

## 实体网格模型的变分层次有向包围盒构建\*

王 锐, 华 炜<sup>+</sup>, 许高峰, 彭群生, 鲍虎军

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310058)

### Variational OBB-Tree Approximation for Solid Object

WANG Rui, HUA Wei<sup>+</sup>, XU Gao-Feng, PENG Qun-Sheng, BAO Hu-Jun

(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

+ Corresponding author: E-mail: huawei@cad.zju.edu.cn

Wang R, Hua W, Xu GF, Peng QS, Bao HJ. Variational OBB-tree approximation for solid object. *Journal of Software*, 2008,19(Suppl.):31-40. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/s31.htm>

**Abstract:** A method that approximates a solid object by object oriented bounding box tree (OBB-Tree) having minimal summed volume outside the object is proposed. First, the outside volume for a single OBB is defined and computed by a hardware-accelerated algorithm. Then, the construction of one OBB-Tree is formulated into a variational approximation. To solve such an approximation, this paper presents an algorithm that minimizes the total outside volume over all OBBs in the same level using the iterative Lloyd clustering and using a variant of iterative MultiGrid among levels. In experiments, comparing against a state-of-the-art alternative, the resulting OBB-Tree is tighter and has better performance in the test of collision detection.

**Key words:** variational approximation; OBB-Tree; solid objects; collision detection

**摘 要:** 层次有向包围盒(object oriented bounding box tree,简称 OBB-Tree)在碰撞检测、实时绘制等诸多场合有着广泛的应用.研究了实体网格模型的层次有向包围盒的构建问题,提出了新的优化求解方法.首先以属于层次包围盒但不属于实体网格模型的这部分外部空间体积作为误差,并给出基于硬件加速的误差计算方法.其次,将层次包围盒的构建问题转化为变分逼近问题,通过求解全局误差最小来最优的层次有向包围盒.在优化计算上,我们提出在同层内采用 Lloyd 分簇迭代与在层次间采用类似 MultiGrid 的往复迭代相结合的方法.与前人的结果比较,此方法可以生成对原实体网格模型包裹更紧密的层次有向包围盒逼近,在碰撞检测的实际应用中,使用此方法构建的结果可以减少碰撞检测的计算时间提高检测效率.

**关键词:** 变分逼近;层次有向包围盒;实体网格模型;碰撞检测

层次包围体是用若干体积略大而形状简单的包围体来近似地表示复杂的几何对象.在很多对计算实时性有要求的场合(例如:碰撞检测、实时绘制等),层次包围体被用来代替原几何对象参与计算,达到简化计算的目的.以碰撞检测为例,在对包围体层次树进行遍历的过程中,通过包围体间的快速相交测试可及早排除明显不可能相交的基本几何对象,从而有效地提高了碰撞检测的速度.

由于应用的广泛性,人们已经在层次包围体构建的研究上展开了许多研究.根据应用需求的不同,可选取不

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60773184 (国家自然科学基金)

Received 2008-05-03; Accepted 2008-11-14

同基本形状的几何包围体来构建景物的层次优化逼近,这些几何包围体包括:球体<sup>[1,2]</sup>(sphere)、轴向包围盒(AABB)<sup>[3]</sup>、有向包围盒(OBB)<sup>[4]</sup>以及有向多面体( $k$ -DOPs)<sup>[5]</sup>等等.

人们在选择包围体的基本形状时,往往需要在对原几何对象包裹的紧密性与包围体测试的简单性之间做出平衡.形状复杂的包围体,例如有向多面体( $k$ -DOPs),虽然可以实现更紧密的包裹,但测试时却需要更为复杂的求交计算;简单的包围体,虽然测试时计算简单,但是对原几何对象的包裹效果较差,在一定程度上降低了测试的效率.Weghorst 等人<sup>[6]</sup>为加速光线跟踪算法提出了一个评价层次包围体质量的表达式,并被广泛应用于包括碰撞检测<sup>[4]</sup>在内的使用层次包围体的场合.衡量一个静态层次包围体效能的评价函数被定义为

$$e = n_v \cdot c_v + n_p \cdot c_p \quad (1)$$

其中, $n_v$ 为包围体求交计算的次数, $c_v$ 为进行一次包围体求交计算的代价, $n_p$ 为进行面片求交计算的次数, $c_p$ 为进行面片求交的代价.

针对不同的应用,已提出了多种不同基本形状的层次包围体构建方式.在碰撞检测应用中,Gottschalk 提出的层次有向包围盒<sup>[4]</sup>是最为常用的层次包围体之一.因此,本文选择有向包围盒构建层次包围体,研究最优层次有向包围盒的构建算法.对包围盒而言,公式(1)中  $c_v, c_p$  可视为常量,因此,使评价函数  $e$  的代价最小即是寻找具有尽量小  $n_v, n_p$  的层次包围盒.

对于面片求交的次数  $n_p$ ,如果层次有向包围盒与原模型在外观形状上越逼近,那么在层次有向包围盒测试中产生误判的概率越小,最后涉及对原始模型进行精细求交完成准确判定的面片数目也越少.据此,我们提出以外部体积作为误差度量来衡量层次有向包围盒与原模型逼近程度,外部体积是指空间中属于包围盒但不属于原网格模型的空间体积.该误差定义不计包围盒在物体内部的重叠,只考虑包围盒在原模型外的部分,这使得我们可以通过最小化该误差来获得原网格模型的最优逼近层次有向包围盒.本文给出了外部体积的定义、计算方式并将层次有向包围盒的构建问题转化为变分逼近问题.

对于减少包围盒的求交次数  $n_v$ ,需要包裹更紧密的上层包围盒.这是因为包裹更紧密的上层包围盒可以更快的剔除那些无需参与测试的下层包围盒.传统上,人们一般采用自上而下或是自下而上的剖分或合并的贪婪方法来构建层次有向包围盒,由于在构建中缺乏有效的度量来控制包围盒的层次及其对原模型逼近的紧密程度,因而很难保证最后得到的层次有向包围盒是最优.基于本文提出的外部体积度量,我们采用类似 MultiGrid<sup>[7]</sup>的多层往复迭代优化层次间的包围盒与 Lloyd<sup>[8]</sup>分簇迭代优化同层包围盒的方法,进行全局意义上误差最小的优化求解,可获得对原实体网格模型包裹最紧密的层次有向包围盒.

本文的创新性在于:首先通过定义外部体积这一误差度量,将层次有向包围盒的构建问题形式化为最小化外部体积的最优化逼近问题;其次,在优化求解上,通过多层间优化迭代、同层间分簇迭代获得了更紧密的层次有向包围盒.

## 1 相关工作

最初的层次包围体构建方法是对一个网格模型在空间中进行八叉树剖分<sup>[9]</sup>,当剖分到一定深度后停止,由每个含有面片的非空叶节点组成包围体来获得对原模型的逼近.很明显,这种在世界坐标系空间进行均匀剖分的包围体逼近效果很差.随后,人们提出了以物体为逼近对象的层次包围体构建方法,简称为层次包围体(bounding volume hierarchies)算法.由于球参数的相对简单,采用球构建景物层次包围体的算法较多<sup>[1,2]</sup>,但往往难以得到紧密的包裹结果.基于轴向包围盒(AABB)的层次包围体算法<sup>[3,10]</sup>计算速度很快,但对原模型的逼近效果并不是很好.有向包围盒(OBB)可以比轴向包围盒和包围球更加紧密地逼近物体,且显著地减少包围体的个数.但有向包围盒之间的相交检测比轴向包围盒或包围球体之间的相交检测较为费时.有向多面体( $k$ -DOPs)<sup>[5]</sup>可以看作是有向包围盒的进一步推广,虽然它能比其他包围体更紧密地包围原物体,但有向多面体之间的相交检测显然更复杂.

本文主要探讨有向层次包围盒的构建方法.在层次有向包围盒构建中,现有方法大都采用自顶向下剖分或是自下而上合并的策略建立层次结构.自顶向下方法采用的剖分策略,基本都不是以是否真正逼近原模型为依

据进行剖分,而采用诸如被包围模型的最长轴<sup>[9]</sup>或是对包围模型的空间位置进行主元分析,通过对特征值的分析来进行递归剖分<sup>[4]</sup>.而自下而上的合并策略,在合并时只能对局部的逼近情况进行优化分析,因此,这类算法基本都是采用贪婪算法,得到的逼近结果大多是局部最优.

针对网格模型的面片逼近研究,Cohen-Steiner 等人<sup>[11]</sup>提出了变分面片逼近的方法,将求解面片逼近转化为寻找一个变分能量最优,取得了很好的结果.Wu 等人<sup>[12]</sup>继承了 Cohen-Steiner 的方法,提出了用高次的多项式面片逼近网格模型的变分逼近方法.我们将变分面片逼近引入到包围球的逼近中获得了很好的效果<sup>[2]</sup>,Lu 等人<sup>[13]</sup>进一步将其推广至包围椭球体的应用中.本文方法采用了基于有向包围盒的层次优化逼近,有向包围盒比包围球或椭球具有更复杂的形状,对于有向包围盒的计算无法采用文献[2]中的解析形式,因此需要研究新的方法.此外,上述生成包围体的方法都未考虑包围体间层次关系的构建,本文是首次将变分方法引入层次包围体的构建中.

## 2 层次有向包围盒逼近问题

在本文中,使用  $X$  来表示三维网格模型, $Y$  来表示层次有向包围盒.对于具有层次结构的有向包围盒,我们用  $O_{ij}$  来表示  $Y$  中第  $i$  层的第  $j$  个有向包围盒,用  $Z_i = \{O_{i0}, O_{i1}, \dots, O_{in}\}$  来表示  $Y$  中第  $i$  层的有向包围盒的集合.在只讨论同层的情形下,为方便计,我们省略下标  $i$ ,用  $Z = \{O_j\}$  表示同层的有向包围盒.由于本文所研究的是实体网格模型,我们使用  $\Omega(\cdot)$  来表示三维对象所占据的空间体积.那么三维网格模型  $X$  的一个层次有向包围盒  $Y$  可以被定义为

**定义 1.**  $Y$  称为三角网格模型  $X$  的一个层次有向包围盒逼近,当  $Y$  满足

$$\forall x \in \Omega(X), x \in \Omega(Y).$$

其中  $x$  为空间中一个三维点,  $Y = \bigcup_i Z_i = \bigcup_{i,j} O_{ij}$  为一系列具有层次结构的有向包围盒的并.

为计算最优的层次有向包围盒逼近,我们将空间中属于层次有向包围盒  $Y$  但不属于模型  $X$  的那部分体积定义为误差,称这样的空间体积为外部体积(outside mesh volume),用  $\mathbf{OMV}(X, Y)$  表示,

$$\begin{aligned} \mathbf{OMV}(X, Y) &= \int_{R^3} g(x, X, Y) dx \\ g(x, X, Y) &= \begin{cases} 1, x \notin \Omega(X) \text{ and } x \in \Omega(Y) \\ 0, \text{others} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

对于复杂的网格模型精确快速而有效地求解这样的外部体积较为困难,我们首先引入单个有向包围盒  $O$  对于网格模型  $X$  的外部体积,进一步给出层次结构中属于同一层的有向包围盒的外部体积,最后再给出计算层次有向包围盒的外部体积计算方法.

对于单个有向包围盒  $O$  的外部体积(outside bounding object volume),我们用  $\mathbf{OBV}(X, O)$  表示,与公式(2)的计算类似:

$$\begin{aligned} \mathbf{OBV}(X, O) &= \int_{R^3} g(x, X, O) dx \\ g(x, X, O) &= \begin{cases} 1, x \notin \Omega(X) \text{ and } x \in \Omega(O) \\ 0, \text{others} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

根据公式(3),属于同一层的多个有向包围盒  $Z = \{O_0, O_1, \dots, O_n\}$  对原模型  $X$  的外部体积可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{OMV}(X, Z) &= \mathbf{OMV}(X, \bigcup_j O_j) \\ &= \sum_j \mathbf{OBV}(X, O_j) - \text{Overlap}(\mathbf{OBV}(X, \bigcup_j O_j)) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\text{Overlap}(\mathbf{OBV}(X, \bigcup_j O_j))$  为包围盒在原模型  $X$  外的重叠部分.注意到由于重叠部分的体积一定存在,  $\text{Overlap}(\mathbf{OBV}(X, \bigcup_j O_j)) \geq 0$ , 所以  $\sum_j \mathbf{OBV}(X, O_j) \geq \mathbf{OMV}(X, Z)$ . 据此,  $\sum_j \mathbf{OBV}(X, O_j)$  可以作为精确外部体积

OMV(X,Z)的一个上界估计.在优化中,减小  $\sum_j \text{OBV}(X,O_j)$ ,那么也能够使得 X 与 Z 的精确外部体积得到减少.相比直接计算精确的外部体积,计算  $\sum_j \text{OBV}(X,O_j)$  要容易很多.在实际计算中我们用 Z 中包围盒的外部体积之和代替 Z 的精确外部体积来加速计算.

$$\text{OMV}(X, \bigcup_j O_j) \approx \sum_j \text{OBV}(X, O_j) \tag{5}$$

对于层次有向包围盒的总外部体积,由于为紧密包裹的上层包围盒可以有效减少那些无需计算的下层包围盒的求交测试计算量,因此上层包围盒对原模型逼近的程度比下层包围盒对原模型逼近程度更重要.我们通过引入与层次相关的权值来定义层次有向包围盒总的外部体积:

$$e = \sum_{i=1}^{n_i} \omega_i(i) \cdot \text{OMV}(X, Z_i) \tag{6}$$

其中,  $\omega_i(i)$  为与  $Z_i$  所在层次相关的权重函数,越上层的包围盒具有越大的权值.

综上,通过引入外部体积,我们将三角网格模型的层次有向包围盒构建问题,表示如下一个变分优化问题,

$$\min e = \sum_{i,j} \omega_j(i) \cdot \text{OBV}(X, O_{ij}) = \sum_{i,j} \omega_j(i) \cdot \int_{R^3} g(x, X, O_{ij}) dx \tag{7}$$

即寻找一个最优包围盒逼近 Y,使得公式(7)的总体误差最小.

### 3 层次有向包围盒的优化求解

#### 3.1 单个包围盒的外部体积计算

由于网格模型的复杂性,我们考虑离散的方法来计算公式(3).首先考虑包围盒中心在原网格模型 X 内部的情况,如图 1(a)我们从包围盒中心向  $\omega$  方向外发出射线  $l$ ,光线与网格模型 X 的交点分别记为  $p_0, p_1, \dots, p_n$ ,并最后与包围盒边界交于  $p_e$  点.那么线段  $op_e$  中在网格模型 X 外部的部分  $l_{out}$  可以通过如下公式得到:

$$l_{out}(\omega) = \overline{p_e o} - \sum_i \text{sign}(n(p_i) \cdot \omega) \overline{p_i o} \tag{8}$$

其中,  $\text{sign}$  为符号函数,每段线段对于外部体积的贡献可由根据  $p_i$  点处的法向与射线  $l$  的相对方向判断.例如图 1(a)中在网格外的线段长度(由虚线表示)  $l_{out} = p_e o - (p_2 o - p_1 o + p_0 o)$ .

总的外部体积可以通过对  $\omega$  在以包围盒中心的局部坐标下对所有方向积分得到:

$$\text{OBV}(X, O) = \int_{\Omega} l_{out}(\omega) d\omega \tag{9}$$

当包围盒中心在网格模型外部时,我们采用上述相同的方法计算在网格模型内部的体积(图 1(b)中虚线段),最后从包围盒总体积中减去内部体积得到外部体积.

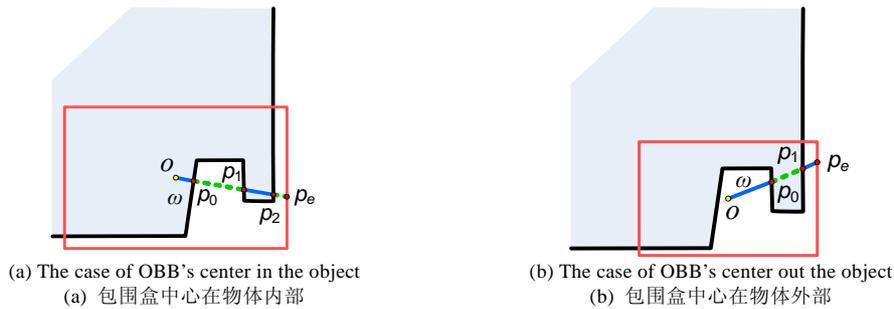


Fig.1 The computation of signed outside bounding object volume

图1 有向包围盒外部体积的计算示意

在实际计算中,我们利用 GPU 对计算进行加速:以包围盒中心为视点,将空间方向映射到  $6 \times m \times m$  的 CubeMap 上(例如  $m=32$ ),CubeMap 每个面上的一个像素对应了一个方向锥;以 CubeMap 的每个面为投影平面,

通过绘制包围盒  $O$  与网格模型  $X$ ,在  $shader$  中计算方向锥在网格内部与外部的体积;最后通过加减这些四面体的体积来获得外部体积.我们采用 4 步的计算流程:1) 绘制包围盒的三角网格  $T_O$ ,计算每个像素方向  $l(\omega)$ 与  $T_O$  的交点  $p_e$  的深度,并根据该深度计算  $p_e$  对应的方向锥的体积.2) 绘制原模型的三角网格  $T_X$ ,并将第一步获得的每个离散方向上包围盒的深度纹理一并送入绘制流水线.利用  $vertex\ shader$  与  $fragment\ shader$  计算光线与  $T_X$  的交点  $p_i$  的深度与交点处法向,并在  $fragment\ shader$  中将  $p_i$  的深度与预先传入的包围盒在该方向上交点  $p_e$  的深度比较,若  $p_i$  的深度小于  $p_e$  的深度,则计算该方向上对应方向锥的体积.若  $p_i$  的深度大于  $p_e$  的深度,说明该交点在包围盒外,不参与计算.利用  $Opengl$  的混合(Blend)操作,将所有交点计算得到的方向锥体积求和后也输出为纹理.3) 第三步,将第一、二步的纹理对齐后绘制,利用  $fragment\ shader$  做减法,得到每个方向上最终的外部体积,作为颜色输出.4) 将表示每个方向上外部体积的颜色结果从显卡读回,做求和运算得到总的外部体积.

### 3.2 层次有向包围盒逼近的优化求解

#### 3.2.1 层次内包围盒逼近的优化求解

由于三维网格模型的复杂性,在三维空间中直接求解一组有向包围盒使其优化逼近网格模型的算法,具有较高的复杂度难于计算.Cohen-Steiner<sup>[11]</sup>在网格模型的面片简化中提出了新的面片逼近的方法,将面片逼近问题转化为一个对面片分划的全局优化.基于他们的工作,我们提出了针对网格模型的变分有向包围盒逼近算法.

对于三角网格模型  $X$  的所有面片  $F$ ,寻找  $F$  的一个分划,  $\{F_0, F_1, \dots, F_N\}$ , 满足  $F = \bigcup_i F_i$  且  $F_i \cap F_j = \emptyset, i \neq j$ , 使得包围盒  $O_i$  包围  $F_i$  时的外部体积  $\sum_i \mathbf{OBV}(X, O_i)$  最小.即

$$\begin{aligned} \min_{F_0, F_1, \dots, F_n} \arg e(X, Z) &= \sum_j \mathbf{OBV}(X, O_j) \\ \text{s.t. } F &= \bigcup_i F_i; F_i \cap F_j = \emptyset, i \neq j; F_i \in O_i \end{aligned} \quad (10)$$

对于公式(10)的分划问题,我们用迭代的 Lloyd<sup>[8]</sup>分簇算法进行求解.算法的流程如图 2 所示.由于有向包围盒的潜在约束是需要保守的包围原模型,当有向包围盒的空间位置与有向轴确定后,对于确定的面片分划,包围盒的形状参数也被唯一确定了.因此,在计算中我们只需要优化有向包围盒的位置与有向轴 6 个参数.

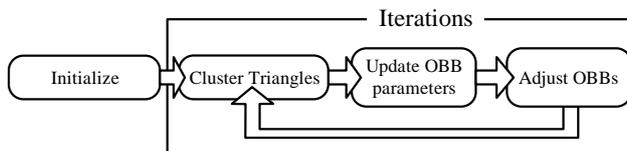
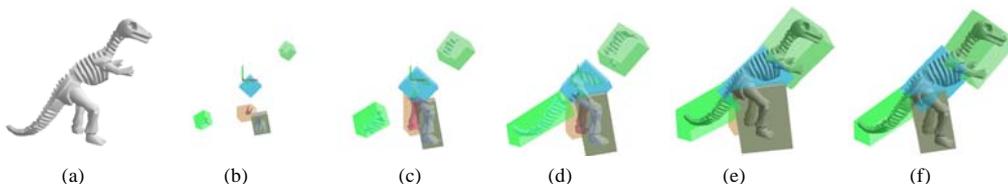


Fig.2 Algorithm of OBBs approximation  
图2 包围盒逼近算法流程

根据 Lloyd 迭代的收敛:

初始化.对每个包围盒,我们随机选择一个或几个面片作为种子,开始进行分划.图 3(b)示意了初始种子.



(a)Object to approximate. (b)~(e) The procedure of one iteration. While triangles are clustered one by one, the OBB's parameters are updated simultaneously. (f) After clustering all triangles, OBBs' center are adjusted.

(a)为原模型,(b)~(e)为物体的所有面片依次划分入 4 个有向包围盒的过程,

每一个面片的加入为保证包围都会引起包围盒形状的变化.(f)为有向包围盒中心位置更新后的结果.

Fig.3 One iteration step in OBBs approximation

图3 一次迭代优化过程示意

迭代优化.我们的迭代包含 3 个步骤:根据当前的包围盒参数(中心与有向轴)计算一个新的分划,根据新的分划更新每个包围盒的参数,在有需要的情况下对分划做出调整避免陷于局部最小.图 3(c-f)示意了一次迭代优化过程.

1) 面片分划.在面片分划时,包围盒的中心保持不变.我们采用填充算法(Flooding):维持一个优先级队列保存每个面片到最近包围盒距离;开始时,对于每个包围盒中心,选择一个离它最近的面片作为种子压入队列;处理时,每次都从队列中取出一个到最近包围盒中心距离最小的面片  $t_{\min}$ ,并将其相邻的面片放入该队列中;对于该面片,我们分别将其划分到不同包围盒  $O_i$ ,计算由  $t_{\min}$  划分至  $O_i$  后造成  $O_i$  形状参数由  $S_i$  变化为  $S_i'$  后所引起的外部体积变化  $dOBV(X, O_i)$ .

$$dOBV(X, O_i) = \|\mathbf{OV}(X, O_i(S_i')) - \mathbf{OV}(X, O_i(S_i))\|.$$

我们的分划原则是,将  $t_{\min}$  分划给带来最小外部体积变化的包围盒  $O_k$ ,即  $O_k$  满足:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}, dOBV(X, O_k) \leq dOBV(X, O_i).$$

图 4 以一个点的分划示意面片分划的判据,面片的分划并不依赖于它距附近包围盒的远近,而根据所造成最小的外部体积变化, $p$  点有 2 个潜在分划的包围盒  $O_0$  与  $O_1$  时(图 4(a)),根据它分别被分划给  $O_0$  与  $O_1$  引起的外部体积增加(图 4(b),(c))将其分划给造成外部体积增加最小的  $O_1$ (图 4(d)).

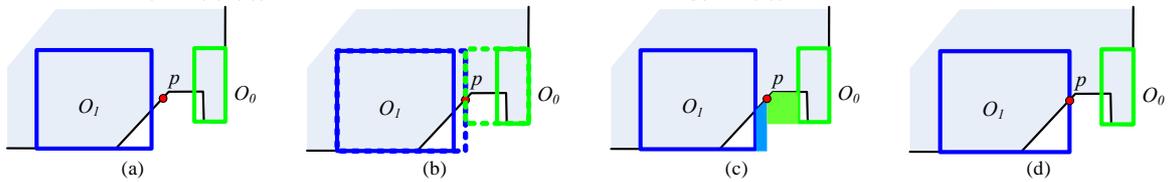


Fig.4 The criteria of clustering triangles

图4 面片分划判据

在具体实现中,我们给每个包围盒维持一个列表,记录计算过的形状参数的以及对应的外部体积,在实际计算时,该列表可大大简化面片划分时的计算加速分划过程,提高优化计算的逼近效率.

2) 包围盒参数更新.当获得一个新的面片划分后,对于每个包围盒都有一个面片集合  $F_i$ ,我们需要找到最优有向包围盒参数使得包围  $F_i$  的外部体积最小.由于很难采用解析的方式求解,我们采用数值离散求解方法.通过在初始参数附近扰动的方法求得该点的梯度方向,进而利用最速下降法求解最优的包围盒参数.虽然有向包围盒的参数维度为 6,但由于我们采用了 GPU 加速的方法来很快计算某一确定参数下的外部体积,因此,采用离散方法来更新包围盒参数可以很快完成.

3) 包围盒的调整.由于初始值选择的问题,上述的迭代过程有时会陷入局部极小点而无法继续进行.当总的外部体积在几次迭代中变化很小时,我们根据每个包围盒包围面片的多少,包围盒之间互相重叠区域的大小等依据对包围盒的重要度排序,通过调整最不重要的一个包围盒,来获得新的有向包围盒逼近.如果新的逼近的误差比调整前小,那么我们从调整后的结果出发继续优化迭代,否则拒绝该次调整,退出优化.采用包围盒调整后,我们的方法可以更好的避开优化中的局部最小值,获得更好的结果.

### 3.2.2 层次间包围盒逼近的优化求解

基于对同层有向包围盒的计算方法,借鉴求解多变量微分问题的 MultiGrid<sup>[7]</sup>方法的思路,我们提出了针对层次包围盒逼近的多分辨率往复优化迭代求解的算法.

算法流程如图 5(a)所示,图 5(b)示意了算法在求解迭代中在不同层间优化的情况,圆点为一次迭代,短线箭头方向表明采用自上而下的优化策略,点线箭头表示采用自下而上的优化策略.通过在不同层次间反复优化迭代,在保证计算效率的前提下,优化求解具有最小误差(公式(6))的层次包围盒逼近.

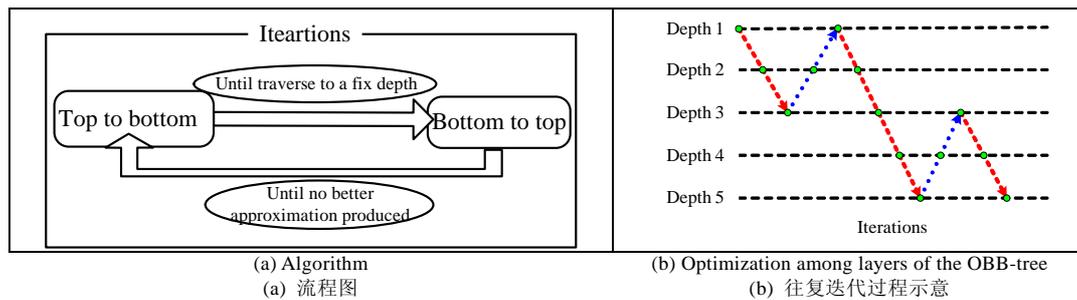


Fig.5 Optimization of hierarchical OBBs

图5 层次包围盒逼近算法流程

自上而下的分解优化策略:层次有向包围盒的分叉数目由预先给定,对于给定了一个面片分划的有向包围盒  $O_i$ ,我们采用上小节的方法来求解它的下一层次包围盒逼近.自上而下的分解优化递归求解至预先给定的深度后转换至自下而上的合并优化.

自下而上的合并优化策略:合并优化的对象为某一层级结所对应下层的包围盒.在合并优化时,从当前层次包围盒作为叶结点的包围盒开始,逐层采用与上节求解包围盒逼近类似的方法进行合并优化计算,但在计算中不再以面片为分划单位,而是以包围盒为分划单位.通过计算这些包围盒的最优分划,来实现对包围盒的合并.在每次合并之后,我们根据公式(6)计算合并后层次结构的误差,如果结果没有合并前好,那么放弃合并优化,转入自上而下的分解优化,如果结果比合并前好,那么继续对上层结点进行合并优化.

与传统层次包围盒的优化求解一般采用 3 种方法:自底向上、逐步的插入层次结点与自上而下<sup>[5,10,14,15]</sup>方法相比,传统方法基本都是基于贪婪(greedy)策略,只考虑当前层进行优化,无法保证对整体误差的优化;我们的方法通过定义整体误差,在层次间的往复迭代优化,可以实现总体误差的最小.但是由于我们方法需要在不同层次间迭代,与传统的方法相比,需要更多的计算时间.

#### 4 实验结果与比较

本文的所有结果都在一台 Intel Duo 2.8GHz,1 GMB 内存,nVidia Geforce 7900GT 显卡的计算机上获得.

在实验中,我们选择构建二义的层次有向包围盒,在计算中,层次间的权值我们取  $\omega_i=l_{sub}$ ,其中  $l_{sub}$  为该层至叶节点的层数,例如,叶节点的  $\omega_i=1.0$ ;叶节点上一层节点的  $\omega_i=2.0$ ,以此类推.在本章后面的实验中,上述简单的  $\omega_i$  取值方法取得了不错的结果.

虽然我们已经采用了一些加速方法,但是与传统的有向层次包围盒构建方法相比,本方法需要更多的计算时间.在我们实验中,对于 8k~10k 的模型,利用 GPU 对单个有向包围盒进行一次外部体积计算的时间为 20 毫秒~80 毫秒,但由于在面片分划与包围盒参数更新需要大量的外部体积计算,构建一个 12 层的二叉有向层次包围盒(叶节点个数为  $2^{12}$  个)需耗时 2 小时~3 小时.

由于 OBB-tree<sup>[4]</sup>是当前应用最为广泛的有向层次包围盒算法,并且作者提供源代码 RAPID(<http://www.cs.unc.edu/~geom/OBB/OBBT.html>),因此我们的比较围绕它展开.从生成层次包围盒的外观与几何误差以及在碰撞检测应用中的计算效率等多方面进行比较.

图 6 为多个模型使用我们方法 OBB-Tree 方法逼近的结果,分别展示了“Snakie”、“Armadillo”与“Dinosaur”三个模型在不同层次下的有向包围盒逼近结果.由于篇幅关系,我们仅仅示意了 1-8 层包围盒的结果,从结果上看,无论从视觉结果与外部体积的误差比较来看,我们的方法更好.

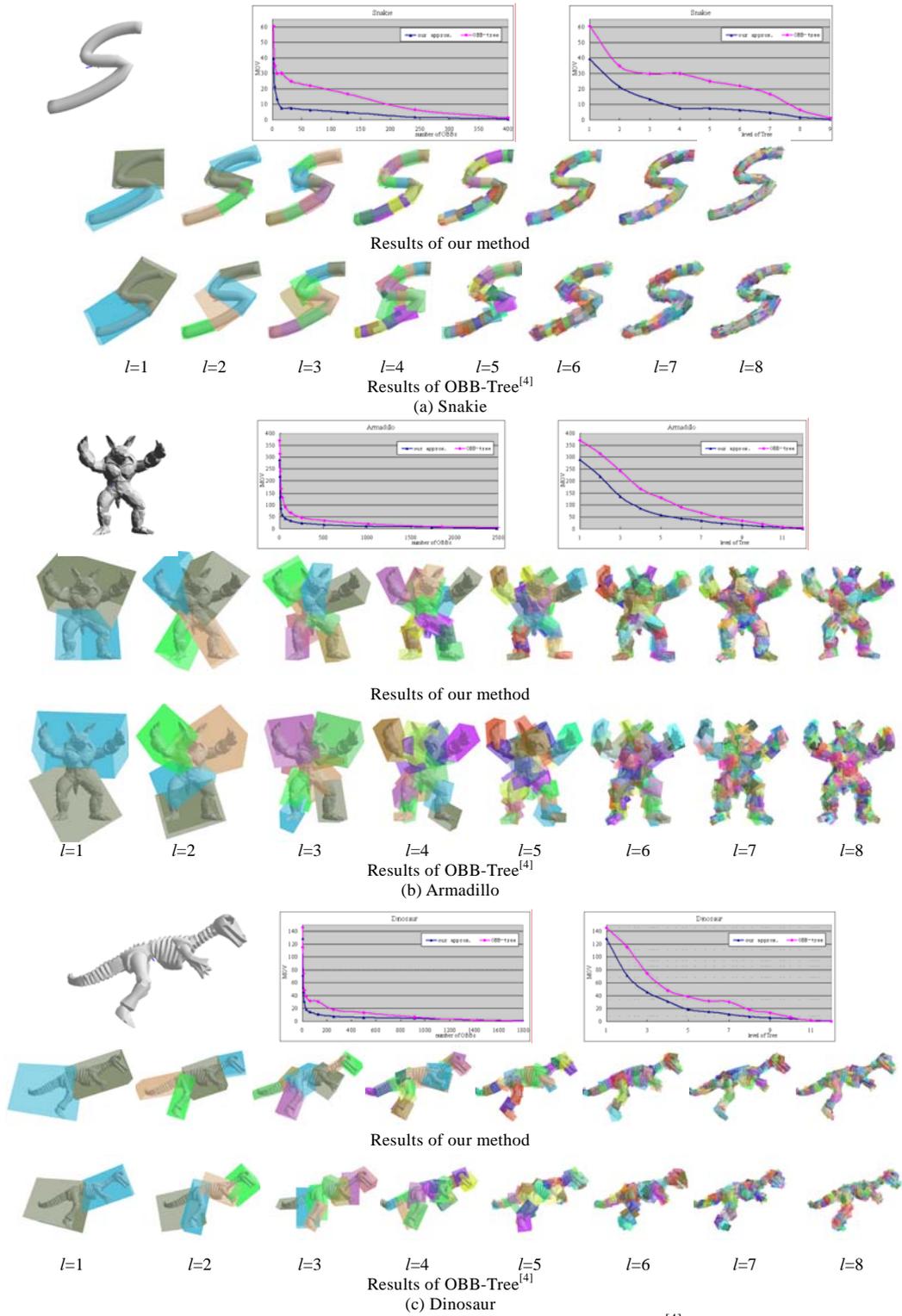
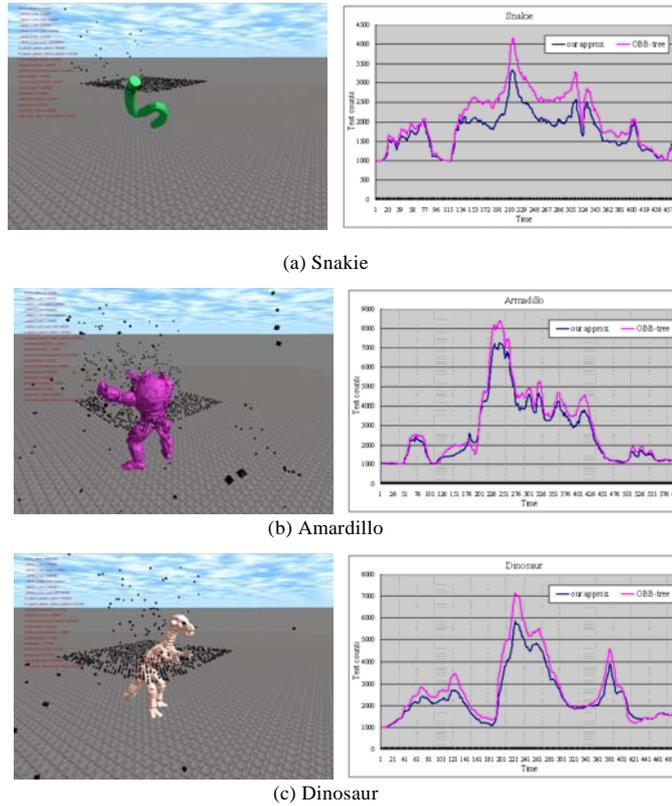


Fig.6 Results comparison of ours and OBB-Tree's<sup>[4]</sup>  
 图 6 不同模型层次包围体几何误差比较

为检测逼近结果在碰撞检测中实际应用的效果,我们基于开源的物理引擎库 ODE(<http://www.ode.org/>)搭建碰撞检测测试环境(图 7).在该环境下,模型围绕其自身中心旋转,自顶有碰撞体掉落,我们对碰撞体与模型进行相交测试,如果模型与碰撞体发生碰撞,那么碰撞体将会被反弹.在碰撞检测中,分别采用我们方法生成的层次包围盒以及采用 OBB-tree<sup>[4]</sup>方法生成的层次包围盒进行粗求交计算.以一次碰撞体-包围盒求交为一个求交计算单位,记录在单位时间内层次包围盒进行粗求交所需要的碰撞体-包围盒求交总次数.从实时性的角度出发,求交次数越少则层次包围盒逼近效果越好.在比较中,我们测试较长的时间,选择大量(>1000)碰撞体随机掉落.求交次数/时间的结果见图 7,从图中可以看到,在大量的求交测试下,我们的层次包围盒比 OBB-tree<sup>[4]</sup>方法生成的结果更好,对于我们测试的这 3 个模型,可减少 10%~17%的求交次数.



	(a) Snakie	(b) Armadillo	(c) Dinosaur
求交次数减少比率 (%)	17.00	10.84	9.85

Fig.7 Performance comparison in collision detection between ours and OBB-Tree's<sup>[4]</sup>

图 7 碰撞检测测试平台下层次包围盒的性能比较

## 5 结论与展望

本文主要讨论了实体网格模型的有向包围盒逼近的层次结构构建.提出采用外部体积作为衡量包围盒逼近网格模型是否紧密的度量,从而将层次包围盒的构建问题转化为变分逼近问题.在最优层次包围盒逼近的优化计算上,我们通过类似 MultiGrid<sup>[7]</sup>的多层往复迭代与 Lloyd<sup>[8]</sup>分簇迭代方法,进行全局意义上误差最小的变分优化求解,来获得对原实体网格模型包裹最紧密的层次有向包围盒.与前人的结果比较,我们方法更好.

本方法当前最大的缺陷在于计算时间较长,与传统方法相比,更适用于对逼近结果质量要求更高,但对预处理时间限制更少的场合.虽然本文中已经考虑了一些加速方法,但提高计算效率仍然是下一步研究的重点之一.此外,本方法以外体积为误差度量,因此只能处理具有空间体积的实体网格模型,但是在实际应用中大量网格

并不是封闭模型,因此,我们下一步会以针对更通用网格模型的层次有向包围盒构建方法为目标,开展下一步的工作.

### References:

- [1] Bradshaw G, O'Sullivan C. Adaptive medial-axis approximation for sphere-tree construction. *ACM Trans. on Graph.*, 2004,23(1): 1-26.
- [2] Wang R, Zhou K, Snyder J, Liu X, Bao H, Peng Q, Guo B. Variational sphere set approximation for solid objects. *The Visual Computer*, 2006,22(9):612-621.
- [3] van den Bergen G. Efficient collision detection of complex deformable models using AABB trees. *Journal of Graphics Tools*, 1997,2(4):1-13.
- [4] Gottschalk S, Lin MC, Manocha D. OBBTree: A hierarchical structure for rapid interference detection. In: *Proc. of ACM SIGGRAPH 1996*. 1996. 171-180.
- [5] Klosowski JT, Held M, Mitchell J, Sowizral H, Zikan K. Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of  $k$ -DOPs. *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, 1998,4(1):21-36.
- [6] Weghorst H, Hooper G, Greenberg DP. Improved computational methods for ray tracing. *ACM Trans. on Graphics*, 1984,3(1):52-69.
- [7] Briggs WL, Henson VE, McCormick SF. *A multigrid tutorial*. 2nd ed., Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. 193.
- [8] Lloyd S. Least squares quantization in PCM. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1982,IT-28(2):129-137.
- [9] Hubbard P. *Collision detection for interactive graphics applications* [Ph.D. Thesis]. Providence: USA Brown University, 1995.
- [10] Barequet G, Chazelle B, Guibas LJ, Mitchell JSB, Tal A. BOXTREE: A hierarchical representation for surfaces in 3D In: *EUROGRAPHICS'96 1996*. 387-396.
- [11] Cohen-Steiner D, Alliez P, Desbrun M. Variational shape approximation In: *ACM SIGGRAPH*. Los Angeles, 2004. 905-914.
- [12] Wu J, Kobbelt L. Structure recovery via hybrid variational surface approximation. *Computer Graphics Forum*, 2005,24(3): 277-284.
- [13] Lu L, Choi YK, Wang W, Kim MS. Variational 3D shape segmentation for bounding volume computation. *Computer Graphics Forum*, 2007,26(3):329-338.
- [14] Goldsmith J, Salmon J. Automatic creation of object hierarchies for ray tracing. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1987,7(5):14-20.
- [15] Omohundro SM. *Five Balltree construction algorithms*. ICSI Technical Report, tr-89-063, Berkeley: University of California, 1989.



王锐(1978—),男,安徽合肥人,博士,讲师,主要研究领域为实时绘制,虚拟现实,模型的几何逼近.



彭群生(1947—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机图形学,虚拟现实,红外图像仿真.



华炜(1972—),男,博士,副研究员,主要研究领域为计算机图形学,计算机辅助几何设计,虚拟现实.



鲍虎军(1966—),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为数字几何处理,真实感图形学绘制技术,虚拟现实.



许高峰(1966—),男,硕士,主要研究领域为模型的几何逼近.