

基于曲面法向量的曲面恢复*

胡茂林^{1,2+}, 谢世朋^{1,2}

¹(安徽大学 智能计算与信号处理实验室,安徽 合肥 230039)

²(安徽大学 数学与计算科学学院,安徽 合肥 230039)

Recovering Surfaces from the Gauss Map

HU Mao-Lin^{1,2+}, XIE Shi-Peng^{1,2}

¹(The Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Anhui University, Hefei 230039, China)

²(School of Mathematics and Scientific Computing, Anhui University, Hefei 230039, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-551-5107894, E-mail: hml@ahu.edu.cn

Hu ML, Xie SP. Recovering surfaces from the Gauss map. *Journal of Software*, 2006,17(Suppl.):1-10.
<http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/s1.htm>

Abstract: This paper studies 3D surface integration from novel angle. The authors consider the construction to the multiple surface patches, not one surface, from the Gauss map. The algorithm takes as its input a 2D field of surface normal estimates, delivered, for instance, by a shape-from-shading or shape-from-texture procedure. The authors disintegrate the Gauss map into two functions by the spherical coordinates, and then borrow the ideas from routine image processing theory to filter the two functions and to segment the space surface into several subsurface, at last the authors use the integrability to recover the subsurface individually. The method only exploits the general techniques in image processing, but can supply better results than the previous researches, which are only based on one function model, especially in the preserverence the edges between different surfaces. The method is evaluated on synthetic and real data delivered by a shape-from-shading algorithm. The approach provides an actually way to use the normal maps of the surface.

Key words: Gauss map; surface recovering; Green formula; shape-from-shading

摘要: 从另一个角度研究三维曲面的恢复,即根据曲面法向量,考虑多块曲面的重构.算法输入的数据是估计的曲面法向量,比如输入的数据是根据从阴影恢复形状或从纹理恢复形状等计算机视觉低层次处理中得到.通过球面坐标变换把曲面法向量分解成两个函数;然后再对这两个函数进行滤波处理,通过对这两个分割的叠加将空间曲面分割成几个子曲面;最后利用 Green 函数分别恢复各个子曲面.虽然只利用了一般的图像处理技术,却能得到比传统的基于曲面法向量的方法更好的结果,特别是边界部分的恢复.这是因为传统的方法只是考虑恢复一个曲面模型,因此在不同曲面的边界上会产生模糊.最后利用模拟数据和由阴影恢复形状算法获取真实数据来评价提出的算法,并都与传统的方法进行了比较.

关键词: 曲面法向量;曲面恢复;Green 函数;从阴影恢复形状

* Supported by the Foundation of Intelligence Project of Higher Education of Anhui, China (安徽省高校“十五”优秀人才计划); the Innovative Research Team of 211 Project in Anhui University of China (安徽大学创新团队项目)

Received 2006-03-15; Accepted 2006-09-11

在计算机科学中,曲面的研究一直是一个热门的课题.计算机视觉的许多问题都涉及到曲面恢复,如匹配和曲面不变量的计算.三维曲面获取的标准方法是:首先利用距离传感器、立体视觉系统、MRI 或 CT 等技术去收集足够多且稠密的曲面样本点集合;然后根据被估计的三维曲面模型去逼近样本点,估计曲面的参数;最后根据逼近的曲面计算微分不变量.三维模型一般是通过扩展立方体方法、Delaunay 三角形、一些拟合模型和平滑技术等获得^[1-7].但是经典的从曲面提取特征方法是不鲁棒的,且与一般的误差估计理论不相符.另一种方法就是不通过建立三维模型^[2],直接从距离、立体或光度测量数据中提取曲率不变量.从闭曲面获取整体参数的其他一些有效的方法有超二次曲面、变形的超二次曲面、Brecht-Uller 的基于球拓扑的约束最优化方法^[8,9].

曲面恢复是把稠密的曲面二维方向场的的数据转换成显式的三维曲面数据的过程.计算机视觉低层次的研究(如阴影恢复形状和纹理恢复形状^[10])就需要解决这样的问题.这时,如何鲁棒地恢复曲面就是一个问题.常见的方法是首先根据曲面法向量选择一条路径,这条路径的曲率是最小的,在阻挡边界用向前传播一个波面来实现.通过这个路径,根据已知行走的距离和曲面切平面的局部斜率来增加高度函数的数值,这样就可以将曲面重构出来.这是一个简单的三角度量问题.在计算机视觉中,直接分析这个课题的研究文献是不容易的.因为曲面恢复经常被视为从阴影恢复形状过程或从纹理恢复形状过程中的一个部分.由于这个原因,我们基于这个思想简要讨论一些已有的方法.在 Horn 和 Brooks 最初的由阴影恢复形状的工作中^[7,11],曲面高度恢复过程是作为一个后处理步骤.这个过程从阻挡边界开始,并逐渐增加曲面的高度.其中曲面高度增量由横截的距离和局部切平面的倾斜角度的数量所确定.在 Kimmel, Bruckstein 和 Siddiqi 的水平集方法中^[12,13],曲面重构作为从阴影恢复形状过程可积部分来实现.他们利用水平集理论,同时求解一个图像辐照度方程,并在可积性的条件下恢复了相关的曲面高度函数.由阴影恢复高度的其他方法包括 Frankot 和 Chellappa 及 Leclerc 和 Bobick 的曲面高度恢复^[14,15],其中运用数值方法,直接从阴影到形状的方法中去解决曲面的高度问题. Tsai 和 Shah 提出了一种快速曲面高度恢复方法^[16],除了对曲面的阴影部分和数值上奇异点区域以外,其他效果均非常好,而 Bichsel 和 Pentland 是在考虑最大亮度点下计算曲面的相对高度^[17].

在本文中,对曲面恢复问题,我们采用了一种不同的思想.在全新的观点下考虑经典的计算机的视觉问题:即怎样直接地处理方向数据的噪声(包含野值)以及怎样由曲面法向量恢复多块曲面,而不是一个曲面.因为曲面法向量是空间向量,且向量的每个分量是非线性相关的(向量的模为 1),一般图像处理的方法在这里不能直接应用.另外,经典的从法向量恢复曲面的方法仅考虑(显式地或隐式地)恢复单个曲面^[18],即仅用一个数学模型来拟和曲面.但在实际中,这种假设不合理,曲面法向量通常来自于多块曲面,所以如果用一个函数来构造模型,恢复后的曲面将会丢失场景的细节(不同曲面相交的地方).另外,低水平的法向量常常根据非线性方程组得到^[19],所以数据更容易产生噪声.但以前主要是利用函数的正则性来过滤噪声,没有直接去除噪声的方法,特别是没有处理野值的方法.现在,由于计算机科学新的、更高的要求,我们需要更准确、更精细的处理方法.

本文第 1 节把曲面法向量分解成两个“图像”,以便对法向量进行噪声处理并对曲面进行分割.第 2 节利用正则最小化方法对法向量作进一步的处理,得到分段积分函数,然后使用 Green 公式恢复多个曲面.第 3 节利用模拟数据和实际图像数据验证算法的有效性,并与以前的结果进行了比较.最后,第 4 节总结了本文的研究方法,并对未来的研究提供了一些建议.

1 曲面法向量过滤和区域分割

在本文中,我们使用曲面法向量作为源数据来推导出方程.众所周知,在现代几何中,曲面所有的性质都可由曲面法向量推导出来.选择从法向量恢复曲面的动机既有来自于几何、物理的直觉,也是目前计算机视觉中的实际需要.在计算机视觉的低层次处理中(如光度学、立体视觉系统、从阴影恢复形状和从纹理恢复形状等),我们常常获得的是曲面法向量而不是曲面表面的稠密样本.另外,曲面法向量是一阶微分量,所以基于法向量研究曲面曲率不变量是非常方便的.

当获得曲面法向量 $N(x, y)$ 后,一般不能直接利用它来恢复曲面,因为曲面法向量可能含有各种随机噪声,包括野值,所以必须过滤掉曲面法向量中的噪声.但由于曲面法向量是空间向量且其分量相关(向量的模为 1).

所以图像处理中噪声(或野值)的一般滤波方法不能直接应用到曲面法向量中.我们利用曲面法向量的球面坐标分解克服了这个困难.因为曲面法向量的模为 1,所以可定义:

$$(\cos\phi\cos\theta, \sin\phi\cos\theta, \sin\theta)^T = N(x, y) = (N_1(x, y), N_2(x, y), N_3(x, y))^T \quad (1)$$

其中 $0 \leq \phi < 2\pi, -\pi/2 \leq \theta < \pi/2$, 且 $(N_1, N_2, N_3)^T$ 表示曲面法向量的分量.由上面的方程,可定义如下两个函数:

$$f_1 = \sin\theta = N_3, f_2 = \cos\phi = \frac{N_1}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}} \quad (2)$$

这两个函数的定义域和曲面法向量的定义域相同(比如都是平面中的矩形区域).通过将曲面法向量分割成两个图像 f_1, f_2 ,再利用图像处理中的一般方法对这两个图像进行滤波,以完成对曲面法向量的噪声处理.我们主要是利用中值滤波器消除图像 f_1, f_2 中比较大的噪声(野值),中值滤波器会保留图像中变化剧烈的地方(曲面的边界),尽管它的计算费用比其他方法高一些,但中值滤波器对消除椒盐和脉冲噪声的效果非常好,也保留了图像的细节,因为它们不依赖于像素邻域中变化很大的值.

下面将介绍如何把曲面分割成几块一阶导数连续的子曲面.在曲面法向量恢复曲面的经典研究中,都只考虑恢复单个曲面,所以只用一个数学函数对曲面建模.经典的方法在不同曲面边界处(变化剧烈处)常常被模糊掉,因此整个曲面的细节也会丢失(如图 1 中所描述的一维情形的例子).为了恢复多个曲面,首先必须分割曲面.我们首先分割式(2)中的方程 f_1, f_2 ,即把它们看作是两副图像,利用 f_1, f_2 的值进行分割,由于处理的数据来自于实验室中的模型(见第 3 节中的实验),因此我们主要是基于图像灰度的直方图来对图像进行分割,并把它们分割的结果叠加起来以得到对曲面的分割,如图 2 所示.



Fig.1 Fitting the left figure by one function blurs the details
图 1 用一个函数拟和左边的图形会模糊具体的细节

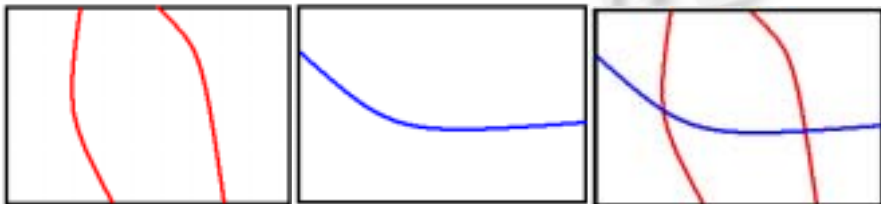


Fig.2 The segment of f_1 and f_2 and the disposition of them. f_1 has three regions and f_2 two regions, their disposition has six regions

图 2 分割 f_1 和 f_2 并将结果叠加起来.如果 f_1 有 3 个区域, f_2 有 2 个区域,合并以后得到曲面的 6 个区域

2 从法向量恢复的曲面

曲面恢复的基本原理是:由于在相差一个尺度下,任何曲面都可由曲面法向量所确定.通过解仅含有曲面法向量 N 的微分方程,可以得到曲面中值曲率函数 H .所以对给定 N ,可以得到向量场 HN .自 Laplace 和 Young 后,都把曲面看作是一个迷向薄膜,且迷向薄膜的曲面张力为一常数,然后在相差一个尺度因子下,由向量场 HN 可

以完全确定曲面的形状^[20].基于曲面法向量的特征提取是计算机视觉中的又一课题,我们将在以后加以研究.

基于曲面法向量的研究有下面 4 个优点:(1) 可应用于任意定向的拓扑曲面(可以是不封闭的);(2) 仅使用一阶线性微分方程;(3) 避免应用不稳定的计算方法(比如求解对称矩阵的特征值和特征向量);(4) 根据样本数据,它提供了有效的噪声过滤方法.

假设曲面的参数方程为 $(x, y, f(x, y))^T$,因此在点 (x, y) 处的法向量函数是:

$$N(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}} \left(-\frac{\partial f}{\partial x}, -\frac{\partial f}{\partial y}, 1 \right)^T.$$

本文主要研究根据单位法向量的测量值来恢复深度函数,即确定函数 $f(x, y)$.假设在某点 (x, y) 的单位法向量的测量值为 $(N_1(x, y), N_2(x, y), N_3(x, y))$,可得:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{N_1(x, y)}{N_3(x, y)}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{N_2(x, y)}{N_3(x, y)}.$$

为了能从上面方程解出函数 $f(x, y)$,它们的方程必须满足正则化(相容性)条件 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$,因此需要检验

样本数据集,使得数值 $\partial \left(\frac{N_1(x, y)}{N_3(x, y)} \right) / \partial y - \partial \left(\frac{N_2(x, y)}{N_3(x, y)} \right) / \partial x$ 在每一点都应接近于 0(其理论值为 0),所以仍然需要进一步估计这些偏导数的数值,使估计的值尽可能地接近于 0.这种估计方法称为可积性检验,在计算机视觉的应用中,这个问题常常转化为求解一个变分问题.在图像处理中,经常使用此方法以解决图像去噪和平滑问题,下面是这个方法的详细描述.

对 f 正则化:在这一部分,我们将通过运用偏微分方程(PDE)的变分方法来解决数据相容性的问题,用一光滑函数(具有二阶连续导数的函数)来拟和 f .在图像处理过程中,PDE 的应用已被证实为非常有效(如在图像恢复、分割和边界检测中^[21]).我们通过求解下面的最小值问题来满足相容性的条件:

$$\iint_{\Omega_i} \left\{ p - \frac{N_1(x, y)}{N_3(x, y)} \right\}^2 + \left\{ q - \frac{N_2(x, y)}{N_3(x, y)} \right\}^2 dx dy + \alpha \iint_{\Omega_i} \left| \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial x} \right|^2 dx dy + \beta \iint_{\Omega_i} \left(|\nabla p|^2 + |\nabla q|^2 \right) dx dy \quad (3)$$

其中 Ω_i 是分割后的子曲面的定义域, α 是一个常数.变分问题的意义为:求解函数 p, q ,使它们尽可能地接近初始偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$,且数值 $\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial x}$ 尽可能小.

注意,在式(3)中,我们仅使用 Tikhonov 正则化项,它是各项同性的,而不是当前图像处理中经常使用的各向异性(非线性)的项,这是因为在上一节中,数据已经经过噪声处理.

变分问题(3)的 Euler-Lagrange 方程即为下面的耦合方程组:

$$\begin{cases} \beta \Delta p + \alpha \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y} \right) - \left(p - \frac{N_1(x, y)}{N_3(x, y)} \right) = 0 \\ \beta \Delta q + \alpha \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right) - \left(q - \frac{N_2(x, y)}{N_3(x, y)} \right) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

若假设 β 远大于 α ,这是一个椭圆方程组,方程(4)的解可通过求解如下的扩散方程得到:

$$\begin{cases} p_i = \beta \Delta p + \alpha \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y} \right) - \left(p - \frac{N_1(x, y)}{N_3(x, y)} \right) \\ q_i = \beta \Delta q + \alpha \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right) - \left(q - \frac{N_2(x, y)}{N_3(x, y)} \right) \end{cases}$$

利用积分恢复形状:当偏导数通过相容性检测后,可以根据 Green 公式重构曲面,其深度函数可以相差一个常数.偏导数表示了曲面高度沿 x 方向或 y 方向的逐步变化,这意味着沿着某条路径,通过对这些高度变化求和,

就可以得到曲面.即: $f(x, y) = \oint_L \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cdot dl + c$, 其中 L 是从某固定点到点 (x, y) 的任意一条曲线, c 是积分常数, 表示起始点的曲面高度. 恢复的曲面与路径无关. 比如, 为了重构曲面上点 (u, v) , 可以从 $(0, 0)$ 点开始, 沿 y -方向从 $x = 0$ 到 $(0, v)$ 求和, 然后再沿 x -方向, 从 $y = v$ 到点 (u, v) 求和, 即:

$$f(u, v) = \int_0^v \frac{\partial f}{\partial y}(0, y) dy + \int_0^u \frac{\partial f}{\partial x}(x, v) dx + c.$$

根据 Green 函数的性质, 从其他路径得到的结果也一样, 若选取多条不同的路径, 并将计算结果均值化, 则其结果会更好, 这样可以减少导数估计中的误差在恢复曲面中的扩散.

3 实验

本文利用模拟图像和真实图像对恢复曲面高度的算法进行评估. 在进行模拟图像的比较后, 我们根据 Worthington 和 Hancock 的从阴影恢复形状算法提取的真实图像的曲面法向量^[18], 然后根据所提取的法向量来恢复曲面. 然而, 需要强调的是, 此方法可应用于以任何方式提取的法向量, 只要数据是平面上的曲面法向量场的形式. 因此, 可以将它应用于从纹理恢复形状和运动分析中.

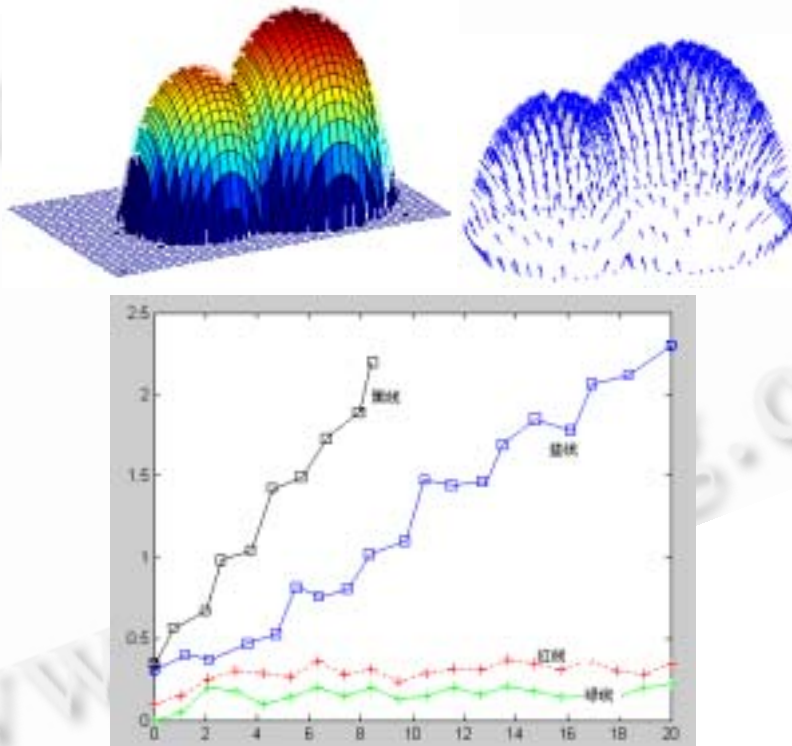


Fig.3 The experiment on the synthetic data. The top row shows the Gauss maps of the intersection of two spheres and the recovery surface, the y axis shows the performance analysis under random noise, the number in the x axis express the density of noise (%)

图3 模拟数据的实验. 上二曲线显示两交叉球的曲面法向量和恢复后的曲面, 下二曲线显示在随机噪声下的效果, 图中数值表示噪声的密度(%)

在图 3 中, 表示的是用模拟数据的结果, 并在不同密度的随机噪声(椒盐噪声)下比较本文的算法(用红线和绿线表示)和文献[18]所提算法(用蓝线和黑线表示)的结果, 所比较部分是曲面顶部(绿线和蓝线表示)和二曲面交界处(用红线和黑线表示)的局部区域的深度变化的标准差. 因为本文的方法应用了图像预处理技术, 所以在

随机噪声下很鲁棒.由于一般边界检测器在定位时总有误差,所以边界深度误差比曲面顶部深度误差稍大一些.

图 4 表示了第 1 个真实图像中的例子.此图像来自 COIL 数据库中的玩具小鸭子.在第 1 排中,分别是原始图像,提取曲面法向量和根据法向量分割的图像.在第 2 排中显示了从不同视点恢复的曲面.尽管由阴影恢复形状算法得到的原始曲面法向量有较大的误差,即把凸起的翅膀误识别为一个凹形物体,但我们的方法仍保留了曲面详细的细节.值得一提的是鸭嘴,头和身躯间的颈部及尾部附近的鞍状结构等主要特征都能被很好地恢复出来.

图 5 表示的是对一个模拟火山图像进行计算的结果.本文的方法把凸状区域和凹状区域的转换处很好地恢复出来.所以能够准确地描述火山的形状.

图 6 表示了第 6 个例子,这是一个瓷性茶杯.曲面的凸凹处都能很好地被恢复出来.曲面的主要部分是茶杯的手柄,下边凸出的部分及圆柱形的身躯.另外,瓷缸的棱纹细节也被恢复出来.

图 7 显示了最后一个例子,图像是来自 COIL 数据库中小木块.其木块手柄的圆柱形结构被很好地恢复出来,且能较好地识别木块两个曲面.然而,两个表面的夹角略大于 90° ,因为曲面法向量有噪声存在,所以曲面恢复时也出现一些问题.然而,在处理长方形曲面和圆柱形手柄等深度不连续处时,此方法的效果很好.

在表 1 中描述了上述真实图像中的一些数据,我们列出了图像大小、所提取曲面块的数目和重构错误百分比.重构错误由所恢复曲面的视觉检查.错误可能是由于人造高度不连续或区域被逆转(如凹形区域变成凸形区域)产生的.从表中可以看出,被研究物体的曲面大约只有 5%~9%受到这种错误的影响.在玩具小鸭子中,其错误主要是由于翅膀凸凹变化所致.

Table 1 Statistics of the recovery algorithm

表 1 本文恢复算法的统计数据

图像	像素数目(仅前景)	曲面块的数目	重构错误百分比(%)
鸭子	2 960	6	6.8
火山	2 840	3	0.5
茶杯	3 827	4	1.5
木块	3 540	5	8.1

最后,我们比较了本文的算法和 Bichsel 和 Pentland 的高度恢复算法^[17].Zhang 等人的算法是一个局部算法^[19],对很多图像的计算结果都很好.但这种局部方法也是隐含了所恢复的是一个曲面这一假设.因此在不需要引入其他误差函数时,就可以比较曲面重构的结果.在图 8 中,每排显示了图 4~图 7 中真实图像在两个视点下恢复之后曲面.比较这些方法最有意思的地方就是在不连续处的恢复、扭曲或过度平滑程度的比较.在图 8 中,小鸭子似乎较好的被重构出来,然而,所恢复的火山扭曲程度较大,且增加了一个奇异点,手柄被扭曲和过度平滑.同时,在长方形的块面和圆柱形的手柄间的深度不连续处也没有较好的被恢复出来.表 2 给出了定量的分析.我们比较图像像素和各个被恢复曲面误差的百分比.和本文算法比较,其误差率竟达到 48%,且总是高于 6%.

Table 2 Statistics for the Bichsel and Pentland method

表 2 Bichsel 和 Pentland 方法的统计数据

图像	维数(像素)	重构错误百分比(%)
鸭子	128×128	6.8
火山	128×128	8
茶杯	420×440	48
木块	128×128	42

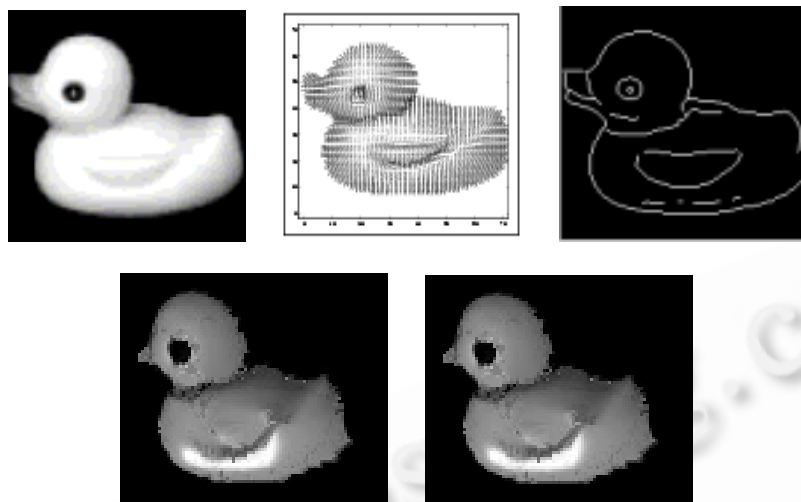


Fig.4 Top row: Original image and obtained normals of surface, and the segment from the Gauss map;
Middle row: Two views of the reconstructed surface

图 4 上排:原始图像、提取的曲面法向量、根据法向量分割的图像;
下排:从 2 种不同视点恢复的曲面

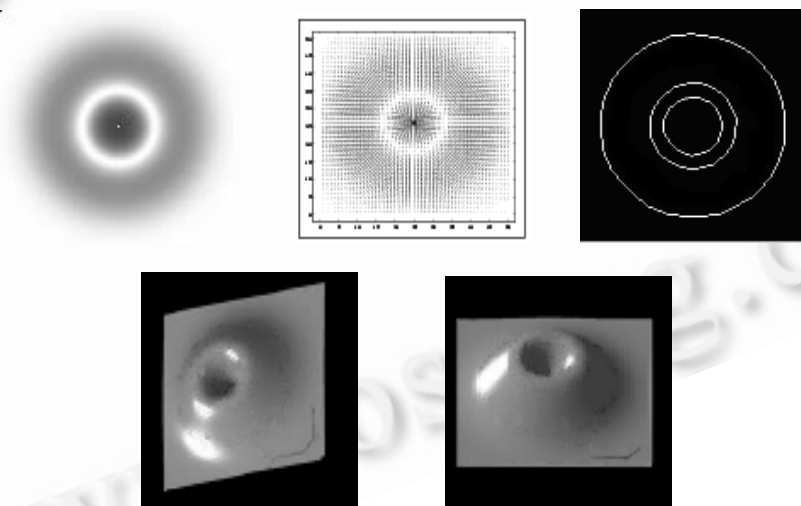


Fig.5 Top row: Original image and obtained normals of surface, and the segment from the Gauss map;
Middle row: Two views of the reconstructed surface

图 5 上排:原始图像、提取的曲面法向量、根据法向量分割的图像;
下排:从 2 种不同视点恢复的曲面

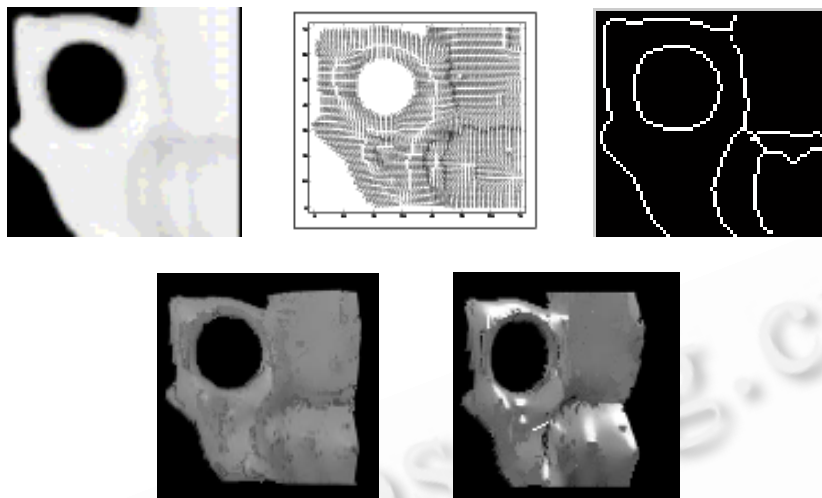


Fig.6 Top row: Original image and obtained normals of surface, and the segment from the Gauss map;

Middle row: Two views of the reconstructed surface

图6 上排:原始图像、提取的曲面法向量、根据法向量分割的图像;
下排:从2种不同视点恢复的曲面

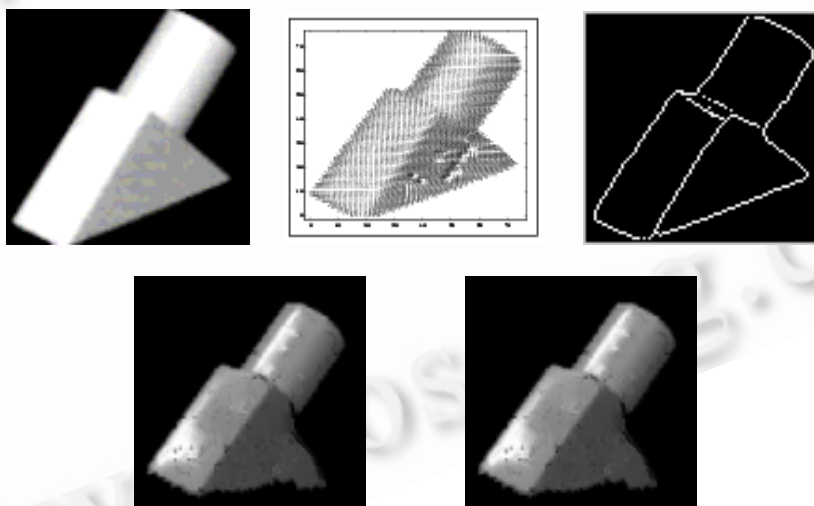


Fig.7 Top row: Original image and obtained normals of surface, and the segment from the Gauss map;

Middle row: Two views of the reconstructed surface

图7 上排:原始图像、提取的曲面法向量、根据法向量分割的图像;
下排:从2种不同视点恢复的曲面

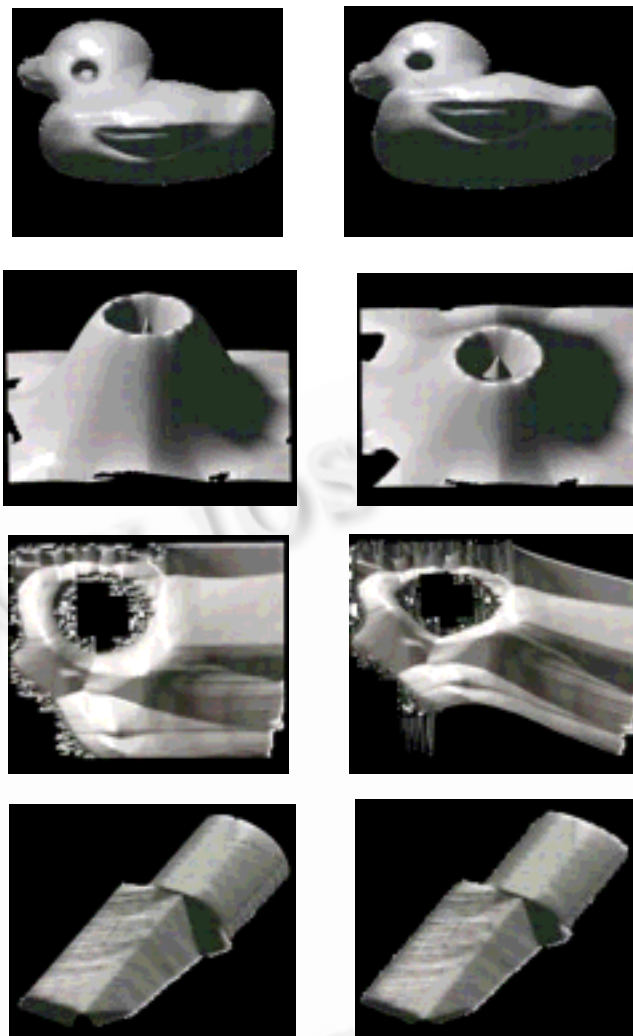


Fig.8 Results of the Bichsel and Pentland algorithm

图 8 Bichsel 和 Pentland 算法的结果

4 结 论

在本文中,我们从另一个不同的角度描述了曲面高度恢复问题,我们首先把曲面法向量分解成两个图像,然后,利用图像处理方法对法向量进行滤波和分割,将图像处理方法引进到计算机视觉的研究中,根据曲面法向量分割曲面,在曲面法向量正则化后,我们使用最简单的方法——Green 积分来恢复曲面.最后根据真实和模拟图像的数据检验我们的算法,评估结果表明,此方法能够较精确地重构非常复杂的曲面.在以后的研究中,我们将用更精细的方法研究曲面恢复(比如基于曲面基本定理).另外,还可以研究利用高斯曲率识别复杂场景中的物体.

致谢 本文的内容是第一作者在英国约克大学计算机系访问时,世界著名计算机视觉专家 Edwin Hancock 教授所给的研究课题,作者在此感谢他的指导,同时感谢 Antonio Robles-Kelly 博士提供的相关数据.

References:

- [1] Boissonnat JD, Cazals F. Smooth surface reconstruction via natural neighbour interpolation of distance functions. In: ACM Proc. of the XVth Annl. Symp. in Comp. Geom. Hong Kong, 2000.
- [2] Devernay F. Computing differential properties of 3-D shapes from stereoscopic images without 3-D model. RR-2304, Sophia Antipolis, 1994.
- [3] Feldmar J, Ayache N. Registration of Smooth Surfaces Using Differential Properties. Berlin: Springer-Verlag, 1994.
- [4] Worthington P, Hancock E. Histogram-Based object recognition using shape from shading. In: Proc. of the IEEE Conf. CVPR 2000. 2000. 643–648.
- [5] Yuen P, *et al.* Curvature and torsion feature extraction from 3-D meshes and multiple scales. IEEE Proc. Vis. Image Signal Process, 2000,147(5):454–462.
- [6] Kamberov G, Kamberova G. Recovering surfaces from the restoring force. In: ECCV 2002. LCNS 2351, 2002. 598–612.
- [7] Kimia BB, Kimmel R, Siddiqi K, Bruckstein AM. Shape from shading: Level set propagation and viscosity solutions. International Journal of Computer Vision, 1995,(16):107–133.
- [8] Metaxas D, Terzopoulos D. Dynamic 3D models with local and global deformations: Deformable superquadrics. IEEE PAMI, 1991, 13(7):703–714.
- [9] Sara R, Bajesy R. Fish-Scales: Representing fuzzy manifolds. In: Proc. of the Int'l Conf. on Computer Vision. Bombay: Narosa Publishing House,1998.
- [10] Horn BKP, Brooks MJ. The variational approach to shape from shading. CVGIP, 1986,33(2):174–208.
- [11] Horn BKP, Brooks MJ. Height and gradient from shading. Int'l Journal of Computer Vision, 1986,5(1):37–75.
- [12] Kimmel R, Bruckstein AM. Tracking level sets by level sets: A method for solving the shape from shading problem. Computer Vision and Image Understanding, 1995,62(2):47–48.
- [13] Frankot RT, Chellappa R. A method of enforcing integrability in shape from shading algorithms. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1988,4(10):439–451.
- [14] Lecleerc YG, Bobick AF. The direct computation of height from shading. In: Proc. of the Computer Vision and Pattern Recognition. 1991. 552–558.
- [15] Tsai PS, Shah M. Shape from shading using linear approximation. Image and Vision Computing, 1994,12(8):487–498.
- [16] Bichsel M, Pentland AP. A simple algorithm for shape from shading. In: Proc. of the Computer Vision and Pattern Recognition. 1992. 459–465.
- [17] Worthington PL, Hancock ER. New constraints on data-closeness and needle map consistency for shape-from shading. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999,21(11).
- [18] Forsyth DA, Ponce J. Computer Vision: A Modern Approach. New York: Pearson Education, 2004.
- [19] Zhang R, Tsai PS, Cryer JE, Shah M. Shape from shading: A survey. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999,21(8):690–706.
- [20] Sommerfeld A. Mechanics of deformable bodies. In: Lectures in Theoretical Physics, Vol 2. New York: Academic Press, 1950. 122–124.
- [21] Rookwood AP, Winget J. Tree-Dimensional object reconstruction from two dimensional images. Computer-Aided Design, 1997, 29(4):279–285.



胡茂林(1965 -),男,安徽合肥人,博士,教授,主要研究领域为计算机视觉,模式识别.



谢世朋(1982 -),男,硕士生,主要研究领域为计算机视觉.