

演化计算中的种群隔离与自聚集*

黄樟灿^{1,2}, 陈思多², 李亮²

¹(武汉大学 软件工程国家重点实验室,湖北 武汉 430072);

²(武汉理工大学 理学院,湖北 武汉 430070)

E-mail: hct0918@public.wh.hb.cn; s.d.chen@ieee.org

http://www.whu.edu.cn

摘要: 通过对局部最优吸引域的分析,说明了种群隔离的作用.以局部演化的方式,实现了种群间分离与种群内自聚集,使多峰函数优化问题转化为单峰函数优化问题.结合在单峰函数优化中收敛速度较快的、基于空间划分的 $(\mu+1)$ 演化方法作为基本的演化操作,提出了种群按照吸引域自动分离与聚集的演化算法.最后给出了运算实验的结果.

关键词: 多峰函数优化;吸引域;局部演化;早熟收敛

中图法分类号: TP18 文献标识码: A

目前,演化计算存在的一个主要问题是早熟收敛.早熟收敛之后,群体的演化完全依赖变异,这使得后继演化过程实质上成为盲目随机搜索.传统的演化算法求解多峰目标函数时常常遇到的问题是,较大的选择压力导致早熟收敛(premature convergence),而较小的选择压力导致停滞(stagnation)^[1].

传统的演化方法都设法使整个群体收敛到全局最优,目前看来是困难的.近年来,国内外提出了许多种群模型,试图以竞争(competitive)或合作(co-operative)的方式反映多峰问题并加以求解.这类方法的种群划分主要基于人为设置的演化计算运行参数,并不能通过计算过程反映出搜索空间的性态^[2].文献[3]提出基于神经网络进行聚类分析,从而确定若干种群.但这种方式极度依赖于人工调整参数,不能达到种群划分的自动实现.

本文设法将多峰函数的优化问题转化为单峰函数的优化问题,使群体在演化过程中自行分割成种群,不同的种群向不同的局部最优方向收敛,而种群之间不再交换信息.这种方法使全局最优附近的种群被隔离保护,在不受其他局部最优干扰的情况下迅速地收敛到全局最优.通过计算实例证明,新算法在全局寻优、防止早熟收敛方面具有明显优势.

1 吸引域与种群自聚集

函数优化问题常常反映为在 R^n 空间某个闭集 D 中的寻优: $\max_{x \in D} f(x)$.按照某种基于确定性迭代的方法(如梯度下降法),多峰(m 个局部最优)目标函数的整个搜索空间可被划分为若干吸引域.从每个吸引域中的任何一点(初始点)都可收敛到吸引域中心,即局部最优^[2].

演化初期,如果全局最优的吸引域相对较小,随机生成的初始群体在全局最优吸引域中的个体便相对较少,或者非全局最优吸引域中初始群体出现超级个体,都会使非全局最优吸引域中的个体占据优势,并通过遗传算子影响全局最优吸引域中的个体,使其收敛到自己的吸引域中,这就是早熟收敛的原因.

如果整个搜索空间按吸引域被分割为若干子空间,只在各个子空间内的个体间(种群内部)进行演化操作,

* 收稿日期: 2000-04-18; 修改日期: 2000-10-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60073043)

作者简介: 黄樟灿(1960 -),男,浙江绍兴人,教授,主要研究领域为并行计算,演化计算;陈思多(1979 -),男,湖北宜昌人,助教,主要研究领域为模式识别,演化计算;李亮(1976 -),男,江西樟树人,讲师,主要研究领域为演化计算.

种群之间不存在信息交换,那么对各个种群而言,在自身的吸引域内进行寻优,实质上是对单峰函数的寻优^[4].最终各个种群将分别迅速地收敛于各自的吸引域中心,其中包括全局最优.

以上实现的关键是确定吸引域.对于性态不佳而表达复杂的目标函数而言,解析地确定吸引域是不现实的;而高维搜索空间又存在计算可视化的问题,经验性地划分吸引域也很困难.在某一阶段,自然界的演化是一个局部过程,个体只与相邻个体发生信息交换.本文模拟自然界的这一现象,提出吸引域自动划分的方法.

约定个体只与搜索空间中相邻的个体,即邻域中的个体交换信息,形成演化过程^[5].邻域通常较小,因而个体更有可能与处于同一吸引域中的相邻个体发生信息交换,使子代在整体上更加趋于吸引域中心.约定的吸引域建立在梯度下降法的基础上,因而局部演化过程中生成的更加优化的个体将更加趋于吸引域中心.

吸引域边界附近的个体,其邻域中包含处于不同吸引域的个体,存在两个吸引域的竞争.由于是局部演化,因此并不影响吸引域内部种群的自聚集.

定义 1. 个体 x_i 的邻域.

$$A = \{x \mid d(x_i, x) < \varepsilon\}, \quad (1)$$

即以 x_i 为球心,以 $\varepsilon > 0$ 为半径的超球体 x_i .

遗传操作要考虑到子代尽量不要离开父代所在的吸引域.基于空间划分的 $(\mu+1)$ 演化方法具有这一特性.不仅如此,最近的研究还发现,基于空间划分的 $(\mu+1)$ 演化方法对单峰函数的寻优速度远优于其他方式的演化算法^[6].鉴于种群内部的演化过程都是对单峰函数的寻优,本文采用这种方法作为种群自聚集演化算法的基本演化操作.

$(\mu+1)$ 是演化策略(evolutionary strategy)中的一种有效的选择策略.它利用群体中 μ 个个体的信息产生一个新个体,若此新个体优于群体中最差个体,则将其取代^[7].

对于群体规模与搜索空间的维数可比的情形(如本文的局部演化的小规模群体),基于空间划分的选择策略在全局寻优和收敛速度方面都是非常有效的^[6].

群体中 s 个个体张成仿射空间:

$$U = \left\{ X \mid X = \sum_{i=1}^s \omega_i x_i \right\}, \quad (2)$$

在满足

$$\sum_{i=1}^s \omega_i = 1 \quad (3)$$

的情况下,适当地随机选取权值,可使生成点比较均匀地分布在 s 个个体形成的最小凸集内部及其周围,因而生成子代一般仍在父代所在的吸引域或者吸引域附近.基于空间划分的选择策略的算法如下:

算法 1. 基于空间划分的选择策略.

{
随机生成 s 维权向量, 并使其满足式(3);
找出群体中最差的个体 x_{worst} 及其适应值 f_{worst} ;

令 $x' = \sum_{i=1}^s \omega_i x_i$;

计算 x' 的适应值 f' ;

IF ($f' \geq f_{\text{worst}}$)

以 x' 代替群体中最差的个体 x_{worst} .

}

对于单个个体而言,其生成子代仍然处于邻域中所有个体形成的凸集中.子代要么是其自身,要么优于自身.由于吸引域建立在梯度下降法的基础上,与父代相比,优于自身的子代更可能靠近邻域所处吸引域的中心.从统计上看,随机生成的初始群体被不同吸引域中心所吸引,从而分裂为多个种群,而种群自身则向吸引域中心聚集,收敛于各自的局部最优.

2 多种群自聚集演化算法

在搜索空间中随机生成群体.初始群体没有种群划分.为了使群体趋于不同方向并相互隔离,本文提出如下基于空间划分的新算法:

算法 2. 多种群自聚集演化算法.

```
{
  在整个搜索空间中随机生成群体  $x_{ij}$ ;
  计算群体的适应值;
  WHILE (not(停机准则)) DO
  {
    随机找出一个个体  $x_i$ ;
    访问  $x_i$  的邻域  $A_i$ ,通过基于空间划分的选择策略得到新个体  $x'_i$ ;
    在  $A_i$  中找到最差个体  $x_{\text{worst}}$  及其适应值  $f_{\text{worst}}$ ;
    计算  $x'_i$  的适应值  $f'_i$ ;
    IF ( $f'_i \geq f_{\text{worst}}$ )
      以  $x'_i$  代替群体中最差的个体  $x_{\text{worst}}$ ;
  }
  在各种群收敛到的局部最优中选择出全局最优;
}
```

约定以上算法中的每次主循环为一代.由于每一代只涉及一次求目标函数的运算,算法的时间复杂度与 $(\mu+1)$ 演化策略相近.

运算之前应将搜索空间进行归一化处理,以便定义距离.对于可能出现的孤立的个体,其邻域内个体只有其自身,无法与其他个体交换信息,应进行变异操作,使其加入其他种群.

搜索空间中梯度为零的非极值区域以及奇点,都可能不属于任何局部最优的吸引域,只要这些区域或点在整个搜索空间的测度相对于整个搜索空间不是特别大,就不会对整个算法的性能产生太大影响.

3 实例研究

本文应用以上算法,对如下目标函数求最大值:

$$f_1 : \max 0.5 - \frac{(\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5)}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2}, \quad -5 \leq x_i \leq 5, i = 1, 2, \quad (4)$$

$$f_2 : \max 0.002 + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6}, \quad -65.536 \leq x_i \leq 65.536, i = 1, 2. \quad (5)$$

测试函数(4)引自文献[8],其全局最大点是(0,0).在全局最优附近有无数个取值相同的局部最优,而且其性态振荡强烈.如果不使用变量代换的方法,一般的优化算法很难找到它的全局最优解(如图 1(a)所示).后面不采用变量代换而直接用本文提出的算法加以求解.

测试函数(5)是文献[9]中一个测试函数的倒数变形,变形的目的是实现演化过程的可视化,对测试函数的难度没有影响.其全局最大点是(-32,-32).参数 a_{ij} 见表 1.如图 1(b)所示.

Table 1 Parameters of f_2

表 1 f_2 的参数

j	a_{1j}	a_{2j}												
1	-32	-32	6	-32	-16	11	-32	16	16	-32	32	21	-32	0
2	-16	-32	7	-16	-16	12	-16	16	17	-16	32	22	-16	0
3	0	-32	8	0	-16	13	0	16	18	0	32	23	0	0
4	16	-32	9	16	-16	14	16	16	19	16	32	24	16	0
5	32	-32	10	32	-16	15	32	16	20	32	32	25	32	0

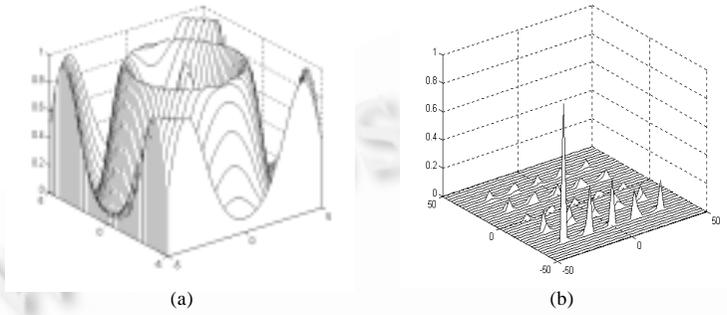


Fig.1 3-D illustration of f_1 and f_2

图 1 f_1 与 f_2 的三维图示

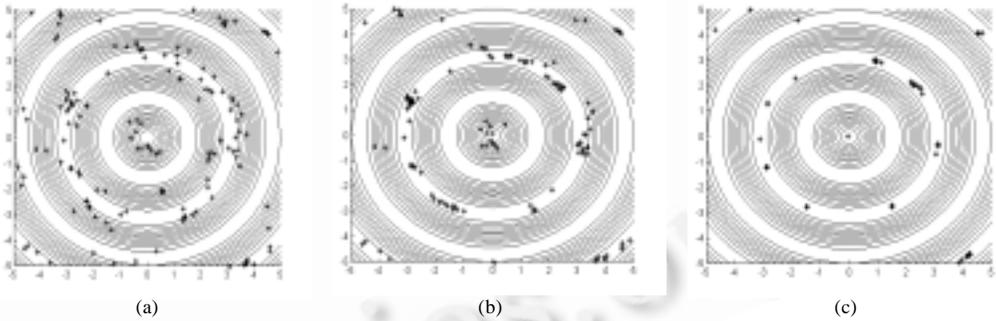


Fig.2 The population isolation and adaptive-gathering process of function (4)

图 2 函数(4)的种群的分割与自聚集过程

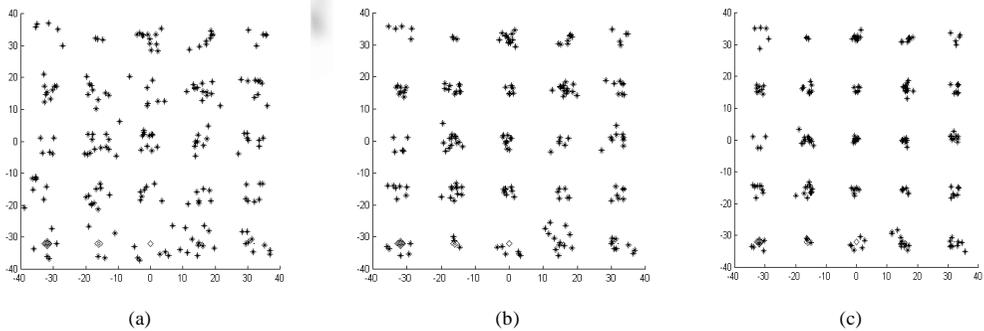


Fig.3 The population isolation and adaptive-gathering process of function (5)

图 3 函数(5)的种群的分割与自聚集过程

下面应用传统的遗传算法以及本文提出的算法各进行 10 次独立运算,对函数(4)进行寻优.遗传算法的最优解 $x = (-2.4670, -1.9403)$, $f(x) = 0.9874$.新算法的最优解 $x = (0.0003, -0.0002)$, $f(x) = 0.9996$.最优解在全局最优附近.

演化计算对模式是敏感的,在连续函数优化问题中则反映为对函数的邻域性要求较高.传统的遗传算法的主要不足在于容易陷入局部最优而造成早熟收敛.在函数(4)中,全局最优附近有无限多个近似最优,它们具有与全局最优相差非常细微的取值,近似最优吸引域的测度总和远远大于全局最优吸引域的测度.因而,传统遗传算法在对函数(4)进行寻优时,难以跳出局部最优所在区域.结果表明,群体在 100 代前已陷入局部最优,而全局最优附近所剩的少数几个个体也开始向局部最优方向收敛,后面的寻优过程只能依赖于变异.

多种群自聚集算法采用了新的演化方式,保护了全局最优吸引域中的个体.演化初期,处于吸引域边界附近的个体逐渐进入吸引域内部(如图 2(a)中的 100 代);在演化中期,种群间完全隔离,各种群互不牵制地迅速向各自的极值收敛(如图 2(b)中的 300 代);在演化后期,种群的自聚集作用加强,求解精度不断增加(如图 2(c)中的 1000 代).

用新算法对函数(5)进行寻优.算法充分实现了局部演化的作用,使初始群体划分为 25 个子群体,分别向各自所在吸引域的中心收敛.图 3(a)~(f)同样显示了种群划分与自聚集过程.图 4(a)和图 4(b)的横坐标均表示演化代数.图 4(a)表示了不同种群的收敛曲线.纵坐标为测试函数值.一共有 25 条收敛曲线,最高的一条即为在全局最优吸引域上的种群的收敛曲线.算法最终求得了接近 $(-32, -32)$ 的结果,并获得了良好的精度(这取决于计算机的字长).图 4(b)的纵坐标为当前解到最近的局部最优解之间绝对误差的对数.在 25 个种群中选择了几条典型的对数误差曲线.可见,在计算机精度范围内可以保证后期的收敛速度.

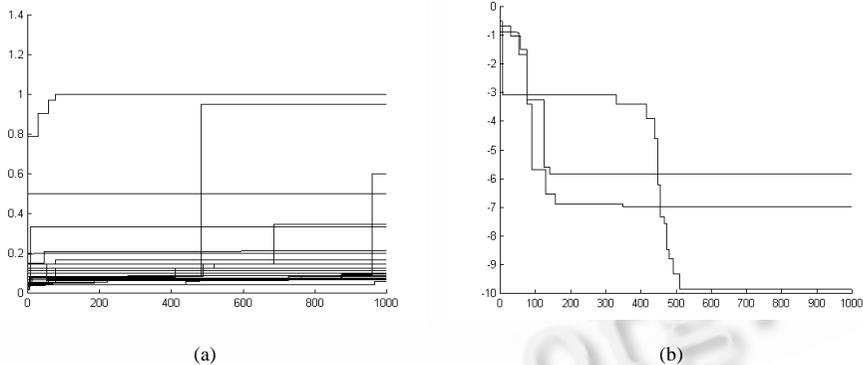


Fig.4 The parallel convergence process of multi-population

图 4 多种群的并行收敛过程

4 结 论

由运算实例可见,多种群自聚集算法在防止早熟收敛方面具有明显的优势.由于种群之间被隔离保护,形成了多个并行的演化过程.由于各个种群都在独立地对单峰函数寻优,因而具有较快的收敛速度.

吸引域的划分是将多峰函数优化问题转化为单峰函数优化问题的关键.种群间的分离与种群内自聚集的效果与个体邻域的确定方式,即式(1)中 ϵ 的取值有着重要的关系.过大的取值使算法退化成一般的演化策略,而过小的取值则使算法增加耗时,关于这一点还有待于进一步的研究.

References:

- [1] Pan, Zheng-jun, Kang, Li-shan, Chen Yu-ping. Evolutionary Computation. Beijing: Tsinghua University Press, 1998 (in Chinese).
- [2] Wu, Hao-yang, Chang, Bing-guo, Zhu, Chang-chun, *et al.* A multigroup parallel genetic algorithm based on simulated annealing method. Journal of Software, 2000,11(3):416~420 (in Chinese).

- [3] Xu, Jin-wu, Liu, Ji-wen. A new genetic algorithm based on niche technique. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 1999,12(1):104~108 (in Chinese).
- [4] Yuan, Ya-xiang, Sun, Wen-yu. *Optimization Theory and Method*. Beijing: Science Press, 1999 (in Chinese).
- [5] Manderick, B., Spiessens, P. Fine-Grained parallel genetic algorithm. In: Schaffer, J., ed. *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*. Los Altos: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1989. 428~433.
- [6] Kang, L. S., Kang, Z., Li, Y., *et al.* Asynchronous parallelization of Guo's algorithm for function optimization. In: *Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway, NY: IEEE Press, 2000. 783~789.
- [7] Schwefel, H.-P. *Numerical Optimization of Computer Models*. Chichester: John Wiley and sons, 1981.
- [8] Schaffer, J.D., Caruana, R.A., Eshelman, L.J., *et al.* A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization. In: Schaffer, J., ed. *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms*. Los Altos: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1989. 51~60.
- [9] DeJong, K.A. *Analysis of behavior of a class of genetic adaptive systems* [Ph.D. Thesis]. Michigan: University of Michigan, 1975.

附中文参考文献:

- [1] 潘正君,康立山,陈毓屏.演化计算.北京:清华大学出版社,1998.
- [2] 吴浩扬,常炳国,朱长纯,等.基于模拟退火机制的多种群并行遗传算法.软件学报,2000,11(3):416~420.
- [3] 徐金梧,刘纪文.基于小生境技术的遗传算法.模式识别与人工智能,1999,12(1):104~108.
- [4] 袁亚湘,孙文瑜.最优化理论与方法.北京:科学出版社,1999.

Population Isolation and Adaptive-Gathering in Evolutionary Computation*

HUANG Zhang-can^{1,2}, CHEN Si-duo², LI Liang²

¹(State Key Laboratory of Software Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China);

²(School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

E-mail: hct0918@public.wh.hb.cn; s.d.chen@ieee.org

<http://www.whu.edu.cn>

Abstract: The function of population isolation is stated by the analyzing the domain of attraction of local optimum. The separation among populations and the adaptive-gathering in a population are achieved by local evolution, so the multi-modal function optimization is transformed to uni-modal function optimization. Combining with the ($\mu+1$) evolutionary approach based on space ranking that has a swift convergence speed in uni-modal function optimization, the evolutionary algorithm is presented in which populations separate and gather automatically according to domain of attraction. The experimental result is given at the end of the paper.

Key words: multi-modal function optimization; domain of attraction; local evolution; premature convergence

* Received April 18, 2000; accepted October 16, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60073043