

内连式复值双向联想记忆模型及性能分析*

陈松灿^{1,2}, 夏开军¹

¹(南京航空航天大学 计算机科学与工程系,江苏 南京 210016);

²(南京大学 计算机软件新技术国家重点实验室,江苏 南京 210093)

E-mail: chen_lizi@sina.com

摘要: Lee 的复域多值双向联想记忆模型(complex domain bidirectional associative memory,简称 CDBAM)不仅将 Kosko 的实域 BAM(bidirectional associative memory)推广至复域,而且推广至多值情形,以利于多值模式(如灰度图像等)间的联想.在此基础上,提出了一个新的推广模型:复域内连式多值双向联想记忆模型(intraconnected CDBAM,简称 ICDBAM),通过定义的能量函数证明了它在同步与异步更新方式下的稳定性,从而保证所有训练样本对成为其稳定点,克服了 CDBAM 所存在的补码问题.计算机模拟证明了该模型比 CDBAM 具有更高的存储容量和更好的纠错性能.

关键词: 双向联想记忆;神经网络;能量函数;复数域;多值联想记忆;内连接

中图法分类号: TP18 文献标识码: A

神经网络作为一种求解各种人工智能任务的有力工具,引起了研究者的普遍兴趣.联想记忆模型实质上是一类神经网络,它具有相似输入获得相似输出的功能,并获得了众多应用,如识别、故障诊断等.由 Kosko^[1]提出的双向联想记忆模型(bidirectional associative memory,简称 BAM)作为一种内容寻址存储器推广了 Hopfield 模型,但 BAM 存在的补码问题和连续性假设制约了它的存储容量和纠错能力的提高,而且仅能处理二值模式间的联想.Jeng^[2]的修正内连式双向联想记忆模型 MIBAM(modified intraconnected bidirectional associative memory)实现了层内层间的同时更新,从而使神经元状态的更新完全同步化,不仅解决了补码问题,也放宽了对连续性假定的要求,但它的神经元的状态仍取二值,在实际应用中受到很多限制.Lee^[3]的 CDBAM(complex domain bidirectional associative memory)的神经元状态取自于复数域,因而实现了多值联想,但同 BAM 一样也存在存储容量和纠错率低的问题,补码问题也未得到解决.

本文的目的是在 CDBAM 的基础上,借助于 MIBAM 的思想,引入神经元层内的自联想(或内连接)来实现两者的结合,从而推广上述两个模型,即一方面可使 MIBAM 具有处理复值即多值的能力,同时使原有 CDBAM 在引入内连式后排除了所存在的补码问题,提高了存储容量及改善了纠错性能.

1 基于复域的内连式多值双向联想记忆模型及其稳定性证明

在给出本文的模型之前,我们先分析一下 MIBAM 和 CDBAM 的模型,以便更好地解释本文模型.

1.1 修正内连式双向联想记忆模型

假定有 m 对存储的二值数据或模式 $(X_k, Y_k), k=1, 2, \dots, m, X_k \in \{-1, 1\}^n, Y_k \in \{-1, 1\}^p$.

MIBAM 的双向更新规则是:

* 收稿日期: 2000-05-11; 修改日期: 2000-08-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69701004);国家教育部青年骨干教师资助项目;南京大学计算机软件新技术国家重点实验室基金资助项目

作者简介: 陈松灿(1962 -),男,浙江余姚人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为模式识别,智能系统;夏开军(1973 -),男,江苏盐城人,硕士,主要研究领域为模式识别,智能系统.

$$\begin{cases} Y' = \operatorname{sgn}\{XM + YB\} \\ X' = \operatorname{sgn}\{Y'M^T + XA\} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $M = \sum_{k=1}^m X_k^T Y_k$, $A = \sum_{k=1}^m X_k^T X_k$, $B = \sum_{k=1}^m Y_k^T Y_k$, $\operatorname{sgn}\{x\} = 1$ if $x \geq 0$; else $\operatorname{sgn}\{x\} = -1$. MIBAM 的能量函数定义为

$$E(X, Y) = -\frac{1}{2} XAX^T - XMY^T - \frac{1}{2} YBY^T.$$

1.2 复域多值双向联想记忆模型

仍假定有 m 对存储的数据或模式 $(X_k, Y_k), k=1, 2, 3, \dots, m$, 其中 X_k, Y_k 可分别表示为 $X_k = [x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}] \in C^n$ 和 $Y_k = [y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kp}] \in C^p$. C 为复域, x_{ki}, y_{kh} 取值于集合 $C_D = \{\exp(j2\pi v/q)\}_{v=0}^{q-1}, j = \sqrt{-1}, i=1, 2, \dots, n, h=1, 2, 3, \dots, p, q$ 是对复平面单位圆的等分数. 对 CDBAM 的双向更新规则为

$$\begin{cases} X' = \Phi(YS^*) \\ Y' = \Phi(X'S) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $X \in C_D^n, Y \in C_D^p, S = (s_{ij}) \in C^{n \times p}$ 且 $s_{ij} = \sum_{k=1}^m \bar{x}_i^k y_j^k, i, j=1, 2, \dots, n, S^*$ 是 S 的共轭转置矩阵, \bar{x}_i^k 是 x_i^k 的共轭复数, 引入复数函数 $\phi(\cdot)$ 如下:

$$\phi(Z) = \begin{cases} \exp(j2\pi v/q) & \text{if } |\operatorname{Arg}\{Z/\exp(j2\pi v/q)\}| < \pi/q \\ \text{不变} & \text{if } Z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\operatorname{Arg}(\alpha)$ 是 α 的相位角.

Lee 模仿 BAM 的稳定性证明方式, 获得了 CDBAM 的稳定性, 但其存储容量与纠错性仍受到限制, 且补码问题无法避免.

1.3 复域内连式多值双向联想记忆模型 (intraconnected CDBAM, 简称 ICDBAM)

由于 CDBAM 仅存在层间反馈处理, 因而不可避免地存在着补码问题. 通过引入层内的自连接, ICDBAM 的层内和层间神经元的状态得到同时更新, 因而排除了 CDBAM 的补码问题, 进一步放宽对连续假设的限制.

1.3.1 回忆规则

回忆规则如下:

$$\begin{cases} X' = \Phi(YS^* + XA) \\ Y' = \Phi(X'S + YB) \end{cases} \quad (4)$$

其中 $S = \sum_{k=1}^m X_k^{*T} Y_k, A = \sum_{k=1}^m X_k^{*T} X_k, B = \sum_{k=1}^m Y_k^* Y_k, S^*, X_k^*, Y_k^*$ 分别是 S, X_k, Y_k 的共轭转置矩阵, 复数函数 $\phi(\cdot)$ 与式(3)相同.

1.3.2 ICDBAM 的稳定性证明

稳定性是联想存储器的一个最关键特性之一. 为保证提交模式对成为 ICDBAM 的稳定点, 必须保证 ICDBAM 在神经元状态改变下的稳定性. 为此定义如下的能量函数:

$$E(X, Y) = -\frac{1}{2} \{XMY^* + YM^* X^*\} - \frac{1}{2} \{XAX^* + YBY^*\}. \quad (5)$$

不失一般性, 我们仅证明同步状态更新方式下的稳定性. 设 (X, Y) 和 (X', Y') 是当前状态及下一个状态, 则有

$$\begin{aligned} \Delta E_x &= E(X', Y) - E(X, Y) \\ &= -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n (x'_i - x_i) \left[\sum_{j=1}^p s_{ij} \bar{y}_j + \sum_{j=1}^n a_{ij} \bar{x}_j \right] + \sum_{i=1}^n (\bar{x}'_i - \bar{x}_i) \left[\sum_{j=1}^p \bar{s}_{ij} y_j + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right] \right\}. \end{aligned}$$

其中 $\bar{x}'_i, \bar{y}_j, \bar{s}_{ij}$ 分别是 x'_i, y_j, s_{ij} 的共轭复数. 令 $I = \left\{ i \mid \sum_{j=1}^p \bar{s}_{ij} y_j + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \neq 0 \right\}$, $\sum_{j=1}^p \bar{s}_{ij} y_j + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = r_i \exp(j\phi_i)$, $\forall i \in I$, 其中 r_i 和 ϕ_i 分别是该式的模和相位角. 再令 $x_i = \exp(j\phi_i)$, $x'_i = \exp(j\phi'_i)$, ϕ_i 和 ϕ'_i 相应为 x_i 和 x'_i 的相位角, 因而有

$$\Delta E_x = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{i \in I} [\exp(j\phi'_i) - \exp(j\phi_i)] r_i \exp(-j\phi_i) \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i \in I} [\exp(-j\phi'_i) - \exp(-j\phi_i)] r_i \exp(j\phi_i) \right\} \\ = -\sum_{i \in I} r_i \{ \cos(\phi_i - \phi'_i) - \cos(\phi_i - \phi_i) \}.$$

注意到由式(5)知 ϕ'_i 是复平面单位圆被 q 等分的角中最接近于 ϕ_i 的角, 因而 $\cos(\phi_i - \phi'_i) \geq \cos(\phi_i - \phi_i)$, 故 $\Delta E_x \leq 0$.

同时, 当 $q \geq 2$ 时, $\cos(\phi_i - \phi'_i) \geq 0, \forall i \in I$, 假定 $\cos(\phi_i - \phi'_i) = \cos(\pi/q) + \nabla_i, \cos(\phi_i - \phi_i) = \cos(\pi/q) + \sigma_i$, 显然当 $\nabla_i = \sigma_i$ 时 $\Delta E_x = 0, \forall i \in I$. 类似地可证 $\Delta E_y \leq 0$, 又

$$|E(X, Y)| = \frac{1}{2} |XMY^* + YM^*X^* + XAX^* + YBY^*| \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \{ |s_{ij}| + |a_{ij}| + |b_{ij}| \},$$

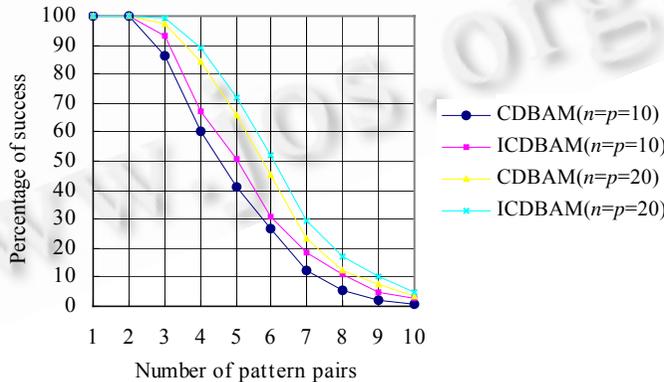
故 $E(x, y)$ 有界. 由稳定性理论可知, ICDBAM 在状态的同异步更新方式下是稳定的交模式, 成为该能量函数的不动点. 在异步方式下的证明是类似的, 在此从略.

2 模拟结果

为了验证本文提出的模型的性能, 我们采用常用的模拟比较方法, 从存储容量和纠错性能两个方面, 通过计算机模拟来阐明它的综合性能. 尽管 ICDBAM 在同步和异步更新方式下都能获得全局稳定, 不失一般性, 在如下的模拟中仅用到同步方式.

2.1 存储容量的测试

考虑两种不同的模拟环境^[3]: $n=p=10$ 和 $n=p=20$, 固定量化数 $q=4$, 样本由方程式 $\{\exp(j2\pi\nu/q)\}_{\nu=0}^{q-1}$ 随机产生, 对于每一个组合 (n, p, m, q) 都测试 100 次, 把对整个 m 对样本的一次测试称为一个事件, 如果所有 m 对样本都为不动点, 即能正确回忆出对应的样本, 则称为一个成功事件. 图 1 显示了在两种环境下 CDBAM 和 ICDBAM 存储容量的比较结果.



正确回忆百分率, 样本的对数.
Fig.1 Storage capacity comparison between CDBAM and ICDBAM ($q=4$)
图 1 CDBAM 和 ICDBAM 的存储容量比较 ($q=4$)

2.2 吸引域测试

在训练样本对中加入噪声一般也能正确回忆出对应样本, 但随着原始样本和加入噪声样本间的海明距离的增加, 正确回忆的可能性就会减少, 这意味着每一对样本都对应着一个吸引域, 如果一个样本在加入噪声较多

的情况下仍能正确回忆出它的原始样本,我们就认为该样本对的吸引域较大。

我们用 2.1 节的方法产生样本来测试吸引域.在这里训练样本对(m)固定为 3 和 4 且对应于 $n=p=10$ 和 $n=p=20$.测试的方法是:通过 $\{\exp(j2\pi v/q)\}_{v=0}^{q-1}$ 随机产生一些复数来代替原始样本的组元来产生噪声样本,我们对 m 对样本中的每一个样本都加入一定噪声,如果所有样本都能被正确回忆,就称为一个成功事件,对每组 (n,p,m,q)也测试 100 次.图 2 阐明了在不同噪声数下 CDBAM 和 ICDBAM 的回忆情况。

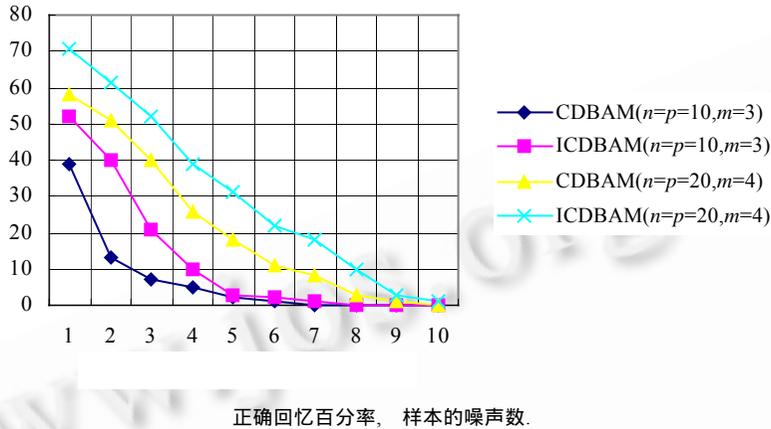


Fig.2 Error-Correcting performance comparison between CDBAM and ICDBAM ($q=4$)
图 2 比较 CDBAM 和 ICDBAM 的纠错性能($q=4$)

3 结 论

通过使用复数来表示神经元的状态和连接权值,就将 Kosko 的离散二值 BAM 推广为多值的 CDBAM,提高了 BAM 的灵活性,增加了它的实用性,而在 CDBAM 中加入层间连接得到 ICDBAM,无论在存储容量还是在纠错能力上又有了进一步的提高,但它的容量和吸域半径的估算仍待进一步研究。

References:

- [1] Kosko, B. Bidirectional associative memory. IEEE Transactions on System Man and Cybernetics, 1988,18(1):49~60.
- [2] Jeng, Y.J., Yeh, C.C. Modified intraconnected bidirectional associative memory. IEE Electronics Letters, 1991,27(20):1818~1819.
- [3] Lee, Dong-liang, Wang, Wen-june. A multivalued bidirectional associative memory operating on a complex domain. Neural Networks, 1998,(11):1623~1635.

An Intraconnected Complex Domain Bidirectional Associative Memory and Its Performance Analysis*

CHEN Song-can^{1,2}, XIA Kai-jun¹

¹(Department of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China);

²(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

E-mail: chen_lizi@sina.com

Abstract: Lee's multivalued bidirectional associative memory operating on a complex domain (CDBAM) extends Kosko's BAM (bidirectional associative memory) not only to complex domain but also to multivalued situation in favor of associating on multivalued model. Based on the CDBAM, a new extended model, ICDBAM (intraconnected multivalued bidirectional associative memory operating on a complex domain), is presented in this

