ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software, Vol.17, No.12, December 2006, pp.2518−2528
DOI: 10.1360/jos172518

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel/Fax: +86-10-62562563

偏好推理的逻辑链实现*

张志政+, 翟玉庆, 邢汉承

(东南大学 计算机科学与工程学院,江苏 南京 210096)

Implementation of Preference Reasoning by Manipulating Logical Chain

ZHANG Zhi-Zheng+, ZHAI Yu-Qing, XING Han-Cheng

(School of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-25-83793394, Fax: +86-25-83794838, E-mail: seu_zzz@seu.edu.cn, http://www.seu.edu.cn

Zhang ZZ, Zhai YQ, Xing HC. Implementation of preference reasoning by manipulating logical chain. *Journal of Software*, 2006,17(12):2518−2528. http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/2518.htm

Abstract: In this paper, logical chain is introduced to be the uniform preference representation mean in iterative reasoning of qualitative preference description language LPD (logic preference description). The main contributions include: (1) A new general framework of several common decision making settings is proposed, and LPD is introduced in the framework; (2) LPD is translated into logical chains by constructing logical chains instead of preference operators. Consequently, the preference reasoning in LPD is reduced to several methods of constructing logical chains so that the complex preferences in LPD can be reused in subsequent handlings. Moreover, the conclusion and the prospective are presented in the end.
Key words: reuse of preference; logical chain; ranked knowledge base; preference strategy

摘 要: 以定性偏好描述语言 LPD(logic preference description)为基础,提出把定性偏好表示为基于命题逻辑的逻辑链,主要工作包括:(1) 提出一个带有偏好的决策过程的一般性框架,在此框架内,详细介绍了 LPD 偏好描述语言;(2) 提出基于 LPD 偏好算子的逻辑链构造方法.从而把 LPD 语言中偏好推理转化为相应的逻辑链构造过程,便于偏好重用.最后总结全文并提出需要进一步研究解决的问题.
关键词: 偏好重用;逻辑链;分级知识库;偏好策略
中图法分类号: TP18 文献标识码: A

与传统的经济学、哲学和多判据决策领域中偏好研究相比,偏好处理(preference handling)作为人工智能研究的新领域,提供了新角度:其一,采用人工智能的方法弥补传统偏好研究中的一些缺陷,例如,采用逻辑语言弥补定性偏好表示;其二,在人工智能研究中,把偏好当作对推理、信念和假设等人类思维行为的控制角色[1],例如,约束满足、决策、规划中,当约束条件具有优先级或者决策(规划)目标具有不同重要度时,都能够以偏好作为元控制信息,计算最终解(或目标)[1,2].

在许多系统中,决策和推理所需的偏好是由简单偏好通过集成和修正等偏好处理得到的复杂偏好.当前,此

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60173036 (国家自然科学基金); the Natural Science Foundation of Jiangsu Province of China under Grant No.BK2003001 (江苏省自然科学基金)

Received 2005-10-31; Accepted 2005-12-31

类研究通常以回答简单的 NON-DOMAINANCE,CAND-OPT-SAT 和 COMPARISON* 等问题为中心,研究集成或修正策略[3−6],以及基于不同偏好表示的实现和计算复杂性[7−11].在这类研究中,复杂偏好并不明确地表示出来.

但是在实际应用中,往往需要更为复杂的决策和推理过程.复杂偏好不但用来回答简单问题,而且用于新的偏好处理,一个直观的例子是:甲乙二人一起去看电影,他们对于影片类型和演员都有各自的偏好,按照一定的集成规则[4],形成共同偏好,然后从电影播放单中选择合适的电影(到此为止,是属于回答简单问题的一类研究内容).然而:(1) 如果电影院发生电力故障,二人就要根据共同偏好推理选择其他合适的影院(这里可以看作复杂偏好用于进一步的知识推理);(2) 如果他们遇到朋友丙,那么就需要在甲乙共同偏好的基础上,按照合适规则集成丙的偏好(可以看作是复杂偏好的再次集成);(3) 甲乙听从了别人的劝告,修正他们的共同偏好(可以看作是复杂偏好的修正).我们称通过集成、修正等偏好推理后得到的偏好用于进一步偏好推理的情况为偏好重用.实现偏好可重用性的一个关键环节是把复杂偏好明确地表示出来:

- 通过记录明确表示的复杂偏好,为进一步处理减少计算复杂度,例如,甲乙二人的共同偏好直接用于和丙的偏好的集成,而不用把 3 个人各自的偏好重新集成.
- 复杂偏好的再处理不易分解为简单偏好的处理,例如,复杂偏好的修正往往不易分解为对简单偏好的修正.

定量偏好往往表示为效用函数,易于复杂偏好的再处理[9].对于定性偏好,目前复杂偏好的表示和处理刚刚起步,例如,Rossi 等人采用 CP-net 图推理基于多种集成策略的复杂偏好[11],Brewka 提出一种能够描述问题求解中复杂定性偏好的语言 LPD(logic preference description)[2].但是,这些方法中,(1) 复杂偏好都无法明确地表示出来;(2) 没有考虑偏好修正.

本文采用逻辑链表示偏好的方法,把 LPD 语言中的偏好策略和集成方法归结为几种逻辑链构造方法,使得简单和复杂偏好都一致地表示为逻辑链,而偏好处理就是逻辑链的构造,有利于偏好重用.

1 定性偏好描述语言 LPD

在偏好处理研究中,许多定性决策和约束满足问题[1−3,10,11]可以在下面的框架内描述:

- 给定变量集 V,对于每一个变量 $v\in V$,都有有穷值域 $D(v)$;
- 给定的背景知识 B;
- 给定的定义在变量值域上的偏好集 F;
- 给定的定义在偏好集 F 上的偏好策略集 S,一般包括给予偏好取优算子和偏好联结算子;
- 一个决策或者满足约束的解就是一个满足背景知识和最大偏好的指派,一个指派是对每一个变量 $v\in V$ 赋予一个确定的值 $d\in D(v)$.所有满足背景知识的指派称为候选解(或候选决策).

不失一般性,在变量是布尔变量的情况下,V 是一个有穷布尔变量集,任意 $v\in V$,都有 $D(v)=\{\text{true},\text{false}\}$,$B$ 是一个命题公式集,F 是一组命题公式集上的偏好关系集,那么,一个决策或者问题的解就是一个模型 m,满足对于任意 $f\in B$ 都有 $m|=f$,并且 m 在相关偏好和偏好策略上是最优的.在这个基于逻辑的框架中,经典的决策或约束满足问题可以看作是 F 和 S 为空集的情况,问题的解是满足背景知识的模型 m,任意 $f\in B$ 都有 $m|=f$.

基于上述框架介绍 LPD 语言.LPD 采用取优算子定义分级知识库 RKB(ranked knowledge base),基于不同偏好策略的偏好关系,采用偏好联结算子产生复杂偏好.

- 给定布尔变量集 V;
- 给定的背景知识 B 是一个命题公式集;
- 偏好集 $F=\{K_1,\ldots,K_n\}$,其中 K_i 是采用分级知识库表示的第 i 个偏好关系;

* 这些问题在用逻辑语言表示的情况下可以解释为:对于给定的决策目标集以及定义在目标上的偏好关系,NON-DOMAINANCE 确定给定的一个模型是否为最优解;CAND-OPT-SAT 确定是否存在最优解;COMPARISON 确定给定的两个模型之间的优劣关系.

- 偏好策略集 S,包括一元取优算子集 $O=\{\top,\kappa,\subseteq,\#\}$和偏好联结算子 $C=\{\wedge,\vee,>,-\}$,

则 LPD 语言归纳定义为:

(1) 基本偏好表达式形如 K^o,其中,$K\in F,o\in O$;

(2) 基本偏好表达式是 LPD 语句;

(3) 如果 d_1,d_2 是 LPD 语句,那么$(d_1\wedge d_2),(d_1\vee d_2),(d_1>d_2),-d_1$ 也是 LPD 语句.

下面详细介绍分级知识库以及 LPD 语言的语义.

1.1 分级知识库(RKB)

分级知识库又称为分层知识库[2],是一个具有弱序关系$\succeq$的命题公式集 RF,也就是,对于任意 $f_1,f_2\in RF$,都有 $f_1\succeq f_2$ 或者 $f_1\succeq f_2$.通常有两种等价的表示方法:(1) 表示为二元组(f,r)的集,其中,f 是一个命题公式;r 是一个非负整数;$f_1\succeq f_2$,当且仅当 $r_1\geq r_2$;(2) 表示为公式集的序列$(F_1,\ldots,F_n)$,使得 $f_1\succeq f_2$,当且仅当存在 i,j 满足 $f_1\in F_i,f_2\in F_j$ 并且 $i\geq j$.不失一般性,下面的讨论采用第(1)种表示方法,并且约定分级知识库中最低级别为 0,而且按照顺序,r 通过加 1 递增.

1.2 算子的语义

对于一个分级知识库 $K=\{(f_i,r_i)\}$,首先定义:

$K^r(m)=\{f\mid(f,r)\in K,m\models f\}$;

$$\text{maxsat}^K(m)=\begin{cases}-\infty, & \forall(f,r)\in K,m\not\models f\\ \max\{r\mid(f,r)\in K,m\models f\}, & \text{else}\end{cases};$$

$$\text{maxunsat}^K(m)=\begin{cases}-\infty, & \forall(f,r)\in K,m\models f\\ \max\{r\mid(f,r)\in K,m\not\models f\}, & \text{else}\end{cases}.$$

对于基本偏好表达式 K^o,它定义了模型上的前序$\geq_o^K$:

$m_1\geq_\top^K m_2$,当且仅当 $\text{maxsat}^K(m_1)\geq\text{maxsat}^K(m_2)$;

$m_1\geq_\kappa^K m_2$,当且仅当 $\text{maxunsat}^K(m_2)\geq\text{maxunsat}^K(m_1)$;

$m_1\geq_\subseteq^K m_2$,当且仅当对于所有的 $r,K^r(m_1)=K^r(m_2)$;或者存在 r,使得 $K^r(m_1)\supset K^r(m_2)$,并且对于所有的 $j>r$: $K^j(m_1)=K^j(m_2)$.

$m_1\geq_\#^K m_2$,当且仅当对于所有的 $r,|K^r(m_1)|=|K^r(m_2)|$;或者存在 r,使得$|K^r(m_1)|>|K^r(m_2)|$,并且对于所有的 $j>r$: $|K^j(m_1)|=|K^j(m_2)|$.

对于 LPD 语句 d_1 和 d_2,它们分别确定了模型上的前序关系 R_1,R_2,那么通过联结算子,就可以得到模型上新的前序关系,用 Ord(lpd)表示偏好表达式 lpd 确定的模型上的前序:

$\text{Ord}(d_1\wedge d_2)=R_1\cap R_2$;

$\text{Ord}(d_1\vee d_2)=\text{tr}(R_1\cup R_2)$,tr 是关系上的传递闭包函数;

$\text{Ord}(d_1>d_2)=R_1\rhd R_2=\{(m_1,m_2)\in R_1\mid(m_1,m_2)\in R_2$ 或$(m_2,m_1)\notin R_1\}$;

$\text{Ord}(-d_1)=-R_1=\{(m_1,m_2)\in R_1\mid(m_2,m_1)\in R_1\}$.

例如,甲乙两人打算看电影,在选择影片的问题上,他们都喜欢“喜剧片”胜过“动作片”,喜欢“动作片”又胜过“灾难片”;此外,甲喜欢演员周星驰和李连杰胜过成龙,而乙喜欢演员冯巩和史泰龙胜过牛犇和李亚鹏;因为今天是甲的生日,所以甲的偏好比乙的偏好更优先.

采用分级知识库表示他们的偏好:

$K_{甲}$={(周星弛,1),(李连杰,1),(成龙,0)};$K_{乙}$={(冯巩,1),(史泰龙,1),(牛犇,0),(李亚鹏,0)};$K_{甲乙}$={(喜剧片,2),(动作片,1),(灾难片,0)}.

因为喜欢的演员越多越好,所以在演员的取优上采用#;而对于影片类型,越受偏好的影片类型越受喜欢,所以上述偏好可以用 LPD 语言描述为 $(K_{甲}^{\#}>K_{乙}^{\#})\wedge K_{甲乙}^{\top}$.

如果背景知识是今天放映的 6 部电影,如下所示:

M_1:喜剧片,周星驰,李连杰; M_2:喜剧片,周星驰,成龙,冯巩; M_3:喜剧片,李连杰,成龙,冯巩,李亚鹏;

M_4:动作片,李连杰,周星驰,史泰龙; M_5:动作片,李连杰,成龙,冯巩,李亚鹏; M_6:灾难片,李连杰,成龙,冯巩,史泰龙.

在知识库中,每个影片表示为一个命题逻辑表达式,演员可以同时出现,例如,M_6 表示为灾难片$\wedge$李连杰$\wedge$成龙$\wedge$冯巩$\wedge$史泰龙$\wedge\neg$周星驰$\wedge\neg$李亚鹏$\wedge\neg$牛犇,那么根据各个算子,得到影片之间的偏好关系如图 1 所示.

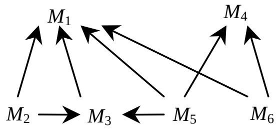

Fig.1 Their common preferences among movies

图 1 两人对电影的偏好

2 逻辑链

长度为 $n+1$ 的逻辑链是形如$\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$的合适公式序列,其中$\delta_i$是合式公式,并且任意两个合式公式都不是等价的.对于一个逻辑链Δ,定义偏好关系$\succ_\Delta$:$\alpha\succ_\Delta\beta$,当且仅当存在 $n\ge i\ge 0$,使得$\delta_i\vdash\neg\beta$成立而$\delta_i\vdash\neg\alpha$不成立.从语义层上表现为存在模型上的偏好关系$\ge_\Delta$,对于任意模型 $m_1,m_2,m_1\ge_\Delta m_2$,当且仅当存在 $n\ge i\ge 0$,使得 $m_1|=\delta_i$,且任意 $j<i$ 都有 $m_2|\ne\delta_i$.

如果命题语言 L 的原子变量是有穷的,对于Δ:$\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$,$\ge_\Delta$是 L 的所有可能世界集 $W(L)$上的弱序,一定存在函数 $rank_\Delta$:$W(L)\to R$,使得$\forall m_1,m_2,m_1\ge_\Delta m_2\Leftrightarrow rank_\Delta(m_1)\ge rank_\Delta(m_2)$[9],因为 $W(L)$有穷,所以 $rank_\Delta$是分级函数,对于任意的 $m,rank_\Delta(m)=n-\min\{i|m|=\delta_i\}$,如果不存在$\delta_i$使得 $m|=\delta_i$,则 $rank_\Delta(m)=-\infty$.例如:语言 L 只有两个变量 p 和 q,如果有逻辑链Δ:$p\wedge q\vdash p\vee q\vdash\top$,则可能世界分级如下:$rank_\Delta(p\wedge q)=2,rank_\Delta(p\wedge\neg q)=rank_\Delta(\neg p\wedge q)=1,rank_\Delta(\neg p\wedge\neg q)=1$.

3 LPD 语言的逻辑链实现

本节首先提出对于给定分级知识库两种逻辑链构造方法,并证明相关性质.据此,把取优算子转化为逻辑链上的偏好推理,并进一步把联结算子转化为逻辑链的联结运算,从而实现 LPD 语言的逻辑链表示和推理.

3.1 RKB的逻辑链表示

逻辑链在偏好处理和计算性上有良好的表现:(1) 易于进一步的偏好修正[12];(2) 把偏好处理归约为经典逻辑推理问题,有利于偏好描述语言及其推理与经典知识推理结合起来.基于此,把 LPD 的偏好处理转移到逻辑链的处理上来.首先给出基本定义.

定义 **1**. 链收缩:对于形如$\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$ 的合式公式序列,将其中为$\perp$的结点删除,并将等价的结点只保留任意一个,其余的从链中删除.

链收缩后的合式公式序列$\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$显然是一个逻辑链.

就给定的分级知识库 $K=\{(f_i,r_i)\}$构造两种逻辑链,设分级知识库中最高等级为 n.

定义 **2**. 析取逻辑链Δ_{PD-K}:对于 $n\ge i\ge 0$,构造$\delta_i=\bigvee_{(f,r)\in K,r\ge n-i} f$,显然有合式公式序列$\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$.$\Delta_{PD-K}$ 是对其链收缩后得到的逻辑链.

定义 **3**. 合取逻辑链Δ_{PC-K}:对于 $n\ge i\ge 0$,构造$\delta_i=\bigwedge_{(f,r)\in K,r\ge i} f$,显然有合式公式序列$\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$.$\Delta_{PC-K}$ 是对其链收缩后得到的逻辑链.

定理 **1**. 任意可能世界 m, $rank_{\Delta_{PD-K}}(m)=\mathrm{maxsat}^K(m)$.

证明:设Δ_{PD-K}的长度为 n,如果对于任意$(f,r)\in K$ 都有 $m|\ne f$,则 $rank_{\Delta_{PD-K}}(m)=\mathrm{maxsat}^K(m)=-\infty$,否则,

$rank_{\Delta_{PD-K}}(m)=n-\min\{i|m|=\delta_i\}=n-\min\left\{r \mid m=\bigvee_{(f,r)\in K,r\geq n-i} f\right\}=\max\{r|(f,r)\in K,m|=f\}=\mathrm{maxsat}^K(m)$. □

定理 2. 任意可能世界 m_1,m_2, $rank_{\Delta_{PC-K}}(m_1)\geq rank_{\Delta_{PC-K}}(m_2)$,当且仅当 $\mathrm{maxunsat}^K(m_2)\geq\mathrm{maxunsat}^K(m_1)$.

证明:设Δ_{PC-K}的长度为 n,

(1) 如果对于任意$(f,r)\in K$ 都有 $m_2|\neq f$,那么 $rank_{\Delta_{PC-K}}(m_2)=-\infty$,且 $\mathrm{maxunsat}^K(m_2)=n$,结论成立.

(2) 如果对于任意$(f,r)\in K$ 都有 $m_1|=f$,就有 $rank_{\Delta_{PC-K}}(m_1)=n$,且 $\mathrm{maxunsat}^K(m_1)=-\infty$,结论成立.

否则:

(a) 如果 $rank_{\Delta_{PC-K}}(m_1)\geq rank_{\Delta_{PC-K}}(m_2)$,设 $k_1=\min\{i|m_1|=\delta_i\}$且 $k_2=\min\{i|m_2|=\delta_i\}$,则 $k_2\geq k_1$,必然有 $\delta_{k_1}\vdash\delta_{k_2}$,使得 $m_1|=\delta_{k_1}$, $m_1|\neq\delta_{k_1-1}$; $m_2|=\delta_{k_2}$, $m_2|\neq\delta_{k_2-1}$. 设 $\delta_{k_1}=\bigwedge_{(f,r)\in K,r\geq k} f$,则 $\delta_{k_1-1}=\bigwedge_{(f,r)\in K,r\geq k-1} f$,使得 $\mathrm{maxunsat}^K(m_1)=k-1$. 设 $\delta_{k_2}=\bigwedge_{(f,r)\in K,r\geq k'} f$,则 $\mathrm{maxunsat}^K(m_2)=k'-1$.由于 $\delta_{k_1}\vdash\delta_{k_2}$,所以 $k'-1\geq k-1$,从而 $\mathrm{maxunsat}^K(m_2)\geq\mathrm{maxunsat}^K(m_1)$.

(b) 如果 $\mathrm{maxunsat}^K(m_1)\leq\mathrm{maxunsat}^K(m_2)$,根据(a),易得 $rank_{\Delta_{PC-K}}(m_1)\geq rank_{\Delta_{PC-K}}(m_2)$. □

定理 3. 如果分级知识库中每个级别只包含一个公式,当 $r>n-rank_{\Delta_{PC-K}}(m)$,则 $|K^r(m)|=1$;当 $r>n-rank_{\Delta_{PD-K}}(m)$,则$|K^r(m)|=0$.

证明:

(1) 对于Δ_{PC-K}, $\delta_i=\bigwedge_{(f,r)\in K,r\geq i} f$,设 $rank_{\Delta_{PC-K}}(m)=k$,则 $m|=\delta_{n-k+1}$,因为$\delta_{n-k+1}=\bigwedge_{(f,r)\in K,r\geq n-k+1} f$,所以,对于任意$(f,r)\in K$, $r>n-k$ 都有 $m|=f$,所以,当 $r>n-rank_{\Delta_{PC-K}}(m)$时,则 $K^r(m)=\{f|(f,r)\in K\}$,因为每个分级的公式是唯一的,则$|K^r(m)|=1$.

(2) 对于Δ_{PD-K},任意$\delta_i=\bigvee_{(f,r)\in K,r\geq n-i} f$,设 $rank_{\Delta_{PD-K}}(m)=k$,则 $m|=\delta_{n-k+1}$,且 $m|\neq\delta_{n-k}$,因为$\delta_{n-k}=\bigvee_{(f,r)\in K,r\geq k} f$,所以对于任意 $j>k$,都有 $m|\neq f$,则$|K^r(m)|=0$. □

3.2 偏好算子

3.2.1 取优算子

引理 1. $m_1\geq_{\top}^K m_2$,当且仅当 $m_1\geq_{\Delta_{PD-K}} m_2$.

证明:$m_1\geq_{\top}^K m_2$ 当且仅当 $\mathrm{maxsat}^K(m_1)\geq\mathrm{maxsat}^K(m_2)$,根据定理 1,结论成立. □

根据引理 1 可知,可以通过构造分级知识库析取逻辑链表示其取优算子(偏好策略)T.

引理 2. $m_1\geq_{\kappa}^K m_2$,当且仅当 $m_1\geq_{\Delta_{PC-K}} m_2$.

证明:$m_1\geq_{\kappa}^K m_2$,当且仅当 $\mathrm{maxunsat}^K(m_2)\geq\mathrm{maxunsat}^K(m_1)$,根据定理 2,结论成立. □

根据引理 2 可知,可以通过构造分级知识库合取逻辑链表示其取优算子κ.

引理 3. 当分级知识库中每个级别只包含一个公式,$m_1\geq_{\subseteq}^K m_2$,当且仅当 $m_1\geq_{\Delta_{PD-K}} m_2$ 或 $m_1\geq_{\Delta_{PC-K}} m_2$.

证明:根据定义,$m_1\geq_{\subseteq}^K m_2$,当且仅当对于所有的 n,$K^n(m_1)=K^n(m_2)$,或者存在 n,使得 $K^n(m_1)\supset K^n(m_2)$,并且对于所有的 $j>n$:$K^j(m_1)=K^j(m_2)$.

(1) 当 $m_1\sim_{\Delta_{PD-K}} m_2$ 或 $m_1\sim_{\Delta_{PC-K}} m_2$ 时,对任意 r :$K^r(m_1)=K^r(m_2)$.

(2) 当 $m_1\geq_{\Delta_{PD-K}} m_2$ 时,有 $rank_{\Delta_{PD-K}}(m_1)> rank_{\Delta_{PD-K}}(m_2)$,根据定理 3,当 $r=rank_{\Delta_{PD-K}}(m_1)$时必有$|K^r(m_1)|=1$,因为 $rank_{\Delta_{PD-K}}(m_1)> rank_{\Delta_{PD-K}}(m_2)$,所以$|K^r(m_2)|=0$,又因每个级别只包含一个公式,所以 $K^r(m_1)\supset K^r(m_2)$.当 $r>rank_{\Delta_{PD-K}}(m_1)$时,则$|K^r(m_1)|=|K^r(m_2)|=0$,于是 $K^r(m_1)=K^r(m_2)$,因此 $m_1\geq_{\subseteq}^K m_2$.

(3) 当 $m_1\geq_{\Delta_{PC-K}} m_2$ 时,同理可证 $m_1\geq_{\subseteq}^K m_2$.

(4) 当 $m_1\geq_{\subseteq}^K m_2$ 时,反证法易证 $m_1\geq_{\Delta_{PD-K}} m_2$ 或 $m_1\geq_{\Delta_{PC-K}} m_2$. □

根据引理 3 可知,可以通过构造分级知识库合取逻辑链和析取逻辑链同时表示其取优算子$\subseteq$.

定理 4. 当分级知识库中,每个级别只包含一个公式时,$m_1\geq_{\#}^K m_2$,当且仅当 $m_1\geq_{\subseteq}^K m_2$.

证明:当分级知识库中每个级别只包含一个公式,必有 $K^r(m_1)=K^r(m_2)$,当且仅当$|K^r(m_1)|=|K^r(m_2)|$,

$K^r(m_1)\supset K^r(m_2)$,当且仅当$|K^r(m_1)|=1$ 且$|K^r(m_2)|=0$.显然,$m_1 \geq_{\#}^{K} m_2$,当且仅当 $m_1 \geq_{\subseteq}^{K} m_2$. □

基于上述命题,对分级知识库 K,LPD 的基本偏好表达式可以等价地表示为逻辑链:

- K^{T} 表示为逻辑链Δ_{PD-K};
- K^{κ}表示为逻辑链Δ_{PC-K};
- 当分级知识库中每一级的公式都是唯一的,那么 $K^{\subseteq}$, $K^{\#}$表示为Δ_{PD-K}和Δ_{PC-K}.

3.2.2 联结算子

设 L 上定义的两个逻辑链$\Delta:\delta_0 \vdash,\ldots,\vdash\delta_h$和$\Delta':\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_{h'}$.

定理 5. 对于 $h\geq i\geq 0$,构造 $\delta_i''=\neg\delta_i$,如果Δ''是 $\delta_0''\vdash,\ldots,\vdash\delta_h''$ 链收缩后得到的逻辑链,则对任意 m_1,m_2, $m_1\geq_{\Delta}m_2$,当且仅当 $m_2\geq_{\Delta''}m_1$,亦即$\geq_{\Delta}=-\geq_{\Delta''}$.

证明:因为Δ是逻辑链,所以各个结点是不等价的,因此,Δ''的各个结点也是不等价的.对于链收缩过程,当$\delta_h=\mathrm{T}$ 时,$\delta_h''=\perp$,此时Δ''为 $\delta_1''\vdash,\ldots,\vdash\delta_h''$;否则为 $\delta_0''\vdash,\ldots,\vdash\delta_h''$.(1) 当 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$ 时,必然存在结点 δ_i'',使得:对于 $j\geq i$,有 $m_1|\neq\neg\delta_j''$;对于 $j<i$,有 $m_2|=\neg\delta_j''$.因此,对于 $j<h-i$,有 $m_2|\neq\neg\delta_{h-i}''$ 且 $m_1|=\neg\delta_j''$,使得 $m_2\geq_{\Delta}m_1$;(2) 当 $m_1\geq_{\Delta}m_2$ 时,必然存在结点δ_i,使得:当 $j\geq i$ 时,有 $m_1|\neq\neg\delta_j$;当 $j<i$ 时,$m_2|=\neg\delta_j$.因此,当 $j\geq h-i$ 时,则 $m_2|\neq\neg\delta_j''$;当 $j<h-i$,有 $m_1|=\neg\delta_j''$.因此,$m_2\geq_{\Delta''}m_1$. □

对于满足定理 5 的逻辑链构造方法,记为$\Delta''=-\Delta$.

定理 6. 令$\delta_{-1}=\perp,\delta_{h+1}=\delta'_{h'+1}=\mathrm{T}$.构造 $\delta_i''=\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)-1}\vee(\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)}\wedge\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)})$.其中,mod 是取余函数,res 是取倍数函数.如果Δ''是 $\delta_0''\vdash,\ldots,\vdash\delta_{(h+1)(h'+1)}''$ 链收缩得到的逻辑链,那么,$\geq_{\Delta''}=\geq_{\Delta}\triangleright\geq_{\Delta'}$.

证明:只要证明任意 m_1,m_2, $m_1\geq_{\Delta''}m_2$,当且仅当:(1) $m_1\geq_{\Delta}m_2$;或者(2) $m_1\sim_{\Delta}m_2$ 且 $m_1\geq_{\Delta'}m_2$.

(1) 当 $m_1\geq_{\Delta}m_2$ 时,必然存在结点δ_i:$m_1|\neq\neg\delta_i$,且对任意 $j<i$,有 $m_2|=\neg\delta_j$.因为 $\delta_{i(h'+2)}''=\perp\vee\delta_i\wedge\mathrm{T}=\delta_i$,对于$\Delta''$存在结点 $\delta_{i(h'+2)}''$:$m_1|\neq\neg\delta_{i(h'+2)}''$,且对于 $j<i(h'+2)$有 $m_2|=\neg\delta_{i(h'+2)}''$.因此,$m_1\geq_{\Delta''}m_2$.如果 $m_1\sim_{\Delta}m_2$ 且 $m_1\geq_{\Delta'}m_2$,必然存在结点δ'_i: $m_1|\neq\neg\delta'_i$,且对于 $j<i$ 有 $m_2|=\neg\delta'_j$.设 $k1=\min\{i|m_1|=\delta_i\}$,必然存在结点 δ_k'' 等价于$\delta_{k1-1}\vee(\delta_{k1}\wedge\delta'_i)$,使得 $m_1|\neq\neg\delta_k''$,且当 $j<k$ 时,$m_2|=\neg\delta_j''$.因此 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$.

(2) 如果 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$,则必然存在结点 δ_i'' 满足:$m_1|\neq\neg\delta_i''$ 且对于 $j<i$ 有 $m_2|=\neg\delta_j''$.因为 $\delta_i''=\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)-1}\vee(\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)}\wedge\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)})$,所以 $m_1|=\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)-1}$ 或者 $m_1|=\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)}\wedge\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)}$, $m_2|\neq\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)-1}$ 且 $m_2|\neq\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)}\wedge\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)}$.如果 $m_1|=\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)-1}$,因为 $m_2|\neq\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)-1}$,则必然有 $m_1\geq_{\Delta}m_2$.如果 $m_1|=\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)}\wedge\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)}$,因为 $m_2|\neq\delta_{\mathrm{mod}(i,h'+2)}\wedge\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)}$,所以有 $m_1|=\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)}$且 $m_2|\neq\delta'_{\mathrm{res}(i,h'+2)}$.根据定义,则必然有 $m_1\geq_{\Delta'}m_2$. □

对于满足定理 6 的逻辑链构造方法,记为$\Delta''=\Delta\triangleright\Delta'$.

定义 4. 有限世界偏好关系.对于逻辑链$\Delta:\delta_0\vdash,\ldots,\vdash\delta_n$, $m_1\geq_{\Delta}m_2$,当且仅当存在 $n\geq i\geq 0$,使得 $m_1|=\delta_i$,任意 $j<i$ 有 $m_2|\neq\delta_i$,且存在 $n\geq j\geq i$ 使得 $m_2|=\delta_j$.称$\geq_{\Delta}$为逻辑链Δ确定的有限世界偏好关系,区别于一般情况,记作$\geq_{\Delta}^{L}$.

两弱序的交集显然是偏序.决策中,常常把偏序每个链的上界作为最优项,如图 1 中电影 M_1 和 M_4.所以,可以把偏序看作是多个单链性偏序**的并集.

定理 7. 如果Δ定义了可能世界上的全序,对于Δ和Δ':令$\delta_{-1}=\perp$,并且设 $index(\delta)$是与δ等价的合式公式在逻辑链Δ中的节点下标.定义 $r_{\Delta'}(\delta_i)=\begin{cases}+\infty, & \forall\delta'(\delta_i\mid\!-\delta') \\ \min\{i\mid\delta_i'\mid\!-\neg(\delta_i\wedge\neg\delta_{i-1})\}, & \text{else}\end{cases}$,那么:

A. 构造 $\delta_0'''\vdash,\ldots,\vdash\delta_{h''}'''$ 满足:

- 该序列是Δ的一个子序列.
- 对于任意 δ_i''', δ_j''',如果 $i>j$,那么就有 $r_{\Delta'}(\delta_i)<r_{\Delta'}(\delta_j)$.
- 不存在Δ的节点δ使得$\delta\vdash\delta_0'''$ 并且 $r_{\Delta'}(\delta)<r_{\Delta'}(\delta_0''')$.
- 不存在Δ的节点δ使得 $\delta_0'''\vdash\delta$并且 $r_{\Delta'}(\delta)>r_{\Delta'}(\delta_0''')$.

** 最多有一个多于两个元素的链的偏序.

• 对于 $0\le i<h''$,不存在Δ的节点δ使得 $\delta'''_i \vdash \delta \vdash \delta'''_{i+1}$ 且 $r_{\Delta'}(\delta'''_i)<r_{\Delta'}(\delta)<r_{\Delta'}(\delta'''_{i+1})$.

B. 令 $\delta'''_{-1}=\perp$,构造 $\delta''_i=(\delta'''_i\wedge\neg\delta_{index(\delta''_i)-1})\vee\delta'''_{i-1}$,则

(1) $\delta''_0 \vdash,\dots,\vdash\delta''_{h'''}$.

(2) 所有按照步骤 A,B 构造的合式公式序列链收缩后得到的逻辑链的集合为Ω,则对于任意$\Delta''\in\Omega$,显然,$\ge^L_{\Delta''}$ 是一个具有单链性的偏序,那么 $\bigcup_{\Delta''\in\Omega}\ge^L_{\Delta''}=\ge_{\Delta\wedge\Delta'}$.

证明:分为两个部分,首先证明 $\delta'''_0 \vdash,\dots,\vdash\delta'''_{h''}$ 为真,然后证明对于任意 $\Delta''\in\Omega$,如果 $m_1\ge^L_{\Delta''}m_2$,则 $m_1\ge_\Delta m_2$ 且 $m_1\ge_{\Delta'}m_2$,并且如果有 $m_1\ge_\Delta m_2$ 且 $m_1\ge_{\Delta'}m_2$,则存在 $\Delta''\in\Omega$ 使得 $m_1\ge^L_{\Delta''}m_2$.

(1) 对于任意 δ''_{i+1} 和 δ''_i, $\delta''_{i+1}=(\delta'''_{i+1}\wedge\neg\delta_{index(\delta''_i+1)-1})\vee\delta'''_i$, $\delta''_i=(\delta''_i\wedge\neg\delta_{index(\delta''_i)-1})\vee\delta'''_{i-1}$,因 $\delta'''_i\wedge\neg\delta_{index(\delta''_i)-1}\vdash\delta'''_i$,又 $\delta'''_0\vdash,\dots,\vdash\delta'''_{h''}$ 是 Δ 的子链,必有 $\delta'''_{i-1}\vdash\delta'''_i$,所以 $\delta''_i\vdash\delta'''_i\vdash\delta''_{i+1}$.因此,$\delta''_0\vdash,\dots,\vdash\delta''_{h''}$.

(2) 对于任意 $\Delta''\in\Omega$,如果 $m_1\ge^L_{\Delta''}m_2$:

i. 必然存在结点 δ''_i 满足:$m_1|\ne\neg\delta''_i$,且当 $j<i$ 时,有 $m_2|=\neg\delta''_i$.因为 $\delta''_i=(\delta''_i\wedge\neg\delta_{index(\delta''_i)-1})\vee\delta'''_{i-1}$,所以 $m_1|=\delta'''_{i-1}$ 或者 $m_1|=\delta'''_i$,而且当 $j<i$ 时,有 $m_2|\ne\delta''_i$.且 $m_1|=\delta'''_j$,又因为 δ'''_{i-1} 和 δ'''_i 是 Δ 的节点,必有 $m_1\ge_\Delta m_2$.

ii. 设 $M(f)=\{m|m|=f\}$.Δ定义了全序,任意 $m_1,m_2,m_1>_\Delta m_2$ 或 $m_2>_\Delta m_1$.显然,$rank_\Delta(m_1)\ne rank_\Delta(m_2)$.当 $h+1\ge i>0$ 时,则$|M(\delta_i\wedge\neg\delta_{i-1})|=1$;否则:当 $M(\delta_i\wedge\neg\delta_{i-1})=\{m_1,m_2\}$时,就有 $rank_\Delta(m_1)=rank_\Delta(m_2)=n-i$,与 $rank_\Delta(m_1)\ne rank_\Delta(m_2)$矛盾.设$\{m_1\}=M(\delta_{h-k_1+1}\wedge\delta_{index(\delta_{h-k_1+1})-1})$,则当 $\delta'_j\vdash\delta_{h-k_1+1}\wedge\delta_{index(\delta_{h-k_1+1})-1}$ 时,有 $m_1\vdash\delta'_j$,于是 $rank_{\Delta'}(m_1)=r_\Delta(\delta_{h-k_1+1})$.同理,$rank_{\Delta'}(m_1)=r_\Delta(\delta_{h-k_2+1})$.因为 $m_1\ge^L_{\Delta''}m_2$,所以 $k_1\ge k_2$.即 $r_\Delta(\delta_{h-k_1+1})\ge r_\Delta(\delta_{h-k_2+1})$,则 $rank_\Delta(m_1)\ge rank_\Delta(m_2)$,即 $m_1\ge_{\Delta'}m_2$.

(3) 当 $m_1\ge_\Delta m_2$ 且 $m_1\ge_{\Delta'}m_2$ 时,设 $rank_\Delta(m_1)=k_1,rank_{\Delta'}(m_1)=k'_1,rank_\Delta(m_2)=k_2,rank_{\Delta'}(m_2)=k'_2$,则 $k_1\ge k_2$, $k'_1\ge k'_2$,且 $\min\{i|m_1|=\delta_i\}=h-k_1$.因为 $rank_{\Delta'}(m_1)=h-\min\{i|\delta'_j\vdash\neg(\delta_{h-k_1+1}\wedge\delta_{h-k_1})$,所以有 $r_{\Delta'}(\delta_{h-k_1+1})=rank_{\Delta'}(m_1)=k'_1$;同理,$r_{\Delta'}(\delta_{h-k_2+1})=rank_{\Delta'}(m_2)=k'_1$,所以 $r_{\Delta'}(\delta_{h-k_1+1})\ge r_{\Delta'}(\delta_{h-k_2+1})$.根据子序列选取方法,总有子列包含 δ_{h-k_1+1} 和 δ_{h-k_2+1},就能够构造 Δ'',存在节点 $\delta''_i=(\delta_{h-k_1+1}\wedge\neg\delta_{h-k_1})\vee\delta_{i-1}$ 和 $\delta''_j=(\delta_{h-k_1+1}\wedge\neg\delta_{h-k_1})\vee\delta_{j-1}$,并且因为 $r_{\Delta'}(\delta_{h-k_1+1})\ge r_{\Delta'}(\delta_{h-k_2+1})$,必然有 $i\le j$.因为 $\min\{i|m_1|=\delta_i\}=h-k_1$,所以在子序列中,对于$\delta_i$,如果 $i<n-k_1$,必有 $m_1|\ne\delta_i$,也就有 $m_1|\ne\delta_i\wedge\neg\delta_{i-1}$,根据构造 Δ''的方法,对于 $g<i$,就有 $m_1|\ne\delta''_i$,所以 $rank_{\Delta''}(m_1)=h-i$;同理,$rank_{\Delta''}(m_2)=h-j$,因为 $i\le j$,所以 $rank_{\Delta''}(m_1)\ge rank_{\Delta''}(m_2)$,即 $m_1\ge^L_{\Delta''}m_2$. □

对于满足定理 7 的逻辑链构造方法,记为 $\Delta''=\Delta\wedge\Delta'$.

定理 **8**. 对于逻辑链 Δ,Δ',如果它们各自都能够确定可能世界上的全序,那么:

(1) 构造 $\delta''_0=\delta'_{\max-\mathrm{int}(\delta_0)}$,设 $h''=0$;

(2) 如果$(\delta_{i+1}\wedge\neg\delta_i)\vdash\delta''_{h''}$,设 $z=\min\{k|\delta_{i+1}\wedge\neg\delta_i\vdash\delta''_k\}$,那么 $\delta''_k=\bigvee_{j=z}^{h''}\delta_j$,并且 $h''=z$;否则,$h''=h''+1$,且 $\delta''_{h''}=\delta'_{\max-\mathrm{int}(\delta_{i+1})}$;

(3) 重复(2),直到 $i=h+2$;

其中,设$\delta_{-1}=\delta'_{-1}=\perp$,$\max\text{-}\mathrm{int}(\delta_i)=\max\{k|\delta_{i+1}\wedge\neg\delta_i\vdash\neg(\delta'_k\wedge\neg\delta'_{k-1})$,如果 Δ'': $\delta''_0\vdash\dots\vdash\delta''_{h''}$ 是逻辑链,那么 $\ge_{\Delta''}=\ge_\Delta\vee\ge_{\Delta'}$.

证明:设 $m_1\ge m_2$,当且仅当 $m_1\ge_\Delta m_2$ 或 $m_1\ge_{\Delta'}m_2$.首先证明 $\delta''_0\vdash\dots\vdash\delta''_{h''}$ 是逻辑链;然后根据传递闭包定义证明:(1) 当有序列 $m'_1\ge\dots\ge m'_s$ 时,有 $m_1\ge_{\Delta''}m_2$;(2) 当 $m_1\ge_{\Delta''}m_2$ 时,有序列 $m'_1\ge\dots\ge m'_s$,其中 $m'_1=m_1$, $m'_s=m_2$,$s>1$.

(1) 显然,$\delta''_0\vdash\dots\vdash\delta''_{h''}$ 是逻辑链.

(2) 当有 $m'_1\ge\dots\ge m'_s$ 时,因为$\ge_\Delta$ 和$\ge_{\Delta'}$是传递的[6],所以序列 $m'_1\ge\dots\ge m'_s$ 必然可化为$\ge_\Delta$ 和$\ge_{\Delta'}$交替出现的序列,只要证明对于任意 m_i,m_j 都满足 $m_i\ge_\Delta m_j\Rightarrow m_i\ge_{\Delta''}m_j$ 且 $m_i\ge_{\Delta'}m_j\Rightarrow m_i\ge_{\Delta''}m_j$,就可证得 $m_1\ge_{\Delta''}m_2$.

i. 当 $m_i\ge_\Delta m_j$ 且 $m_i\ge_{\Delta'}m_j$ 时,因为 Δ 定义了可能世界上的全序,必然有 $rank_\Delta(m_i)\ge rank_\Delta(m_j)$,令 $rank_\Delta(m_i)=k_1$,

$rank_{\Delta}(m_j)=k_2$,则 $M(\delta_{k_1}\wedge\neg\delta_{k_1})=\{m_i\}$而 $M(\delta_{k_2}\wedge\neg\delta_{k_2})=\{m_j\}$;由 Δ''的构造过程和 max-int 函数的定义,存在 $\delta''_{k_3}=\delta'_{\max-\mathrm{int}(\delta_{k_1})}$,必先早于 $\delta''_{k_4}=\delta'_{\max-\mathrm{int}(\delta_{k_2})}$ 加入 Δ''(或者说 $k_4\geq k_3$),因此,$m_i|=\delta''_{k_3}$,不存在任何 $k<k_3$ 满足 $m_j|=\delta''_k$,所以 $m_i\geq_{\Delta''}m_j$.

ii. 当 $m_i\geq_{\Delta'}m_j$ 且 $m_j\geq_{\Delta'}m_i$ 时,同理,$\delta''_{k_3}=\delta'_{\max-\mathrm{int}(\delta_{k_1})}$ 必先早于 $\delta''_{k_4}=\delta'_{\max-\mathrm{int}(\delta_{k_2})}$ 加入 Δ''(或者说 $k_4\geq k_3$).但是,因为 $m_j\geq_{\Delta'}m_i$,必有 $\delta''_{k_4}\vdash\delta''_{k_3}$,所以就有 $\delta_{k_2}\wedge\neg\delta_{k_2}\vdash\delta''_{k_3}$;因为 $z=\min\{k|\delta_{i+1}\wedge\neg\delta_i\vdash\delta''_k\}$,必然 $k_3\geq z$,则 $\delta''_z=\bigvee_{j=z}^{h''}\delta_j$,使 $\min\{k|\mathrm{m}_i|=\delta''_k\}=\min\{k|m_j|=\delta''_k\}=z$,所以 $m_i\sim_{\Delta''}m_j$,即 $m_i\geq_{\Delta''}m_j$ 且 $m_i\geq_{\Delta''}m_j$.

(3) 当 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$ 时.因为 Δ,Δ'各自能确定全序$\geq_{\Delta}$和$\geq_{\Delta'}$,必有 $m_1\geq m_2$ 或 $m_2\geq m_1$.

i. 根据(1)中证明,$m_1\geq_{\Delta}m_2$ 与 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$ 不矛盾.当 $m_1\geq_{\Delta}m_2$ 时,如果 $m_1\geq_{\Delta'}m_2$ 同样与 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$ 不矛盾,结论成立.

ii. 剩余的问题就是,当 $m_2\geq_{\Delta}m_1$ 且 $m_2\geq_{\Delta'}m_1$ 时,在 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$ 的条件下证明存在 $m'_1\geq\ldots\geq m'_s$.根据(2)中证明可知:当 $m_2\geq_{\Delta}m_1$ 且 $m_2\geq_{\Delta'}m_1$ 时,必有 $m_2\geq_{\Delta''}m_1$,那么当 $m_1\geq_{\Delta''}m_2$ 时,就一定有 $m_1\sim_{\Delta''}m_2$ 为真.令 $\min\{k|m_1|=\delta''_k\}=\min\{k|m_2|=\delta''_k\}=z$,假设不存在 m_3 满足 $m_2\geq_{\Delta}m_1\geq_{\Delta}m_3$ 且 $m_3\geq_{\Delta'}m_2\geq_{\Delta'}m_1$,也就是不存在 m_3 满足 $\min\{k|m_1|=\delta''_k\}=\min\{k|m_2|=\delta''_k\}=z=\min\{k|m_3|=\delta''_k\}$,必定就有 $\min\{k|m_2|=\delta''_k\}\geq\min\{k|m_1|=\delta''_k\}$,特别是当 $m_2\geq_{\Delta}m_1$ 且 $m_2\geq_{\Delta'}m_1$ 时,必有 $\min\{k|m_2|=\delta''_k\}>\min\{k|m_1|=\delta''_k\}$.这与 $\min\{k|m_1|=\delta''_k\}=\min\{k|m_2|=\delta''_k\}$ 矛盾.所以,一定存在 m_3 满足 $m_2\geq_{\Delta}m_1\geq_{\Delta}m_3$ 且 $m_3\geq_{\Delta'}m_2\geq_{\Delta'}m_1$,于是 $m_1\geq m_3\geq m_2$. □

4 举 例

在带有定性偏好的问题求解框架内描述实例:

- 布尔变量集 V={喜剧片,动作片,灾难片},对于每一个变量 $v\in V$,都有有穷值域 $D(v)=\{T,F\}$.
- 给定的背景知识 B 是今天将要放映的 6 部电影,如下所示:
  M_1:喜剧片∧¬动作片∧灾难片; M_2:喜剧片∧动作片∧灾难片; M_3:¬喜剧片∧动作片∧灾难片;
  M_4:¬喜剧片∧动作片∧¬灾难片; M_5:¬喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片; M_6:喜剧片∧动作片∧¬灾难片.
- 给定的定义在变量取值上的偏好集 F,表示为分级知识库如下:
  (1) 甲的偏好:$K_{甲}$={(喜剧片,2),(动作片,1),(灾难片,0)}
  (2) 乙的偏好:$K_{乙}$={(动作片∧喜剧片∧¬灾难片,2),(动作片∧灾难片,1),(动作片∧¬灾难片∧¬喜剧片,0)}
  (3) 丙的偏好:$K_{丙}$={(喜剧片∧动作片∧灾难片,7),(喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片,6),(喜剧片∧¬动作片∧灾难片,5),(喜剧片∧动作片∧¬灾难片,4),(¬喜剧片∧¬动作片∧灾难片,3),(¬喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片,2),(¬喜剧片∧动作片∧¬灾难片,1),(¬喜剧片∧动作片∧灾难片,0)}
  (4) 丁的偏好:$K_{丁}$={(喜剧片∧动作片∧灾难片,7),(喜剧片∧¬动作片∧灾难片,6),(喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片,5),(喜剧片∧动作片∧¬灾难片,4),(¬喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片,3),(¬喜剧片∧¬动作片∧灾难片,2),(¬喜剧片∧动作片∧灾难片,1),(¬喜剧片∧动作片∧¬灾难片,0)}
- 用 LPD 语言描述的采用不同偏好策略的求解方法,为了便于说明本文提出的逻辑链表示方法和尚未解决的问题,讨论以下 5 种情况:
  (1) $K_{乙}^{\kappa}>-K_{甲}^{\top}\wedge K_{丁}^{\top}$:甲乙丙 3 个人共同看电影,选择影片的偏好.
  (2) $K_{丙}^{\top}\vee K_{丁}^{\top}$:丙丁两人共同看电影,选择影片的偏好.
  (3) $K_{乙}^{\#}\wedge K_{丁}^{\top}$:乙丁二人看电影的偏好策略.
  (4) $K_{甲}^{\top}\vee K_{乙}^{\top}$:甲乙两人共同看电影,选择影片的偏好.
  (5) $K_{甲}^{\top}\wedge K_{乙}^{\top}$:甲乙两人共同看电影,选择影片的另一种偏好策略.

根据引理 1、引理 2 和定理 4,构造相应的逻辑链:

(1) $K_{甲}^{\top}$ 转化为 $\Delta_{PD-K_{甲}}$:喜剧片 ├喜剧片∨动作片 ├喜剧片∨动作片∨灾难片.

(2) $K_{乙}^{\top}$ 转化为 $\Delta_{PD-K_{乙}}$:动作片∧喜剧片∧¬灾难片 ├(动作片∧喜剧片∧¬灾难片)∨(动作片∧灾难片) ├动作片.

(3) $K_{乙}^{\kappa}$ 转化为 $\Delta_{PC-K_{乙}}$:动作片∧喜剧片∧¬灾难片.

(4) $K_{乙}^{\#}$ 表示为两个逻辑链 $\Delta_{PD-K_{乙}}$ 和 $\Delta_{PC-K_{乙}}$.

(5) $K_{丙}^{\top}$ 转化为 $\Delta_{PD-K_{丙}}$:喜剧片∧动作片∧灾难片 ├(喜剧片∧动作片∧灾难片)∨(喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片) ├(喜剧片∧动作片∧灾难片)∨(喜剧片∧¬动作片) ├喜剧片 ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片∧灾难片) ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片) ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片)∨(¬喜剧片∧动作片∧¬灾难片) ├T.

(6) $K_{丁}^{\top}$ 转化为 $\Delta_{PD-K_{丁}}$:喜剧片∧动作片∧灾难片 ├喜剧片∧灾难片 ├(喜剧片∧灾难片)∨(喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片) ├喜剧片 ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片) ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片) ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片)∨(¬喜剧片∧动作片∧灾难) ├T.

应用定理 5~定理 8 构造相应的逻辑链,确定 M_1~M_6 的偏好关系:

(1) $K_{乙}^{\kappa} > -K_{甲}^{\top} \wedge K_{丁}^{\top}$ 可以表示为 $\Delta_{PD-K_{乙}} \rhd - \Delta_{PD-K_{甲}} \wedge \Delta_{PD-K_{丁}}$:

a) 应用定理 5 得到 $-\Delta_{PD-K_{甲}}$ 为¬喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片 ├¬喜剧片∧¬动作片 ├¬喜剧片.

b) 应用定理 6 得到 $\Delta_{PD-K_{乙}} \rhd - \Delta_{PD-K_{甲}}$ 为喜剧片∧¬灾难片∧动作片 ├¬喜剧片∧¬灾难片∧¬动作片 ├¬ 喜剧片∧¬动作片 ├¬喜剧片.

c) 应用定理 7 得到 $\Delta_{PD-K_{乙}} \rhd - \Delta_{PD-K_{甲}} \wedge \Delta_{PD-K_{丁}}$ 确定的偏好,由两个逻辑链的有限世界偏好关系确定:

✓ Δ_1:喜剧片∧¬灾难片∧动作片 ├(喜剧片∧¬灾难片∧动作片)∨(¬喜剧片∧¬灾难片∧¬动作片) ├(喜剧片∧¬灾难片∧动作片)∨(¬喜剧片∧¬动作片) ├(喜剧片∧¬灾难片∧动作片)∨(¬喜剧片∧¬动作片)∨(¬喜剧片∧动作片∧灾难片) ├T.

✓ Δ_2:喜剧片∧¬灾难片∧动作片 ├(喜剧片∧¬灾难片∧动作片)∨(¬喜剧片∧¬灾难片∧¬动作片) ├(喜剧片∧¬灾难片∧动作片)∨(¬喜剧片∧¬动作片) ├(¬灾难片∧动作片)∨(¬喜剧片∧¬动作片) ├T.

d) 根据定理 7,上述逻辑链 Δ_1,Δ_2 构造的有限世界偏好关系的并集确定影片间的偏好关系如图 2(a)所示.

(2) $K_{丙}^{\top} \vee K_{丁}^{\top}$:

a) 应用定理 8 得到 $K_{丙}^{\top} \vee K_{丁}^{\top}$:喜剧片∧动作片∧灾难片 ├(喜剧片∧¬动作片∧¬灾难片)∨(喜剧片∧灾难片) ├喜剧片 ├喜剧片∨(¬喜剧片∧¬动作片).

b) 由上述逻辑链确定的 M_1~M_6 上的偏好如图 2(b)所示.

(3) $K_{乙}^{\#} \wedge K_{丁}^{\top}$:根据引理 3 和定理 7, $K_{乙}^{\#} \wedge K_{丁}^{\top}$ 可以表示为 $\Delta_{PD-K_{乙}} \wedge \Delta_{PD-K_{丁}}$ 确定的偏好关系和 $\Delta_{PC-K_{乙}} \wedge \Delta_{PD-K_{丁}}$ 确定的偏好关系的并集.它们在 M_1~M_6 确定的偏好关系如图 2(c)所示.

(4) $K_{甲}^{\top} \vee K_{乙}^{\top}$:因为 $K_{甲}^{\top}$ 和 $K_{乙}^{\top}$ 都不能确定可能世界上的全序,所以不能应用定理 8.

(5) $K_{甲}^{\top} \wedge K_{乙}^{\top}$:因为 $K_{甲}^{\top}$ 和 $K_{乙}^{\top}$ 都不能确定可能世界上的全序,所以不能应用定理 7.

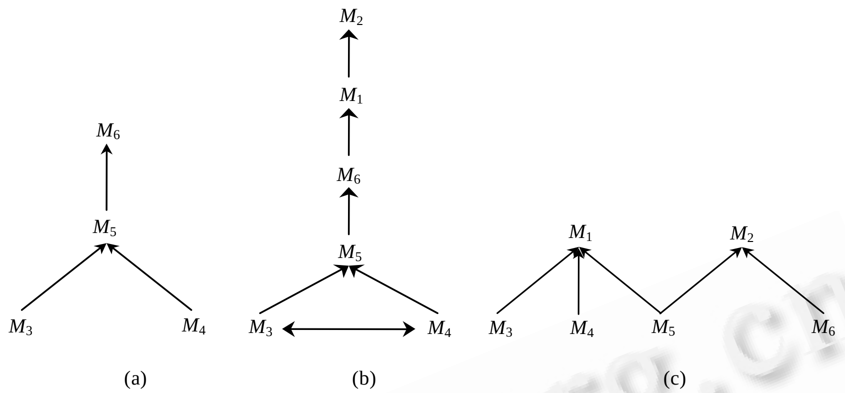

Fig.2 Preferences among movies

图 2 影片之间的偏好关系

5 结 论

本文提出了定性偏好表示目标优先级的问题求解过程的一般框架,并介绍了 LPD 语言,提出 LPD 的逻辑链表示和推理.通过把取优算子和联结算子转化为相应的逻辑链构造方法,使得 LPD 表达式转化为逻辑链表示.主要意义在于:

- 将简单偏好和通过集成和修正等偏好处理得到的复杂偏好统一地表示为逻辑链,把 LPD 语言中的偏好推理过程转化为逻辑链构造过程,有利于偏好重用.
- 把 LPD 语言定义的偏好推理转化为一般的逻辑推理问题,有利于 LPD 与经典知识推理结合起来.
- 与文献[7]提出的基于逻辑链的偏好修正方法相契合,有利于把偏好修正纳入到 LPD 语言中来.

通过实例分析,有待解决的问题包括:

- 对于取优算子$\subseteq$和#,当分级知识库中每个级别上的表达式不唯一的时候,如何构造相应的逻辑链.
- 对于联结算子$\wedge$和$\vee$,当表达式$\Delta\wedge\Delta'$或$\Delta\vee\Delta'$中,Δ和Δ'是更一般的偏序时,如何构造相应的逻辑链.该问题中一个重要的情形就是当Δ和Δ'是满足单链性的偏序时,从本文提出的构造方法很容易扩展得到相应的构造法.

致谢 在此,我们向在多次讨论中给予修改建议的王蓁蓁、倪庆剑同学表示感谢.

References:

[1] Special issue on preferences of computational intelligence. Computational Intelligence, 2004,20(2):109−443.

[2] Brewka G. A rank based description language for qualitative preferences. In: Saitta L, ed. Proc. of the 16th European Conf. on Artificial Intelligence. Valencia: IOS Press, 2004. 303−307.

[3] Yager RR. Fusion of multi-Agent preference orderings. Fuzzy Sets and Systems, 2001,117:1−12.

[4] Rossi F, Venable KB, Walsh T. Aggregating preferences cannot be fair. Intelligenza Artificiale, 2005,2(1):30−38. http://www.math.unipd.it/~frossi/speci-impos4.pdf

[5] Zhang ZZ, Xing HC, Wang ZZ, Ni QJ. The fairness of ranking procedure in pairwise preference learning. In: Zong CQ, ed. Proc. of the 2005 IEEE Int'l Conf. on Natural Language Processing and Knowledge Engineering. Beijing: BUPT Press, 2005. 780−784.

[6] Zhang ZZ, Xing HC. Distance based preference relations. In: Wang XZ, ed. Proc. of the 2005 Int'l Conf. on Machine Learning and Cybernetics, Vol 4. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society, 2005. 2139−2144.

[7] Lang J. Logic preference representation and combinatorial vote. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 2004,42:37−71.

[8] Freund M. On rational preferences. Journal of Mathematical Economic, 1998,30:215−228.

[9] Fishburn P. Preference structure and their numerical representations. Theoretical Computer Science, 1999,217:359−383.

[10] Konczak K, Lang J. Voting procedures with incomplete preference. In: Proc. of the IJCAI-05. 2005. 124−130. http://wikix.ilog.fr/wiki/bin/view/Preference05/WebHome

[11] Rossi F, Venable KB, Walsh T. mCP nets: Representing and reasoning with preferences of multiple agents. In: McGuinness DL, ed. Proc. of the 19th National Conf. on Artificial Intelligence, 16th Conf. on Innovative Applications of Artificial Intelligence. San Jose: AAAI Press, 2004. 729−734. http://www.math.unipd.it/~frossi/mcp9.pdf

[12] Freund M. On the revision of preferences and rational inference process. Artificial Intelligence, 2004,152:105−137.

张志政(1980－),男,山东乐陵人,博士生,主要研究领域为知识表示和推理.

邢汉承(1938－),男,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能,不确定信息处理.

翟玉庆(1966－),男,博士,副教授,主要研究领域为分布式人工智能,商务智能.

****

第 4 届全国 **Web** 信息系统及其应用学术会议 (**WISA 2007**)

征 文 通 知

全国 Web 信息系统及其应用会议（WISA）是中国计算机学会暨电子政务与办公自动化专委会主办的系列会议。第 4 届全国 Web 信息系统及其应用学术会议(WISA2007)将于 2007 年 9 月 14~16 日在中国人民大学召开。

一、征文范围（包括但不限于）

Web 信息挖掘与检索　Web2.0 与社会信息　Web 与数据库技术　XML 与半结构化数据管理

Web 信息集成　语义 Web 与智能 Web　Web 应用框架和体系结构　组件与中间件技术

Web 服务、SOA 与网格计算　工作流管理　Web 站点逆向工程与维护技术　多媒体数据管理

Web 测试与 Web 应用的质量保证　决策支持与分析技术　Deep Web 技术　Web 信息系统工程方法

Web 与信息系统安全性　基于 Web 的电子政务与电子商务框架及应用　Web 系统度量与分析技术

Web 信息系统实际应用经验

二、来稿要求和联系信息

详见大会网站：http://www.ruc.edu.cn/wisa2007/，http://www.neu.edu.cn/wisa2007/

三、重要日期

1．征文截止日期：　　2007 年 4 月 1 日

2．录用通知发出日期：2007 年 4 月 20 日

3．正式论文提交日期：2007 年 5 月 10 日

4．会议召开日期：　　2007 年 9 月 14-16 日