

引理 3.1[33]. 令 $b\in Z^2, P\subseteq Z^2$ 且 $b\in P$,令 Z 是 2 维空间中的一个象限,则有 $L(b;P)\cap Z=\bigcup_{i\in I} L(c_i;P_i)$,且对每个 $i\in I$,如下结论成立:

- $|P_i|\leqslant 2$;
- $P_i\subseteq (P\cup L(b;P))\cap Z$;且
- 存在 $e\leqslant P^{O(1)}$,满足$\{c_i\}\cup(P_i\cap L(b;P))\subseteq b+cone_{[0,e]}(P)$.

即:在 2 维情况下,对满足引理前提的线性集 $L(b;P)$,考虑其与任意象限的交集,结果都可以表示为一组简单的半线性路径的并;或者更具体地说,由一组周期(period,即 P_i)的基数为 2,且周期和基(base,即 c_i)来自一个简单集合的线性路径组成.值得注意的是,这个引理对 $d\geqslant 3$ 的情况均不成立.

最后,通过证明任意 2 维 VASS 的可达路径都可分解为多项式规模段类型为类型(1)、类型(2)、类型(3)的路径后,就完成了 2 维情况下问题上界的证明.

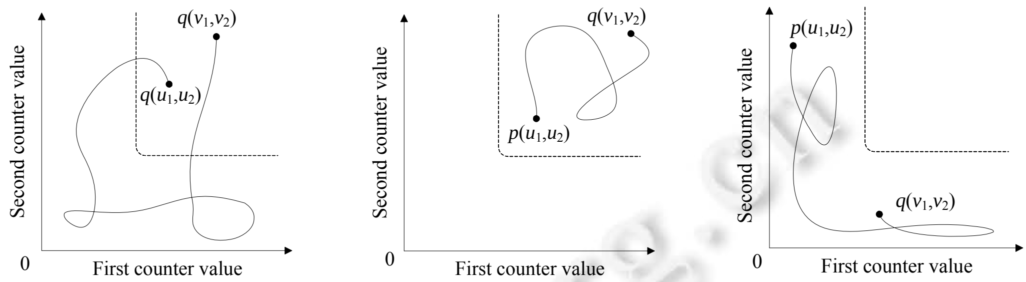


Fig.10 Three kinds of reachable paths

图 10 3 种类型的可达路径

研究展望:当维数固定时的研究,是近年关于 VASS 验证研究的核心.特别值得注意的是:除了上面的引理 3.1 及其相关推论外,Blondin 在文献[33]中的其他结论都可以被直接应用或推广到更高维的情况.因此,对更高维情况的研究,重点和难点是对 3 维及以上的情况找到类似引理 3.1 的降维结论.

3.2.2 下界技术

下界来自对有界单计数器自动机(bounded one-counter automata)模型上可达性问题的规约.

有界单计数器自动机(可以表示为三元组 V=(Q,T,b),其中,(Q,T)就是 1-VASS,而 $b\in N$ 是用二进制表达的计数器值的上界.令 B=[0,b],对给定的初始格局 $p(u)$和目标格局 $q(v)$,$u,v\in B$.与一般的可达性问题不同的是:可达性关注是否存在从 $p(u)$到 $q(v)$的可行路径,且路径上每一个中间格局对应的计数器的值都不超过 b.即问关系 $p(u)\to_B^* q(v)$ 是否成立.

Fearnley 等人[32]在 2013 年证明了有界单计数器自动机上的可达性问题是 PSPACE-complete.

对任意有界单计数器自动机 V=(Q,T,b),可构造其可达性问题到 2-VASS 可达性问题的规约.规约的核心是利用界限参数 b:构造 2-VASS $V'\overset{def}{=}(Q,\{h(t):t\in T\})$,其中,$h$ 函数的具体定义是 $h(p,z,q)\overset{def}{=}(p,(z,-z),q)$.注意:因为原模型 V 中 $u,v\in B$,所以 V'中两个向量对应的计数器的值都不会小于 0.此时,如下的当且仅当关系显然成立:

模型 V 中 $p(u)\xrightarrow{\pi}_B q(v)$ 当且仅当模型 V'中 $p(u,b-u)\xrightarrow{h(\pi)}_{N^2} q(v,b-v)$.

研究展望:注意,这部分所得到的下界结论可以平凡地延伸到维度 $d\geqslant3$ 的情况.但因为目前对 3 维的情况了解甚少,可优先考虑相关算法的研究,增加对模型的认知之后,再考虑合适的下界规约.

4 重要扩展模型

随着应用领域研究的推进,研究者们逐渐意识到现有 VASS 模型的局限并定义和发展了若干重要的扩展模型.鉴于篇幅限制,这里只列举领域内近年来备受关注的几个重要模型,并总结关于这些模型的验证问题的最新结论.

4.1 PVAS

下推向量加法系统(pushdown vector addition system,简称 PVAS)是在 VASS 模型之上增加了栈及相应的入栈(push)和出栈(pop)操作.

PVAS 上一条典型的迁移规则为: $(p,u,X)\xrightarrow{v,op}(q,u+v,X')$,其中, $(p,u)\xrightarrow{v}(q,u+v)$ 的含义与 VASS 完全一致, $X\xrightarrow{op}X'$ 用于记录栈的变化(op 为栈操作),PVAS 为研究同时具有递归与整数变量的程序语言提供了一个简洁的数学模型[36].

PVAS 模型是 VASS 的非平凡扩展.Leroux 等人证明了 PVAS 终止性和有界性都可判定[37],但没有进一步的

上界结论;目前仍不知道 PVAS 上可覆盖性和可达性问题是否可判定,仅仅知道它们都是 Tower-hard[28],复杂性远高于 VASS 上的对应验证问题.

在维度固定时,仅当维度为 1 时有一些进展.Leroux 等人证明了 1-PVAS 可覆盖性是 NP-hard,上界是 EXPSPACE[38,39],而有界性问题是 NP-hard,相应的上界是 EXPTIME[39,40].

关于 PVAS 非常特殊的一点是,n-PVAS 的可达性,可以规约到 n+1-PVAS 的可覆盖性,即,PVAS 模型下的可达性问题和可覆盖性问题难度本质上一样.这也从另一个角度说明了 PVAS 的特殊性.

4.2 AVASS

Alternating VASS 最早是由 Lincoln 等人在研究命题线性逻辑(propositional linear logic)的可判定性时被提出来的.AVASS 是一个四元组 $A=Q,d,T_u,T_f$.其中:Q 是有限的状态集合;$d\in N$ 代表维度;$T_u\subseteq Q\times Z^d\times Q$ 是一元迁移规则,如 $q\xrightarrow{v}q_1$;而 $T_f\subseteq Q^3$ 是状态分叉(fork)规则,如 $q\to q_1\wedge q_2$.作为例子,当一元迁移规则作用在格局(q,u)上时,下一格局是$(q_1,u+v)$;而当分叉规则作用在同一格局上时,下一格局是(q_1,u)或(q_2,u).显然,VASS 是 AVASS 的一个特殊子类,即 $T_f=\varnothing$的情况.

关于 AVASS 的主要结论是可达性不可判定[41].Courtois 等人证明了:若将求解(格局)可达性削弱为状态可达性,则问题难度是双指数完备的[42].当 AVASS 模型中向量维度固定时,状态可达性问题(及非终止性问题)难度降低为 EXPTIME 完备的.值得一提的是:AVASS 状态可达性问题的研究可以有效地规约到 BPP、VASS 与有限状态系统的模拟问题上,从而得到了新的下界结论.这也成为研究 AVASS 的重要原因之一.

4.3 BVASS

VASS 的计算过程可以理解为一个线性过程.Branching VASS[43]的计算则是一棵计算树:从叶子节点出发到根节点的过程,每个非叶子节点的向量值被定义为:该节点的儿子节点所对应的向量值之和,再加上一个规则向量.得到的模型可有效刻画计算语言学、逻辑、乃至 XML 等中的一些核心问题,从而引起研究者的广泛重视.

Lazic[44]和 Demri[45]分别研究了 BVASS 的可达性问题以及可覆盖性、有界性问题,证明了前者是 2-EXPSPACE-难的,而后两个问题是 2-EXPTIME-完备的.Lazic 等人[46,47]进一步证明了一般 BVASS 可达性问题的下界甚至是 Tower-hard,也就是 Non-elementary,即,任何验证算法不具有现实可行性.但非常有趣的是:与对维度不做限制时的高复杂性相比,2016 年,Göller 等人证明了一维 BVASS 上的可达性、可覆盖以及有界性问题都是多项式时间完备的[48].这些结果都表明,BVASS 并非 VASS 的平凡扩展.

4.4 PND模型

PND 模型是在 Petri 网中引入数据与数据操作的概念而为相关建模提供了便利,PND 模型中,每个 place 里不再是存储同样类型的 token,而是转为存储数据,故而迁移规则相应地变为消耗和产生数据.关于 PND,比较集中的工作是 Lazic[49],Haddad[50],Rosa-Velardo[51]等人近年给出的一系列结论,其中最重要的结论之一是证明了有序数据子模型上的可覆盖性问题是 F_{ω^3}-完备的.PND 研究的最新成果是关于无序数据模型(unordered data Petri nets,简称 UDPN)上可覆盖性问题的研究:2016 年,Hofman 等人利用 Karp-Miller 树的构造,得出了一个超 Ackermannian(hyper-Ackermannian)的算法上界[52],而此问题目前已知的最好下界是 2017 年 Lazic 等给出的 Ackermannian-hard[53].截至目前,PND 模型相关问题的上下界之间仍有很大的差距,这也是未来一个可能的研究方向.

研究展望:本节集中介绍了几个典型的 VAS 扩展模型,并对这些模型上的验证问题做了较为简要的总结.这几个模型都具有理论或应用上的重要价值.从已有结论可以看出,许多关于这些模型的验证问题都丞待解决.我们认为,其中最值得关注的是:1 维和 2 维 PVAS 可覆盖问题的上、下界、任意固定维度 AVASS 的验证问题的复杂性、2 维 BVASS 的可达性问题的复杂性以及 UDPN 可达性问题的判定性.

5 本文总结

本文总结了加法向量系统验证领域的若干核心问题、最新进展和关键技术;特别地,指出了本领域中若干重要开放问题及部分结论的相互联系;并对一些扩展模型和验证问题间的相互关系做了相应探讨,提出了未来的研究方向.我们认为:向量加法系统是一个简洁而强大的数学模型,无论从理论还是应用上而言,对向量加法系统及其扩展模型上验证问题的深入研究都具有极重要的价值.最后,作为对加法向量系统验证领域研究现状的小结,我们将本领域最新结论总结在表 1 中(注意,这里用#表示开放问题).

Table 1 State-of-the-Art results on VASS and its extensions

表 1 VASS 及其扩展模型上最新结论总结

模型&问题 \ 维度		参数	1 维	2 维	d 维($d\geqslant 3$)
VASS	可达性	[EXPSPACE-难, F_{ω^3}]	NP-完备	PSPACE-完备	#
PVAS	可覆盖性 有界性 可达性	[F_3,#] [F_3,#] [F_3,#]	[NP-难,EXPSPACE] [NP-难,EXPTIME] [NP-难,#]	#	#
AVASS	可达性	不可判定	#	#	#
BVASS	可覆盖性 有界性 可达性	2-EXPTIME-完备 2-EXPTIME-完备 [Non-elementary,#]	P-完备	#	#
UDPN	可覆盖性 有界性 可达性	[F_ω,$F_{\omega.2}$] [F_3,Decidable] [F_ω,#]	#	#	#

References:

[1] Petri CA. Kommunikation mit Automaten. Bonn: Institut fur Instrumentelle Mathematik, Schriften des IIM Nr. 2, 1962.

[2] Ball T, Chaki S, Rajamani S. Parameterized verification of multithreaded software libraries. In: Proc. of the Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems. LNCS 2031, Springer-Verlag, 2001. 158–173. [doi: 10.1007/3-540-45319-9_12]

[3] van der Aalst W. The application of Petri nets to workflow management. Journal of Circuits, Systems, and Computers, 1998,8(1): 21–66. [doi: 10.1142/S0218126698000043]

[4] Heiner M, Gilbert D, Donaldson R. Petri nets for systems and synthetic biology. In: Proc. of the Formal Methods for Computational Systems Biology. 2008. 215–264. [doi: 10.1007/978-3-540-68894-5_7]

[5] Lei L, Lin C, Zhong ZD. Stochastic Petri nets for wireless networks. In: Springer Briefs in Electrical and Computer Engineering, Springer-Verlag, 2015. 1–101. [doi: 10.1007/978-3-319-16883-8]

[6] Fan LJ, Wang YZ, Li JY, Cheng XQ, Lin C. Privacy Petri net and privacy leak software. Journal of Computer Science and Technology, 2015,30(6):1318–1343. [doi: 10.1007/s11390-015-1601-7]

[7] Yu WY, Yan CG, Ding ZJ, Jiang CJ, Zhou MC. Modeling and validating E-commerce business process based on Petri nets. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2014,44(3):327–341. [doi: 10.1109/TSMC.2013.2248358]

[8] 林闯.随机 Petri 网和系统性能评价.北京:清华大学出版社,2005.

[9] Jiang YX, Lin C, Qu Y, Yin H. Research on Model-Checking Based on Petri Nets. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2004,15(9):1265–1276 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/1265.htm

[10] Hopcroft J, Pansiot JJ. On the reachability problem for 5-dimensional vector addition systems. Theoretical Computer Science, 1979, 8(2):135–159. [doi: 10.1016/0304-3975(79)90041-0]

[11] Lipton RJ. The reachability problem is exponential-space-hard. Technical Report, 62, Department of Computer Science, Yale University, 1976.

[12] Rackoff C. The covering and boundedness problems for vector addition systems. Theoretical Computer Science, 1978,6:223–231. [doi: 10.1016/0304-3975(78)90036-1]

[13] Rosier L, Yen HC. A multiparameter analysis of the boundedness problem for vector addition systems. Journal of Computer and System Sciences, 1986,32:105–135. [doi: 10.1016/0022-0000(86)90006-1]

[14] Sacerdote GS, Tenney RL. The decidability of the reachability problem for vector addition systems (preliminary version). In: Proc. of the 9th Annual ACM Symp. on Theory of Computing. ACM Press, 1977. 61−76. [doi: 10.1145/800105.803396]

[15] Mayr EW. An algorithm for the general Petri net reachability problem. In: Proc. of the STOC'81. ACM Press, 1981. 238−246. [doi: 10.1145/800076.802477]

[16] Kosaraju SR. Decidability of reachability in vector addition systems. In: Proc. of the STOC'82. ACM Press, 1982. 267−281. [doi: 10.1145/800070.802201]

[17] Lambert JL. A structure to decide reachability in Petri nets. Theoretical Computer Science, 1992,99(1):79−104. [doi: 10.1016/0304-3975(92)90173-D]

[18] Leroux J. The general vector addition system reachability problem by presburger inductive invariants. In: Proc. of the 24th IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS 2009). 2009. [doi: 10.1109/LICS.2009.10]

[19] Leroux J. Vector addition system reachability problem (a short self-contained proof). In: Proc. of the Principles of Programming Languages. Austin: ACM Press, 2011. 307−316. [doi: 10.1145/1926385.1926421]

[20] Leroux J. Vector addition systems reachability problem (a simpler solution). In: Voronkov A, ed. Proc. of the Alan Turing Centenary Conf. (Turing-100). 2012.

[21] Leroux J, Schmitz S. Demystifying reachability in vector addition systems. In: Proc. of the 30th IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS 2015). 2015. 56−67. [doi: 10.1109/LICS.2015.16]

[22] Karp RM, Miller RE. Parallel program schemata. Journal of Computer and System Sciences, 1969,3(2):147−195. [doi: 10:1016/S0022-0000(69) 80011-5] [doi: 10.1016/S0022-0000(69)80011-5]

[23] Muller H. The reachability problem for VAS. In: Proc. of the Advances in Petri Nets 1984. NCS 188. Springer-Verlag, 1985. 376−391.

[24] Dershowitz N, Manna Z. Proving termination with multiset orderings. Communications of the ACM, 1979,22(8):465−476. [doi: 10:1145/359138: 359142] [doi: 10.1145/359138.359142]

[25] Figueira D, Figueira S, Schmitz S, Schnoebelen P. Ackermannian and primitive-recursive bounds with Dickson's Lemma. In: Proc. of the LICS 2011. IEEE Press, 2011. [doi: 10:1109/LICS:2011:39]

[26] Schmitz S. Complexity hierarchies beyond Elementary. ACM Trans. on Computation Theory, 2015. http://arxiv:org/abs/1312:5686 [doi: 10.1145/2858784]

[27] Ginsburg S, Spanier EH. Semigroups, presburger formulas and languages. Pacific Journal of Mathematics, 1966,16(2):285−296. [doi: 10.2140/pjm.1966.16.285]

[28] Lazic R. The reachability problem for vector addition systems with a stack is not elementary. 2013. https://arxiv.org/pdf/1310.1767.pdf

[29] Haase C, Kreutzer S, Ouaknine J, Worrell J. Reachability in succinct and parametric one-counter automata. In: Proc. of the Concurrency Theory (CONCUR 2009). 2009. 369−383. [doi: 10.1007/978-3-642-04081-8_25]

[30] Haase C. On the complexity of model checking counter automata [Ph.D. Thesis]. University of Oxford, 2012.

[31] Howell RR, Rosier LE, Huynh DT, Yen HC. Some complexity bounds for problems concerning finite and 2-dimensional vector addition systems with states. Theoretical Computer Science, 1986,46(3):107−140. [doi: 10.1016/0304-3975(86)90026-5]

[32] Fearnley J, Jurdzinski M. Reachability in two-clock timed automata is PSPACE-complete. In: Proc. of the 40th Int'l Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP), Vol.2. 2013. 212−223. [doi: 10.1007/978-3-642-39212-2_21]

[33] Blondin M, Finkel A, Göller S, Haase C, McKenzie P. Reachability in two-dimensional vector addition systems with states is PSPACE-complete. In: Proc. of the 30th Annual ACM/IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS 2015). 2015. 32−43. [doi: 10.1109/LICS.2015.14]

[34] Leroux J, Sutre G. On flatness for 2-dimensional vector addition systems with states. In: Proc. of the CONCUR 2004—15th Int'l Conf. on Concurrency Theory. 2004. 402−416. [doi: 10.1007/978-3-540-28644-8_26]

[35] Englert M, Lazic P, Totzke P. Reachability in two-dimensional unary vector addition systems with states is NL-complete. In: Proc. of the LICS 2016. 2016. 477−484. [doi: 10.1145/2933575.2933577]

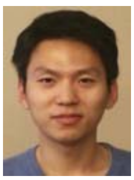
[36] Ganty P, Majumdar R. Algorithmic verification of asynchronous programs. ACM Trans. on Programming Languages and Systems, 2012,34(1):6:1−6:48. [doi: 10.1145/2160910.2160915]

[37] Leroux J, Praveen M, Sutre G. Hyper-Ackermannian bounds for pushdown vector addition systems. In: Proc. of the Joint Meeting of the 23rd EACSL Annual Conf. on Computer Science Logic (CSL) and the 29th Annual ACM/IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS) (CSL-LICS 2014). 2014. [doi: 10.1145/2603088.2603146]

[38] Leroux J, Sutre G, Totzke P. On the coverability problem for pushdown vector addition systems in one dimension. In: Proc. of the ICALP, Vol.2. 2015. 324−336. [doi: 10.1007/978-3-662-47666-6_26]
[39] Finkel A, Leroux J. Recent and simple algorithms for Petri nets. Software and System Modeling, 2015,14(2):719−725. [doi: 10.1007/s10270-014-0426-0]
[40] Leroux J, Sutre G, Totzke P. On boundedness problems for pushdown vector addition systems. In: Proc. of the RP. 2015. 101−113. [doi: 10.1007/978-3-319-24537-9_10]
[41] Lincoln P, Mitchell J, Scedrov A, Shankar N. Decision problems for propositional linear logic. Annals of Pure and Applied Logic, 1992,56(1-3):239−311. [doi: 10.1016/0168-0072(92)90075-B]
[42] Courtois JB, Schmitz S. Alternating vector addition systems with states. In: Proc. of the MFCS, Vol.1. 2014. 220−231. [doi: 10.1007/978-3-662-44522-8_19]
[43] Verma KN, Goubault-Larrecq J. Karp–Miller trees for a branching extension of VASS, discr. Mathematics & Theoretical Computer Science, 2005,7:217−230.
[44] Lazic R. The reachability problem for branching vector addition systems requires doubly-exponential space. Information Processing Letters, 2010,110(17):740−745. [doi: 10.1016/j.ipl.2010.06.008]
[45] Demri S, Jurdzinski M, Lachish O, Lazic R. The covering and boundedness problems for branching vector addition systems. Journal of Computer and System Sciences, 2013,79(1):23−38. [doi: 10.1016/j.jcss.2012.04.002]
[46] Lazic R, Schmitz S. Non-Elementary complexities for branching VASS, MELL, and extensions. In: Proc. of the CSL/LICS. 2014. [doi: 10.1145/2603088.2603129]
[47] Lazic R, Schmitz S. Non-Elementary complexities for branching VASS, MELL, and extensions. ACM Trans. on Computational Logic, 2015,16(3):1−30. [doi: 10.1145/2733375]
[48] Göller S, Haase C, Lazic R, Totzke P. A polynomial-time algorithm for reachability in branching VASS in dimension one. 2016, 105:1−13. https://arxiv.org/abs/1602.05547
[49] Lazic R, Newcomb T, Ouaknine J, Roscoe A, Worrell J. Nets with tokens which carry data. Fund Information, 2008,88(3):251−274. [doi: 10.1007/978-3-540-73094-1_19]
[50] Haddad S, Schmitz S, Schnoebelen P. The ordinal recursive complexity of timed-arc Petri nets, data nets, and other enriched nets. In: Proc. of the LICS. IEEE Press, 2012. 355−364. [doi: 10.1109/LICS.2012.46]
[51] Rosa-Velardo F. Ordinal recursive complexity of unordered data nets. Technical Report, TR-4-14, Departamento de Sistemas Informaticosy Computacion, Universidad Complutense de Madrid, 2014.
[52] Hofman P, Lasota S, Lazić R, Leroux J, Schmitz S, Totzke P. Coverability trees for Petri nets with unordered data. In: Proc. of the 19th Int'l Conf. on Foundations of Software Science and Computation Structures (FoSSaCS). 2016. [doi: 10.1007/978-3-662-49630-5_26]
[53] Lazic R, Totzke P. What makes Petri nets harder to verify: Stack or data? In: Proc. of the Concurrency, Security, and Puzzles 2017. 2017. 144−161. [doi: 10.1007/978-3-319-51046-0_8]

附中文参考文献:

[9] 蒋屹新,林闯,曲扬,尹浩.基于 Petri 网的模型检测研究.软件学报,2004,15(9):1265−1276. http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/1265.htm



张文博(1992－),男,河南洛阳人,学士,主要研究领域为理论计算机科学.

龙环(1980－),女,博士,副教授,博士生导师,主要研究领域为理论计算机科学.