

# 三视校正的理论及鲁棒性算法<sup>\*</sup>

张淮峰<sup>1</sup>, Jan Cech<sup>2</sup>, Radim Sara<sup>2</sup>, 吴福朝<sup>1</sup>, 胡占义<sup>1+</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院 自动化研究所 模式识别国家重点实验室,北京 100080)

<sup>2</sup>(捷克技术大学 电子工程系 机器感知中心,布拉格,捷克)

## Theory and Robust Algorithm of Trinocular Rectification

ZHANG Huai-Feng<sup>1</sup>, Jan Cech<sup>2</sup>, Radim Sara<sup>2</sup>, WU Fu-Chao<sup>1</sup>, HU Zhan-Yi<sup>1+</sup>

<sup>1</sup>(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

<sup>2</sup>(Center for Machine Perception, Faculty of Electrical Engineering, Czech Technical University, Prague, Czech)

+ Corresponding author: huzy@nlpr.ia.ac.cn, <http://nlpr-web.ia.ac.cn/English/rv/mainpage.html>

Received 2003-04-03; Accepted 2003-12-14

Zhang HF, Cech J, Sara R, Wu FC, Hu ZY. Theory and robust algorithm of trinocular rectification. *Journal of Software*, 2004,15(5):676-688.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/676.htm>

**Abstract:** The main contributions are two-fold: Firstly, some theoretical analyses are carried out on trinocular rectification, including the relationship among the three rectified images and their three fundamental matrices, and an geometric interpretation of the 6 free parameters involved in the rectification process. Such results could be used as a theoretical guide to reduce the induced projective distortion. Secondly, under the RANSAC (random sampling consensus) paradigm, a robust trinocular rectification algorithm is proposed. Unlike the traditional ones where only the fundamental matrices are used to rectify images, this algorithm instead uses directly corresponding points for the rectification. The main advantage of this point-based approach is that on one hand, the computation of fundamental matrices is usually prone to noise; on the other hand, good fundamental matrices do not necessarily always produce good rectified images because the two processes have different evaluation criteria. Extensive simulation and experiments with real images show that the proposed rectification technique is resistant to noise as well as to outliers of the corresponding points, and fairly good rectification results can be obtained.

**Key words:** image rectification; projective distortion; fundamental matrix

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60275009 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2002AA422230 (国家高技术研究发展计划(863)); the Project of the Czech Ministry of Education under Grant Nos.Kontakt ME412, MSM 210000012 (捷克教育部项目); the Czech Science Foundation under Grant No.GACR 102/01/1371 (捷克科学基金)

**作者简介:** 张淮峰(1976-),男,河南南阳人,博士生,主要研究领域为图像匹配,摄像机标定,三维重建;Jan Cech(1978-),男,博士生,主要研究领域为立体匹配,信号分析,三维重建;Radim Sara(1963-),男,研究员,主要研究领域为立体匹配,三维重建,医学成像;吴福朝(1957-),男,研究员,博士生导师,主要研究领域为计算机视觉中的多视点几何学(摄像机自标定,三维重建,机器人自定位);胡占义(1961-),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为摄像机标定,三维重建,主动视觉,Hough 变换,视觉机器人导航,基于图像的建模和绘制。

**摘要:** 主要讨论两方面的工作.首先,对三视校正问题进行理论分析,给出了校正后图像的基本矩阵与其约束条件之间的关系,讨论了三视校正过程中的 6 个自由参数的几何含义.这些结果为处理校正过程中带来的图像射影畸变提供了理论根据.其次,在 RANSAC(random sampling consensus)框架下,提出了一种鲁棒的三视校正算法.与传统的校正算法不同,该算法不再只依赖于基本矩阵,而是直接利用了原始匹配点的信息.这种基于点的方法有两个优点:一方面,由于噪声的干扰,基本矩阵往往估计得不够准确;另一方面,由于基本矩阵的评价准则与校正结果的评价准则不同,即使从好的基本矩阵出发,也未必能获得好的校正结果.大量的模拟和真实图像实验表明,该算法具有很强的抗噪声及抗错误匹配的能力,能够获得令人满意的校正效果.

**关键词:** 图像校正;射影畸变;基本矩阵

**中图法分类号:** TP391      **文献标识码:** A

立体匹配问题始终是计算机视觉研究中的一个难题.随着立体匹配的应用越来越多,如何提高匹配速度已成为匹配问题研究的一个重要方面.图像校正是一种提高立体匹配速度的有效方法.通常,图像校正被用于两幅图像的匹配过程中,人们称其为两视校正.所谓两视校正,是指对两幅图像各进行一次平面射影变换,使得两幅图像对应的极线在同一条水平或铅直线上,从而使沿极线搜索对应点变得更加方便.我们知道,多幅图像较两幅图像关于匹配有更多的约束,因此利用多幅图像可以减少错误匹配点,从而获得更好的匹配效果.但对于多幅图像,匹配效率则成为一个更加严重的问题.本文的目的是研究 3 幅图像之间的校正问题,文中比较深入地探讨了三视校正的理论及其鲁棒性算法.

Ayache<sup>[1]</sup>提出了一种图像校正方法,这种方法既可以用于两幅图像,也可以用于 3 幅图像.但是,该方法需要知道摄像机投影矩阵的信息,这极大地限制了它的应用范围.最近,有许多研究者提出了基于极线几何的图像校正方法.Pollefeys<sup>[2]</sup>等人的方法将极点看作极坐标的原点,利用坐标变换的思想进行图像校正.该方法在极点位于图像内部时仍能进行图像校正,但在极点远离图像时,其精度不能很好地保证.Loop<sup>[3]</sup>等人将图像校正过程分解为射影变换和仿射变换两个部分,使得处理图像射影畸变更加方便.Hartley<sup>[4]</sup>的方法以图像点位置的变化最小为约束来优化图像的射影畸变问题,同时,他还提出了准仿射变换的思想,以防止校正后的图像被分裂开来.Gluckman<sup>[5]</sup>的方法是利用射影变换矩阵的 Jacobi 行列式的性质来保证射影畸变较小.但是,这些方法主要是针对两幅图像的校正,并且它们都只是依赖于基本矩阵.当基本矩阵估计得不够准确时,校正的精度会受到明显的影响.

本文首先从理论上分析了三视校正问题,给出了三视校正的基本矩阵与其约束条件之间的关系,讨论了三视校正的自由度问题,并且对自由参数给出了相应的几何解释,从而为处理图像校正中的射影畸变问题提供了理论基础.有别于通常的图像校正方法,本文直接利用了图像的特征匹配点信息,并结合 RANSAC(random sampling consensus)鲁棒性估计方法,给出了一种有效的三视校正算法.

本文第 1 节讨论了三视校正的约束条件,并给出了满足三视校正的充要条件和约束方程组.第 2 节讨论了三视校正的自由度及其几何含义,从而为射影畸变的校正提供理论依据.第 3 节给出了鲁棒性校正算法.第 4 节给出了仿真和真实图像的实验,对本文的算法进行验证.第 5 节是结束语.

## 1 三视校正

### 1.1 预备知识

在讨论三视校正之前,我们先介绍一些对极几何的基本知识.

设  $u$  和  $u'$  为同一个空间点在图像  $I$  和  $I'$  中所成的像点(这里  $u, u'$  为齐次坐标),则它们满足对极关系:  $u'^T F u = 0$ . 这里,  $F$  是秩为 2 的  $3 \times 3$  矩阵,称为图像  $I$  和  $I'$  间的基本矩阵.  $l' = F u$  是图像点  $u$  所对应的极线,同一幅图像中的所有极线必然汇聚于一点,此点称为极点.设图像  $I$  中的极点为  $e$ , 图像  $I'$  中的极点为  $e'$ , 则  $F e = 0$  且  $F^T e' = 0$ .

1.2 三视校正的约束

设  $I_1, I_2, I_3$  分别是同一场景在 3 个视点下的图像,所谓三视校正,就是要确定一组射影变换矩阵  $H_1, H_2, H_3$ , 对图像  $I_1, I_2, I_3$  进行变换,使得变换后的图像  $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$  满足下述 3 个约束条件(如图 1 所示,其中图像的横坐标轴为  $x$  轴,纵坐标轴为  $y$  轴):

- (1) 图像  $\bar{I}_1, \bar{I}_2$  之间的极线都平行于  $x$  轴,并且对应极线在同一条水平线上;
- (2) 图像  $\bar{I}_1, \bar{I}_3$  之间的极线都平行于  $y$  轴,并且对应极线在同一条铅直线上;
- (3) 对于一组匹配点  $(\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3)$ ,  $\bar{m}_1$  和  $\bar{m}_2$  间的视差等于  $\bar{m}_1$  和  $\bar{m}_3$  间的视差.

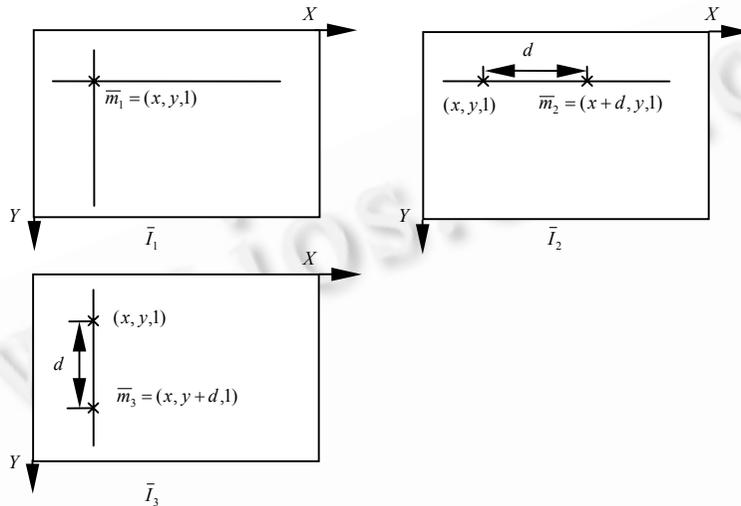


Fig.1 Constrains on trinocular rectification

图 1 三视图像校正约束

下面我们给出三视校正后,图像间基本矩阵与上述约束条件的关系.

**命题 1.** 同一场景下的 3 幅图像  $(I_1, I_2, I_3)$  在一组射影变换矩阵  $(H_1, H_2, H_3)$  作用下得到的变换图像  $(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3)$  如果能够满足上述三视校正的 3 个约束条件,则  $(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3)$  之间的基本矩阵必有下述形式:

$$\bar{F}_{12} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{F}_{13} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{F}_{23} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

反之,如果图像  $(I_1, I_2, I_3)$  在射影变换  $(H_1, H_2, H_3)$  作用下得到的变换图像  $(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3)$  之间的基本矩阵满足式(1),则  $(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3)$  必然能够满足三视校正的 3 个约束条件.

式(1)中的符号“ $\approx$ ”表示相差一个常数因子意义下的相等.在本文中,如果不特殊说明,符号“ $\approx$ ”都表示相差一个常数因子意义下的相等.

命题 1 的证明见附录.

1.3 约束方程组

令  $(H_1, H_2, H_3)$  为三视校正的射影变换矩阵,  $(m_1, m_2, m_3)$  为 3 幅图像间的任意一组匹配点,经过校正后所对应的匹配点组为  $(\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3)$ , 则

$$\bar{m}_1 \approx H_1 m_1, \bar{m}_2 \approx H_2 m_2, \bar{m}_3 \approx H_3 m_3.$$

若  $F_{12}, F_{13}, F_{23}$  分别表示图像对  $(I_1, I_2), (I_1, I_3), (I_2, I_3)$  之间的基本矩阵,  $\bar{F}_{12}, \bar{F}_{13}, \bar{F}_{23}$  分别表示图像对  $(\bar{I}_1, \bar{I}_2), (\bar{I}_1, \bar{I}_3), (\bar{I}_2, \bar{I}_3)$  之间的基本矩阵,则由第 1.1 节的对极几何可知:

$$\begin{cases} \bar{m}_2^T \bar{F}_{12} \bar{m}_1 = 0 \\ \bar{m}_3^T \bar{F}_{13} \bar{m}_1 = 0 \\ \bar{m}_3^T \bar{F}_{23} \bar{m}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2^T H_2^T \bar{F}_{12} H_1 m_1 = 0 \\ m_3^T H_3^T \bar{F}_{13} H_1 m_1 = 0 \\ m_3^T H_3^T \bar{F}_{23} H_2 m_2 = 0 \end{cases}$$

并且

$$\begin{cases} m_2^T F_{12} m_1 = 0 \\ m_3^T F_{13} m_1 = 0 \\ m_3^T F_{23} m_2 = 0 \end{cases}$$

因此,

$$\begin{cases} H_2^T \bar{F}_{12} H_1 \approx F_{12} \\ H_3^T \bar{F}_{13} H_1 \approx F_{13} \\ H_3^T \bar{F}_{23} H_2 \approx F_{23} \end{cases} \quad (2)$$

由命题 1 可知,满足方程组(2)的  $H_1, H_2, H_3$  就是三视校正所需要的射影变换矩阵.我们称方程组(2)为三视校正的约束方程组.

## 2 三视校正自由度分析

图像校正中的一个十分重要的问题是校正后图像的射影畸变问题.从某种程度上说,对射影畸变处理得好坏直接关系到校正是否成功.在两视图像校正中,许多研究者提出了不同的优化算法来处理射影畸变<sup>[3-5]</sup>.事实上,如果我们能够知道校正的自由参数及其几何意义,就能够对射影畸变进行有针对性的处理,从而大大简化畸变校正的处理过程.

### 2.1 三视校正的自由度

方程组(2)可以写成

$$\begin{cases} F_{12} = f_1(H_1, H_2, H_3) \\ F_{13} = f_2(H_1, H_2, H_3) \\ F_{23} = f_3(H_1, H_2, H_3) \end{cases}$$

显然,  $F_{12}, F_{13}, F_{23}$  中独立元素的个数就是方程组提供给  $H_1, H_2, H_3$  的独立约束的个数.由第 1.1 节对极几何的知识可知,  $F_{12}, F_{13}, F_{23}$  中共有 27 个元素,并且  $|F_{12}| = 0, |F_{13}| = 0, |F_{23}| = 0$ .由于  $F_{12}, F_{13}, F_{23}$  之间存在 3 个约束<sup>[6]</sup>,所以矩阵  $F_{12}, F_{13}, F_{23}$  中共有  $27-6=21$  个独立元素.因此,对于一般的情形,去掉 3 个常数因子,方程组(2)能够对 3 个射影变换矩阵提供 18 个独立约束.在相差 1 个常数因子的意义下,每个射影变换矩阵  $H_j$  有 8 个未知变量,  $H_1, H_2, H_3$  中共有 24 个独立未知变量,故在求解  $H_1, H_2, H_3$  时可以任意选取  $24-18=6$  个自由变量.由此可以看出,三视校正共有 6 个自由度或 6 个自由参数.

### 2.2 射影变换矩阵的求解

设校正前的图像对  $(I_1, I_2)$  的极点为  $e_{12}, e_{21}$ ,校正后的图像对  $(\bar{I}_1, \bar{I}_2)$  的极点为  $\bar{e}_{12}, \bar{e}_{21}$ .类似地,图像对  $(I_1, I_3)$  和  $(\bar{I}_1, \bar{I}_3)$  的极点分别为  $e_{13}, e_{31}$  及  $\bar{e}_{13}, \bar{e}_{31}$ ,图像对  $(I_2, I_3)$  和  $(\bar{I}_2, \bar{I}_3)$  的极点分别为  $e_{23}, e_{32}$  及  $\bar{e}_{23}, \bar{e}_{32}$ ,则有

$$\begin{cases} H_1 e_{12} = \alpha_1 \bar{e}_{12} \\ H_1 e_{13} = \alpha_2 \bar{e}_{13} \end{cases}, \begin{cases} H_2 e_{21} = \beta_1 \bar{e}_{21} \\ H_2 e_{23} = \beta_2 \bar{e}_{23} \end{cases}, \begin{cases} H_3 e_{31} = \gamma_1 \bar{e}_{31} \\ H_3 e_{32} = \gamma_2 \bar{e}_{32} \end{cases} \quad (3)$$

由命题 1 以及极点与基本矩阵的关系,不难得到  $\bar{e}_{12} = \bar{e}_{21} \approx (1 \ 0 \ 0)^T$ ,  $\bar{e}_{13} = \bar{e}_{31} \approx (0 \ 1 \ 0)^T$ ,  $\bar{e}_{23} = \bar{e}_{32} \approx (1 \ -1 \ 0)^T$ .

选取 3 幅图像间的一组匹配点  $m_j \in I_j (j=1,2,3)$ ,使得

$$\{e_{12}, e_{13}, m_1\}, \{e_{21}, e_{23}, m_2\}, \{e_{31}, e_{32}, m_3\}$$

分别为不共线的 3 点组.经过校正后,  $m_1$  变成  $\bar{m}_1 = (x_0 \ y_0 \ 1)^T$ ,则有

$$H_1 m_1 = \alpha_3 \bar{m}_1 = \alpha_3 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad H_2 m_2 = \beta_3 \bar{m}_2 = \beta_3 \begin{pmatrix} x_0 + d_0 \\ y_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad H_3 m_3 = \gamma_3 \bar{m}_3 = \gamma_3 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 + d_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

于是,由式(3)和式(4)可以得到:

$$\begin{cases} H_1 = (\bar{e}_{12} & \bar{e}_{13} & \bar{m}_1) \text{diag}(\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3) (e_{12} & e_{13} & m_1)^{-1} \\ H_2 = (\bar{e}_{21} & \bar{e}_{23} & \bar{m}_2) \text{diag}(\beta_1 & \beta_2 & \beta_3) (e_{21} & e_{23} & m_2)^{-1} \\ H_3 = (\bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & \bar{m}_3) \text{diag}(\gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3) (e_{31} & e_{32} & m_3)^{-1} \end{cases}$$

结合公式(2),可以推出射影变换矩阵解的解析表达式为(推导过程见附录)

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_1^* \\ H_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & x_0 + d_0 \\ 0 & -1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_2^* \\ H_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & x_0 \\ 1 & -1 & y_0 + d_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\beta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_3^* \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这里,

$$\begin{cases} \hat{H}_1^* = \text{diag} \left( -m_3^T F_{13} e_{12} & -m_2^T F_{12} e_{13} & 1 \right) (e_{12} & e_{13} & m_1)^{-1} \\ \hat{H}_2^* = \text{diag} \left( -m_3^T F_{23} e_{21} & e_{23}^T F_{12} m_1 & 1 \right) (e_{21} & e_{23} & m_2)^{-1} \\ \hat{H}_3^* = \text{diag} \left( -e_{31}^T F_{23} m_2 & e_{32}^T F_{12} m_1 & 1 \right) (e_{31} & e_{32} & m_3)^{-1} \end{cases} \quad (6)$$

从射影变换矩阵  $H_1, H_2, H_3$  的表达式可以清楚地看到,  $\hat{H}_1^*, \hat{H}_2^*, \hat{H}_3^*$  中的元素由基本矩阵和一组匹配点所确定,而  $x_0, y_0, d_0, \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$  是 6 个自由变量,这与第 2.1 节的讨论中关于三视校正有 6 个自由度的结论是一致的。

### 2.3 自由参数的几何含义

令  $x_0 = y_0 = d_0 = 0, \alpha_3 = \beta_3 = \gamma_3 = 1$ , 并代入式(5),可以得到射影变换的一组特解:

$$H_1^* = \hat{H}_1^*, \quad H_2^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_2^*, \quad H_3^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_3^* \quad (7)$$

于是,射影变换矩阵的通解可以写成下述形式:

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \cdot H_1^* \\ H_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 + d_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\gamma_3 & 1/\gamma_3 - 1/\alpha_3 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \cdot H_2^* \\ H_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 + d_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\alpha_3 & 0 & 0 \\ 1/\beta_3 - 1/\alpha_3 & 1/\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \cdot H_3^* \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

令  $\lambda_1 = \frac{\beta_3}{\alpha_3}, \lambda_2 = \frac{\gamma_3}{\alpha_3}, \lambda_3 = \frac{1}{\beta_3 \gamma_3}$ , 则射影矩阵可表示为

$$\left. \begin{aligned}
 H_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot H_1^* \\
 H_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 + d_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 - \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot H_2^* \\
 H_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 + d_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 1 - \lambda_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot H_3^*
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

不难看出,上式中的 6 个自由参数有下述几何含义:

- (1)  $x_0$  代表了 3 幅图像在  $x$  方向上共同的平移;
- (2)  $y_0$  代表了 3 幅图像在  $y$  方向上共同的平移;
- (3)  $d_0$  是图像  $I_2$  在  $x$  方向的平移,同时也是图像  $I_3$  在  $y$  方向的平移;
- (4)  $\lambda_1$  是图像  $I_1$  和  $I_3$  在  $x$  方向上的尺度,同时它影响图像  $I_3$  在  $y$  方向上的剪切畸变;
- (5)  $\lambda_2$  是图像  $I_1$  和  $I_2$  在  $y$  方向上的尺度,同时它影响图像  $I_2$  在  $x$  方向上的剪切畸变;
- (6)  $\lambda_3$  是 3 幅图像共有的尺度伸缩因子。

这里,剪切畸变是指对图像进行射影变换的时候,当图像中的行(或列)发生平移时,不同的行(或列)平移的量不一样所导致的射影畸变,如图 2 所示。

值得注意的是,这里的 6 个自由参数之间互相独立.因此,在调整射影畸变时,我们可以分别进行处理,从而能够极大地简化处理过程。

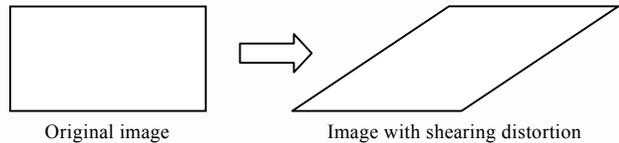


Fig.2 Shearing distortion of image  
图 2 图像的剪切畸变

需要指出的是,尽管三视校正有 6 个自由度,但使用不同的推导方法所得到的 6 个自由参数是不同的,各个自由参数所表示的几何意义也可能是不相同的。上面给出的是本文的推导方法下的自由参数及其几何意义。我们并不排除其他可能性,也许,其他推导方法下的结果会更有意义。那么,在从 6 个自由参数所形成的 6 维参数空间中,如何找到一种“好”的自由参数组合呢?目前,文献中还没有任何报道,我们自己也不清楚,这是我们以后需要进行的工作。

那么,在从 6 个自由参数所形成的 6 维参数空间中,如何找到一种“好”的自由参数组合呢?目前,文献中还没有任何报道,我们自己也不清楚,这是我们以后需要进行的工作。

### 3 鲁棒性算法

我们知道,在用匹配点估计图像对的基本矩阵时,由于数据噪声等原因,有可能使基本矩阵估计得不够准确.而现有的图像校正方法都只依赖于基本矩阵,当基本矩阵的精度不够高时,校正的精度自然也会受到相应的影响。

本文在确定校正的射影变换矩阵时,引入了图像匹配点的信息,这不但使射影矩阵的表达形式更为简洁,而且能够鲁棒地估计射影矩阵.另外,在图像校正的过程中,射影畸变是一个不可忽视的问题,它会严重影响立体匹配的精度.在上一节中,我们给出了三视校正各个自由变量的几何意义.利用这些几何意义,可以分别对各个参数进行优化,从而达到校正射影畸变的目的。

下面是本文算法的主要步骤:

1. 利用式(7)计算出射影变换矩阵的一组特解;
2. 进行剪切畸变校正并确定平移和尺度因子,从而得到一组射影变换矩阵;
3. 将这组射影变换矩阵作用于所有匹配点上,计算坐标误差;
4. 循环进行步骤 1~步骤 4,通过 RANSAC 方法进行鲁棒性估计,得到一组最优的射影变换矩阵。

由上一节,我们可以很容易地得到射影变换矩阵的一组特解,因此,下面我们仅给出自由参数选择及鲁棒性估计的具体说明。

### 3.1 自由参数选取

根据上一节对自由参数的分析可知,在三视校正中的射影畸变主要是剪切畸变.由于原始图像的两条中点连线相互垂直,这里,我们选用使这两条直线在校正后图像中仍然保持垂直的方法来校正图像的剪切畸变<sup>[3]</sup>,如图3所示.

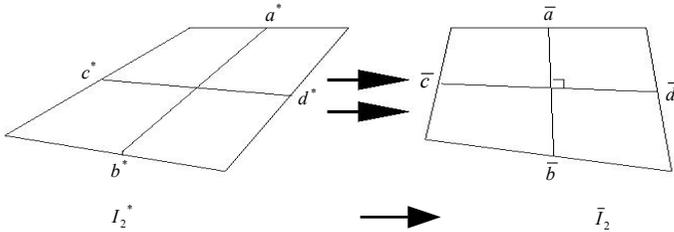


Fig.3 Correction of projective distortion  
图3 射影畸变的校正

设  $w$  和  $h$  分别是原始图像  $I_2$  的宽和高.令  $a = (w/2 \ 0 \ 1)^T$ ,  $b = (w/2 \ h \ 1)^T$ ,  $c = (0 \ h/2 \ 1)^T$ ,  $d = (w \ h/2 \ 1)^T$  分别为图像  $I_2$  中的 4 条边中点的坐标,则  $a^* = H_2^* \cdot a$ ,  $b^* = H_2^* \cdot b$ ,  $c^* = H_2^* \cdot c$ ,  $d^* = H_2^* \cdot d$  为图像  $I_2$  的 4 个中点经过  $H_2^*$  变换后的图像点坐标,这里,  $H_2^*$  是由公式(7)计算出的特解.

令  $t_1 = a^* - b^*$ ,  $t_2 = c^* - d^*$  分别为  $a^*, b^*$  及  $c^*, d^*$  连线的方向向量,并且

$$S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_2 - 1 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

为使两中点连线在校正后的图像似然垂直,必有  $(S_2 t_1)^T (S_2 t_2) = 0$ . 上述方程只含有 1 个未知数  $\lambda_2$ , 因此求解方程就可以得到合适的  $\lambda_2$ .

用同样的方法对图像  $I_3$  进行变换就可以确定一个合适的  $\lambda_1$ . 这样,我们就可以对图像的剪切畸变进行有效的校正.

我们知道,平移和尺度变换不影响图像的射影畸变,因此在选择平移和尺度参数时没有严格的限制.这里,我们选择合适的平移及尺度因子使得变换后的图像起始点和大小尽可能地与变换前保持一致.

### 3.2 鲁棒性估计

本文的算法是基于 RANSAC 方法的一种鲁棒性参数估计方法.RANSAC 是由 Fischler 和 Bolles<sup>[7]</sup>提出的一种鲁棒性的估计方法.其基本思想是,在进行参数估计时,不是不加区分地对待所有可用的输入数据,而是首先针对具体问题设计出一个搜索引擎,利用此搜索引擎迭代地剔除掉那些与所估计的参数不一致的输入数据(即所谓的“Outlier”),然后利用正确的输入数据来估计参数.使用 RANSAC 估计方法,可以最大限度地减少错误匹配组的影响.本文中 RANSAC 估计算法的具体步骤如下:

1. 选择一组匹配点  $(m_1^{(l)}, m_2^{(l)}, m_3^{(l)})$  作为最小点集,利用公式(7)计算出射影变换矩阵的一组特解,并优化剪切畸变因子及尺度因子得到  $H_1^{(l)}, H_2^{(l)}, H_3^{(l)}$ ;

2. 对所有的匹配点,计算  $\bar{m}_{ij}^{(l)} = H_j^{(l)} \cdot m_{ij}^{(l)} (i=1,2,\dots,n; j=1,2,3)$ , 并将  $\bar{m}_{ij}^{(l)}$  的最后一个分量归一化,得到  $\bar{m}_{ij}^{(l)} = (x_{ij}^{(l)} \ y_{ij}^{(l)} \ 1)^T$ ;

3. 设  $\delta_k^{(l)} = \delta_{k12}^{(l)} + \delta_{k13}^{(l)} + \delta_{k23}^{(l)}$ , 其中  $\delta_{k12}^{(l)} = |y_{k2}^{(l)} - y_{k1}^{(l)}|$ ,  $\delta_{k13}^{(l)} = |x_{k3}^{(l)} - x_{k1}^{(l)}|$ ,  $\delta_{k23}^{(l)} = |(y_{k3}^{(l)} - y_{k1}^{(l)}) - (x_{k2}^{(l)} - x_{k1}^{(l)})|$ . 对于某一阈值  $T$ , 若  $\delta_k^{(l)} > T$ , 则认为  $(m_{k1}, m_{k2}, m_{k3})$  为错误匹配组, 将其排除. 循环计算, 直到排除掉所有的错误匹配组为止;

4. 计算保留的所有正确匹配组产生的误差  $\delta^{(l)} = \sum_j^m \delta_j^{(l)}$ ;

5. 循环操作步骤 1~4, 直到计算出所有的  $\delta^{(l)} (l=1,2,3,\dots,n)$  为止;

6. 求  $\bar{l}$ , 使得  $\delta^{(\bar{l})} = \min(\delta^{(l)})$ , 令  $\bar{H}_1 = H_1^{(\bar{l})}, \bar{H}_2 = H_2^{(\bar{l})}, \bar{H}_3 = H_3^{(\bar{l})}$ , 则此时的  $\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{H}_3$  就是鲁棒性估计得到的射影变换矩阵.

## 4 实验

### 4.1 仿真实验

#### 4.1.1 噪声对于本文算法的影响

我们首先用仿真数据来考察本文提出的算法的鲁棒性.如文献[8]中所述,只利用基本矩阵的知识,也能得到一组射影变换矩阵,从而完成三视校正.我们将本文的算法与文献[8]中的算法(本文称其为基于基本矩阵的方法)进行了比较.

在实验中,我们首先生成了 1 200 组匹配点,分别给点的坐标加上均值为 0,均方差为 0.1~1.5(单位为像素)的不同水平的随机白噪声,使用其中的 200 组,利用 8 点算法<sup>[9]</sup>计算出基本矩阵.根据本文的方法和基于基本矩阵的方法,我们得到两组射影变换矩阵,用这两组矩阵去计算其他 1 000 组匹配点在变换之后的坐标之间的误差:

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \sum_j (|x_{3j} - x_{1j}| + |y_{2j} - y_{1j}| + |(y_{3j} - y_{1j}) - (x_{2j} - x_{1j})|).$$

为了使结果具有统计意义,我们进行了 200 组类似的随机实验,在每一个噪声水平上都取这 200 组的平均误差,得到误差与噪声水平的关系图(如图 4 所示),其中虚线代表基于基本矩阵的方法所得到的误差值,实线代表本文方法所得到的误差值.由图 4 我们可以看出,本文的算法受噪声的影响始终较小,尤其当噪声水平较高时,本文的方法具有明显的优势.

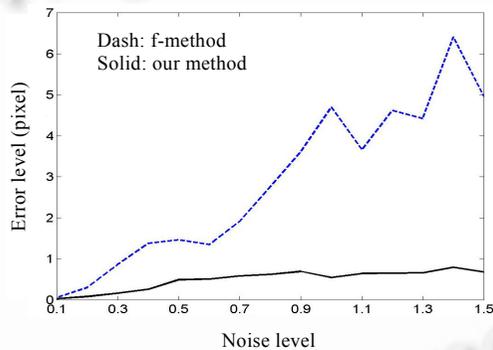


Fig.4 The compare of the two method with different noise level

图 4 不同噪声水平下两种方法的比较

#### 4.1.2 错误匹配点对本文算法的影响

我们做了 3 组实验来考察错误匹配点对于本文算法的影响.与上一节类似,3 组数据都加了均方差为 0.1 的随机白噪声.首先,我们得到一组不含错误匹配点的数据,计算出射影变换矩阵,类似于上一节,计算变换后的对应点坐标误差.然后,我们选取包括 10%和 20%错误匹配的两组数据,应用本文的算法求解射影变换矩阵,并计算变换后对应点的坐标误差(这里使用的对应点不包括错误匹配).在实验中,每一组进行了 50 次随机实验,实验结果如图 5 所示,其中实线表示没有错误点时的误差曲线,虚线表示包含 10%错误点时的误差曲线,点划线表示包含 20%错误点时的误差曲线.从图中可以看出,即使有 20%的错误匹配,误差水平也与正确匹

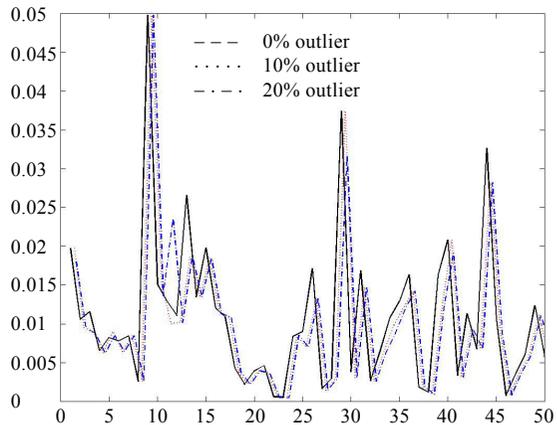


Fig.5 The affection of different outlier ratio on our method

图 5 不同比例错误点对误差的影响

配组的十分接近,这说明本方法对错误匹配点有较好的抵御能力.

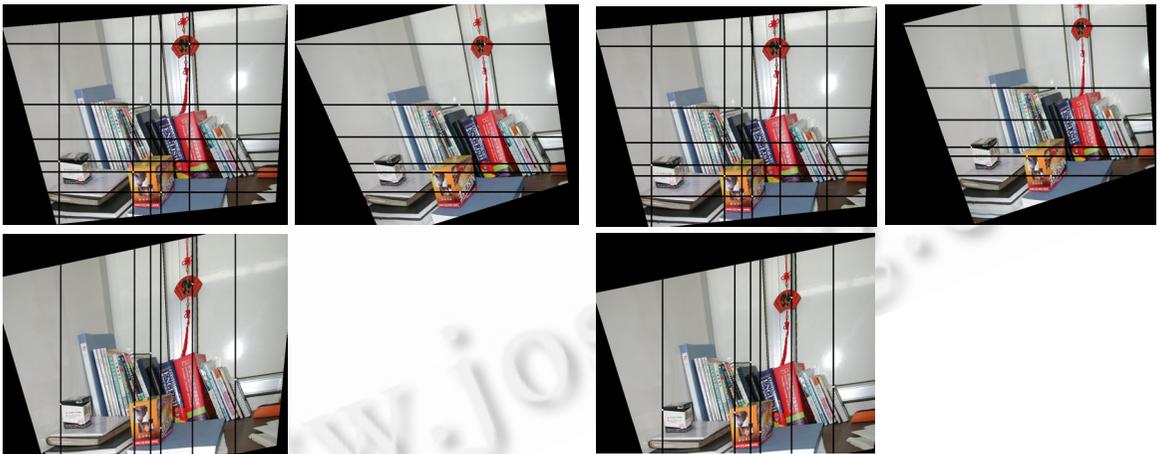
### 4.2 真实图像实验

图 6 是一组场景图像.图 6(a)为校正前的 3 幅原始图像.校正前,使用 Zhang 的方法<sup>[10]</sup>计算图像间的匹配点,然后利用本文的算法对这一组图像进行校正,首先可以得到一组没有优化射影畸变因子的射影矩阵,并将这一组射影矩阵作用于原始图像,可以得到如图 6(b)所示的一组校正图像.从图中可以看出,图像存在着十分明显的剪切畸变,这将严重影响后续图像匹配的精度.



(a) Original images of the scene of laboratory  
(a) 实验室场景原始图像

(b) Rectified images without dealing with shearing distortion  
(b) 没有进行剪切畸变处理的校正图像



(c) Rectified images with our algorithm  
(c) 利用我们的方法得到的校正图像

(d) Rectified images with the algorithm based on fundamental matrix  
(d) 利用基于基本矩阵方法得到的校正图像

Fig.6 The images of the scene in laboratory  
图 6 实验室场景图像

根据前面介绍的方法对剪切畸变进行校正以后,可以得到一组优化的射影矩阵,将这一组矩阵作用于原始图像上,可以得到如图 6(c)所示的校正结果,图中白点表示对应点,黑线表示两幅图像间对应的极线.从图中我们可以看出,剪切畸变得到了很好的校正.而且,水平和垂直两幅图像间对应的极线也保持了很好的对准.此外,我们还用基于基本矩阵的方法<sup>[8]</sup>得到了一组结果,如图 6(d)所示.可以看出,两幅图像之间对应的极线存在一定的偏差.

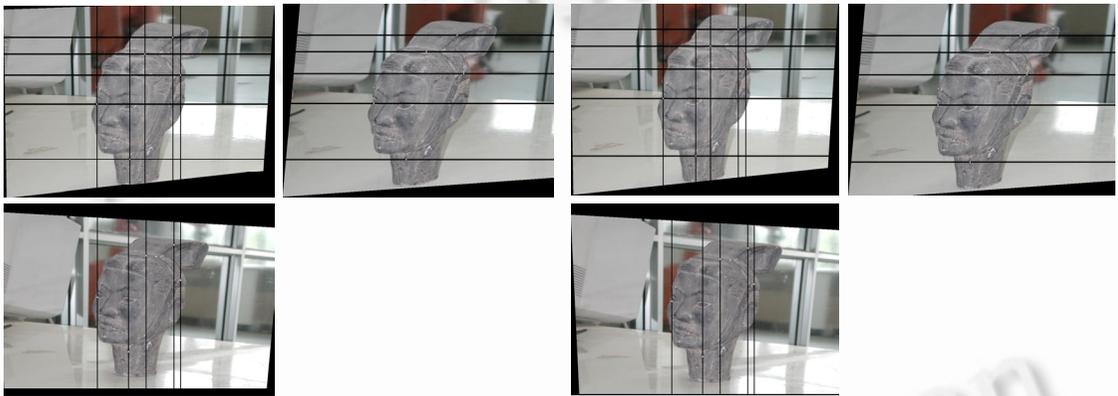
如图 7 所示是另一组图像的校正.类似于图 6,图 7(a)和图 7(b)分别是原始图像和没有进行畸变校正的图像.图 7(c)为用本文的方法得到的结果.从图 7(c)可以看出,对应的极线保持了较好的对准.图 7(d)是基于基本矩阵

的方法所得到的结果,从中我们可以看到,对应的极线发生了一定的偏离。



(a) Original images of the terracotta figure  
(a) 兵马俑头像的原始图像

(b) Rectified images without dealing with shearing distortion  
(b) 没有进行剪切畸变处理的校正图像



(c) Rectified images with our algorithm

(c) 利用我们的方法得到的校正图像

(d) Rectified images with the algorithm based on fundamental matrix

(d) 利用基于基本矩阵方法得到的校正图像

Fig.7 The images of the terracotta figure  
图7 兵马俑头像图像

## 5 结束语

在本文中,我们首先对三视校正的一般理论进行了比较系统的研究,给出了三视校正后图像的基本矩阵与三视校正约束条件之间的关系,分析了三视校正的自由度问题,并得到了自由参数的几何含义,为射影畸变的校正提供了理论根据.在确定射影变换的过程中,本文利用了图像原始匹配点的信息,结合 RANSAC 估计方法,提出了一种鲁棒性校正算法.

以往的校正算法都只是依赖于基本矩阵进行图像校正,但结果精度往往不能令人满意:一方面,真实图像中都可能存在噪声,基本矩阵不可避免地会受到噪声的影响;另一方面,由于基本矩阵的评价标准和校正结果的评价标准不同,即使有一组令人满意的基本矩阵,也不能保证产生一组令人满意的校正结果.本文的算法引入了图像原始匹配点和 RANSAC 鲁棒性估计方法,直接以三视校正的约束条件为准则,得到了令人满意的结果.模拟实验和真实图像实验表明了算法的有效性.关于算法有效性的确切原因,目前我们从理论上仍无法证明,这将是下一步需要研究的问题.

## References:

- [1] Ayache N. Artificial Vision for Mobile Robots: Stereo Vision and Multisensory Perception. Cambridge: MIT Press, 1991.
- [2] Pollefeys M, Koch R, van Gool L. A simple and efficient rectification method for general motion. In: Werner B, ed. Proc. of the Int'l Conf. on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Press, 1999. 496~501.
- [3] Loop C, Zhang Z. Computing rectifying homographies for stereo vision. In: Baldwin T, Sipple RS, eds. Proc. of the Int'l Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Press, 1999. 125~131.
- [4] Hartley R. Theory and practice of projective rectification. Int'l Journal of Computer Vision, 1999,35(2):115~127.
- [5] Gluckman J, Nayar S. Rectifying transformations that minimize resampling effects. In: Jacobs A, Baldwin T, eds. Proc. of the Int'l Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, Vol I. Los Alamitos: IEEE Press, 2001. 111~117.
- [6] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [7] Fischler M, Bolles R. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. Graphics and Image Processing, 1981,26(4):381~395.
- [8] Zhang H, Sara R. A linear method for trinocular rectification. Research Report, CTU-CMP-2002-09, Prague: Center for Machine Perception, Czech Technical University, 2002.
- [9] Hartley R. In defense of the eight-point algorithm. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997,19(6): 580~593.
- [10] Zhang Z, Deriche R, Faguaras O, Luong Q. A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry. Research Report, RR-2273, Sophia-Antipolis: INRIA Sophia-Antipolis, 1994.

## 附录:

## 1. 命题 1 的证明

## • 必要性:

假定  $\bar{m}_1 = (x_0 \ y_0 \ 1)^T$  是图像  $\bar{I}_1$  中的任意一点, 由约束条件 (1), 此点在图像  $\bar{I}_2$  中的对应点为  $\bar{m}_2 = (x_0 + d \ y_0 \ 1)^T$ , 其中  $d$  为任意实数. 设  $\bar{I}_1, \bar{I}_2$  间的基本矩阵为

$$\bar{F}_{12} \approx \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix},$$

由 
$$\bar{m}_2^T \bar{F}_{12} \bar{m}_1 = (x_0 + d \ y_0 \ 1) \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0,$$

得到  $f_{11}x_0^2 + f_{22}y_0^2 + (f_{21} + f_{12})x_0y_0 + f_{11}x_0d + f_{12}y_0d + (f_{31} + f_{13})x_0 + (f_{32} + f_{23})y_0 + f_{13}d + f_{33} = 0$ . 上式对于任意的  $x_0, y_0, d$  都成立, 所以必有  $f_{11} = f_{12} = f_{13} = f_{21} = f_{22} = f_{31} = f_{33} = 0, f_{23} = -f_{32}$ . 因此有

$$\bar{F}_{12} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

类似地, 可证明  $\bar{F}_{13} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{F}_{23} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

## • 充分性:

i) 因为  $\bar{F}_{12} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 故  $\bar{e}_{12} \approx \bar{e}_{21} \approx (1 \ 0 \ 0)^T$ . 给定图像  $\bar{I}_1$  中的一个点  $\bar{m}_1 = (x_0, y_0, 1)$ , 则过点  $\bar{m}_1$  的极线

方程为

$$l \approx e_{12} \times \bar{m}_1 \approx [0 \ -1 \ y_0]^T.$$

点  $\bar{m}_1$  在第 2 幅图像的对应的极线方程为

$$l \approx \bar{F}_{12} \bar{m}_1 \approx [0 \quad -1 \quad y_0]^T.$$

因此,两幅图像中的对应极线都平行于  $x$  轴,且在同一条水平线上,即约束条件(1)满足.

同理,可以证明约束条件(2)成立.

ii) 给定图像  $\bar{I}_1$  中的一个点  $\bar{m}_1 = (x_0, y_0, 1)$ , 则此点在图像  $\bar{I}_2$  中的对应点可以表示成  $\bar{m}_2 = (x_0 + d_1, y_0, 1)$ , 在图像  $\bar{I}_3$  中的对应点为  $\bar{m}_3 = (x_0, y_0 + d_2, 1)$ , 由图像间对极几何关系有  $\bar{m}_3^T \bar{F}_{23} \bar{m}_2 = 0$ .

由于  $\bar{F}_{23} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 所以

$$(x_0 \quad y_0 + d_2 \quad 1) \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + d_1 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x_0 + y_0 + d_2 = x_0 + d_1 + y_0 \Rightarrow d_2 = d_1,$$

故约束条件(3)得证.

### 2. 公式(5)的推导

由于

$$\begin{cases} H_1 = (\bar{e}_{12} \quad \bar{e}_{13} \quad \bar{m}_1) \text{diag}(\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3) (e_{12} \quad e_{13} \quad m_1)^{-1} \\ H_2 = (\bar{e}_{21} \quad \bar{e}_{23} \quad \bar{m}_2) \text{diag}(\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3) (e_{21} \quad e_{23} \quad m_2)^{-1} \\ H_3 = (\bar{e}_{31} \quad \bar{e}_{32} \quad \bar{m}_3) \text{diag}(\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3) (e_{31} \quad e_{32} \quad m_3)^{-1} \end{cases} \quad (A)$$

所以将其代入公式(2),可以得到:

$$\begin{aligned} \text{diag}(\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3) (\bar{e}_{21} \quad \bar{e}_{23} \quad \bar{m}_2)^T \bar{F}_{12} (\bar{e}_{12} \quad \bar{e}_{13} \quad \bar{m}_1) \text{diag}(\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3) &= (e_{21} \quad e_{23} \quad m_2)^T F_{12} (e_{12} \quad e_{13} \quad m_1), \\ \text{diag}(\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3) (\bar{e}_{31} \quad \bar{e}_{32} \quad \bar{m}_3)^T \bar{F}_{13} (\bar{e}_{12} \quad \bar{e}_{13} \quad \bar{m}_1) \text{diag}(\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3) &= (e_{31} \quad e_{32} \quad m_3)^T F_{13} (e_{12} \quad e_{13} \quad m_1), \\ \text{diag}(\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3) (\bar{e}_{31} \quad \bar{e}_{32} \quad \bar{m}_3)^T \bar{F}_{23} (\bar{e}_{21} \quad \bar{e}_{23} \quad \bar{m}_2) \text{diag}(\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3) &= (e_{31} \quad e_{32} \quad m_3)^T F_{23} (e_{21} \quad e_{23} \quad m_2). \end{aligned}$$

根据对应图像间的极线关系,以上各式可以变为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \beta_2 \\ 0 & -\alpha_2 \beta_3 & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{23}^T F_{12} m_1 \\ 0 & m_2^T F_{12} e_{13} & 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \gamma_2 \\ -\alpha_1 \gamma_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{32}^T F_{13} m_1 \\ m_3^T F_{13} e_{12} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\gamma_1 \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_3 \beta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31}^T F_{23} m_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ m_3^T F_{23} e_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

所以,我们可以得到  $\alpha, \beta$  和  $\gamma$  的表达:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\frac{1}{\gamma_3} (m_3^T F_{13} e_{12}) \\ \alpha_2 = -\frac{1}{\beta_3} (m_2^T F_{12} e_{13}), \\ \alpha_3 = \alpha_3 \end{cases}, \begin{cases} \beta_1 = -\frac{1}{\gamma_3} (m_3^T F_{23} e_{21}) \\ \beta_2 = \frac{1}{\alpha_3} (e_{23}^T F_{12} m_1), \\ \beta_3 = \beta_3 \end{cases}, \begin{cases} \gamma_1 = -\frac{1}{\beta_3} (e_{31}^T F_{23} m_2) \\ \gamma_2 = \frac{1}{\alpha_3} (e_{32}^T F_{13} m_1) \\ \gamma_3 = \gamma_3 \end{cases}.$$

代入式(A),得到:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_1^*,$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & x_0 + d_0 \\ 0 & -1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_2^*,$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & x_0 \\ 1 & -1 & y_0 + d_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/\beta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \cdot \hat{H}_3^*,$$

这里,

$$\begin{cases} \hat{H}_1^* = \text{diag} \left( -m_3^T F_{13} e_{12}, -m_2^T F_{12} e_{13}, 1 \right) (e_{12} \ e_{13} \ m_1)^{-1} \\ \hat{H}_2^* = \text{diag} \left( -m_3^T F_{23} e_{21}, e_{23}^T F_{12} m_1, 1 \right) (e_{21} \ e_{23} \ m_2)^{-1} \\ \hat{H}_3^* = \text{diag} \left( -e_{31}^T F_{23} m_2, e_{32}^T F_{12} m_1, 1 \right) (e_{31} \ e_{32} \ m_3)^{-1} \end{cases}$$

## 2004 年第 7 届亚洲数字图书馆国际会议

### 征文通知

由上海交通大学和上海图书馆联合举办的 2004 年第 7 届亚洲数字图书馆国际会议——“国际合作与相互发展”(The 7th International Conference of Asian Digital Libraries——International Collaboration and Cross-Fertilization)将于 2004 年 12 月 13 日~17 日在上海召开。

#### 一、论文主题内容(不局限于)

##### 1) 技术与标准

- 数字图书馆系统:体系结构,移动应用,与数字图书馆相关的代理;
- 分布式异构数字馆藏的存取:互操作性,海量存取,相关信息发现、元信息集成;
- 信息检索和数据挖掘:文本和多媒体信息检索新技术,数据挖掘,跨语种、多语种数据存取和检索,用于信息检索的机器翻译和机器学习;

- 信息组织和内容管理:元数据,语义 Web,本体,主题图;

- 人-机交互:界面,可视化,门户,个性化;

- 数字图书馆领域的相关技术标准、协议及其实现策略;

- 网格技术与数字图书馆;

- 电子出版.

##### 2) 服务和管理

- 数字图书馆服务的新形式和新模式;

- 数字图书馆的运营,资源建设,有用性,可用性及其评估;

- 用户研究:数字图书馆的用户群体,用户需求,用户行为,使用模式;

- 相关问题:数字图书馆相关的社会、法律和经济问题,如知识产权,信息安全,可持续性;

- 知识管理及其在数字图书馆中的应用;

- 21 世纪数字图书馆新的机构作用和责任.

##### 3) 合作和本地化

- 亚太地区成功的全国性、跨地区和国际性数字图书馆合作项目及其影响案例研究;

- 亚太地区特有的本地知识与文化的保藏、组织与分发;

- 亚洲语言数字化信息处理的新方法和工具;

- 亚洲地区数字图书馆跨文化背景的研究及数字图书馆对亚洲社会的影响.

#### 二、论文语种及要求: 详见 <http://icadl2004.sjtu.edu.cn>

#### 三、论文截止日期: 英文文摘:2004 年 6 月 10 日 论文全文:2004 年 7 月 1 日

#### 四、联系人: 郭晶,陈必武. E-mail: [icadl2004@mail.lib.sjtu.edu.cn](mailto:icadl2004@mail.lib.sjtu.edu.cn) 联系电话: +86-21-62933223,62933245

地址: 200030 上海市华山路 1954 号,上海交通大学图书馆