ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software, Vol.20, No.3, March 2009, pp.491−504
DOI: 10.3724/SP.J.1001.2009.03255

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel/Fax: +86-10-62562563

描述逻辑μALCQO 的语义及推理*

蒋运承[1,2+], 王 驹[1], 汤 庸[2], 邓培民[1]

[1](广西师范大学 计算机科学与信息工程学院,广西 桂林 541004)
[2](中山大学 计算机科学系,广东 广州 510275)

Semantics and Reasoning of Description Logic μALCQO

JIANG Yun-Cheng[1,2+], WANG Ju[1], TANG Yong[2], DENG Pei-Min[1]

[1](College of Computer Science and Information Engineering, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)
[2](Department of Computer Science, SUN YAT-SEN University, Guangzhou 510275, China)
+ Corresponding author: E-mail: ycjiang@mailbox.gxnu.edu.cn

Jiang YC, Wang J, Tang Y, Deng PM. Semantics and reasoning of description logic μALCQO. *Journal of Software*, 2009,20(3):491−504. http://www.jos.org.cn/1000-9825/3255.htm

Abstract: Terminological cycles have been a very hard problem in description logics for a long time, and their essential problems, i.e. semantics and reasoning problem, have not been solved reasonably. Based on hybrid graded μ-calculus, the description logic μALCQO which may include terminological cycles is presented, and the μALCQO is derived form the description logic ALCQO which includes the nominal constructor by adding the least and greatest fixpoint constructors. The syntax, semantics and properties of the fixpoint constructors of description logic μALCQO are given. The equality between satisfiability of description logic μALCQO and that of hybrid graded μ-calculus is proved. Based on the satisfiability reasoning algorithm of hybrid graded μ-calculus, the satisfiability reasoning algorithm of description logic μALCQO is presented using fully enriched automata. The correctness of the satisfiability reasoning algorithm is proved, and the complexity property of the reasoning algorithm is given. The theoretical foundation for reasoning algorithms of more expressive description logics including fixpoint constructors and nominal constructor is provided through μALCQO.
Key words: description logic; μALCQO; hybrid graded μ-calculus; fully enriched automata; fixpoint constructor

摘 要: 循环术语集是描述逻辑长期以来的研究难点,其最基本的问题即语义及推理问题没有得到合理的解决.基于混合分级μ-演算将不动点构造算子引入到含有枚举构造算子的描述逻辑 ALCQO 中,提出了一种允许包含循环术语集的描述逻辑μALCQO.给出了μALCQO 的语法、语义和不动点构造算子的性质,证明了μALCQO 的可满足性推理等价于混合分级μ-演算的可满足性推理.基于混合分级μ-演算可满足性推理算法,并利用完全强化自动机给出了μALCQO 的可满足性推理算法,以及给出了推理算法正确性证明和复杂性定理.μALCQO 为进一步给出同时含

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.60663001, 60573010, 60673135, 60373081 (国家自然科学基金); the Postdoctoral Science Foundation of China under Grant No.20060400226 (中国博士后科学基金); the Natural Science Key Foundation of Guangdong Province of China under Grant No.04105503 (广东省自然科学重点基金); the Natural Science Foundation of Guangxi Province of China under Grant Nos.0640030, 0832103 (广西自然科学基金)

Received 2007-07-23; Accepted 2008-01-10

有不动点构造算子和枚举构造算子的表达能力强的描述逻辑推理算法提供了理论基础.

关键词: 描述逻辑;μALCQO;混合分级μ-演算;完全强化自动机;不动点构造算子

中图法分类号: TP301 **文献标识码:** A

循环术语集(也称循环定义)是描述逻辑长期以来的研究难点,其最基本的问题是语义及推理问题没有得到合理的解决[1−3].甚至在已给出的方法中存在错误,例如,不动点语义是循环术语集的理论基础,描述逻辑论著《The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications》给出了两个有关循环术语集不动点模型存在的命题(即命题 2.8 和命题 2.9)[4],命题 2.8 不含否定构造算子,命题 2.9 包含否定构造算子,这两个命题是循环术语集的非常基本的重要定理,其中命题 2.9 是错误的[3].

由于描述逻辑循环术语集的语义及推理问题没有得到合理的解决,因此在目前已实现的描述逻辑推理系统中都给出了强制规定:描述逻辑知识库的 TBox 不允许出现循环定义.但循环定义可以极大地扩充描述逻辑的表达能力,而且在许多实际应用中,循环定义是不可避免的[5−7].另外,循环定义还能够方便用户建立描述逻辑知识库,并使所表示的知识或公理符合人们的直觉,如果没有循环定义,则只能用非循环定义来描述相应的循环定义,这样会使知识库变得非常复杂,用户也很难理解[7,8].因此,无论从理论还是实际应用上讲,研究描述逻辑循环定义都相当有意义.

Nebel 最早研究了描述逻辑循环定义,提出了循环定义的 3 种语义:最大不动点语义、最小不动点语义和描述语义,并利用自动机给出了 TL 循环术语集的可满足性和包含推理算法[7,8].Baader 也利用自动机给出了 FL_0 循环术语集的可满足性和包含推理算法[5].Baader 使用描述图给出了εL 循环术语集的可满足性和包含推理算法[9].可以看出,Nebel[7,8]和 Baader[5,9]都针对一些很小的不带否定构造算子的描述逻辑,如何将 Nebel[7,8]和 Baader[5,9]的结果直接推广到包含否定构造算子的情形,仍然是一个未解决的问题.

为了循环定义能够处理否定构造算子,许多学者将μ-演算的不动点构造算子引入到描述逻辑中,用不动点构造算子来描述循环术语集,从而循环术语集可以同时采用 Nebel 提出的 3 种语义[7,8].基于命题μ-演算,Schild K 将不动点构造算子引入到 ALC 中,提出了μALC[10].基于模态μ-演算,Giacomo 将不动点构造算子引入到 ALCQ 中,提出了μALCQ,证明了μALCQ 的可满足性推理等价于模态μ-演算的可满足性推理[1].基于完全μ-演算,Calvanese 将不动点构造算子引入到 ALCQI 和 DLR 中,提出了μALCQI[11]和μDLR[12],并利用树自动机给出了μDLR 的可满足性推理算法[12].但描述逻辑μALC[10],μALCQ[1],μALCQI[11]和μDLR[12]都有一个共同的不足:不能处理枚举构造算子,而枚举构造算子是描述逻辑的一个重要构造算子[13,14].为此,有必要将描述逻辑μALC[10],μALCQ[1],μALCQI[11]和μDLR[12]推广到含有枚举构造算子的描述逻辑中.实际中已有这方面的工作,例如,Bonatti 提出了描述逻辑$\mu ALCIO_{fa}$[14],但$\mu ALCIO_{fa}$是不可判定的,并且$\mu ALCIO_{fa}$只考虑了函数数量构造算子 fa,没有考虑一般的数量构造算子 Q.

本文基于混合分级μ-演算[15]将不动点构造算子引入到含有枚举构造算子的描述逻辑 ALCQO 中,提出一种可判定的描述逻辑μALCQO,给出μALCQO 的语法和语义,证明μALCQO 的可满足性推理等价于混合分级μ-演算的可满足性推理,并利用完全强化自动机给出μALCQO 的可满足性推理算法,以及给出推理算法复杂性定理.可以看出,与μALCQ[1]相比,本文提出的μALCQO 是μALCQ 的扩充;与μALC[10],μALCQI[11]和μDLR[12]相比,本文提出的μALCQO 是在一个新的方向上的结果;与不可判定的$\mu ALCIO_{fa}$[14]相比,本文提出的μALCQO 是一种可判定的描述逻辑.

1 基本概念

1.1 混合分级μ-演算

混合分级μ-演算是命题μ-演算[16]的扩充,即增加了分级程序和枚举个体[15].假设 *AP* 是原子命题的集合,*Var* 是命题变量的集合,*Nom* 是枚举个体的集合,*Prog* 是原子程序的集合.一个程序是一个原子程序,或是一个原子

程序 $a\in Prog$ 的逆 a^-.混合分级μ-演算的公式是由下列规则生成的最小集合:

- true,false,p 和$\neg p$ 是公式,其中 $p\in AP\cup Nom$;
- $x\in Var$ 是公式;
- 如果φ_1 和φ_2 是公式,α是程序,y 是命题变量,n 是非负整数,则$\varphi_1\wedge\varphi_2,\varphi_1\vee\varphi_2,\langle n,\alpha\rangle\varphi_1,[n,\alpha]\varphi_1,\mu y.\varphi_1(y)$和$\nu y.\varphi_1(y)$是公式.

如果命题变量$y\in Var$出现在公式φ的不动点算子(最小不动点算子μ或最大不动点算子ν)的辖域之外,则称y是自由变量.句子是不包含自由命题变量的公式,即变量 y 的每次出现都在不动点算子μ或ν的辖域之内.下面用λ表示不动点算子μ或ν.给定λ-公式$\lambda y.\varphi(y),\varphi(\lambda y.\varphi(y))$表示用$\lambda y.\varphi(y)$替换$\varphi$的每一个自由变量 y 后得到的公式.

例 1:给定公式$\varphi(y)=p\vee\langle n,\alpha\rangle y$,则$\varphi(\mu y.\varphi(y))=p\vee\langle n,\alpha\rangle\mu y.(p\vee\langle n,\alpha\rangle y)$.

混合分级μ-演算的语义是通过 Kripke 结构 $K=(W,R,L)$定义的,其中

- W 是状态的非空集合;
- $R:Prog\rightarrow 2^{W\times W}$将每个原子程序映射为 W 上的一个二元关系的集合;
- $L:AP\cup Nom\rightarrow 2^W$将每个原子命题或枚举个体映射为状态的集合,即对任意 $p\in AP\cup Nom,L(p)$表示 p 满足的状态的集合.其中对任意 $o\in Nom,L(o)$是单个元素的集合.

R 可以扩展到逆程序,其中 $R(a^-)=\{(v,u)|\ (u,v)\in R(a)\}$.

如果$(u,v)\in R(\alpha)$,则称 v 是 u 的α-后继.

给定一个 Kripke 结构 $K=(W,R,L)$,变量 $y_1,\ldots,y_n$,赋值 $V:\{y_1,\ldots,y_n\}\rightarrow 2^W$将每个变量映射为 W 的子集.给定一个赋值 V,一个变量 y,以及状态的集合 $W'\subseteq W,V[y/W']$表示从 V 得到的一个赋值,其中将 y 映射为 W'.

含有自由变量 $y_1,\ldots,y_n$ 的公式φ在 Kripke 结构 $K=(W,R,L)$上的解释是一个映射φ^K,将每个赋值 V 映射为 W 的子集$\varphi^K(V)$,其中映射φ^K归纳定义如下:

- $\text{true}^K(V)=W,\text{false}^K(V)=\varnothing$;
- 对任意 $p\in AP\cup Nom,p^K(V)=L(P),(\neg p)^K(V)=W\backslash L(P)$;
- 对任意 $y\in Var,y^K(V)=V(y)$;
- $(\varphi_1\wedge\varphi_2)^K(V)=(\varphi_1)^K(V)\cap(\varphi_2)^K(V)$;
- $(\varphi_1\vee\varphi_2)^K(V)=(\varphi_1)^K(V)\cup(\varphi_2)^K(V)$;
- $(\langle n,\alpha\rangle\varphi)^K(V)=\{u\in W|\ |\{v\in W,(u,v)\in R(\alpha),v\in\varphi^K(V)\}|\geq n+1\}$;
- $([n,\alpha]\varphi)^K(V)=\{u\in W|\ |\{v\in W,(u,v)\in R(\alpha),v\notin\varphi^K(V)\}|\leq n\}$;
- $(\mu y.\varphi(y))^K(V)=\bigcap\{W'\subseteq W|\varphi^K(V[y/W'])\subseteq W'\}$;
- $(\nu y.\varphi(y))^K(V)=\bigcup\{W'\subseteq W|\varphi^K(V[y/W'])\supseteq W'\}$.

因为句子不包含自由变量,因而对句子的解释不需要引入赋值.给定一个句子ψ,Kripke 结构 $K=(W,R,L)$,以及 $w\in W,\psi$在 K 中的 w 满足,记为 $K,w\vDash\psi$,当且仅当 $w\in\psi^K$,并且称 K 是ψ的一个模型.如果句子ψ存在一个模型,则称ψ是可满足的.

从混合分级μ-演算的语义可以看出,给定 Kripke 结构 $K=(W,R,L)$中的状态 w,如果公式φ在 w 的至少 $n+1$ 个α-后继中满足,则公式$\langle n,\alpha>\varphi$在 K 中的 w 满足.如果公式φ在 w 的至多 n 个α-后继中不满足,则公式$[n,\alpha]\varphi$在 K 中的 w 满足.并且满足下列性质:

- $\neg\langle n,\alpha\rangle\varphi\equiv[n,\alpha]\neg\varphi$;
- 对于模态μ-演算[17]的公式$\langle\alpha\rangle\varphi,\langle\alpha\rangle\varphi\equiv\langle 0,\alpha\rangle\varphi$;
- 对于模态μ-演算[17]的公式$[\alpha]\varphi,[\alpha]\varphi\equiv[0,\alpha]\varphi$.

给定公式φ,如果φ中包含形如$\langle n,\alpha\rangle\varphi_1$和$[n,\alpha]\varphi_1$的所有子公式中的所有非负整数 n 的最大值是 $b-1$,则称公式φ数到 b,或者 b 是φ的数到边界.

例 2:给定公式$\varphi=\langle 3,parent\rangle human\wedge[2,parent]\neg human$,则$\varphi$的数到边界是 4.

1.2 完全强化自动机

非确定自动机访问输入树的节点 x 时,将转移自己的一个复制到 x 的所有后继节点,交替自动机访问输入树的节点 x 时,将转移自己的多个复制到 x 的某个相同的后继节点,而两路交替自动机访问输入树的节点 x 时还将转移自己的一个复制到 x 的前续节点[18].分级自动机访问输入树的节点 x 时,将指定自己的多个复制转移到 x 的 n 个后继节点,但没有确切指出是哪 n 个后继节点[19].完全强化自动机(简称 FEA 自动机)输入的是无限森林,它包括上述自动机的所有特点,并且能够转移自己的一个复制到森林的所有根节点[15].

无限森林是 $F\subseteq IN^+$的集合,并且满足:如果 $x.c\in F$,其中 $x\in IN^+,c\in IN,IN$ 是自然数集合,则 $x\in F.F$ 的元素称为节点,由单个自然数组成的字符串称为 F 的根节点.对任意根节点 $r\in F$,集合 $T=\{r.x|\ x\in IN^+,r.x\in F\}$称为 F 的树.给定无限森林 $F\subseteq IN^+,x$ 是 F 的节点,节点 $x.c$ 是 x 的后继节点,x 是 $x.c$ 的前续节点,并且约定:$x.\varepsilon=x,(x.c).-1=x$,以及$\varepsilon.-1$ 没有定义.如果节点 x 没有后继节点,则 x 称为叶子节点.节点 x 的后继节点的个数称为 x 的分枝度,记为 $deg(x)$.森林 F 的分枝度是 F 的所有节点的分枝度和所有根节点数目的最大值.F 的一个路径π是一个最小集合 $\pi\subseteq F$,并且满足:(1) F 的某个根节点 r 包含在π中,即 $r\in\pi$.(2) 对任意 $x\in\pi,x$ 是叶子节点,或者存在唯一一个 $c\in F$,使得 $x.c\in\pi$.给定一个字母表Σ,Σ-标注森林是一个序对$\langle F,V\rangle$,其中 F 是无限森林,$V:F\rightarrow\Sigma$是一个映射,将 F 的每个节点映射为Σ的一个字母.

给定集合 Y,假设 $B^+(Y)$是 Y 上正布尔公式的集合,即将 Y 中的元素通过算子$\wedge$(合取)和$\vee$(析取)构造出来的布尔公式,并且 true 和 false 也是公式.给定集合 $X\subseteq Y$,公式$\theta\in B^+(Y),X$ 满足θ,当且仅当将 X 中的元素赋值为 true,将 $Y\backslash X$ 中的元素赋值为 false,使得公式θ为真.

例 3:给定公式$\theta=(s_1\vee s_2)\wedge(s_3\vee s_4)$,则集合$\{s_1,s_3\}$和$\{s_1,s_4\}$都满足公式$\theta$,而集合$\{s_1,s_2\}$不满足公式$\theta$.

给定 $b>0$,引入符号:$\langle[b]\rangle=\{\langle 0\rangle,\langle 1\rangle,\ldots,\langle b\rangle\},[[b]]=\{[0],[1],\ldots,[b]\},D_b=\langle[b]\rangle\cup[[b]]\cup\{-1,\varepsilon,\langle root\rangle,[root]\}$.

FEA 自动机的转移函数δ将状态 q 和字母σ映射为 $B^+(D_b\times Q)$中的公式.简单地说,$(\langle n\rangle,q)$表示 FEA 自动机将状态 q 的复制转移到当前节点的 $n+1$ 个不同后继节点;$([n],q)$表示 FEA 自动机将状态 q 的复制转移到当前节点除 n 个后继节点以外的其他所有后继节点;(ε,q)表示 FEA 自动机将状态 q 的复制转移到当前节点;$(-1,q)$表示 FEA 自动机将状态 q 的复制转移到当前节点的前续节点;$(\langle root\rangle,q)$表示 FEA 自动机将状态 q 的复制转移到森林的某个根节点;$([root],q)$表示 FEA 自动机将状态 q 的复制转移到森林的所有根节点.

例 4:$\delta(q,V(x))=(-1,q_1)\wedge((\langle root\rangle,q_2)\vee([root],q_3))$表示 FEA 自动机将状态 q_1 的复制转移到当前节点的前续节点,并且将状态 q_2 的复制转移到森林的某个根节点或者将状态 q_3 的复制转移到森林的所有根节点.

FEA 自动机是一个元组 $A=(\Sigma,b,Q,\delta,q_0,AC)$,其中$\Sigma$是输入字母表的集合,$b$ 是数到边界,Q 是状态的有限集合,$\delta:Q\times\Sigma\rightarrow B^+(D_b\times Q)$是转移函数,$q_0\in Q$ 是起始状态,AC 是接受条件.

Σ-标签森林$\langle F,V\rangle$上的一个 FEA 自动机 A 的一个运行是一棵$(F\times Q)$-标签树(T_r,r),即 T_r 中的每个节点用一个元素$(x,q)\in F\times Q$ 来标注,用来描述 FEA 自动机 A 在状态 q 输入 F 的节点 x 时的一个复制.运行开始于起始状态,并满足转移函数.形式上说,一个运行是一棵Σ_r-标签树(T_r,r),其中$\Sigma_r=F\times Q$,并且(T_r,r)满足下列条件:

(1) 根节点 $z\in T_r,r(z)=(c,q_0)$,其中 c 是 F 的某个根节点;

(2) 对任意 $y\in T_r$,并且 $r(y)=(x,q)$和$\delta(q,V(x))=\theta$,则存在一个集合(可能是空集)$S\subseteq D_b\times Q,S$ 满足θ,并且对任意$(d,s)\in S$,满足下列条件:

- 如果 $d\in\{-1,\varepsilon\}$,则 $x.d$ 被定义,并且存在 $j\in IN$,使得 $y.j\in T_r,r(y.j)=(x.d,s)$;
- 如果 $d=\langle n\rangle$,则存在不同的 $i_1,\ldots,i_{n+1}\in IN$,使得对任意的 $1\le j\le n+1$,存在 $j'\in IN$,有 $y.j'\in T_r,x.i_j\in F,\ r(y.j')=(x.i_j,s)$;
- 如果 $d=[n]$,则存在不同的 $i_1,\ldots,i_{deg(x)-n}\in IN$,使得对任意的 $1\le j\le deg(x)-n$,存在 $j'\in IN$,有 $y.j'\in T_r,x.i_j\in F$, $r(y.j')=(x.i_j,s)$;
- 如果 $d=\langle root\rangle$,则存在根节点 $c\in F,j\in IN$,使得 $y.j\in T_r,r(y.j)=(c,s)$;
- 如果 $d=[root]$,则对任意根节点 $c\in F$,存在 $j\in IN$,使得 $y.j\in T_r,r(y.j)=(c,s)$.

一个运行(T_r,r)被接受,当且仅当它的所有无限路径满足接受条件.在基于混合分级μ-演算的 FEA 自动机中需要奇偶接受条件[15].状态集 Q 上的一个奇偶接受条件是一个序列 $AC=(G_1,G_2,\ldots,G_k)$,其中 $G_1\subseteq G_2\subseteq\ldots\subseteq G_k$

$=Q.AC$ 中集合的数目 k 称为 FEA 自动机的指标.给定一个运行(T_r,r),一条无限路径$\pi\subseteq T_r$,集合 $inf(\pi)\subseteq Q$ 定义如下:$q\in inf(\pi)$,当且仅当存在无限个 $y\in\pi$,使得 $r(y)\in F\times\{q\}$.也就是说,$inf(\pi)$仅仅包含路径π上出现无限次的状态集合.给定路径π,如果存在一个偶数 i,使得 $inf(\pi)\cap G_i\neq\varnothing$,以及 $inf(\pi)\cap G_{i-1}=\varnothing$,则称路径$\pi$满足接受条件 AC.一个 FEA 自动机 A 接受森林 F,当且仅当 A 存在一个接受森林 F 的运行.FEA 自动机 A 接受的所有Σ-标签森林$\langle F,V\rangle$的集合记为 $L(A)$.

FEA 自动机的一个重要推理问题是空问题推理,即给定一个 FEA 自动机 A,是否存在Σ-标签森林$\langle F,V\rangle$,使得 A 接受$\langle F,V\rangle$,即 A 是否存在一个接受$\langle F,V\rangle$的运行,也就是说,$L(A)$是否为空集.已经证明:FEA 自动机的空问题推理是指数时间复杂的[15].

2 描述逻辑μALCQO

2.1 语 法

μALCQO 是μALCQ[1]的扩充,即增加了枚举构造算子,因而μALCQO 的语法是μALCQ 的语法的扩充.

用λ表示最小不动点构造算子μ或最大不动点构造算子ν.将不动点构造算子μ或ν看成量词,则辖域、变量的自由或受限出现、封闭公式的概念与标准一阶逻辑相同.

μALCQO 的原始符号是原子概念(用 A 表示)、概念变量(简称变量,用 $X,Y,\ldots$表示)、枚举个体(用 o 表示)或原子关系(用 R 表示).μALCQO 的概念(用 C 表示)可以如下归纳定义:

$$C\rightarrow A|\ \top|\ \bot|\ \neg C|\ C_1\sqcap C_2|\ C_1\sqcup C_2|\ \exists R.C|\ \forall R.C|\ \geq n\ R.C|\ \leq n\ R.C|\ \{o\}|\ \mu X.C|\ \nu X.C|\ X,$$

其中,概念$\lambda X.C$ 中的概念 C 必须是语法单调的,也就是说,概念 C 中变量 X 的每次自由出现必须在偶数个否定构造算子的辖域中,从而可以保证概念 C 是单调操作,因此$\lambda X.C$ 的最小不动点和最大不动点唯一存在[1,12].

最小不动点算子μ和最大不动点算子ν可以相互定义,即$\nu X.C=\neg\mu X.\neg C[X/\neg X]$,其中 $C[X/\neg X]$表示将概念 C 中变量 X 的所有自由出现用$\neg X$ 替换以后得到的概念.

2.2 语 义

μALCQO 的解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$由解释论域Δ^I和解释函数$\bullet^I$构成,其中解释函数$\bullet^I$将原子概念解释为Δ^I的子集,原子关系解释为$\Delta^I\times\Delta^I$上的子集.因为μALCQO 含有自由变量,因而不能直接用解释函数$\bullet^I$来解释μALCQO 的概念,为此引入赋值的定义.

给定解释 I,I 上的赋值ρ是从变量到Δ^I的子集的映射.给定赋值ρ,$\rho[X/\varepsilon]$表示ρ除了$\rho[X/\varepsilon](X)=\varepsilon$.也就是说,对任意变量 Y:

$$\rho[X/\varepsilon](Y)=\begin{cases}\varepsilon, & \text{如果}Y=X\\ \rho(X), & \text{如果}Y\neq X\end{cases}.$$

给定解释 I 以及 I 上的赋值ρ,可以通过扩充解释函数$\bullet_\rho^I$来给出μALCQO 的语义解释,即$\bullet_\rho^I$将μALCQO 的概念映射为Δ^I的子集,关系映射为$\Delta^I\times\Delta^I$上的子集,定义如下:

- $X_\rho^I=\rho(X)\subseteq\Delta^I$;
- $A_\rho^I=A^I\subseteq\Delta^I$;
- $\top_\rho^I=\Delta^I$;
- $\bot_\rho^I=\varnothing$;
- $(\neg C)_\rho^I=\Delta^I-C_\rho^I$;
- $(C_1\sqcap C_2)_\rho^I=(C_1)_\rho^I\cap(C_2)_\rho^I$;
- $(C_1\sqcup C_2)_\rho^I=(C_1)_\rho^I\cup(C_2)_\rho^I$;
- $(\exists R.C)_\rho^I=\{s\in\Delta^I\mid\exists s'.(s,s')\in R^I\wedge s'\in C_\rho^I\}$;

- $(\forall R.C)_{\rho}^{I}=\{s\in\Delta^{I}\mid\forall s'.(s,s')\in R^{I}\rightarrow s'\in C_{\rho}^{I}\}$;
- $(\geq nR.C)_{\rho}^{I}=\{s\in\Delta^{I}\,\|\,\{s'\mid(s,s')\in R^{I}\wedge s'\in C_{\rho}^{I}\}|\geq n\}$;
- $(\leq nR.C)_{\rho}^{I}=\{s\in\Delta^{I}\,\|\,\{s'\mid(s,s')\in R^{I}\wedge s'\in C_{\rho}^{I}\}|\leq n\}$;
- $\{o\}_{\rho}^{I}=\{o_{\rho}^{I}\}=\{o\}$;
- $(\mu X.C)_{\rho}^{I}=\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^{I}\mid C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}\subseteq\varepsilon\}$;
- $(\nu X.C)_{\rho}^{I}=\bigcup\{\varepsilon\subseteq\Delta^{I}\mid\varepsilon\subseteq C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}\}$;
- $R_{\rho}^{I}=R^{I}\subseteq\Delta^{I}\times\Delta^{I}$.

$C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}$ 表示从Δ^I的子集ε到Δ^I子集的操作,由变量的语法单调条件可知,操作 $C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}$ 在集合包含⊆的条件下是单调的,从而可以用表示$\mu X.C$ 来表示 $C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}$ 的最小不动点,用$\nu X.C$ 表示 $C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}$ 的最大不动点.

给定概念 C,如果存在一个解释 I 以及 I 上的赋值ρ,使得 $C_{\rho}^{I}\neq\varnothing$,则称 C 是可满足的;否则称 C 是不可满足的.给定概念 C_1 和 C_2,如果对任意解释 I 以及 I 上的赋值ρ,使得 $(C_1)_{\rho}^{I}\subseteq(C_2)_{\rho}^{I}$,则称 C_2 包含 C_1(记为 $C_1\sqsubseteq C_2$).

μALCQO 的 TBox 是概念包含公理 $C_1\sqsubseteq C_2$ 的有限集合(可能是空集),其中 C_1 和 C_2 是μALCQO 的封闭概念(即不包含自由变量的概念).如果 $C_1\sqsubseteq C_2$ 和 $C_2\sqsubseteq C_1$,则记为 $C_1\equiv C_2$,称为概念等价公理.

例 5:下列公理都是μALCQO 的概念公理(参考了文献[1]):

$list\equiv\mu X.(emptylist\sqcup(node\sqcap(\leq 1\ succ.\top)\sqcap(\exists succ.X)))$.

$stream\equiv\nu X.(node\sqcap(\leq 1\ succ.\top)\sqcap(\exists succ.X))$.

$mgm\equiv\nu X.(mammal\sqcap(\leq 2\ parent.\top)\sqcap(\geq 2\ parent.\top)\sqcap\forall parent.X)$.

$foo\text{-}hp\equiv\nu X.(\mu X.((visible\sqcap(\exists child.Y\sqcup\forall child.\bot))\sqcup(latent\sqcap\forall child.(visible\sqcap X))))$.

$human\equiv\mu X.(mammal\sqcap(\leq 2\ parent.\top)\sqcap(\geq 2\ parent.\top)\sqcap(\leq 1\ father.\{male\})\sqcap(\geq 1\ father.\{male\})\sqcap(\leq 1\ mother.\{female\})\sqcap(\geq 1\ mother.\{female\})\sqcap\forall parent.X)$.

给定解释 I 以及 I 上的任意赋值ρ,如果有 $(C_1)_{\rho}^{I}\subseteq(C_2)_{\rho}^{I}$,则 I 满足概念包含公理 $C_1\sqsubseteq C_2$.因为 C_1 和 C_2 是μALCQO 的封闭概念,因而对 C_1 和 C_2 的解释不依赖于赋值ρ,也就是说,给定解释 I,如果有 $(C_1)^{I}\subseteq(C_2)^{I}$,则 I 满足概念包含公理 $C_1\sqsubseteq C_2$.给定解释 I 以及μALCQO 的 TBox T,如果 I 满足 T 的所有概念包含公理,则 I 是 T 的一个模型.如果 TBox T 存在一个模型,则称 T 是可满足的.给定 TBox T,对 T 的任意模型 I 以及 I 上的任意赋值ρ,如果有 $(C_1)_{\rho}^{I}\subseteq(C_2)_{\rho}^{I}$,则称 T 蕴含概念包含公理 $C_1\sqsubseteq C_2$,记为 $T\vDash C_1\sqsubseteq C_2$.

用 $C(X)$表示概念 C 含有自由变量 X,用 $C(D)$表示 $C(X)[X/D]$,其中 D 是一个概念,即 $C(D)$表示将概念 D 替换 $C(X)$中所有自由出现的变量 X 后得到的概念.与传统描述逻辑[4]相比,μALCQO 的特点是含有不动点构造算子.下面给出两个定理用来说明μALCQO 的不动点构造算子的性质,这些性质是μALCQ[1]性质的推广.

定理 1. 给定μALCQO 的 TBox T,概念 C 和 D,并且概念 C 和 D 中变量 X 的每次自由出现在偶数个否定构造算子的辖域中,如果 $T\vDash C\sqsubseteq D$,则 $T\vDash\lambda X.C\sqsubseteq\lambda X.D$.

证明:因为概念 C 和 D 中变量 X 的每次自由出现在偶数个否定构造算子的辖域中,从而$\lambda X.C$ 和$\lambda X.D$ 存在.下面分两种情况证明:变量 X 是概念 C 或 D 中的自由变量;变量 X 不是概念 C 和 D 中的自由变量.

如果变量 X 不是概念 C 和 D 中的自由变量,则变量 X 出现在不动点算子λ的辖域之内.不妨假设 $C=\lambda X.C_1$,$D=\lambda X.D_1$,由 $T\vDash C\sqsubseteq D$ 可知 $T\vDash\lambda X.C_1\sqsubseteq\lambda X.D_1$.又因为 $\lambda X.(\lambda X.C_1)=\lambda X.C_1$,$\lambda X.(\lambda X.D_1)=\lambda X.D_1$,从而有 $T\vDash\lambda X.(\lambda X.C_1)\sqsubseteq\lambda X.(\lambda X.D_1)$,即 $T\vDash\lambda X.C\sqsubseteq\lambda X.D$.

如果变量 X 是概念 C 或 D 中的自由变量,用反证法证明.

因为 $T\vDash C\sqsubseteq D$,所以对 T 的任意模型 I 以及 I 上的任意赋值ρ, $(C_1)_{\rho}^{I}\subseteq(C_2)_{\rho}^{I}$.假设存在 T 的一个模型 I 以及 I 上的一个赋值ρ,有 $(\lambda X.C)_{\rho}^{I}\not\subseteq(\lambda X.D)_{\rho}^{I}$.下面仅证明$\lambda=\mu$的情况,$\lambda=\nu$的情况类似可证.

因为 $(\mu X.C)_{\rho}^{I}\not\subseteq(\mu X.D)_{\rho}^{I}$,则存在个体 $s\in(\mu X.C)_{\rho}^{I}$,并且 $s\notin(\mu X.D)_{\rho}^{I}$.又因为 $(\mu X.C)_{\rho}^{I}=\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^{I}\mid C_{\rho[X/\varepsilon]}^{I}\subseteq\varepsilon\}$,

从而 $s\in(\mu X.C)^I_\rho$,当且仅当 $s\in\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^I\mid C^I_{\rho[X/\varepsilon]}\subseteq\varepsilon\}$,当且仅当 $\forall\varepsilon\subseteq\Delta^I.(C^I_{\rho[X/\varepsilon]}\subseteq\varepsilon\rightarrow s\in\varepsilon)$.又因为 $(\mu X.D)^I_\rho=\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^I\mid D^I_{\rho[X/\varepsilon]}\subseteq\varepsilon\}$,从而 $s\notin(\mu X.D)^I_\rho$,当且仅当 $s\notin\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^I\mid D^I_{\rho[X/\varepsilon]}\subseteq\varepsilon\}$,当且仅当 $\exists\varepsilon'\subseteq\Delta^I.(D^I_{\rho[X/\varepsilon']}\subseteq\varepsilon'\wedge s\notin\varepsilon')$.又因为 $(C_1)^I_\rho\subseteq(C_2)^I_\rho$,从而 $C^I_{\rho[X/\varepsilon']}\subseteq D^I_{\rho[X/\varepsilon']}\subseteq\varepsilon'$,因此 $s\notin\varepsilon'$.又因为 $\forall\varepsilon\subseteq\Delta^I(C^I_{\rho[X/\varepsilon]}\subseteq\varepsilon\rightarrow s\in\varepsilon$ 和 $C^I_{\rho[X/\varepsilon']}\subseteq\varepsilon'$,所以 $s\notin\varepsilon'$,与 $s\notin\varepsilon'$ 矛盾. □

例 6:给定μALCQO 的二叉树概念 *binary-tree* 和三叉树概念 *ternary-tree*:

binary-tree≡*tree*⊓(≤2 *branch*.⊤)⊓∀*branch*.*binary-tree*;

ternary-tree≡*tree*⊓(≤3 *branch*.⊤)⊓∀*branch*.*ternary-tree*.

如果 *binary-tree*⊑*ternary-tree*,则有 *νX*.*binary-tree*⊑ *νX*.*ternary-tree*,即 *νX*.(*tree*⊓(≤2 *branch*.⊤)⊓∀*branch*.*X*)⊑ *νX*.(*tree*⊓(≤3 *branch*.⊤)⊓∀*branch*.*X*).

定理 2. 给定μALCQO 的 TBox T 以及概念 $D(X)$,对μALCQO 的任意概念 C_1 和 C_2,如果 $T\vDash C_1\sqsubseteq C_2$,则:

(1) 当概念 $D(X)$中变量 X 的每次自由出现在偶数个否定构造算子的辖域中时,有 $T\vDash D(C_1)\sqsubseteq D(C_2)$;

(2) 当概念 $D(X)$中变量 X 的每次自由出现在奇数个否定构造算子的辖域中时,有 $T\vDash D(C_2)\sqsubseteq D(C_1)$.

证明:通过对概念 $D(X)$的结构进行归纳证明.

如果 $D(X)=X$,则 $D(X)$中变量 X 的自由出现在偶数个(即 0 个)否定构造算子的辖域中,并且 $D(C_1)=C_1,D(C_2)=C_2$.由 $T\vDash C_1\sqsubseteq C_2$ 可知,$T\vDash D(C_1)\sqsubseteq D(C_2)$.

如果 $D(X)=\{o\}$,则 $D(X)$中不含自由变量 X,即变量 X 的自由出现在偶数个(即 0 个)否定构造算子的辖域中,并且 $D(C_1)=\{o\},D(C_2)=\{o\}$.因此 $T\vDash D(C_1)\equiv D(C_2)$,从而有 $T\vDash D(C_1)\sqsubseteq D(C_2)$.

下面仅证明构造算子≥n,≤n 和λ的情况,其他构造算子的情况类似可证.

如果 $D(X)=\geq n\ R.D'(X)$或$\leq n\ R.D'(X)$,则 $D(X)$中变量 X 自由出现在否定构造算子的辖域中的个数与 $D'(X)$中变量 X 自由出现在否定构造算子的辖域中的个数相等,记为 q 个.如果 q 为偶数,由归纳假设可知,$T\vDash D'(C_1)\sqsubseteq D'(C_2)$.从而由构造算子≥$n$ 或≤n 的语义可知,$T\vDash D(C_1)\sqsubseteq D(C_2)$.如果 q 为奇数,由归纳假设可知 $T\vDash D'(C_2)\sqsubseteq D'(C_1)$.从而由构造算子≥$n$ 或≤n 的语义可知,$T\vDash D(C_2)\sqsubseteq D(C_1)$.

如果 $D(X)=\lambda Y.D'(X)$,其中 $Y\neq X$,由$\lambda X.C(X)$定义可知,$D'(X)$中变量 Y 的每次自由出现在偶数个否定构造算子的辖域中.由归纳假设可知 $T\vDash D'(C_1)\sqsubseteq D'(C_2)$.又由定理 1 可知,$T\vDash\lambda Y.D'(C_1)\sqsubseteq\lambda Y.D'(C_2)$,即 $T\vDash D(C_1)\sqsubseteq D(C_2)$. □

例 7:给定μALCQO 的有向无环图概念 *dag*(文献[1]):

dag≡*μY*.(*emptydag*⊔(*X*⊓∃*arc*.⊤⊓∀*arc*.*Y*)),则 *dag*(*student*)和 *dag*(*person*)分别表示 *student* 节点的有向无环图和 *person* 节点的有向无环图,即 *dag*(*student*)≡*μY*.(*emptydag*⊔(*student*⊓∃*arc*.⊤⊓∀*arc*.*Y*)),*dag*(*person*)≡*μY*.(*emptydag*⊔(*person*⊓∃*arc*.⊤⊓∀*arc*.*Y*)).因为 *student*⊑*person*,所以 *dag*(*student*)⊑*dag*(*person*).

3 μALCQO 的推理

给出μALCQO 与混合分级μ-演算之间的对应关系.由于混合分级μ-演算的可满足性推理可以转化为 FEA 自动机的空问题推理[15],从而可以利用 FEA 自动机给出μALCQO 的可满足性推理算法.因为μALCQO 的 TBox 中只包含封闭概念,因而下面仅给出封闭概念的可满足性推理问题.

3.1 μALCQO与混合分级μ-演算

μALCQO 的概念与混合分级μ-演算的公式之间的对应关系是通过下列函数 u 来归纳定义的:

$u(\top)$=true;

$u(\bot)$=false;

$u(A)=A$;

$u(X)=X$;

$u(\{o\})=\{o\}$;

$u(C_1\sqcap C_2)=u(C_1)\wedge u(C_2)$;

$u(C_1 \sqcup C_2)=u(C_1) \vee u(C_2)$;

$u(\neg C)=\neg u(C)$;

$u(\mu X.C)=\mu X.u(C)$;

$u(\nu X.C)=\nu X.u(C)$;

$u(\exists R.C)=\langle 0,R\rangle u(C)$;

$u(\forall R.C)=[0,R]u(C)$;

$u(\geq n\ R.C)=\langle n-1,R\rangle u(C)$;

$u(\leq n\ R.C)=[n,R]\neg u(C)$.

定理 3. 给定μALCQO 的任意概念 C,$u(C)$是通过函数 u 转化后得到的混合分级μ-演算的公式,则 C 是可满足的,当且仅当 $u(C)$是可满足的.

证明:先证明⇒,如果 C 是可满足的,则存在一个解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$以及 I 上的赋值ρ,使得 $C_\rho^I \neq \varnothing$.由解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$和 I 上的赋值ρ可以得到如下混合分级μ-演算的 Kripke 结构 $K=(W^K,R^K,L^K)$和赋值 V^K,其中假设 RS 是μALCQO 的关系的集合,AS 是μALCQO 的原子概念的集合,OS 是μALCQO 的枚举概念的集合:

$W^K=\Delta^I$;

$R^K=\{R^I:RS\rightarrow 2^{\Delta^I\times\Delta^I}\}$;

$L^K=\{A^I:AS\cup OS\rightarrow 2^{\Delta^I}\}$;

$V^K=\rho$.

对μALCQO 的任意概念 C,对 C 的结构进行归纳证明.

如果 $C=\top$,则 $u(C)=\text{true}$,从而$(u(C))^K=(\text{true})^K=L^K(\top)=\top^I=\Delta^I=W^K$.所以对任意 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K$,即 K 是 $u(C)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

因为 C 是可满足的,所以 $C\neq\perp$.

如果 $C=X$,则 $u(C)=X$,$(u(C))^K(V^K)=X^K(V^K)=\rho(X)=X_\rho^I\subseteq\Delta^I$,因为 $C_\rho^I\neq\varnothing$,所以存在 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K(V^K)$,即 K 是 $u(C)(V^K)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

如果 C 是原子概念 A,即 $u(C)=A$,则$(u(C))^K(V^K)=(A)^K(V^K)=L^K(A)=A^I$.因为 $C_\rho^I\neq\varnothing$,所以 $A^I\neq\varnothing$.从而存在 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K(V^K)$,即 K 是 $u(C)(V^K)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

如果 $C=\neg D$,则 $u(C)=u(\neg D)=\neg u(D)$,从而$(u(C))^K(V^K)=(\neg u(D))^K(V^K)=W^K\backslash(u(D))^K(V^K)$.由归纳假设可知,$(u(D))^K(V^K)=D_\rho^I\subseteq\Delta^I$.因为 $C_\rho^I\neq\varnothing$,所以 $(\neg D)_\rho^I\neq\varnothing$,即$\Delta^I\backslash D_\rho^I\neq\varnothing$.从而有 $W^K\backslash(u(D))^K(V^K)\neq\varnothing$.因此存在 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K(V^K)$,即 K 是 $u(C)(V^K)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

如果 $C=\{o\}$,则 $u(C)=\{o\}$,$(u(C))^K(V^K)=(\{o\})^K(V^K)=L^K(\{o\})=\{o\}_\rho^I=\{o_\rho^I\}=\{o\}$.因为 $C_\rho^I\neq\varnothing$,所以 $\{o\}_\rho^I=\{o_\rho^I\}=\{o\}\in\Delta^I$.从而存在 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K(V^K)$,即 K 是 $u(C)(V^K)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

下面仅证明构造算子⊓和μ的情况,其他构造算子的情况类似可证.

如果 $C=C_1\sqcap C_2$,则 $u(C)=u(C_1\sqcap C_2)=u(C_1)\wedge u(C_2)$.由归纳假设可知,$(u(C_1))^K(V^K)=(C_1)_\rho^I\subseteq\Delta^I$,$(u(C_2))^K(V^K)=(C_2)_\rho^I\subseteq\Delta^I$.因为 $C_\rho^I\neq\varnothing$,所以$(C_1\sqcap C_2)_\rho^I\neq\varnothing$,从而$(u(C_1))^K(V^K)\cap(u(C_2))^K(V^K)\neq\varnothing$,因此,$(u(C))^K(V^K)=(u(C_1\sqcap C_2))^K(V^K)=(u(C_1))^K(V^K)\cap(u(C_2))^K(V^K)\neq\varnothing$,即存在 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K(V^K)$,即 K 是 $u(C)(V^K)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

如果 $C=\mu X.D$,则 $u(C)=u(\mu X.D)=\mu X.u(D)$.由归纳假设可知,$(u(D))^K(V^K)=D_\rho^I\subseteq\Delta^I$.因为 $C_\rho^I\neq\varnothing$,所以$(\mu X.D)_\rho^I\neq\varnothing$,即$\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^I\mid D_{\rho[X/\varepsilon]}^I\subseteq\varepsilon\}\neq\varnothing$.因为$(\mu X.u(D))^K(V^K)=\bigcap\{W'\subseteq W^K\mid u(D)^K(V^K[X/W'])\subseteq W'\}=\bigcap\{W'\subseteq\Delta^I\mid L(D)^K(V^K[X/W'])\subseteq W'\}=\bigcap\{W'\subseteq\Delta^I\mid D_{\rho[X/\varepsilon]}^I\subseteq W'\}\neq\varnothing$,即存在 $w\in W^K$,有 $w\in(u(C))^K(V^K)$,即 K 是 $u(C)(V^K)$的一个模型,从而 $u(C)$是可满足的.

再证明⇐,如果 $u(C)$是可满足的,则存在 Kripke 结构 $K=(W^K,R^K,L^K)$和赋值 V^K,使得存在 $w\in W^K$,有

$w\in(u(C))^K(V^K)$.由混合μ-演算的 Kripke 结构 $K=(W^K,R^K,L^K)$和赋值 V^K 可以得到μALCIO 的解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$和 I 上的赋值ρ,其中假设 AP 是原子命题的集合,Var 是命题变量的集合,Nom 是枚举个体的集合,$Prog$ 是原子程序的集合:

$\Delta^I=W^K$;

$R^I=\{R^K:Prog\to 2^{W\times W}\}$;

$A^I=\{L^K:AP\cup Nom\to 2^W\}$;

$\rho=V^K$.

对混合μ-演算的任意公式 $u(C)$,对 $u(C)$的结构进行归纳证明.

如果 $u(C)$=true,则 $C=\top$,从而$(C)^I=(\top)^I=L^K(\text{true})=\text{true}^K=W^K=\Delta^I$.所以存在一个解释 I,使得 $C^I\neq\varnothing$,从而 C 是可满足的.

因为 $u(C)$是可满足的,所以 $u(C)\neq$false.

如果 $u(C)=X$,则 $C=X$, $C_\rho^I=\rho(X)=X_\rho^I=X^K(V^K)=(u(C))^K(V^K)$,因为 $u(C)$是可满足的,所以存在 $w\in W^K$,使得 $w\in(u(C))^K(V^K)$.因此,存在一个解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$以及 I 上的赋值ρ,使得 $C_\rho^I\neq\varnothing$,即 C 是可满足的.

如果 $u(C)=\neg u(D)$,则 $C=\neg D$, $C_\rho^I=(\neg D)_\rho^I=\Delta^I\setminus D_\rho^I$.由归纳假设可知, $D_\rho^I=(u(D))^K(V^K)$,因而 $C_\rho^I=\Delta^I\setminus(u(D))^K(V^K)$.因为 $u(C)$是可满足的,所以存在 $w\in W^K$,使得 $w\in(u(C))^K(V^K)$.因此,$(u(C))^K(V^K)=(\neg u(D))^K(V^K)=W^K\setminus(u(D))^K(V^K)\neq\varnothing$,从而 $C_\rho^I\neq\varnothing$,即 C 是可满足的.

如果 $u(C)=\{o\}$,则 $C=\{o\}$, $C_\rho^I=\{o\}_\rho^I=\{o_\rho^I\}=\{o\}$.因为 $u(C)$是可满足的,所以存在 $w\in W^K$,使得 $w\in(u(C))^K(V^K)$.又因为$(u(C))^K(V^K)=(\{o\})^K(V^K)=L^K(\{o\})=\{o\}$,从而有 $\{o\}_\rho^I=\{o_\rho^I\}=\{o\}\in\Delta^I$,因此 $C_\rho^I\neq\varnothing$,即 C 是可满足的.

下面仅以公式 $u(C_1)\wedge u(C_2)$和$\mu X.u(D)$为例,其他公式类似可证.

如果 $u(C)=u(C_1)\wedge u(C_2)$,则 $C=C_1\sqcap C_2$, $C_\rho^I=(C_1\sqcap C_2)_\rho^I=(C_1)_\rho^I\cap(C_2)_\rho^I$.由归纳假设可知, $(C_1)_\rho^I=(u(C_1))^K(V^K)$, $(C_2)_\rho^I=(u(C_2))^K(V^K)$.因为 $u(C)$是可满足的,所以存在 $w\in W^K$,使得 $w\in(u(C))^K(V^K)$.因为$(u(C))^K(V^K)=(u(C_1\sqcap C_2))^K(V^K)=(u(C_1))^K(V^K)\cap(u(C_2))^K(V^K)=(C_1)_\rho^I\cap(C_2)_\rho^I$,所以 $(C_1)_\rho^I\cap(C_2)_\rho^I\neq\varnothing$,即 $C_\rho^I\neq\varnothing$,从而 C 是可满足的.

如果 $u(C)=\mu X.u(D)$,则 $C=\mu X.D$, $C_\rho^I=(\mu X.D)_\rho^I=\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^I\mid D_{\rho[X/\varepsilon]}^I\subseteq\varepsilon\}$.由归纳假设可知, $D_\rho^I=(u(D))^K(V^K)$.因为 $u(C)$是可满足的,所以存在 $w\in W^K$,使得 $w\in(u(C))^K(V^K)$.又因为 $C_\rho^I=(\mu X.D)_\rho^I=\bigcap\{\varepsilon\subseteq\Delta^I\mid D_{\rho[X/\varepsilon]}^I\subseteq\varepsilon\}=\bigcap\{W'\subseteq\Delta^I\mid L(D)^K(V^K[X/W'])\subseteq W'\}=\bigcap\{W'\subseteq W^K\mid u(D)^K(V^K[X/W'])\subseteq W'\}=(\mu X.u(D))^K(V^K)=(u(C))^K(V^K)$,所以 $C_\rho^I\neq\varnothing$,从而 C 是可满足的. □

例 8:给定μALCQO 的概念 $human\equiv\mu X.(mammal\sqcap(\leq 2\ parent.\top)\sqcap(\geq 2\ parent.\top)\sqcap(\leq 1\ father.\{male\})\sqcap(\geq 1\ father.\{male\})\sqcap(\leq 1\ mother.\{female\})\sqcap(\geq 1\ mother.\{female\})\sqcap\forall parent.X)$,则 $human$ 对应的混合分级μ-演算的公式 $u(human)$为

$u(human)\equiv\mu X.(mammal\wedge[2,parent]\text{false}\wedge\langle 1,parent\rangle\text{true}\wedge[1,father]\neg\{male\}\wedge\langle 0,father\rangle\{male\}\wedge[1,mother]\neg\{female\}\wedge\langle 0,mother\rangle\{female\}\wedge[0,parent]X)$.

由定理 3 可知,$human$ 是可满足的,当且仅当 $u(human)$是可满足的.

由于μALCQO 的概念与混合分级μ-演算的公式之间具有一一对应关系,而混合分级μ-演算的可满足性推理可以转化为 FEA 自动机空问题推理[15],从而可以利用 FEA 自动机给出μALCQO 的可满足性推理算法.

3.2 μALCQO的推理

给定μALCQO 的解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$,RS 是μALCQO 的关系集合,如果满足下列条件:(1) Δ^I 是一棵森林;(2) $(u,v)\in\bigcup_{R\in RS}R^I$,当且仅当$(u,v)\in\Delta^I\times\Delta^I$,并且 u 是 v 的后继或前续;(3) 对任意 $R_1,R_2\in RS\cup\{R^-|R\in RS\}$,$R_1\neq R_2$,有 $R_1^I\cap R_2^I=\varnothing$;则称 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$是森林结构.如果$(u,v)\in\bigcup_{R\in RS}R^I$,则 v 是 u 的后继,称 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$是有向森林结构.如果 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$由一棵树组成,则称 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$是树结构.

给定μALCQO 的解释 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$,RS 是μALCQO 的关系集合,AS 是μALCQO 的原子概念的集合,OS 是

μALCQO 的枚举概念的集合,如果 $I'=(\Delta^I,\bullet^{I'})$是森林结构,其中对任意 $R\in RS$ 有 $R^{I'}=R^I\backslash(\Delta^I\times IN)$,对任意 $A\in AS$ 有 $A^{I'}=A^I$,对任意$\{o\}\in OS$有$\{o\}^{I'}=\{o\}^I$,则称$I=(\Delta^I,\bullet^I)$是准森林结构.如果$I'=(\Delta^I,\bullet^{I'})$是有向森林结构,则称$I=(\Delta^I,\bullet^I)$是有向准森林结构.$I=(\Delta^I,\bullet^I)$的度是$\Delta^I$ 的度.显然,森林结构和树结构都是准森林结构.准森林结构与森林结构的关系是:将准森林结构中进入根节点的所有边删除就得到森林结构.

给定μALCQO 的概念 C,C 的森林模型(或树模型,或准森林模型,或有向准森林模型)是一棵森林结构(或树结构,或准森林结构,或有向准森林结构)$I=(\Delta^I,\bullet^I)$,并且 C 和 C 的枚举子概念在Δ^I的某个根节点被满足.

定理 4. 给定μALCQO 的任意封闭概念 C,其中 C 有 k 个枚举子概念,l 个形如$\geq n\ R.C_1$ 的子概念,并且概念 C 数到 b,如果 C 是可满足的,则 C 有一个有向准森林模型 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$,并且 I 的度至多是 $\max\{k+1,l(b+1)\}$.

证明:由定理 3 可知,μALCQO 的概念 C 与混合分级μ-演算的公式 $u(C)$具有一一等价关系,因而直接可以由文献[15]中的定理 2 可得. □

由定理 4 可以看出,μALCQO 的概念只具有准森林模型性质,不具有森林模型性质,而 FEA 自动机只接受森林结构[15].为了利用 FEA 自动机给出μALCQO 的可满足性推理算法,首先给出几个定义.

给定μALCQO 的任意封闭概念 C,C 的闭包 $cl(C)$是满足下列规则的最小封闭概念的集合:

- $C\in cl(C)$;
- 如果 $C'\in cl(C)$,则$\neg C'\in cl(C)$;
- 如果 $C_1\sqcap C_2\in cl(C)$或 $C_1\sqcup C_2\in cl(C)$,则$\{C_1,C_2\}\subseteq cl(C)$;
- 如果$\exists R.C'\in cl(C)$或$\forall R.C'\in cl(C)$,则 $C',C'\sqcap P_R\in cl(C)$,其中 P_R 是一个新的概念;
- 如果$\geq n\ R.C'\in cl(C)$或$\leq n\ R.C'\in cl(C)$,则 $C',C'\sqcap P_R\in cl(C)$,其中 P_R 是一个新的概念;
- 如果$\lambda X.C'\in cl(C)$,则 $C'[X/\lambda X.C']\in cl(C)$.

给定μALCQO 的任意封闭概念 C,假设 OS_R 表示概念 C 中枚举概念的集合,C 的一个猜想是序对 $G=(t,\sim)$,其中映射 t 将每个枚举概念$\{o\}\in OS$ 映射为 $cl(C)$的子集,即 $t(o)\subseteq cl(C)$,~是 OS_R 上的等价关系,并且对任意 $C'\in cl(C),o,o'\in OS_R$,满足下列条件:(1) $C'\in t(o)$,或$\neg C'\in t(o)$;(2) $o\in t(o)$;(3) 如果 $o\sim o'$,则 $t(o)=t(o')$.

给定μALCQO 的森林模型 $I=(\Delta^I,\bullet^I)$,I 的森林编码是一个标注森林(Δ^I,L^*),其中对任意 $a\in\Delta^I,L^*(a)=a^I\cup\{P_R|\exists(a,b)\in R^I$,在$\Delta^I$中 b 是 a 的后继$\}$;$\uparrow_o^R\in L^*(a)$,当且仅当存在$(a,b)\in R^I$,并且 b 是Δ^I的一个根节点,$\{o\}\in L^*(b)$,其中$\uparrow_o^R$表示一个 R-标注的从当前节点到$\{o\}$标注的根节点的边.

定理 5. 给定μALCQO 的任意封闭概念 C,其中 C 有 k 个枚举子概念,l 个形如$\geq n\ R.C_1$ 的子概念,并且概念 C 数到 b,以及 C 有一个猜想 $G=(t,\sim)$,则存在一个 FEA 自动机 $A_{C,G}$,满足下列性质:

(1) $A_{C,G}$ 仅仅接受 C 的度至多为 $\max\{k+1,l(b+1)\}$的准森林模型的森林编码;

(2) $A_{C,G}$ 的状态数是 $O(|C|^2)$,指标是$|C|$,数到边界是 b.

证明:由定理 3 可知,μALCQO 的概念 C 与混合分级μ-演算的公式 $u(C)$具有一一等价关系,因而直接可以由文献[15]中的定理 9 可得. □

由定理 4 和定理 5(具体的证明过程见文献[15]及发表在"Logical Methods in Computer Science"上的版本(http://people.na.infn.it/~murano/pubblicazioni.html))可以得到μALCQO 的可满足性推理算法.

算法.可满足性推理算法.

输入:μALCQO 的概念 C;

输出:布尔值.

(1) 计算 C 的所有猜想 $G=\{G_1,\ldots,G_m\}$;

(2) 对 C 的猜想 $G_i,1\leq i\leq m$,构造对应的 FEA 自动机 A_{C,G_i};

(3) 如果存在一个 FEA 自动机 A_{C,G_i},使得 A_{C,G_i} 接受的语言 $L(A_{C,G_i})$ 不为空,则返回真,否则;

(4) 如果 C 的所有猜想 $G=\{G_1,\ldots,G_m\}$所对应的 FEA 自动机 A_{C,G_i} 接受的语言 $L(A_{C,G_i})$ 都为空,则返回假;

(5) 算法结束.

说明:(1) C 的猜想计算方法如下:

① 计算 C 的闭包 $cl(C)$和 C 中枚举概念的集合 $O=\{o_1,\ldots,o_k\}$;

② 对集合 O 进行分类,对于每一种分类$\{O_1,\ldots,O_h\}$,要求满足:$O_1\cup\ldots\cup O_h=O, O_i\cap O_j=\varnothing, 1\le i,j\le h$,从而对每一种分类得到一种等价关系(记为~).由于集合 O 是有限的,因而所有的分类种数也是有限的.

③ 对集合 O 的每一种分类$\{O_1,\ldots,O_h\}$,对任意 $C'\in cl(C), o, o'\in O$,求出满足下列条件的映射 $t:O\to 2^{cl(C)}$:

(i) $C'\in t(o)$,或$\neg C'\in t(o)$;

(ii) $o\in t(o)$;

(iii) 如果 $o\sim o'$,即 o 和 o'属于同一个等价类 O_i,则 $t(o)=t(o')$.

④ 将满足上述条件的所有映射 t 并入集合 *result* 中;

⑤ 判断②中的集合 O 是否计算完毕,如果没有,则 goto ③,否则;

⑥ 返回 *result*.

(2) 对 C 的猜想 G_i,构造对应的 FEA 自动机 $A_{C,G_i}=(\Sigma,b,Q,\delta,q_0,AC)$的方法如下:

b 是 C 的数到边界,q_0 是起始状态.

$\Sigma=2^{(AS\cup OS)^+\cup\{root\}}$.

$Q=cl(C)\cup\{q_0\}\cup\{\neg o_i\sqcup C' \mid 1\le i\le k, C'\in cl(C)\}\cup\{ini_i \mid 1\le i\le k\}$.

对任意概念 D、关系 R 和输入字母表集合 $\sigma\in\Sigma$,令 $nom_D^R(\sigma)=\{o \mid D\in t(o)\wedge \uparrow_o^R\in\sigma\}$, $|nom_D^R(\sigma)|^{\sim}=|\{[c] \mid c\in nom_D^R(\sigma)\wedge [c]$ 表示等价关系~下的等价类$\}|$,转移函数δ定义如下:

$\delta(q_0,\sigma)=(\langle root\rangle,C)\wedge \bigwedge_{1\le i\le k}(\langle root\rangle,o_i)\wedge \bigwedge_{1\le i\le k}([root],ini_i)$;

$\delta(ini_i,\sigma)=(\varepsilon,\neg o_i)\vee \bigwedge_{r\in t(o_i)}(\varepsilon,r)$;

对任意 $A\in AS\cup OS, \delta(A,\sigma)=(A\in\sigma)$;

对任意 $A\in AS\cup OS, \delta(\neg A,\sigma)=(A\notin\sigma)$;

$\delta(C_1\sqcap C_2,\sigma)=(\varepsilon,C_1)\wedge(\varepsilon,C_2)$;

$\delta(C_1\sqcup C_2,\sigma)=(\varepsilon,C_1)\vee(\varepsilon,C_2)$;

$\delta(\lambda X.C',\sigma)=\delta(C'[X/\lambda X.C'],\sigma)$;

若$|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}=0$,则$\delta(\exists R.C,\sigma)=(\langle 0\rangle, C\sqcap P_R)\wedge \bigwedge_{o\in nom_C^R}([root],\neg o\sqcup C)$;

若$|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}>0$,则$\delta(\exists R.C,\sigma)=\bigwedge_{o\in nom_C^R}([root],\neg o\sqcup C)$;

若$|nom_{\neg C}^R(\sigma)|^{\sim}=0$,则$\delta(\forall R.C,\sigma)=([0], C\sqcap P_R)\wedge \bigwedge_{o\in nom_C^R}([root],\neg o\sqcup C)$;

若$|nom_{\neg C}^R(\sigma)|^{\sim}>0$,则$\delta(\forall R.C,\sigma)=$false;

若$|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}>n-1$,则$\delta(\ge n\ R.C,\sigma)=\bigwedge_{o\in nom_C^R}([root],\neg o\sqcup C)$;

若$|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}\le n-1$,则$\delta(\ge n\ R.C,\sigma)=(\langle n-1-|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}\rangle, C\sqcap P_R)\wedge \bigwedge_{o\in nom_C^R}([root],\neg o\sqcup C)$;

若$|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}>n$,则$\delta(\le n\ R.C,\sigma)=$false;

若$|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}\le n$,则$\delta(\le n\ R.C,\sigma)=([n-|nom_C^R(\sigma)|^{\sim}],\neg C\sqcap P_R)\wedge \bigwedge_{o\in nom_C^R}([root],\neg o\sqcup\neg C)$.

给定μALCQO 含有不动点构造算子的概念 $D\in cl(C)$,不妨令 $D=\lambda X.D'(X)$,相对于 C,D 的交替层次(记为 $al_C(D)$)定义为:如果 D 是一个封闭概念,则 $al_C(D)=1$;如果 D 不是一个封闭概念,令 $E=\lambda' Y.D''(Y)$是 C 的最内层含有不动点构造算子μ或ν的子概念,如果 Y 是 D 的自由变量,并且$\lambda\ne\lambda'$,则 $al_C(D)=al_C(E)+1$,否则 $al_C(D)=al_C(E)$.令 d 是概念 C 的最大交替层次,F_i 表示 $cl(C)$的交替层次为 i 的所有含有最大不动点构造算子ν的子概念集合,B_i 表示 $cl(C)$的交替层次小于或等于 i 的所有含有最小不动点算子μ的子概念集合.接受条件 AC 定义如下:

$AC=\{AC_0,AC_1,\ldots,AC_{2d}\}$,其中 $AC_0=\varnothing$,对任意 $1\le i\le d,AC_{2i-1}=AC_{2i-2}\cup B_i,AC_{2i}=AC_{2i-1}\cup F_i$.

(3) 判断 FEA 自动机 A_{C,G_i} 接受的语言 $L(A_{C,G_i})$ 是否为空,可以利用文献[15]提供的算法.

由定理 4 和定理 5 可知可满足性推理算法的正确性.并且,μALCQO 的可满足性推理可以转化为 FEA 自动机的空问题推理,因为 FEA 自动机的空问题推理是指数时间复杂的[15],因此有下列定理:

定理 6. μALCQO 的可满足性推理是指数时间复杂的.

例 9:给定μALCQO 的概念 $human\equiv\mu X.(mammal\sqcap(\le 2\ parent.\top)\sqcap(\ge 2\ parent.\top)\sqcap(\le 1\ father.\{male\})\sqcap(\ge 1\ father.\{male\})\sqcap(\le 1\ mother.\{female\})\sqcap(\ge 1\ mother.\{female\})\sqcap\forall parent.X)$,则

human 中枚举概念的集合 $O=\{male, female\}$.

human 的闭包 $cl(human)=\{human,human(human),mammal,P_{parent},P_{father}\sqcap\{male\},P_{father},\{male\},P_{mother},\{female\},P_{mother}\sqcap\{female\},P_{parent}\sqcap human\}$,其中 $human(human)$表示用 *human* 替换 $human(X)$中的变量 X 后得到的概念.为了方便叙述,将 $cl(human)$记为$\{C_1,C_2,\ldots,C_{11}\}$.

human 的一个猜想 $G=(t,\sim)$定义如下:

等价关系~由等价类$\{[male],[female]\}$决定.

映射 t 定义为 $t(male)=\{C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_{11}\},t(female)=\{C_8,C_9,C_{10}\}$.

对 *human* 的猜想 G,构造对应的 FEA 自动机 $A_{C,G}=(\Sigma,b,Q,\delta,q_0,AC)$如下:

human 的数到边界 b 是 $3,q_0$ 是起始状态.

$\Sigma=2^{(AS\cup OS)^+\cup\{root\}}$,其中 $AS=\{mammal\},OS=O$.

$Q=cl(human)\cup\{q_0\}\cup\{\neg o_i\sqcup C'|o_i\in O,C'\in cl(human)\}\cup\{ini_i|\ 1\le i\le 2\}$.

转移函数δ按可满足性推理算法中的规则生成,下面给出两条具有代表性的转移规则:

$\delta(P_{father}\sqcap\{male\},\sigma)=(\varepsilon,P_{fathe})\wedge(\varepsilon,\{male\})$;

因为$|nom_{human}^{father}(\sigma)|^{\sim}=|\{male\}|=1$,所以$\delta(\le 1\ father.\{male\},\sigma)=([0],\neg human\sqcap P_{father})\wedge([root],\neg male\sqcup\neg C)$.

接受条件 AC 定义如下:

human 的最大交替层次是 $1,B_1=C_1,F_1=\varnothing$,因此 $AC=\{AC_0,AC_1,AC_2\}$,其中 $AC_0=\varnothing,AC_1=C_1,AC_2=C_1$.

至此,*human* 的猜想 G 所对应的 FEA 自动机 $A_{C,G}=(\Sigma,b,Q,\delta,q_0,AC)$已构造完毕,然后利用文献[15]提供的算法可以判断 $A_{C,G}$ 接受的语言是否为空,如果不为空,则概念 *human* 是可满足的;如果为空,则针对 *human* 的其他猜想再构造 FEA 自动机,直到所有猜想对应的自动机接受的语言都为空时,*human* 才是不可满足的.

描述逻辑循环术语集在医学本体[20]、语义数据模型[7]等领域具有重要的应用价值,但循环术语集的语义及推理一直是描述逻辑的研究难点:语义如何刻画?推理算法如何给出?

例如,文献[4]定义的概念 $momo\equiv man\sqcap\forall haschild.momo$ 有多个模型.又如:

二叉树的定义:$binary\text{-}tree\equiv tree\sqcap(\le 2\ branch.\top)\sqcap\forall branch.binary\text{-}tree$;

三叉树的定义:$ternary\text{-}tree\equiv tree\sqcap(\le 3\ branch.\top)\sqcap\forall branch.ternary\text{-}tree$;

人的定义:$human\equiv mammal\sqcap(\le 2\ parent.\top)\sqcap(\ge 2\ parent.\top)\sqcap\forall parent.human$;

马的定义:$horse\equiv mammal\sqcap(\le 2\ parent.\top)\sqcap(\ge 2\ parent.\top)\sqcap\forall parent.horse$.

对于循环术语集的多个模型,到底选择哪一个(类)模型呢?为此,Nebel 提出了循环术语集的 3 种语义:最大不动点语义、最小不动点语义和描述语义[7,8].但这 3 种语义并不适合所有的循环术语集,例如,在最大不动点语义下有 $human\equiv horse$,在描述语义下有 $binary\text{-}tree\not\sqsubseteq ternary\text{-}tree$[7],这显然是不符合实际的.

有必要将μ-演算的不动点算子引入到循环定义中,用不动点构造算子来描述循环术语集,从而循环术语集可以同时采用 Nebel 提出的 3 种语义.例如:

为了表示上述 *human* 和 *horse*,可以引入概念:$mgm\equiv\nu X.(mammal\sqcap(\le 2\ parent.\top)\sqcap(\ge 2\ parent.\top)\sqcap\forall parent.X)$,在最大不动点语义下可以得到:$human\sqsubseteq mgm$ 和 $horse\sqsubseteq mgm$.

二叉树的定义用最大不动点语义:$binary\text{-}tree\equiv\nu X.(tree\sqcap(\le 2\ branch.\top)\sqcap\forall branch.X)$;三叉树的定义用最大不动点语义:$ternary\text{-}tree\equiv\nu X.(tree\sqcap(\le 3\ branch.\top)\sqcap\forall branch.X)$.此时有 $binary\text{-}tree\sqsubseteq ternary\text{-}tree$.

本文工作将不动点算子和枚举算子相结合,对 *mgm* 的定义可以更加精确:$mgm \equiv \mu X.(mammal \sqcap (\leq 2\ parent.\top) \sqcap (\geq 2\ parent.\top) \sqcap (\leq 1\ father.\{male\}) \sqcap (\geq 1\ father.\{male\}) \sqcap (\leq 1\ mother.\{female\}) \sqcap (\geq 1\ mother.\{female\}) \sqcap \forall parent.X)$.

4 结束语

基于混合分级μ-演算将不动点构造算子引入到含有枚举构造算子的描述逻辑 ALCQO 中,提出了描述逻辑μALCQO,给出了μALCQO 的语法和语义,证明了μALCQO 的可满足性推理等价于混合分级μ-演算的可满足性推理,并利用完全强化自动机给出了μALCQO 的可满足性推理算法.进一步工作主要是研究描述逻辑μALCQO 的概念,包含推理算法及其优化策略.

致谢 本文第一作者于 2006 年到中国科学院软件研究所访学,向柳欣欣研究员请教描述逻辑循环定义问题.柳老师建议考虑用μ-演算来解决描述逻辑循环定义面临的难题.本文是在柳老师的建议下完成的.在此向柳老师表示衷心的感谢!同时,向对本文提出宝贵意见的评审专家表示衷心的感谢!

References:

[1] Giacomo GD, Lenzerini M. A uniform framework for concept definitions in description logics. Journal of Artificial Intelligence Research, 1997,6(1):87−110.

[2] Buchheit M, Donini FM, Nutt W, Schaerf A. A refined architecture for terminological systems: Terminology=schema+views. Artificial Intelligence, 1998,99(2):209−260.

[3] Cao FS, Yu Q, Wang J, Jiang YC. Condition of cyclic ALCN-Tbox exists model. Chinese Journal of Computers, 2008,31(1):16−23 (in Chinese with English abstract).

[4] Baader F, Nutt W. Basic description logics. In: Baader F, Calvanese D, McGuinness D, Nardi D, Patel-Schneider P, eds. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 47−100.

[5] Baader F. Using automata theory for characterizing the semantics of terminological cycles. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 1996,18(2-4):175−219.

[6] Kusters R. Characterizing the semantics of terminological cycles in ALN using finite automata. In: Cohn AG, Schubert L, Shapiro SC, eds. Proc. of the 6th Int'l Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR 1998). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1998. 499−511.

[7] Nebel B. Terminological cycles: Semantics and computational properties. In: Sowa JF, ed. Principles of Semantic Networks. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1991. 331−362.

[8] Nebel B. Reasoning and revision in hybrid representation systems. LNAI 422, Berlin: Springer-Verlag, 1990. 125−156.

[9] Baader F. Terminological cycles in a description logic with existential restrictions. In: Gottlob G, Walsh T, eds. Proc. of the 18th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI 2003). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2003. 325−330.

[10] Schild K. Terminological cycles and the propositional μ-calculus. In: Doyle J, Sandewall E, Torasso P, eds. Proc. of the 4th Int'l Conf. on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR 1994). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1994. 509−520.

[11] Calvanese D, Giacomo GD. Expressive description logics. In: Baader F, Calvanese D, McGuinness D, Nardi D, Patel-Schneider P, eds. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 184−225.

[12] Calvanese D, Giacomo GD, Lenzerini M. Reasoning in expressive description logics with fixpoints based on automata on infinite trees. In: Dean T, ed. Proc. of the 16th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI 1999). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1999. 84−89.

[13] Jiang YC, Shi ZZ, Tang Y, Wang J. Fuzzy description logic for semantics representation of the semantic Web. Journal of Software, 2007,18(6):1257−1269 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/1257.htm

[14] Bonatti PA, Peron A. On the undecidability of logics with converse, nominals, recursion and counting. Artificial Intelligence, 2004,158(1):75−96.

[15] Bonatti PA, Lutz C, Murano A, Vardi MY. The complexity of enriched μ-calculi. In: Goos G, Hartmanis J, Leeuwen JV, eds. Proc. of the 33rd Int'l Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP 2006). LNCS 4052, Berlin: Springer-Verlag, 2006. 540−551.

[16] Kozen D. A finite model theorem for the propositional μ-calculus. Studia Logica, 1988,47(3):233−241.

[17] Dam M. CTL* and ECTL* as fragments of the modal μ-calculus. Theoretical Computer Science, 1994,126(1):77−96.

[18] Vardi MY. Reasoning about the past with two-way automata. In: Larsen KG, Skyum S, Winskel G, eds. Proc. of the 25th Int'l Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP 1998). LNCS 1443, London: Springer-Verlag, 1998. 628−641.

[19] Kupferman O, Sattler U, Vardi MY. The complexity of the graded μ-calculus. In: Voronkov A, ed. Proc. of the 18th Int'l Conf. on Automated Deduction. LNCS 2392, London: Springer-Verlag, 2002. 423−437.

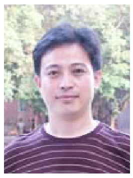
[20] Baader F, Lutz C, Suntisrivaraporn B. CEL—A polynomial-time reasoner for life science ontologies. In: Furbach U, Shankar N, eds. Proc. of the 3rd Int'l Joint Conf. on Automated Reasoning (IJCAR 2006). LNAI 4130, Berlin: Springer-Verlag, 2006. 287−291.

附中文参考文献:

[3] 曹发生,余泉,王驹,蒋运承.循环的 ALCN-Tbox 具有模型的条件.计算机学报,2008,31(1):16−23.

[13] 蒋运承,史忠植,汤庸,王驹.面向语义 Web 语义表示的模糊描述逻辑.软件学报,2007,18(6):1257−1269. http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/1257.htm

蒋运承(1974－),男,广西桂林人,博士,教授,主要研究领域为描述逻辑,语义 Web,Web 智能.



汤庸(1964－),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为数据库,知识工程,CSCW.

王驹(1950－),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为描述逻辑,分离逻辑,人工智能.

邓培民(1950－),男,教授,主要研究领域为自动机理论及应用.