

# 一种基于物理的雨打树枝动态仿真方法<sup>\*</sup>

杨 猛<sup>1,3+</sup>, 吴恩华<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院 软件研究所 计算机科学国家重点实验室, 北京 100190)

<sup>2</sup>(澳门大学 科学技术学院 电脑与资讯科学系, 澳门)

<sup>3</sup>(中国科学院 研究生院, 北京 100049)

## Approach for Physically-Based Animation of Tree Branches Impacting by Raindrops

YANG Meng<sup>1,3+</sup>, WU En-Hua<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(State Key Laboratory of Computer Science, Institute of Software, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>2</sup>(Department of Computer and Information Science, Faculty of Science and Technology, University of Macau, Macao, China)

<sup>3</sup>(Graduate University, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

+ Corresponding author: E-mail: yangm@ios.ac.cn

**Yang M, Wu EH. Approach for physically-based animation of tree branches impacting by raindrops. *Journal of Software*, 2011, 22(8): 1934-1947. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4022.htm>**

**Abstract:** This paper presents an approach to animate realistic interactions between tree branches and raindrops, based on physical theory. Tree branches and petioles are represented by a model namely ETPSM (extended three-prism spring model) with three-prism structures, which can be flexibly controlled by four kinds of spring systems. The branches and leaves are animated due to the bidirectional transference of kinetic energy between raindrops and the branch system. The interactions between them can be well simulated by an efficient technique, specially designed for liquid motion on non-rigid objects with hydrophilic surfaces. When the branches are impacted by a raindrop, they will vibrate and twist, and the raindrops will flow along the leaf vein, merge into larger ones, or hang on the leaf apex, and the branch will rebound and vibrate for a while after the raindrop falls off the leaf, finally into a rest place. Experimental results show that this approach can be used to efficiently and realistically simulate these interactions between tree branches and raindrops; meanwhile, it can efficiently and easily simulate the elastic deformation of rod under the influence of external forces, such as rotation and vibration.

**Key words:** physically-based deformation; branch animation; raindrop animation; extended three-prism spring model

**摘 要:** 提出了一种应用物理学原理的树枝和雨滴交互作用的真实感动态仿真技术. 树枝和叶柄被描述为一种方便由 4 种弹簧控制的三棱柱弹簧模型(extended three-prism spring model, 简称 ETPSM). 树枝、树叶的运动源于树枝系统与雨滴相互之间能量的双向转换. 二者之间的交互作用可以通过一种高效的技术很好地模拟. 该技术被专门设计用来模拟液体在具有亲水性的非刚体表面上运动. 当雨滴撞击树枝后, 树枝会发生震动与转动; 雨滴会沿着树叶表

\* 基金项目: 国家自然科学基金(60833007, 60773030, 60973066); 国家高技术研究发展计划(863)(2008AA01Z301); 澳门大学研究基金

收稿时间: 2010-11-15; 修改时间: 2011-01-20; 定稿时间: 2011-04-02

面流动,合并成一个更大的雨滴或者悬挂在叶片边缘;当雨滴从树叶边缘落下后,树枝会弹起并恢复到原来的位置.实验结果表明,该技术能够高效、真实地仿真雨滴撞击树枝系统后的相互作用效果,同时可以简单而有效地模拟杆状物体在外力作用下的弹性形变,诸如旋转、震动等.

**关键词:** 基于物理变形;树枝动态;雨滴动态;扩展三棱柱弹簧模型

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A

树木动画在虚拟现实起着举足轻重的作用,它的应用涉及到各个领域,诸如广告、动画片、计算机辅助设计、教育、军事等.树木与其周围自然环境之间的交互作用是图形学中的热点研究课题之一,已经经历了 10 多年的发展.然而,之前的研究工作主要集中在风力作用下的树木动画模拟上,而树木与雨滴的相互作用模拟却至今还没有人涉及.究其原因,主要在于以下几点:树木是由成千上万根树枝和无数片树叶组成的,其几何结构非常复杂,导致其模拟过程中运动状态的计算量很大;同时,雨滴受到诸多不确定性因素的影响,通常呈现出很多随机属性,主要表现在其大小、速度以及密度等的不同;再有,水滴在具有亲水性的非刚体表面的流动模拟还没有具体实施过,并且该过程本身就非常耗时,实时仿真很难.所有这些因素,使得树木在雨中的动画很难高效而真实地生成.因而,为了简化问题同时不失一般性,本文重点模拟雨滴与树枝系统之间的交互效果,而不是模拟与整棵树或者森林的交互效果.

通过直观地观察,树枝系统与雨滴的相互作用可以归结为以下几种比较典型的效果:

- (1) 树枝的震动与旋转.当雨滴低落到树枝/树叶上时,雨滴的动能与势能会部分地传递给树枝系统.这样,树枝就会同时在上与下与左右两个方向上震动,并且会绕着叶柄轴的方向发生转动.当不再有雨滴滴落在该树枝上时,由于空气阻力的存在,树枝的震动和转动会逐渐减慢,并最终静止下来.
- (2) 雨滴的流动.雨滴落于树叶上以后,当雨滴处于倾斜叶片受力不平衡时,它将会沿着叶片开始流动.该过程中,雨滴会有少部分被树叶表面吸收,这样就改变了雨滴流过处树叶表面的光学属性,因此看到雨滴流过的痕迹处会比未流过处稍稍黯淡一些.当雨滴体积小于一定程度时,它所受到的牵引力不大于所受到的最大滑动摩擦力,也就是说不足以牵引它开始运动,这个时候雨滴会相对于树叶静止.
- (3) 雨滴的合并.某两个雨滴流动时会相互接近,当二者距离小于一定程度时,彼此之间的亲水力会将它们拉到一起,并最终合并成一个更大的雨滴.这时,新生成的雨滴运动速度的大小与方向由合并前所有雨滴的速度与质量共同决定.
- (4) 雨滴的悬挂.当雨滴流动到树叶的边缘时,如果雨滴达到一定的尺寸,就会悬挂于树叶边缘处,此时,雨滴所受到的树叶向上的吸引力大小等于所受的重力大小.随着不断有新的雨滴汇集到该雨滴处,其重力会随之增加,当总重力超过树叶所能提供的最大吸引力时,雨滴最终会脱离树叶向下低落.
- (5) 树枝的反弹.因为悬挂雨滴脱离了树叶,树叶受到雨滴向下的吸引力瞬间消失,此时树枝系统受力不平衡,也就是说,树枝系统的平衡状态被打破,树枝和树叶在弹性回复力的作用下,会发生反弹并恢复成自由状态.在空气阻力的作用下,整个树枝系统会在数次震荡后回归新的平衡状态.

本文提出了一种扩展三棱柱弹簧模型(extended three-prism spring model,简称 ETPSM).该模型能够轻松地运用物理原理控制树枝的运动.同时,本文介绍一种液滴在亲水性非刚体表面上运动的新型方法,结合 ETPSM,用户能够仿真树枝与雨滴之间的各种相互作用效果.实验结果表明,本文提出的方法能够真实、有效地生成雨中树枝摇曳的动画效果,如图 1 所示.本文主要贡献有:

- 提出扩展三棱柱弹簧模型,增加回复力弹簧的作用,使得模型可以更加自然地控制树枝变形及运动.
- 应用一种液滴在具有亲水性的非刚体表面上流动的有效技术,真实再现树枝与雨滴间各种交互效果.
- 扩展的三棱柱弹簧模型除了模拟树枝、叶柄动画以外,还可以推广到所有细长杆状物体在外力作用下的弹性形变过程的模拟上,包括弯曲和旋转运动,例如运动场上撑杆跳等场景;还可以模拟液体在树叶等非刚体物体表面的流动等效果.

本文第 1 节概括介绍已有的树与自然环境交互的模拟算法,以及水滴的动态模拟方法.第 2 节概括本文模

拟算法流程.三棱柱弹簧模型扩展及其动态模拟方法将在第 3 节进行详细介绍.第 4 节重点介绍水滴在亲水性非刚体表面上的动态仿真技术.第 5 节将给出实验结果,并对数据进行分析.第 6 节将总结本文算法,提出未来的工作.

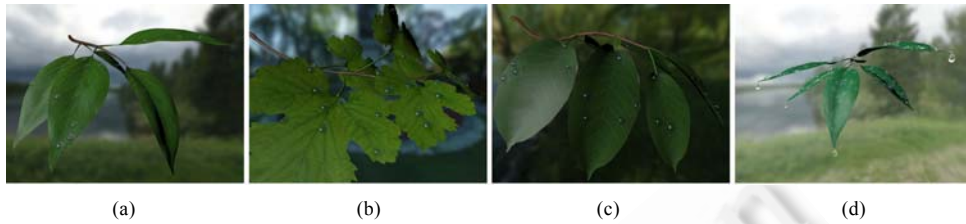


Fig.1 Snapshots of leaves in the rain generated by our algorithm

图 1 应用本文算法生成的雨打树叶的效果

## 1 相关工作

### 1.1 树木运动仿真

树木的动态模拟已有 10 多年的发展历史,按照实现方法的不同大致可以分为两种:基于物理的模拟方法和基于过程的模拟方法.前者通过提取树木的物理属性,并据此试图求解其运动方程来得到树木在任意时刻的运动状态.Wu<sup>[1]</sup>提出了一种由图像中恢复树枝的建模方法,而后将该树枝看成是非弹性绳,采用分段积分的方法合成树枝的转动与弯曲效果,真实再现了树木在风力作用下的运动.Akagi<sup>[2]</sup>提出了一种新颖的方法,该方法应用边界条件来表示树木模型所受阻力的空间分布.对于树木相似的部分,该方法应用简单的阻尼力来减小风的作用,因而可以快速地计算出树木不同层次部分之间的相互影响.Ota<sup>[3]</sup>应用欧拉-伯努利梁模型(Euler-Bernoulli beam model)来模拟风力作用下树木的运动效果,该方法通过预计算树枝的反应函数来模拟湍流的风场.更多相似的树木动态仿真方法可参见文献[4-6].然而,基于物理原理的运动方程的求解是一个相当耗时而低效的方法.

基于过程的树木动态模拟方法往往借助一种随机的算法来实现.该随机算法通常是通过经验模型逼真地模拟各种各样的自然现象.Stam<sup>[7]</sup>通过分析树木的运动形态,对其频域进行滤波处理,进而通过预计算算法成功模拟了树木的周期性运动.Ota<sup>[8]</sup>提出了一种基于  $1/f^\beta$  噪声的随机模拟风中树木摇曳效果的方法.该方法与简单的弹簧模型结合使用,实现了较为真实的动态效果.Zioma<sup>[9]</sup>提出了一种风矢量影响树木随机运动的过程方法.该方法将风矢量映射成树枝的形变,在 GPU 上能够实时执行.Chuang<sup>[10]</sup>提出了一种基于光谱的树木动画方法.该方法将树木看成一个动态系统,其中每根树枝是一个调和摆动的模型.该方法所产生的光谱反应函数和 Ota<sup>[8]</sup>提出的  $1/f^\beta$  噪声模型的形状大致相同.然而,这些基于过程的动态仿真方法虽然能够高效地产生逼真结果,但并不是严格地遵循物理规律,并不能反映真实的运动过程.

### 1.2 水滴运动仿真

水滴系统模型在图形学中已经有数十年的发展历史了,到目前为止,已经提出了许多真实感较强的水滴运动模拟方法.在这些方法中,最直观的做法是 Dorsey<sup>[11]</sup>将水的流动用粒子系统来表现,每一个水滴粒子的运动可以由周围环境的参数来控制,在物体表面上生成退变的效果.Kaneda 等人<sup>[12,13]</sup>同样应用粒子系统来模拟水滴在物体表面上的流动效果.Fournier<sup>[14]</sup>提出了一种应用质点弹簧模型来控制水滴形状的模拟方法.该方法将每个水滴的形状赋予一定的属性,例如,体积、表面张力等.另外一种较为自然的水滴模型是 metaball 模型(文献[15]).该模型较为真实地模拟平面上水滴的静止形状.之后,Tong<sup>[16]</sup>同样应用 metaball 来表示水滴模型.在水滴流动时,该模型可以保持其体积恒定,这符合直观的自然现象.上面介绍的所有水滴模拟方法因为没有考虑液体表面诸如张力等复杂的属性,因而虽然可以简单地执行,但却很难模拟出真实感较强的液滴形变.

Wang<sup>[17]</sup>提出了一种基于物理的水滴虚拟表面模拟方法.该方法可以实现水滴的自由表面的提取.水滴表面的张力取决于水滴表面与物体表面之间的接触角(文献[18]),接触角的大小取决于物体表面是亲水性表面还是

疏水性表面.通常情况下,接触角越大,物体表面的疏水性越强;接触角越小,物体表面的亲水性越强.该方法能够较为真实地模拟各种样式的液滴变形效果,但是其频域上巨大的计算开销导致了一个非常缓慢的过程.液体与非刚体表面的交互模拟,目前已经在文献[19,20]中较好地实现,然而这些方法同样非常耗时.此外,这些方法并没有考虑变形物体与液体之间的亲水性,因而它们很难真实地模拟出树枝与雨滴之间复杂的交互作用,诸如雨滴的合并、悬挂等现象.

本文扩展了 Yang<sup>[21]</sup>提出的三棱柱弹簧力学模型(TPSM),增加了一种称为回复力弹簧模型使其更加完善,可以更加真实、有效地控制树枝和叶柄的变形;同时,本文提出了多种状态下雨滴结构模型,用于逼近雨滴在空中下落、树叶上静止以及流动时的状态;本文还改进了雨滴在树叶上流动的算法,增加了雨滴流动时拖尾模型、雨滴对树叶的压力求解模型、树叶变湿效果模型;最后,增加了两个雨滴在树叶上流动时的合并条件以及雨滴悬挂与树叶反弹的算法.

## 2 算法概要

树枝与雨滴系统的交互模拟流程如图 2 所示(该系统由树枝模拟、雨滴模拟,以及二者之间的相互作用模拟组成).此动态过程分成两个部分:树枝动态和雨滴动态,二者通过相互作用联系在一起,构成一个统一而和谐的动态系统.

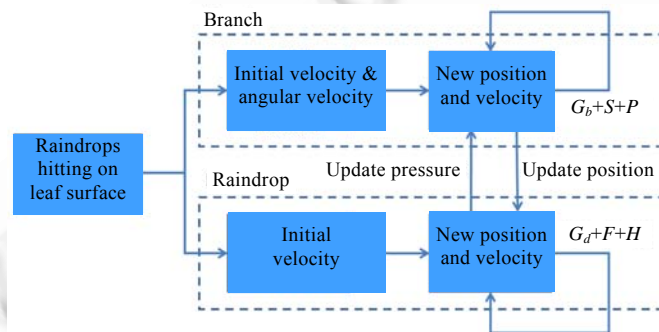


Fig.2 System overview

图 2 系统概览

该系统动态模拟开始于空中下落的雨滴撞击到树枝.碰撞过程中,在雨滴的冲击作用下,树叶沿着叶柄轴线以一定的角速度进行旋转,同时还以一定的线速度进行上下、左右方向上的震动.如图 2 所示,对于树枝来说,它受到树枝弹簧的弹力  $S$ 、自身的重力  $G_b$  以及来自于雨滴的压力共同作用,通过数值求解方法,可以容易地更新每一时间步的树枝状态,包括树枝的速度和位置等.随后,树叶上雨滴的运动状态会随着树枝状态的改变而发生相应的改变.

另一方面,树叶上的每一个雨滴,受到自身重力  $G_d$ 、树叶表面摩擦力  $F$  以及亲水力  $H$  的共同作用,它们一起控制雨滴在叶片上流动,这样,雨滴施加给叶片的压力  $P$  就会随之发生相应的改变.同时,因为雨滴之间以及雨滴与叶片之间的亲水性的存在,某些雨滴可能会合并成一个更大的雨滴,抑或悬挂于树叶的边缘.这两个运动过程通过彼此的双向能量传递来实现它们之间的交互作用效果.

## 3 树枝动态效果合成

Ota<sup>[3]</sup>提出了一种称为欧拉-伯奴利梁模型的线状楔形圆柱结构.该模型能够实现比较真实、自然的树枝动态.如图 3 所示,定义该模型的长度为  $L$ ,根端与末端的半径分别为  $R_1$  与  $R_2$ .根据欧拉-伯奴利梁模型定义,该树枝模型在合外力作用下发生的形变可以通过解如下欧拉-伯奴利梁微分方程(1)很容易地得到:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI(x) \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} \right) = F \tag{1}$$

其中,  $u(x)$  是梁模型沿着外力  $F$  方向上的位移,  $I$  是面力矩,  $E$  是杨氏模量常数. 树枝系统的局部坐标系定义为相互垂直的 3 个单位矢量  $u, v, w$ .

通过求解方程(1), 可以计算出树枝沿着  $u$  轴方向的位移  $\Delta u$ . 但是此过程并没有求解  $v$  轴方向上的位移, 如图 3 所示. 该欧拉-伯努利梁模型不能很好地模拟树枝在雨滴冲击作用下沿着  $v$  轴方向的旋转效果, 这不符合自然现象. Yang<sup>[21]</sup> 提出的 TPSM 力学模型虽然能够模拟树枝的弯曲和旋转效果, 但是当树枝较长时, 该模型头部结点反弹较慢, 导致结果不真实. 因此, 本文扩展了该 TPSM 模型, 提出了 ETPSM 模型, 如图 4 所示.

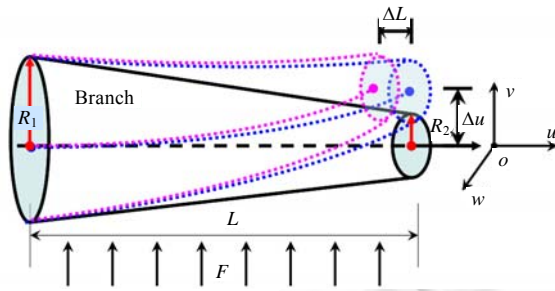


Fig.3 Euler-Bernoulli beam model  
图 3 欧拉-伯努利梁模型

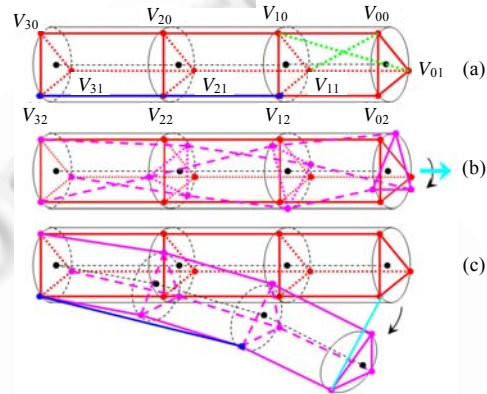


Fig.4 Dynamic ETPSM model  
图 4 ETPSM 动态模型

3.1 扩展的三棱柱弹簧模型(ETPSM)

受 Provot<sup>[22]</sup> 启发, Yang<sup>[21]</sup> 提出的 TPSM 由 3 种弹簧结构组成: 结构弹簧  $V_{00}V_{01}$  和  $V_{00}V_{10}$  (如图 4(a)所示), 切向弹簧  $V_{00}V_{11}$  和  $V_{01}V_{10}$  (如图 4(b)所示) 以及弯曲弹簧  $V_{12}V_{32}$  (如图 4(c)所示). 该模型可以成功地模拟树枝较短时的变形, 包括树枝的弯曲和树枝的旋转.

然而在实际模拟过程中, 当树枝较长时, TPSM 头部的结点回复到初始位置速度较慢, 并且运动过程中弹簧结构容易发生紊乱, 不能保持弹簧力学模型的整体结构. 针对这个问题, 本文增加了回复力弹簧, 如图 4(c)中右上斜向左下的浅色线所示, 它表示由当前位置与初始平衡位置之间产生距离所引起的虚拟弹簧. 引入这种弹簧能够解决上述问题. 图 4(a)代表 ETPSM 模型, 图 4(b)代表 ETPSM 旋转模型, 图 4(c)代表 ETPSM 弯曲模型.

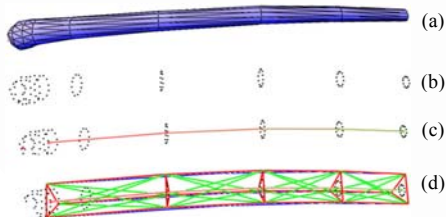


Fig.5 Generation of ETPSM model  
图 5 ETPSM 模型的生成

在实际执行操作中, 首先应用 K-Mean 算法对树枝的几何模型 (如图 5(a)所示) 的顶点 (如图 5(b)所示) 进行聚类, 这样就得到了树枝骨架的结点, 即每个聚类的中心结点 (如图 5(c)所示). 然后, 以骨架的走向为  $z$  轴、骨架起点结点作为原点建立局部坐标系, 以此为基础定义每段树枝力学模型的结构弹簧、切向弹簧、弯曲弹簧以及回复力弹簧 (如图 5(d)所示).

3.2 树枝动态分析

树枝系统的运动起源于某一个雨滴落在树枝或者树叶上面. 数量为  $N$  的雨滴与数量为  $M$  树枝或者树叶 (每片树枝或者树叶上面的三角形面片数为  $P$ ) 在某一时刻是否会发生碰撞, 需要有  $N \times M \times P$  次检测才能完成. 该过程的时间复杂度为  $O(N \times M \times P)$ . 为了加速该碰撞检测过程, 建立了树叶/树枝的层次包围盒结构. 首先检测雨滴是

否与某一个包围盒发生碰撞,如果检测结果为碰撞,则继续检测雨滴将与树叶或树枝碰撞在什么位置上.该过程的时间复杂度为  $O(N \times M)$ .可以看出,树枝系统的几何结构越精细,该加速过程的效果越明显.

类似于文献[21],当雨滴落于树枝系统上时,雨滴的重力势能以及动能  $E_g$  会部分地转移给树枝系统,另一部分将以热能的形式损失掉.假设雨滴在碰撞过程中以一定比例  $\varepsilon$  的能量损失为热能,其传递给树枝系统的总的能量  $E_k$  即可估算为

$$E_k = E_g \times (1 - \varepsilon) \quad (2)$$

其中,  $\varepsilon$  为用户指定的一个小数,其范围为  $[0, 1]$ .

当知道每个树枝弹簧结点的初始状态以后,可以通过求解如下动力学方程来计算树枝系统的动态效果(文献[21]):

$$Mx''(t) + Dx'(t) + Kx(t) = F(t) \quad (3)$$

其中,  $x(t)$  表示每个弹簧结点在  $t$  时刻的位置矢量,  $x'(t)$  的一阶数表示弹簧结点的速度,二阶导数表示弹簧结点的加速度.  $M, D, K$  分别表示弹簧力学模型的质量矩阵、阻尼系数矩阵和弹簧弹性系数矩阵.  $F(t)$  表示每个结点所受到的合外力,它可以分解为以下 3 项:

$$F(t) = G_b(t) + S(t) + P(t) \quad (4)$$

其中,  $G_b(t)$  表示树枝所受到的重力.不同于文献[21],  $S(t)$  为弹簧的弹力,它粗略地表示成 4 个力之和的形式:

$$S(t) = S_{st}(t) + S_{sh}(t) + S_{fl}(t) + S_{sb}(t) \quad (5)$$

这里,  $S_{st}(t), S_{sh}(t), S_{fl}(t), S_{sb}(t)$  分别代表结构弹簧、切向弹簧、弯曲弹簧以及回复力弹簧的弹性力,它们可以很容易地通过胡克定律分别求解得到.  $P(t)$  代表雨滴施加给树枝系统的压力,它是一个时变力,将在第 4.2 节中详细介绍  $P(t)$  的求解过程.

对于每个结点来说,运动方程(3)可以简单地通过欧拉显示积分来求解树枝和雨滴的状态,这样就有效地更新了它们每一时刻的位置和速度.

## 4 雨滴动态效果仿真

雨滴在下落、树叶上流动以及悬挂时会呈现出几种不同的形态.空中下落的雨滴呈现出一种细线的形状,这是由于人眼视觉暂留现象造成的.在本文中,使用简单的细长楔形圆柱模型来模拟空中下落的雨滴.每个雨滴在任意时刻下落的速度和位置信息,可以通过求解牛顿运动方程以及欧拉显式积分的方法很容易地得到.此外,空中的雨量大小是动态过程,一般下雨过程雨密度变化类似于正态分布,因而在本文中,通过用户选定的正态分布函数来模拟雨滴密度的变化;为了更真实地反映现实中其他因素对其密度的影响,本文加入了一些随机函数来调节雨滴的密度.下雨过程中通常会伴随着风力的作用,风力对雨下落的方向具有很大的影响.

### 4.1 雨滴的结构

本节主要考虑具有复杂结构的雨滴与树枝系统的交互作用效果,诸如雨滴的流动、雨滴的合并以及悬挂等.当一个雨滴静止于水平的叶片表面时,因为其所受合外力平衡,所以它看起来像一个稍扁的半球体,如图 6(a) 所示;当一个雨滴处于一个倾斜树叶表面时,它会呈现出一种上扁下圆的楔形半球体形状,如图 6(b) 所示;当雨滴沿着粗糙的树叶表面流动时,它又会拖着一条具有一定长度的尾巴,尾巴的长度取决于树叶表面的粗糙程度和雨滴的运动速度.

为了得到较为真实的绘制效果,树叶的表面由 3 层纹理组成:树叶颜色纹理、 $\alpha$  映射纹理和法向量纹理.同时,树叶上的雨滴具有较为精细的几何结构,且在叶片上移动时非常光滑,因而将叶片的几何网格投影到一个平面上,然后将其细分成  $N \times N$  个精细的网格.通常情况下,将  $N$  设置为树叶图像的分辨率大小即可满足细分的需求.这时,叶片上的雨滴同样投影到该平面上(如图 7(a) 所示),会占有一定面积的细分网格,根据雨滴的厚度,在不同网格上会存有不同数值的雨滴厚度(如图 7(b) 所示).在实际执行时,网格上的雨滴高度图取决于雨滴的形状.本文通过雨滴的质量计算半球体雨滴半径,其公式在文献[12]中表示为

$$r = \left( \frac{3m}{\pi(2 + \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

其中,  $r$  是半球体雨滴的半径,  $m$  是雨滴的质量,  $\theta$  是雨滴与投影平面之间的接触角. De Gennes<sup>[18]</sup>指出, 液体和固体表面、空气之间一共存在着 3 种不同的接触面, 分别为固-液表面、液-气表面和固-气表面, 如图 6(a)所示, 在各表面间没有外力存在的条件下, 表面张力满足  $\gamma_{sa} = \gamma_{la} \times \cos \theta + \gamma_{ls}$ , 其中,  $\gamma_{ls}, \gamma_{sa}, \gamma_{la}$  分别为固-液、固-气、液-气表面张力系数. 当  $\theta$  较小时, 固体表面可被认为是亲水性表面, 此时液体表面呈现出展平状态; 反之, 固体表面被认为是疏水性表面, 液体呈现收拢状态.

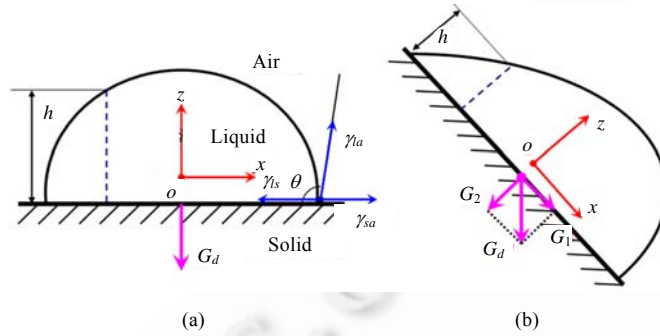


Fig.6 Illustration of the shapes of the droplets

图 6 雨滴形状草图

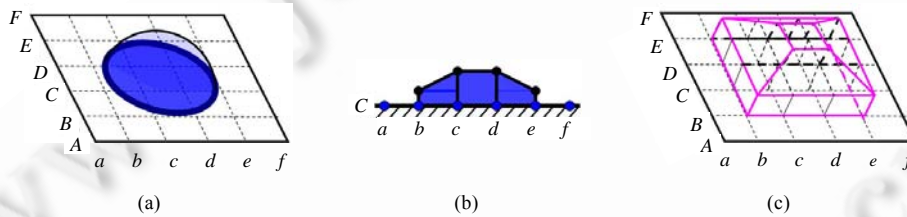


Fig.7 Generation of droplet mesh

图 7 雨滴网格的生成

考虑到直接测量 3 种表面间的张力比较困难, 因而本文将接触角  $\theta$  作为一个用户指定的常数, 而液体表面的展平或者收拢程度, 通过高度调节因子来调解. 具体做法是: 计算出半径  $r$  之后, 不同形状的雨滴的高度图可以按照附录 1 中的算法求得. 通过设置高度调节因子  $\omega$  (参见附录 1), 既可以模拟疏水性表面上液滴的收拢形态 (如图 6(a)所示), 又可以模拟亲水性表面上液滴的展平状态 (如图 6(b)所示). 图 7(c) 表示一个具有粗糙分辨率高度图的雨滴几何结构.

如何应用高度调节因子  $\omega$  来表现不同的雨滴形状呢? 不难发现, 当  $\omega$  设置为常数时, 根据高度图生成的雨滴就会表现出扁半球体形态, 如图 6(a)所示; 相应地, 当  $\omega$  被设置成一个指数函数  $\lambda^k$  时, 所生成的高度图雨滴显现为如图 6(b)所示的形状. 其中,  $\lambda$  是一个常数, 实验中取值为 1.05;  $k$  是叶片法向与雨滴几何的局部法向之间的点积.

图 8 分别显示了叶片上无雨滴和有雨滴时的高度图 (如图 8(a)、图 8(b)所示) 和法线图 (如图 8(c)、图 8(d)所示), 它们是树叶和雨滴真实感绘制的基础. 图 8(b) 中表示的叶片上雨滴高度图, 其中每个像素颜色代表雨滴相应位置处的高度值, 颜色越深, 高度值越大. 图 9 显示了根据雨滴的高度图和法线图所生成的雨滴精细网格的几何结构 (如图 9(a)~图 9(c)所示) 以及在不同视口下的形态 (如图 9(d)所示).

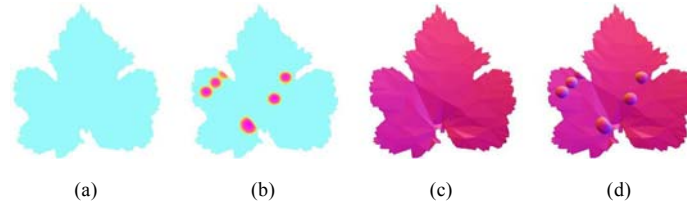


Fig.8 Height and normal maps of a leaf without or with raindrops

图 8 当无雨滴和有雨滴时,叶片的高度图与法线图

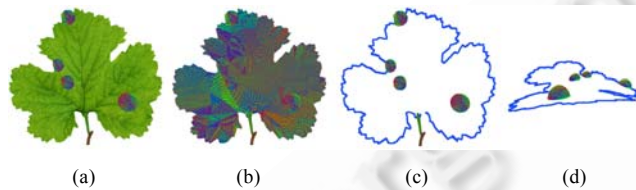


Fig.9 Generation of droplet meshes

图 9 雨滴网格的生成

### 4.2 雨滴动态仿真

雨滴和树枝系统碰撞后,它们之间将发生各种形式的交互现象.下面将详细介绍如何模拟这些交互效果.

#### 4.2.1 雨滴的流动

雨滴与树叶碰撞后,雨滴在自身的重力和叶片表面的亲水力的共同作用下沿着叶片表面进行运动.如上所述,将叶片表面细分成  $N \times N$  个均匀网格,用来承载雨滴的高度信息以及运动过程中的位置信息.首先假设雨滴碰撞于叶片上的某一网格内,如图 10(a)所示,然后,它沿着叶片开始流动.然而,雨滴的流动方向要取决于自身的速度和所受到的合外力的方向与大小.

将雨滴重力分解成沿着叶片方向的分量  $G_1$  和垂直于叶片分量  $G_2$ ,如图 10(b)所示.这样,在外力作用下,雨滴在下一时刻的可能位置将分布于半径为  $r = v \times \Delta t$  的环上, $v$  为雨滴当前的速度, $\Delta t$  为时间步长.雨滴运动的最终方向还受到合外力与当前速度方向共同影响.在叶片平面内,雨滴主要受到叶片的亲水力  $H$ 、摩擦力作用  $F$ ,如图 10(c)所示.在实际执行时,为了简化操作,将  $H$  设置为一个用户定义的常数.

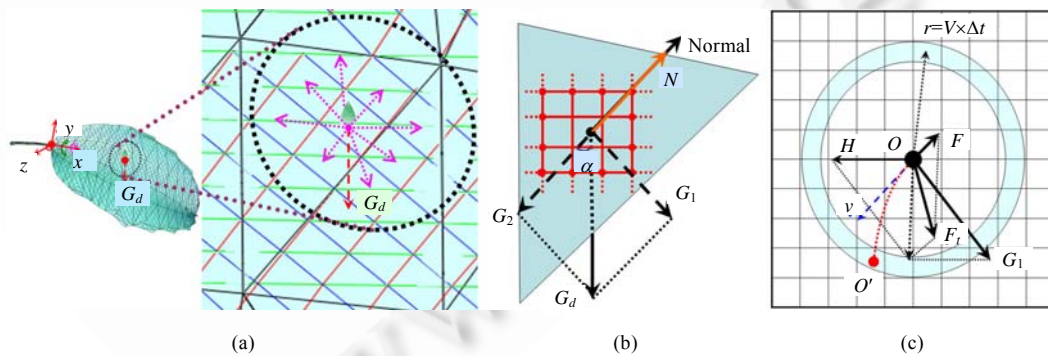


Fig.10 Dynamic analysis of droplet on a leaf surface

图 10 树叶上的雨滴动态分析

根据牛顿第三定律可知,叶片对雨滴的支持力与雨滴的分量  $G_2$  大小相等、方向相反(如图 10(b)所示).此时,按照文献[21],雨滴受到的沿叶片方向的合外力  $F_r$  可以表示为如下等式:



$$F_f = G_1 + F + H \tag{7}$$

其中,摩擦力  $F = \mu \times G_2$ ,  $\mu$  为雨滴的动摩擦系数.这样,雨滴将会开始流动,其速度和位置可以应用方程(3)进行更新.

通过观测,雨滴在流动过程中会拖着一条长长的尾巴,同时在其运动轨迹上留下变湿的痕迹.这是因为在雨滴流动过程中,一部分水将被叶片吸收,这样就改变了叶片表面的光学属性.在实际操作时,本文算法只考虑雨滴部分被吸收的视觉效果,而不考虑雨滴的实际体积损失.因而理论上讲,雨滴变长后,变化前后其总体积是保持不变的.根据这样一个特性,假设雨滴流动后会产生  $N$  个子雨滴,并且这些子雨滴的总体积  $V_0$  将保持不变,表示为

$$V_0 = \sum_{i=1}^N V_i \tag{8}$$

假设第  $i$  个子雨滴的半径为  $r_i$ .由方程(8)可以推导出

$$r_0^3 = \sum_{i=1}^N r_i^3 \tag{9}$$

本文假设子雨滴半径沿着路径方向发生线性减少,递减因子设为  $\beta[0,1]$ ,第  $i$  个子雨滴的半径可以表示为  $r_i = \beta \times r_{i-1}$ .子雨滴的个数随着时间的推移不断增加,但是最多不超过用户指定的一个阈值  $N$ ,这样,子雨滴的几何网格就可以应用第 4.1 节的方法方便地计算出来.图 11(a)和图 11(b)分别展现了某一时刻子雨滴序列的侧视图和俯视图.

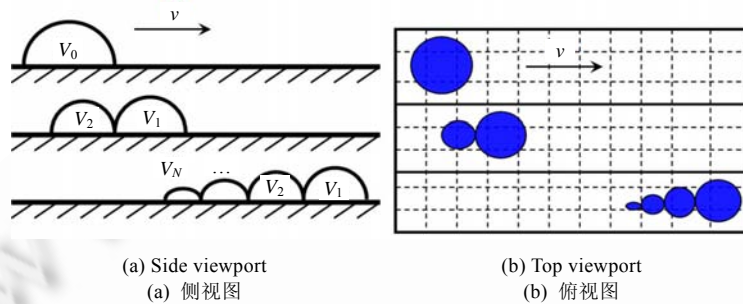


Fig.11 A sequence of subdrops reduced at each time step in side viewport and in top viewport

图 11 某一时刻子雨滴递减序列的侧视图和俯视图

如上所述,雨滴的重力将会引起雨滴对叶片有一个压力作用  $P$ ,该压力  $P$  与  $G_2$  等大反向.这样, $P$  将会引起叶片沿着叶柄方向发生转动.本文利用一个简单的参数  $\varphi$  来控制压力  $P$  对树枝系统的效果.本文定义  $\varphi = d/L$ ,其中, $d$  是雨滴当前位置到叶柄顶端的距离, $L$  是主叶脉的长度,如图 12 所示.当  $\varphi$  大小超过用户定义的一个常数阈值  $\varphi_c$  时, $\varphi$  将被设置为  $\varphi_c$ .这样,方程(3)中的压力将会随着  $\varphi$  发生相应的改变.

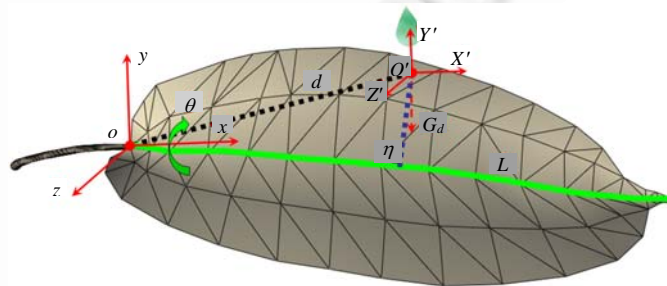


Fig.12 Pressure  $P$  of a droplet to leaf

图 12 雨滴对树叶的压力  $P$

雨滴在叶片上流动时,其部分水分被叶片表面吸收将会影响雨滴路径上叶片表面的光学特性.此外,雨滴也会带走叶片上部分尘土,最终在叶片表面上留下一条比周围叶片表面颜色深的痕迹,称为变湿效果.变湿效果可以通过一幅全湿叶片纹理  $T_w$  与一幅全干叶片纹理  $T_d$  的线性插值来实现,最终得到具有流动痕迹的变湿叶片纹理  $T_i$ :

$$T_i = (1-\gamma) \times T_d + \gamma \times T_w \tag{10}$$

这里,  $\gamma$  是一个受像素影响的线性系数,它可以定义为

$$\gamma = \zeta^d \times \eta^c \tag{11}$$

其中,  $\zeta$  为关于时间  $t$  的指数函数的基底,实际执行过程中,其值取为 0.5;  $\eta$  是另外一个指数函数的基底,  $c$  为雨滴所覆盖的某一网格到该雨滴中心处的距离,实际执行时设  $\eta$  为 0.95.图 13 展示了变湿纹理的生成过程,它由全干纹理、全湿纹理以及一幅系数纹理共同生成(见公式(10)).

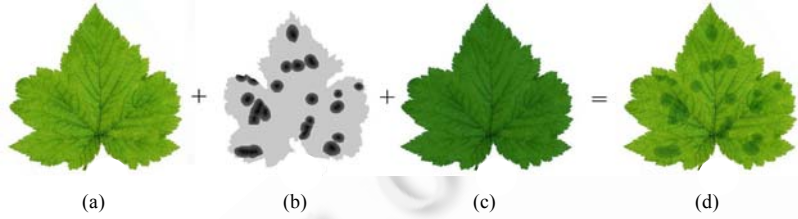


Fig.13 A leaf texture with visible wet traces (d) is synthesized by a dry texture (a), a wet texture (c), and an efficient texture (b)

图 13 带有湿润轨迹的树叶纹理(d)由一幅全干纹理(a)、一幅全湿纹理(c)和一幅系数纹理(b)组成

#### 4.2.2 雨滴的合并

同一片树叶上的两滴雨滴,当它们之间的相互吸引力大于一方所受到的摩擦力时,它们将相向运动甚至合并在一起.它们之间的相互吸引力随着彼此之间的距离变化而变化,它可以定义为

$$H(d) = -\log\left(\frac{d}{R_1 + R_2}\right), \text{ if } (d \leq R_1 + R_2) \tag{12}$$

其中,  $R_1, R_2$  分别为两雨滴的半径.当二者之间的吸引力达到一定程度时,也就是二者之间的距离足够近时,它们将合并成一个更大的雨滴.新生成的雨滴的速度可以由动量守恒定理得到:

$$v = \frac{v_1 \times m_1 + v_2 \times m_2}{m_1 + m_2} \tag{13}$$

其中,  $v_1, v_2$  分别为合并前两雨滴的速度;  $m_1, m_2$  分别为合并前两雨滴的质量.新雨滴的速度  $v$  将用于进一步更新新雨滴的位置.

#### 4.2.3 雨滴的悬挂与树叶反弹

雨滴沿着叶片表面流动,最终将到达叶片的边缘.当叶片提供给雨滴的吸引力能够支撑雨滴的重力时,雨滴将会悬挂于叶片的边缘.当更多的雨滴流动到该悬挂雨滴处后,它们将进行合并,并且新雨滴的体积会逐渐增加,可以表示为

$$P = \alpha \times g \times \sum_{i=1}^n M_i \tag{14}$$

其中,  $M_i$  表示第  $i$  个合并雨滴的质量;  $g$  为重力加速度,取常量值为 9.8;  $\alpha$  为雨滴与树叶的接触系数,其定义为

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{雨滴与树叶接触} \\ 0, & \text{雨滴脱离树叶} \end{cases} \tag{15}$$

悬挂雨滴的体积不断增长,当它到达一定值后,叶片所提供的最大吸引力将不能支持它的重力,此时,雨滴将脱离叶片而落下.这样,雨滴所施加在叶片上的压力瞬间消失,叶片将在叶柄和树枝的弹力作用下逐渐振荡数次后恢复原位.该叶片反弹效果可以通过设置方程(3)中的压力  $P(t)=0$  方便地实现.

## 5 实验结果与分析

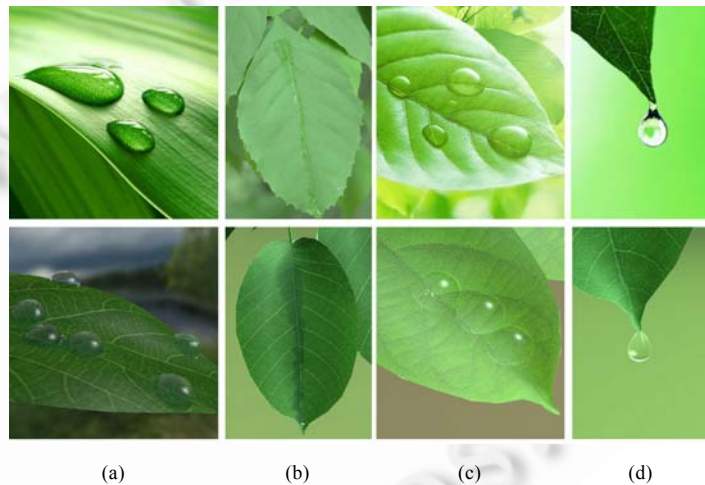
本文模拟系统运行在 2.6GHz 双核 CPU 以及 3G 内存环境下.表 1 列出了几组交互动画数据.它显示了本文算法执行效率主要取决于场景的复杂程度、树叶纹理的分辨率和空中雨滴的密度(其中,所有图像的绘制分辨率设置为 800×600).为了得到真实的雨滴反射、透射效果,本文应用开源软件 POV-Ray v3.7 绘制动画过程的每一帧,绘制时间大概是几秒.为了得到较好的整体绘制效果,本文利用光子跟踪算法对整个场景进行绘制.

**Table 1** Performance of our algorithm with different density of raindrops for three different scenes

**表 1** 3 种不同场景在不同雨滴密度下对本文算法的执行

Scene	Vertex number	Facet number	Leaf number	Resolution of leaf texture	Frame per second	
					Drop density: 20	Drop density: 200
1	3 409	4 500	5	128×128	10.72	4.16
				256×256	5.49	1.03
				512×512	1.43	0.18
2	2 046	3 046	5	128×128	13.57	5.28
				256×256	5.91	1.89
				512×512	1.52	0.19
3	2 626	3 533	6	128×128	10.33	3.59
				256×256	4.15	0.58
				512×512	1.07	0.13

图 14 第 1 行显示了雨滴在不同状态下的真实照片,第 2 行显示了本文模拟的分别对应于第 1 行的结果.其中,图 14(a)、图 14(c)显示了不同条件下叶片上的雨滴,图 14(b)显示了雨滴流过后在叶片上留下的变湿痕迹效果,图 14(d)显示了雨滴悬挂于叶片顶端的效果.



**Fig.14** Result comparison

图 14 结果对比

## 6 结论与未来的工作

本文实现了一种雨中树枝动画仿真技术.该技术可以轻松地由 ETPSM 模型控制树枝系统变形;同时,应用一种高效的雨滴与树枝系统交互作用效果仿真技术,可以模拟液体在具有亲水性非刚体表面的流动效果.实验结果表明,本文算法可以产生高质量的树枝与雨滴交互的动画效果.

在未来的工作中,我们将把本文算法应用于更大的场景中,同时应用 GPU 进行加速处理.同时,将考虑雨滴撞击叶片时,模拟叶片本身的微小形变效果,可能会应用类似于 Grinspun<sup>[23]</sup>提出的薄片变形效果模拟算法.此

外,将考虑水滴更多的属性,诸如粘度、张力、重心等,模拟更复杂的效果,比如水滴的焦散现象等。

为方便读者对本文内容的阅读与理解,附录 2(表 2)对文中所涉及的变量以及用户定义的系数进行了总结与说明。

#### References:

- [1] Wu EH, Chen YY, Yan T, Feng JH. Reconstruction and physically-based animation of trees from static images. In: Proc. of the Computer Animation and Simulation'99. Budapest: Springer-Verlag, 1999. 157–166.
- [2] Akagi Y, Kitajima K. Computer animation of swaying trees based on physical simulation. *Computers and Graphics*, 2000,30(4): 529–539. [doi: 10.1016/j.cag.2006.03.017]
- [3] Ota S, Fujimoto T, Tamura M, Muraoka K, Fujita K, Chiba N.  $1/f^\beta$  noise-based real-time animation of trees swaying in wind fields. In: Proc. of the Computer Graphics International 2003. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2003. 52–59.
- [4] Zhang L, Song CF, Tan QF, Chen W, Peng QS. Quasi-Physical simulation of large-scale dynamic forest scenes. In: Proc. of Computer Graphics Int'l 2006. LNCS 4035, Budapest: Springer-Verlag, 2006. 735–742.
- [5] Habel R, Kusternig A, Wimmer M. Physically guided animation of trees. *Computer Graphics Forum*, 2009,28(2):523–532. [doi: 10.1111/j.1467-8659.2009.01391.x]
- [6] Sakaguchi T, Ohya J. Modeling and animation of botanical trees for interactive virtual environments. In: Proc. of the ACM Symp. on Virtual Reality Software and Technology. New York: ACM Press, 1999. 139–146. [doi: 10.1145/323663.323685]
- [7] Stam J. Stochastic dynamics: Simulating the effects of turbulence on flexible structures. *Computer Graphics Forum*, 1997,16(3): C159–C164. [doi: 10.1111/1467-8659.00152]
- [8] Ota S, Tamura M, Fujimoto T, Muraoka K, Chiba N. A hybrid method for real-time animation of trees swaying in wind fields. *The Visual Computer*, 2004,20(11):613–623. [doi: 10.1007/s00371-004-0266-y]
- [9] Zioma R. *Gpu Gems 3: Gpu-Generated Procedural Wind Animations for Trees*. Boston: NVIDIA, 2007. 105–121.
- [10] Chuang YY, Goldman DB, Zheng KC, Curless B, Salesin DH, Szeliski R. Animating pictures with stochastic motion textures. *ACM Trans. on Graphics*, 2005,24(3):853–860. [doi: 10.1145/1186822.1073273]
- [11] Dorsey J, Pedersen HK, Hanrahan P. Flow and changes in appearance. In: Proc. of the 23rd Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH'96). New York: ACM Press, 1996. 411–420. [doi: 10.1145/237170.237280]
- [12] Kaneda K, Zuyama Y, Yamashita H, Nishita T. Animation of water droplet flow on curved surfaces. In: Proc. of the Pacific Graphics'96. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 1996. 50–65.
- [13] Kaneda K, Ikeda S, Yamashita H. Animation of water droplets moving down a surface. *The Journal of Visualization and Computer Animation*, 1999,10(1):15–26. [doi: 10.1002/(SICI)1099-1778(199901/03)10:1<15::AID-VIS192>3.0.CO;2-P]
- [14] Fournier P, Habibi A, Poulin P. Simulating the flow of liquid droplets. In: Proc. of the Graphics Interface'98. Vancouver: Canadian Human-Computer Communications Society, 1998. 133–142.
- [15] Yu YJ, Jung HY, Cho HG. A new water droplet model using metaball in the gravitational field. *Computer and Graphics*, 1999, 23(2):213–222. [doi: 10.1016/S0097-8493(99)00031-X]
- [16] Tong RF, Kaneda K, Yamashita H. A volume preserving approach for modeling and animating water flows generated by metaballs. *The Visual Computer*, 2002,18(8):469–480. [doi: 10.1007/s003710100164]
- [17] Wang H, Mucha JP, Turk G. Water drops on surfaces. *ACM Trans. on Graphics*, 2005,24(3):921–929. [doi: 10.1145/1073204.1073284]
- [18] de Gennes PG. Wetting: Statics and dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 1985,57(3):827–863. [doi: 10.1103/RevModPhys.57.827]
- [19] Guendelman E, Selle A, Losasso F, Fedkiw R. Coupling water and smoke to thin deformable and rigid shells. *ACM Trans. on Graphics*, 2005,24(3):973–981. [doi: 10.1145/1073204.1073299]
- [20] Chentanez N, Goktekin TG, Feldman BE, O'Brien JF. Simultaneous coupling of fluids and deformable bodies. In: Proc. of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symp. on Computer Animation (SCA 2006). New York: ACM Press, 2006. 83–89.
- [21] Yang M, Huang MC, Yang G, Wu EH. Physically-Based animation for realistic interactions between tree branches and raindrops. In: Proc. of the 17th ACM Symp. on Virtual Reality Software and Technology (ACM VRST 2010). New York: ACM Press, 2010. 83–86. [doi: 10.1145/1889863.1889877]

- [22] Provot X. Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior. In: Proc. of the Graphics Interface. Vancouver: Canadian Human-Computer Communications Society, 1995. 147-154.
- [23] Grinspun E, Hirani AN, Desbrun M, Schröder P. Discrete shells. In: Proc. of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symp. on Computer Animation (SCA 2003). New York: ACM Press, 2003. 62-67.

附录 1.

如图 15 所示,设 A 点为雨滴接触面上所包含区域内任意一点,  $r_1$  为该点到雨滴在接触面上的中心的距离. 雨点的半径  $r$  由公式(6)给出,雨滴表面与接触面所夹的角为  $\theta$ ,  $\theta$  是用户定义的一个常数. 显然, A 点处雨滴的高度  $h'$  是线段  $|AB|$  与  $|BC|$  之和.

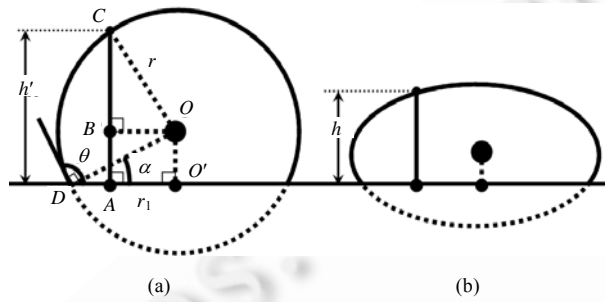


Fig.15 Calculation of raindrop height

图 15 雨滴高度的计算

根据几何学原理,  $|AB|$  可以表示为

$$|AB|=|OO'|=|OD|\times\sin\alpha=r\times\sin\alpha=r\times\sin\theta \tag{16}$$

线段  $|BC|$  可以表示为

$$|BC|=\sqrt{|OC|^2-|OB|^2}=\sqrt{r^2-r_1^2} \tag{17}$$

合并  $|AB|$  和  $|BC|$  得到 C 点的高度值为

$$h'=\sqrt{r^2-r_1^2}-r\times\sin\theta \tag{18}$$

最后, A 点的高度  $h$  可以通过对  $h'$  的缩放得到(见公式(19)), 缩放因子为  $\omega$ ,  $\omega$  为用户指定的变量, 其求解方法请参见第 4.1 节以及图 15(b).

$$h=\omega\times h' \tag{19}$$

附录 2.

Table 2 Variables and user-defined coefficients list of proposed algorithm in this paper

表 2 本文所提出算法的变量与用户定义系数列表

Parameter	Explanation	Property	Definition	Value domain	Default value	Comment
$\alpha$	Contact coefficient between drop and leaf surface	V	-	0 or 1	0 or 1	
$\varepsilon$	Loss coefficient of energy when drop hitting branch	U	-	[0,1]	0.1	
$\theta$	Contact angle between drop and leaf surface	U	-	(0, $\pi$ )	$\pi/3$	Appendix 1
$\omega$	Scale coefficient of drop height	U	-	[0,1]	0.5	Appendix 1
		V	$\lambda^\kappa$	-	-	
$\lambda$	A user-defined constant for scale coefficient of drop height	U	-	>1.0	1.05	
$\kappa$	The dot-product between leaf normal and drop local geometry normal	V	-	-	-	

**Table 2** Variables and user-defined coefficients list of proposed algorithm in this paper (continue)

表 2 本文所提出算法的变量与用户定义系数列表(续)

Parameter	Explanation	Property	Definition	Value domain	Default value	Comment
$\varphi$	Controlling coefficient of leaf pressure	V	$d/L$	-	-	
$\varphi_t$	The threshold of $\varphi$	U	-	[0,1]	0.8	
$d$	The distance between petiole tip and drop position	V	-	-	-	Fig.12
$L$	The length of main vein	V	-	-	-	Fig.12
$\gamma$	Interpolation coefficient of leaf texture	V	$\zeta^t \times \eta^c$	-	-	Fig.13
$\zeta$	Evaporation coefficient of drop trace	U	-	[0,1]	0.5	Fig.13
$\eta$	A user-defined constant for interpolation coefficient of leaf texture	U	-	[0,1]	0.95	Fig.13
$c$	The distance between drop-covering grid to drop center	V	-	-	-	Fig.13
$E_k$	The total energy of drop after hitting the branch	V	$E_g \times (1 - \varepsilon)$	-	-	
$E_g$	The total energy of drop before hitting the branch	V	-	-	-	
$M$	Diagonal mass matrix of spring nodes	V	-	-	-	
$D$	Diagonal matrix of damping coefficient of spring nodes	V	-	-	-	
$K$	Diagonal stiffness matrix of springs	V	-	-	-	
$x(t)$	The position of branch node at time $t$	V	-	-	-	
$F(t)$	The external force of branch node at time $t$	V	$G_b(t) + S(t) + P(t)$	-	-	
$G_b(t)$	The gravity of branch node at time $t$	V	-	-	-	
$S(t)$	The spring force of branch node at time $t$	V	$S_{st}(t) + S_{sh}(t) + S_{ft}(t) + S_{sb}(t)$	-	-	
$P(t)$	The pressure of branch from drops at time $t$	V	-	-	-	
$S_{st}(t)$	The structural spring force of branch node at time $t$	V	Hooke's law	-	-	
$S_{sh}(t)$	The shearing spring force of branch node at time $t$	V	Hooke's law	-	-	
$S_{ft}(t)$	The bending spring force of branch node at time $t$	V	Hooke's law	-	-	
$S_{sb}(t)$	The back-spring force of branch node at time $t$	V	Hooke's law	-	-	
$r$	The radius of drop on the leaf	V	$r = \left( \frac{3m}{\pi(2 + \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)} \right)^{\frac{1}{3}}$	-	-	Fig.15
$G_1$	The component of drop gravity along leaf surface	V	-	-	-	Fig.10
$G_2$	The component of drop gravity along the vertical direction to leaf surface	V	-	-	-	Fig.10
$F$	The frictional force of drop from leaf	V	$\mu \times G_2$	-	-	Fig.10
$H$	The hydrophilic force of drop from leaf	V	-	-	-	Fig.10
$V_0$	The volume of drop on leaf surface	V	$3\pi r^3/8$	-	-	Fig.11
$V_i$	The volume of i-th subdrop of drop tail	V	$V_0 = \sum_{i=1}^N V_i$	-	-	Fig.11
$r_0$	The radius of drop on leaf surface	V	$R$	-	-	
$r_i$	The radius of i-th subdrop of drop tail	V	$r_0^3 = \sum_{i=1}^N r_i^3$	-	-	
$T_t$	The wet texture of leaf at time $t$	V	$(1 - \gamma) \times T_d + \gamma \times T_w$	-	-	Fig.13
$T_d$	The full dry texture of leaf	V	-	-	-	Fig.13
$T_w$	The full wet texture of leaf	V	-	-	-	Fig.13
$H(d)$	The affinity force of two drops with distance $d$	V	$-\log\left(\frac{d}{R_1 + R_2}\right)$	-	-	

Note: “-” represents NULL, “U” represents user-defined parameters, “V” represents non-user-defined parameters.



杨猛(1982-),男,河北抚宁人,博士生,主要研究领域为计算机图形学,计算机动画,GPU加速技术.



吴恩华(1947-),男,博士,研究员,博士生导师,CCF高级会员,主要研究领域为真实感图形,虚拟现实,科学计算可视化.