

带约束的曲面放缩*

伯彭波⁺, 张彩明

(山东大学 计算机科学与技术学院, 山东 济南 250100)

Constrained Surface Scaling

BO Peng-Bo⁺, ZHANG Cai-Ming

(School of Computer Science and Technology, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

+ Corresponding author: Phn: 86-531-8393635, E-mail: bopengbo@yahoo.com.cn

<http://www.cst.sdu.edu.cn>

Received 2002-10-21; Accepted 2002-12-24

Bo PB, Zhang CM. Constrained surface scaling. *Journal of Software*, 2003,14(10):1806-1812.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1806.htm>

Abstract: A new method to scale a surface while holding the shape of specific features (trimming curves) unchanged is presented. The key of this method is using a new objective function to minimize the difference of the two surfaces before and after constrained scaling. The new objective function is defined as the integral of the square of the norm of the cross product of the two normal vectors on corresponding points of the two surfaces. Minimizing this objective function guarantees that the difference of the two normal vectors on every corresponding point of the two surfaces is as small as possible, which makes the shape and curvature distribution as close as possible. Compared with the Fix-and-Stretch method, the new method gives better results for several car parts with trimming curves. The high-light line models of the resulting surfaces produced by the two methods are also included.

Key words: constraint; scaling; normal vector; objective function; high-light line

摘要: 提出了一种保持曲面形状特征(trimming curves)不变的曲面放缩新方法.该方法的关键是使用了一个新的目标函数来极小化放缩前后两曲面的差别.该目标函数由放缩前后两曲面对应点的导矢叉乘的平方的积分来定义.极小化该目标函数能够保证放缩前后曲面对应点的法向变化尽可能地小,从而保证两个曲面的形状和曲率分布尽可能接近.通过与 Fix-and-Stretch 方法的比较,新方法对一些汽车部件数据得到了更好的结果.最后给出了两种方法得到的结果曲面的高光线模型.

关键词: 约束;放缩;法向量;目标函数;高光线

中图法分类号: TP301 **文献标识码:** A

带约束的设计是计算机辅助几何设计研究中的重要问题之一.带约束的曲面设计是指在整体或局部上改变曲面的形状,同时保持曲面的一些特征不变.这个问题的解决将为设计部门提供一种强有力的设计技术.该技

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60173052 (国家自然科学基金); the Natural Science Foundation of Shandong Province of China under Grant No.Z2001G01 (山东省自然科学基金)

第一作者简介: 伯彭波(1978—),男,山东威海人,硕士,主要研究领域为计算机辅助几何设计.

术可以方便地改变一个已有模型的长、宽、高,而不改变它的一些重要特征,从而简化设计过程,减少产品开发阶段的费用和周期.带约束的曲面设计可以分为带约束的曲面变形和带约束的曲面放缩.

曲面变形问题得到了广泛而深入的研究.一种有效的变形技术是空间变形技术(spatial deformation).该技术通过对变形对象所在的空间区域进行操作实现变形.空间区域一般由立方体网格控制点生成的三次参数体来定义,这也建立了变形对象与该参数体上点的映射关系.通过调节网格控制点来改变参数体的形状,以实现对象的变形^[1].带约束的曲面变形问题首先由 Celniker 和 Welch 提出并研究.该问题旨在保持曲面的一些特征不变的基础上使其产生形变^[2].

对带约束的曲面放缩最初的方法是 Zhang P 等人提出的 Attach-and-Deform 方法.该方法先把原曲面按要求进行放缩,然后把要保持的特征附加到已放缩的曲面上.附加特征的操作会使已放缩的曲面产生变形,为了保证这个变形最小,使用了一个目标函数.该方法效果不甚理想,所允许的放大倍数很小,且曲面特征不能保持完全不变.2001 年,Zhang C 提出了 Fix-and-Stretch 方法^[3],该方法能够允许更大的放大倍数,且可以保证要保持的特征完全不变.该方法的基本思想是先将给定曲面上含有特征和剪切曲线(trimming curve)的区域固定住,再延展曲面的其余部分,使其和靠近边界的部分光顺地过渡.同样地,为了保证新曲面和放缩后曲面的形状和曲率分布尽可能地一致,该方法也使用了一个目标函数.目标函数基于能量模型,是弹性力学中弯曲能量、拉伸能量和弹性势能的近似.这些模型一般近似认为包含了抗弯曲和抗拉伸的物理变形能量,使生成的曲线曲面尽量收缩,不会有多余的皱褶,因而具有较好的光顺性^[4-6].但由于使用的是近似模型,其效果有时不理想.

本文提出了一种解决带约束的曲面放缩问题的新方法.该方法采用一个完全基于几何概念的新的目标函数——导矢叉乘目标函数.该目标函数在导矢叉乘平方的积分意义下,保证了两曲面在各点的法向尽可能地接近,从而在高光线意义^[7,8]下保证了新、旧曲面的形状最为接近.文中最后给出的例子说明,新的目标函数在一般情况下优于基于能量模型的目标函数.

1 问题的描述

设给定一个 NURBS 曲面 $S(u, v)$ 和表面上的一组剪切曲线(trimming curve) $S \circ C_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, r-1$, 这些剪切曲线都在 NURBS 曲面的边界以内,不与曲面的边界相交.目标是构造一个新的曲面 $\bar{S}(u, v)$, 它经 $S(u, v)$ 放缩生成,同时保持原曲面所有的剪切曲线 $S \circ C_i(t)$ 不变.要求 $\bar{S}(u, v)$ 和 $S(u, v)$ 放缩后的曲面 $T_s \circ S(u, v)$ 在形状和曲率分布上尽可能地接近.这里, T_s 是放缩矩阵:

$$T_s = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix},$$

其中 S_x, S_y, S_z 分别是 X, Y, Z 方向的放缩因子.NURBS 曲面可表示为

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n R_{i,j}(u, v) Q_{i,j}, \quad (1)$$

其中 $Q_{i,j}$ 是三维空间的控制点, $R_{i,j}(u, v)$ 为有理基函数,

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{w_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)}$$

$w_{i,j}$ 为 $Q_{i,j}$ 相应的权因子, $N_{i,p}(u)$ 和 $N_{j,q}(v)$ 分别为 u 向 p 次和 v 向 q 次的 B 样条基函数,由节点矢量 $\tau = \{\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{m+p+1}\}$ 和 $\sigma = \{\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{n+q+1}\}$ 定义,其中 $\tau_0 = \dots = \tau_p = \sigma_0 = \dots = \sigma_q = 0$, $\tau_{m+1} = \dots = \tau_{m+p+1} = \sigma_{n+1} = \dots = \sigma_{n+q+1} = 1$.

2 控制点的划分

基本思想是:固定住表面上的剪切曲线,对曲面的边界由 T_s 作放缩变换,然后构造中间曲面,使剪切曲线和

放缩后的边界在一个目标函数的约束下光滑地组合成一体,从而保证经约束变换后的曲面保持原曲面上的剪切曲线不变,且与邻接曲面的连续阶保持不变.要保持剪切曲线不变,就要保持对生成剪切曲线有贡献的控制点不变.要使新曲面 $\bar{S}(u,v)$ 保持与相邻曲面的连续阶不变, $\bar{S}(u,v)$ 应与 $T_s \circ S(u,v)$ 具有相同的边界控制点.构造中间曲面的好坏则更多地依赖于其余控制点的构造.因此把曲面的控制点分成 3 类分别处理.

第 1 类控制点是指对生成剪切曲线有贡献的控制点,对同一剪切曲线起作用的第 1 类控制点称为一组第 1 类控制点;第 3 类控制点是指对保持边界条件有贡献的控制点;其余的控制点称为第 2 类控制点.图 1 显示了一个 Trimmed NURBS 曲面上控制点的划分,其中符号“△”,“×”和“□”分别表示第 1 类、第 2 类和第 3 类控制点.

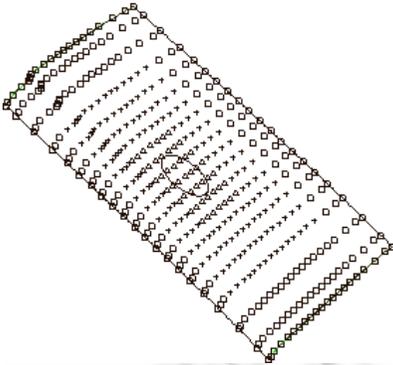


Fig.1 Three types of control points
图 1 3 类控制点

新曲面的第 1 类控制点和第 3 类控制点的位置有较严格的限定,而第 2 类控制点的位置则是任意的,因此,新曲面构造的较多灵活性体现在第 2 类控制点的构造上.要使新曲面具有较好的光顺性,即使固定剪切曲线的区域和边界区域光滑地过渡,曲面应具有宽度至少为 3 的第 2 类控制点.两边两个第 2 类控制点分别起着承接第 1 类和第 3 类控制点特性的作用,中间一个第 2 类控制点起着连接两个第 2 类控制点的作用,从而使第 1 类和第 3 类控制点之间有一个良好的过渡.因此,若原曲面第 2 类控制点的宽度小于 3,则要通过节点插入算法引入新的控制点,使第 2 类控制点的宽度为 3.下面详述新曲面的第 1 类和第 3 类控制点的构造,新曲面第 2 类控制点的构造方法将在第 3 节中加以说明.设 $\hat{Q}_{i,j}$ 和 $\bar{Q}_{i,j}$ 分别表示 $T_s \circ S(u,v)$ 和 $\bar{S}(u,v)$ 的控制点.

2.1 第 1 类控制点的构造

第 1 类控制点的处理方法类似于文献[3].设 $P_{i,j} (j=1,\dots,n_i)$ 表示剪切曲线 $S \circ C_i(t)$ 的顶点,则剪切曲线中的点和方向矢量分别定义为

$$P_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} P_{i,j}, \quad N_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} N_{i,j},$$

其中 $N_{i,j}$ 是曲面 $S(u,v)$ 在 $P_{i,j}$ 处的法向量.

影响剪切曲线 $S \circ C_i(t)$ 的一组第 1 类控制点经 3 步变换到一个新的位置.第 1 步,把影响 $S \circ C_i(t)$ 的第 1 类控制点绕着 P_i 旋转,使剪切曲线的方向矢量和放缩后的剪切曲线 $T_s \circ S \circ C_i(t)$ 的方向矢量一致.易知,放缩后的剪切曲线的方向矢量是 $\bar{T}_s N_i$,其中

$$\bar{T}_s = \begin{bmatrix} S_y S_z & 0 & 0 \\ 0 & S_x S_z & 0 \\ 0 & 0 & S_x S_y \end{bmatrix}.$$

第 2 步,移动旋转后的第 1 类控制点,使剪切曲线的中点为 $T_s P_i$,其中 $T_s P_i$ 是放缩后的剪切曲线 $T_s \circ S \circ C_i(t)$ 的中点.第 3 步,把经过两步变换的第 1 类控制点沿剪切曲线的方向矢量 $\bar{T}_s N_i$ 作微小调节.若我们用 $\tilde{Q}_{ik,il}$ 来表示经过了第 1 步旋转后的第 1 类控制点, D_i 代表第 2 步的位移矢量 $T_s P_i - P_i$,则新的控制点 $\bar{Q}_{ik,il}$ 为

$$\bar{Q}_{ik,il} = \tilde{Q}_{ik,il} + D_i + d_i (\bar{T}_s N_i) \tag{2}$$

其中 d_i 是待定量.

2.2 第 3 类控制点的构造

若边界是 C^0 连续的,则第 3 类控制点的宽度为 1,即

$$\bar{Q}_{0,j} = \hat{Q}_{0,j}, \quad \bar{Q}_{m,j} = \hat{Q}_{m,j}, \quad j = 0, \dots, n;$$

$$\bar{Q}_{i,0} = \hat{Q}_{i,0}, \quad \bar{Q}_{i,n} = \hat{Q}_{i,n}, \quad i = 1, \dots, m-1.$$

若边界是 C^1 连续的,则第 3 类控制点的宽度为 2,即再加上如下控制点:

$$\bar{Q}_{1,j} = \hat{Q}_{1,j}, \quad \bar{Q}_{m-1,j} = \hat{Q}_{m-1,j}, \quad j = 1, \dots, n-1;$$

$$\bar{Q}_{i,1} = \hat{Q}_{i,1}, \quad \bar{Q}_{i,n-1} = \hat{Q}_{i,n-1}, \quad i = 2, \dots, m-2.$$

显然,第 3 类控制点的求法保证了新生成的曲面 $\bar{S}(u, v)$ 和曲面 $T_s \circ S(u, v)$ 在边界上具有相同的位置和法方向.从而实现了 $\bar{S}(u, v)$ 和邻近曲面的 G^1 连接.

3 求解第 1 类和第 2 类控制点

要使新曲面 $\bar{S}(u, v)$ 和放缩后的曲面 $T_s \circ S(u, v)$ 的形状和曲率分布尽可能地接近,需要建立一个目标函数,通过极小化该目标函数求得新曲面的控制点.目标函数的选择是解决该问题的关键.我们用 $V(u, v)$ 表示误差曲面:

$$V(u, v) = (\bar{S} - T_s \circ S)(u, v). \tag{3}$$

文献[3]中使用了如下 3 种能量目标函数:

$$E_{\text{bending}} = \iint_D [V_{uu}(u, v)^2 + 2V_{uv}(u, v)^2 + V_{vv}(u, v)^2] dudv, \tag{4}$$

$$E_{\text{stretching}} = \iint_D [V_u(u, v)^2 + 2V_u(u, v)V_v(u, v) + V_v(u, v)^2] dudv, \tag{5}$$

$$E_{\text{spring}} = \iint_D V(u, v)^2 dudv. \tag{6}$$

这 3 个能量模型分别是弹性力学中弯曲能量、拉伸能量和弹性势能的近似.这些模型一般近似认为包含了抗弯曲和抗拉伸的物理变形能量,使生成的曲线曲面尽量收缩,不会有多余的皱褶,因而具有较好的光顺性,其中能量函数(4)是效果最好的.但由于这些目标函数是近似模型,其效果有时不理想.下面我们提出一个基于几何直观的新的目标函数来极小化 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 之间的差别.

3.1 建立目标函数

新曲面 $\bar{S}(u, v)$ 和放缩后的曲面 $T_s \circ S(u, v)$ 在剪切曲线的中点和曲面的边界上具有相同的法方向,从而使两曲面在剪切曲线的中点和曲面的边界上具有相同的形状.如果两曲面在其他位置也具有相同或近似的法方向,则两曲面法向分布就相同或比较接近,这样,两曲面就会具有相同或近似的形状.因此,为使 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 的形状差别尽可能地小,一种可选择的方法是使 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 相应点的法向差别尽可能地小.如果 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 的法向一致,则 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 的法向叉乘等于 0.所以,使 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 相应点的法向差别尽可能地小这样一个目标,可由极小化 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 法向叉乘的积分来实现.直接对 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 的法向量作叉乘会导致非线性问题.考虑到 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 的法向量是由关于 u 和 v 两个方向的偏导矢决定的,因此我们采用下面的目标函数来极小化 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 相应点的法向差别:

$$G = \iint_D \left[\left| \frac{\partial \bar{S}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial T_s \circ S(u, v)}{\partial u} \right|^2 + \left| \frac{\partial \bar{S}(u, v)}{\partial v} \times \frac{\partial T_s \circ S(u, v)}{\partial v} \right|^2 \right] dudv. \tag{7}$$

极小化该目标函数的结果将使新曲面 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 各处的法向尽可能地接近,从而使得 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 的高光线模型尽可能相同.高光线模型是检查曲面光顺性的有效方法.它通过曲面的法方向对曲面进行检查,即曲面的形状在高光线意义下是由法方向决定的.因此,极小化法方向的变化,使 $\bar{S}(u, v)$ 和 $T_s \circ S(u, v)$ 尽可能地接近,是一种非常合理的方法.

3.2 建立方程组

由 NURBS 曲面的定义可知:

$$T_s \circ S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n R_{i,j}(u, v) \hat{Q}_{i,j}, \tag{8}$$

$$\bar{S}(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n R_{i,j}(u, v) \bar{Q}_{i,j}. \tag{9}$$

为了讨论方便,令

$$\bar{S}(u, v) = \sum_{k=0}^{\Delta} R_k(u, v) \bar{Q}_k, \tag{10}$$

其中

$$\Delta \equiv (m+1) \times (n+1) - 1,$$

$$\left. \begin{aligned} R_k(u, v) &= R_{i,j}(u, v) \\ \bar{Q}_k &= \bar{Q}_{i,j} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= k - \lfloor k/(m+1) \rfloor \times (m+1), \\ j &= \lfloor k/(m+1) \rfloor. \end{aligned}$$

若用 $\bar{Q}_{i_g}^1, \bar{Q}_{j_g}^2, \bar{Q}_{i_g}^3$ 分别表示新曲面的第 1 类~第 3 类控制点,则式(10)可写成

$$\bar{S}(u, v) = \sum_{g=0}^{A_1} R_{i_g}(u, v) \bar{Q}_{i_g}^1 + \sum_{g=0}^{A_2} R_{j_g}(u, v) \bar{Q}_{j_g}^2 + \sum_{g=0}^{A_3} R_{i_g}(u, v) \bar{Q}_{i_g}^3, \tag{11}$$

其中 $A_1 + A_2 + A_3 = \Delta - 2$. 设原曲面有 r 个 trimming curve, 第 e 个 trimming curve 有 α_e 个顶点, 把式(2)带入式(11)得到

$$\bar{S}(u, v) = \sum_{e=0}^{r-1} d_e \left[(\bar{T}_s N_e) \sum_{i=0}^{\alpha_e} R_{i_e}(u, v) \right] + \sum_{g=0}^{A_2} R_{j_g}(u, v) \bar{Q}_{j_g}^2 + \Omega, \tag{12}$$

其中

$$\Omega = \sum_{e=0}^{r-1} \sum_{i=0}^{\alpha_e} R_{i_e}(u, v) (\bar{Q}_{i_e}^1 + D_s) + \sum_{g=0}^{A_3} R_{i_g}(u, v) \bar{Q}_{i_g}^3.$$

式(12)中的未知量是 $d_e, e=0, \dots, r-1$ 和 $\bar{Q}_{j_g}^2, g=0, \dots, A_2$. 把式(8)和式(12)代入式(7)就得到目标函数:

$$G(\bar{Q}_{j_0}^2, \bar{Q}_{j_1}^2, \dots, \bar{Q}_{j_{A_2}}^2, d_0, d_1, \dots, d_{r-1}). \tag{13}$$

把式(13)对 d_e 和 $\bar{Q}_{j_g}^2$ 求导得到一个线性方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial G(\bar{Q}_{j_0}^2, \bar{Q}_{j_1}^2, \dots, \bar{Q}_{j_{A_2}}^2, d_0, d_1, \dots, d_{r-1})}{\partial d_e} = 0, & e = 0, 1, \dots, r-1 \\ \frac{\partial G(\bar{Q}_{j_0}^2, \bar{Q}_{j_1}^2, \dots, \bar{Q}_{j_{A_2}}^2, d_0, d_1, \dots, d_{r-1})}{\partial \bar{Q}_{j_g}^2} = 0, & g = 0, 1, 2, \dots, A_2 \end{cases}$$

解这个线性方程组,得到新曲面 $\bar{S}(u, v)$ 的所有第 2 类控制点 $\bar{Q}_{j_g}^2, g=0, 1, \dots, A_2$ 和第 1 类控制点沿剪切曲线的方向矢量的调节量 $d_e, e=0, \dots, r-1$. 将 d_e 代入式(2)得到新曲面 $\bar{S}(u, v)$ 的所有第 1 类控制点. 新曲面的第 3 类控制点和放缩后的曲面 $T_s \circ S(u, v)$ 的第 3 类控制点是一样的. 至此,我们得到了新曲面 $\bar{S}(u, v)$ 的所有控制点,且新曲面也是 NURBS 曲面.

4 例子

本节给出 3 个 NURBS 曲面的例子. 第 1 个例子是一个汽车的前盖, 曲面次数是 3×5 , 如图 2 所示. 第 2 个例子是一个卡车的车棚, 曲面次数是 3×3 , 如图 3 所示. 第 3 个例子是一个车门的面板, 曲面次数也是 3×3 , 如图 4 所示. 这 3 个曲面也是 B 样条曲面, 因为权值都是 1.

由于高光线对曲面法向的变化很敏感, 本节采用高光线检验曲面的光顺性. 每个例子的(a)图是原曲面的高光线模型, (b)图是 Fix-and-Stretch 方法得到的缩小曲面的高光线模型, 采用能量目标函数式(4), (c)图是新方法得到的缩小曲面的高光线模型. 第 1 个例子中 X, Y, Z 方向的缩小系数都是 0.92, 第 2 个例子的缩小系数是 0.835, 第

3 个例子的缩小系数是 0.84.

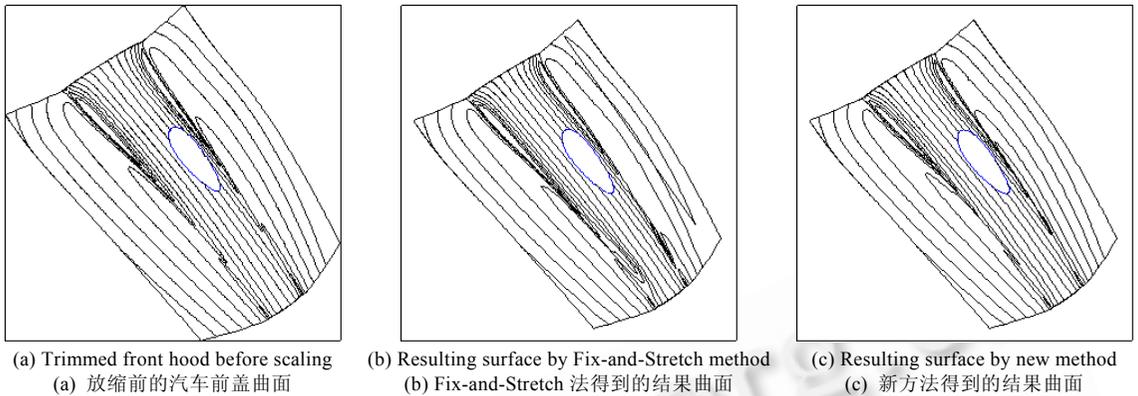


Fig.2 Trimmed front hood and resulting surfaces by two methods
图 2 汽车车盖曲面和两种方法得到的结果曲面

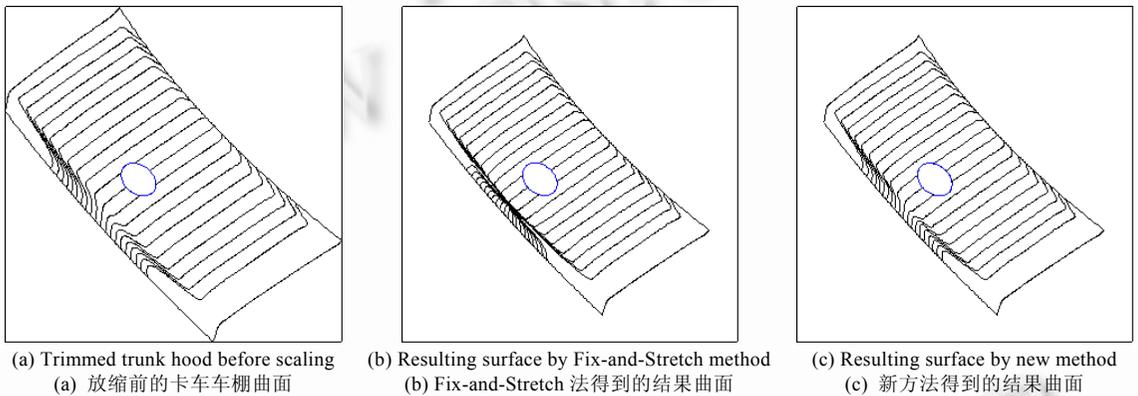


Fig.3 Trimmed trunk hood and resulting surfaces by two methods
图 3 卡车车棚曲面和两种方法得到的结果曲面

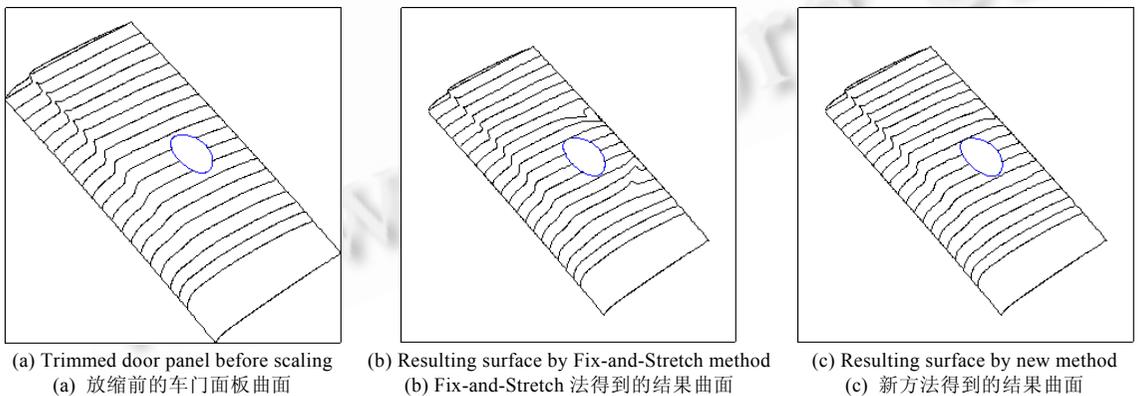


Fig.4 Trimmed door panel and resulting surfaces by two methods
图 4 车门面板曲面和两种方法得到的结果曲面

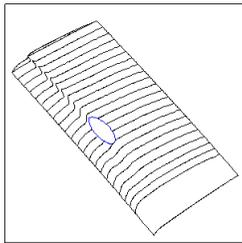
从图中可以看出,采用导矢叉乘目标函数的新方法得到的曲面的高光线模型和原曲面的高光线模型几乎是一样的,而采用能量目标函数的 Fix-and-Stretch 方法得到的曲面的高光线模型和原曲面的高光线模型在一些区域有明显的差异,有的区域高光线很不规则.

大量实例测试结果表明,新方法在通常情况下要优于现有的能量模型方法,但也存在个别情况新方法的结果不如 Fix-and-Stretch 方法的结果好.图 5 和图 6 是对车门面板进行放缩的结果.图 5 的放缩倍数为 0.94,图 6

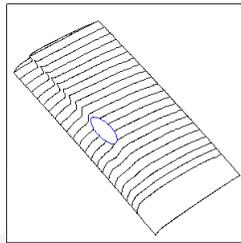
的放缩倍数为 0.84.可以看出,当放缩倍数为 0.94 时,新方法和 Fix-and-Stretch 方法得到的缩小曲面的高光线模型一样好;当放缩倍数为 0.84 时,新方法的结果曲面的高光线模型变形较大.对如图 5 和图 6 所示的情况,如果增加控制点个数,新方法和 Fix-and-Stretch 方法对 0.84 放缩倍数也可以得到理想的结果.

5 结论

对带约束的曲面放缩操作,本文提出了用导矢叉乘法定义目标函数构造变形曲面的新方法.该方法通过极

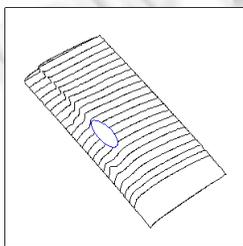


(a) Resulting surface by Fix-and-Stretch method
(a) Fix-and-Stretch 方法得到的结果曲面

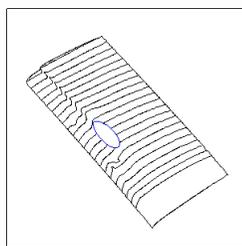


(b) Resulting surface by new method
(b) 新方法得到的结果曲面

Fig.5 Resulting surfaces by two methods with scaling factors of 0.94
图 5 放缩倍数为 0.94 时两种方法得到的结果曲面



(a) Resulting surface by Fix-and-Stretch method
(a) Fix-and-Stretch 方法得到的结果曲面



(b) Resulting surface by new method
(b) 新方法得到的结果曲面

Fig.6 Resulting surfaces by two methods with scaling factors of 0.84
图 6 放缩倍数为 0.84 时两种方法得到的结果曲面

小化新曲面 $\bar{S}(u,v)$ 和放缩后的曲面 $T_s \circ S(u,v)$ 的法方向的变化,使两曲面的差异尽可能地小,从而使新曲面和原曲面具有相近的形状和法向分布.在曲面的放缩操作过程中,放缩系数与 1 的差别越大,需要增加的控制点就越多.而增加的控制点越多,新曲面 $\bar{S}(u,v)$ 与放缩后的曲面 $T_s \circ S(u,v)$ 的差异就越小.增加控制点将使通过调整控制点对曲面形状进行调整的操作变得困难,但用本文的方法得到的新曲面具有原曲面所建议的形状,所以不需要对其作调整控制点的几何操作.如果要对其形状作几何调整,则几何调整的工作应在原曲面上进行.今后要做的工作是进一步探讨导矢叉乘目标函数的特点及其在 CAGD 领域中的应用.

References:

- [1] Borrel P, Rappoport A. Simple constrained deformations for geometric modeling and interactive design. *ACM Transactions on Graphics*, 1994,13(2):137~155.
- [2] Fowler B, Bartels R. Constraint-Based curve manipulation. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1993,13(5):43~49.
- [3] Zhang C, Zhang P, Cheng F. Constrained scaling of trimmed NURBS surfaces based on fix-and-stretch approach. *Computer Aided Design*, 2001,33(1):103~112.
- [4] Sarrage RF. Recent methods for surfaces shape optimization. *Computer Aided Geometric Design*, 1998,15(5):417~436.
- [5] Hu SM, Li YF. Modifying the shape of NURBS surfaces with geometric constraints. *Computer Aided Design*, 2001,33(12):903~912.
- [6] Lee ETY. Energy, fairness, and a counterexample. *Computer Aided Design*, 1990,22(1):37~40.
- [7] Zhang C, Cheng F. Removing local irregularities of NURBS surfaces by modifying highlight lines. *Computer Aided Design*, 1998,30(12):923~929.
- [8] Beier KP, Chan Y. The highlight-line algorithm for real-time surface-quality assessment. *Computer Aided Design*, 1994,26(4):268~278.