

# 用于描述网络拓扑的形式语言的研究\*

于之硕 杨静

(哈尔滨建筑大学计算机应用系 哈尔滨 150008)

**摘要** 论述了应用随机线性文法及产生式描述计算机网络拓扑结构的方法. 在该形式语言的描述中, 设置了3个基元状态, 通过对基元状态及各种状态规律的分析, 准确地描述了网络中结点间通信及共享存储器的状态. 同时, 证明了用此方法在某种条件下从初始结点到终止结点间可以建立惟一的访问路径, 并能避免冲突. 此方法对计算机网络结点访问/冲突避免的研究具有一定的参考价值.

**关键词** 概率矩阵, 文法, 基元, 网络.

**中图法分类号** TP301

对计算机网络拓扑结构的设计, 容量分配算法通常都采取基于图论及割集的方法. 本文所提出的网络信息流量计算和分配方法是基于概率量度, 即一种语言及其文法, 通过严格的定义和文法产生式, 使网络抽象为一种语言表达式, 再应用前人所推导出来的语言性质精确地计算出概率量度分配值, 可使所要求的计算机网络中两个结点机之间建立唯一最佳的通信路径. 为使计算机网络符合本文描述的语言方法, 特假设如下:

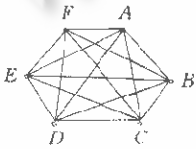


图1 计算机网络完全图

(1) 计算机网络的完全图如图1<sup>[1]</sup>所示. 其中每一结点都表示一个带有存储器的计算机用户.

(2) 计算机网络中各结点上有着3种状态: ① 处理机申请某结点资源; ② 因资源“忙”而处于等待; ③ 得到资源后或是读或是写.

(3) 设网上有  $m$  个结点, 对  $K$  点来说, 它对网上其他结点的访问概率  $P_k$  应是

$$P_k = \sum_{i=1}^m P_{ki}, \quad (1)$$

其中  $P_{ki}$  表示对本结点机的存储器访问. 为分析方便, 可把  $P_k$  分成  $P'_k, P''_k$ , 即

$$P_k = P'_k + P''_k. \quad (2)$$

其中  $P'_k$  为一类的访问概率和, 且

$$P'_k = \sum_{i=1}^q P_{ki} \quad i \in \{1, 2, \dots, q\}. \quad (3)$$

$P''_k$  为另一类的访问概率和, 且

$$P''_k = \sum_{i=q+1}^m P_{ki} \quad i \in \{q+1, q+2, \dots, m\}. \quad (4)$$

(4) 网上每一结点随机请求资源符合马尔科夫模式.

(5) 从概率量度分配来说, 对于星形网、环形网及总线网仅是网状网的一种特殊情况. 设网状网的概率分配如下矩阵(与图1等价).

\* 本文研究得到黑龙江省自然科学基金资助. 作者于之硕, 1942年生, 教授, 主要研究领域为专家系统, 智能网络, 决策支持系统. 杨静, 女, 1962年生, 副教授, 主要研究领域为人工智能, 网络研究.

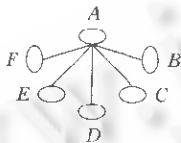
本文通讯联系人: 于之硕, 哈尔滨 150008. 哈尔滨建筑大学计算机应用系

本文 1997-11-11 收到原稿, 1998-02-11 收到修改稿

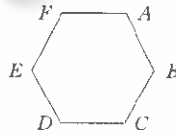
$$\begin{matrix}
 P_{AA} & P_{AB} & P_{AC} & P_{AD} & P_{AE} & P_{AF} \\
 P_{BA} & P_{BB} & P_{BC} & P_{BD} & P_{BE} & P_{BF} \\
 P_{CA} & P_{CB} & P_{CC} & P_{CD} & P_{CE} & P_{CF} \\
 P_{DA} & P_{DB} & P_{DC} & P_{DD} & P_{DE} & P_{DF} \\
 P_{EA} & P_{EB} & P_{EC} & P_{ED} & P_{EE} & P_{EF} \\
 P_{FA} & P_{FB} & P_{FC} & P_{FD} & P_{FE} & P_{FF}
 \end{matrix}$$

而星形、环形及总线形网的概率分配矩阵如图 2 所示<sup>[1]</sup>。由图 2 可见,在具有相同结点数目的情况下,矩阵的格式都为  $6 \times 6$ ,所不同的是某些概率为零。总线网也可求出概率分配矩阵。

$P_{AA}$	$P_{AB}$	$P_{AC}$	$P_{AD}$	$P_{AE}$	$P_{AF}$	$P_{AA}$	$P_{AB}$	0	0	0	$P_{AF}$
$P_{BA}$	$P_{BB}$	0	0	0	0	$P_{BA}$	$P_{BB}$	$P_{BC}$	0	0	0
$P_{CA}$	0	$P_{CC}$	0	0	0	0	$P_{CB}$	$P_{CC}$	$P_{CD}$	0	0
$P_{DA}$	0	0	$P_{DD}$	0	0	0	0	$P_{DC}$	$P_{DD}$	$P_{DE}$	0
$P_{EA}$	0	0	0	$P_{EE}$	0	0	0	0	$P_{ED}$	$P_{EE}$	$P_{EF}$
$P_{FA}$	0	0	0	0	$P_{FF}$	$P_{FA}$	0	0	0	$P_{FE}$	$P_{FF}$



(a) 星形网及概率矩阵



(b) 星形网及概率矩阵

图2 星形、环形及概率矩阵

## 1 描述网络的形式语言模式

### 1.1 随机语言模式分类

一般来说,随机描述文法有 4 种类型及 1 个派生型,即:0 型——无限制文法;1 型——上下文有关文法;2 型——上下文无关文法;3 型——有限状态文法;派生型——随机线性文法。

各种文法可以描述各种随机事件,其随机描述语言的短语语法结构可以定义为一个四元式<sup>[2]</sup>,即

$$G_S = (V_N, V_T, P_S, S), \tag{5}$$

其中  $V_N$  为非终止符;  $V_T$  为终止符;  $P_S$  为随机产生式有限集合;  $S$  为起始符,  $S \in V_N$ 。

本文所引用的随机线性文法的结构  $G_S$  与式(5)相同,但  $V_N = \{A_1, \dots, A_K\}$ ,  $S = A_1$ ,  $V_T = \{U, V, U_r\}$ , 而  $P_S$  为  $A_i \rightarrow UA_jV, A_i \rightarrow U_r$ , 且对于每个  $A_j \in V_N$ , 定义等价类  $CA_i$  的通用表达式为

$$CA_i = \{P_S \text{ 的所有左端为 } A_i \text{ 的产生式}\},$$

即

$$P_S = \bigcup_{i=1}^K CA_i. \tag{6}$$

若对具体  $P_S$  的产生式为  $A_i \rightarrow UA_jV, A_i \rightarrow U_r$  来说,设  $A_i \rightarrow UA_jV$  的概率为  $P_{ij}$ , 设  $A_i \rightarrow U_r$  的概率为  $P_{ir}$ . 对于第  $i$  点的产生式概率为

$$P_S = \sum_j P_{ij} + \sum_r P_{ir}. \tag{7}$$

### 1.2 线性随机文法的一致性

由于随机文法一致性的定义为

$$\sum_{x \in T(G_s)} P(x) = 1, \tag{8}$$

所以,线性随机文法一致性的定义又可为

$$\sum_j P_{ij} + \sum_r P_{ir} = 1. \tag{9}$$

上式的物理意义是产生过程为具有  $(K+1)$  个对应于  $V_N U \{T\}$  状态的有限个马尔科夫过程<sup>[2]</sup>. 若  $G_S$  是一致的, 则状态  $T$  将对应于一个吸收状态, 而所有其他状态将都对应于过渡状态. 同时, 对于产生式  $A_i \rightarrow UA_jV$ , 则在

$A_i$  和  $A_j$  之间产生一条路径, 在  $A_i$  和  $U_r$  之间也产生一条路径. 对任何结点  $A_i$ , 每次仅能用上述两个产生式之一, 即某时刻从  $A_i$  开始生成的状态仅有一个, 若对于导出式  $S \rightarrow x$ , 相对于初始结点  $S$  到终点有一条路径, 其更重要的意义在于, 若  $G_S$  是一致的, 则从初始结点到各终点  $U_r \in V_T$  的概率必须为 1<sup>[3,4]</sup>. 本文利用这些性质把网络上所经过的各点的状态和产生的文法一一对应起来, 如果  $G_S$  是一致的, 则每一瞬间保证有一对处理机建立了联接, 这样就会防止冲突.

在文献[2]中提到了判定随机线性文法  $G_S$  一致的条件是

$$\lim m_{1,k+1}(n) = 1, \tag{10}$$

而  $[m_{1,k}(n)] = M^n = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n$ , 式中  $M$  为网络概率分配矩阵. 所以,  $m_{1,k+1}(n)$  表示  $M$  连乘  $N$  次后的矩阵中第 1 行的最后一个元素, 即连乘后矩阵中最左上角的元素.  $\lim m_{1,k+1}(n) = 1$ <sup>[3]</sup> 表示起始结点到终了各结点的概率为 1.

### 1.3 一致性线性文法举例

给定一个随机线性文法  $G_S = (V_N, V_T, P_S, S)$ , 其中  $V_N = \{S, A, B\}$  且为非终结符;  $V_T = \{0, 1\}$  且为终结符;  $S$  为初始状态;  $P_S$  为产生式. 且有

$$\textcircled{1} S \xrightarrow{P_1} 1A1, \quad \textcircled{2} S \xrightarrow{1-P_1} 0B1, \quad \textcircled{3} A \xrightarrow{P_2} 1B1, \quad \textcircled{4} A \xrightarrow{1-P_2} 1, \quad \textcircled{5} B \xrightarrow{P_3} 00, \quad \textcircled{6} B \xrightarrow{1-P_3} 0B0,$$

并设有分布矩阵  $M_1$  为

$$M_1 = \begin{vmatrix} S & A & B & T \\ 0 & P_1 & 1-P_1 & 0 \\ 0 & 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-P_3 & P_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

当  $P_1 = 0.4, P_2 = 0.5, P_3 = 0.6$  时, 则有

$$M_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,

$$\lim M_1^n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

即  $\lim m_{1,4}(n) = 1$ . 所以, 当文法产生式为  $P_S$ , 且分配概率矩阵为  $M_1$ , 各概率分配  $P_1 = 0.4, P_2 = 0.5$  及  $P_3 = 0.6$  时  $G_S$  是一致的. 如果随机线性文法概率矩阵同上, 但其他条件不同, 当  $n \rightarrow \infty$  时, 有  $\lim m_{1,4}(n) \neq 1$ , 则说明随机线性文法也存在不一致.

## 2 随机线性文法表示的三元网络状态

根据本文概述中的假设, 网络上各结点可处于“申请资源”、“忙”和“读或写”三种状态之一, 而其他状态都可由这 3 种状态组合而成. 本文选一种文法, 描述一结点对两个资源的请求, 而任何结点对两个以上资源的请求总看作是对两类资源的请求. 则概率分配符合  $P_K = P'_K + P''_K$ . 本文描述一个结点对两种资源的请求文法及表示的状态为基元状态, 将推出的 3 种基元状态用以描述及组合网上各结点的一切状态<sup>[5]</sup>.

### 2.1 基元文法 1

本状态的文法和产生式为上例中  $G_S$  和  $P_S$ , 该文法表示的状态如图 3 所示. 图 3 表明, 结点机  $S$  可以对资源  $A$  或  $B$  申请, 其概率分别为  $P_1$  或  $1-P_1$ , 对  $B$  资源来说如果忙, 由  $S$  在  $B$  等待. 等待的概率是  $1-P_3$ , 若  $B$  早已

准备好,由对 B 资源输出(或“写”,用“00”表示).对 A 资源来说,从 S 对它请求以后,可有两种选择:一是通过 A 资源输入(用“1”表示,也可认为是“读”);另一个是通过 A 资源对 B 资源请求,它的概率是 P<sub>2</sub>.

2.2 基元文法 2

本状态的文法 G<sub>S2</sub>=(V<sub>N</sub>,V<sub>T</sub>,P<sub>S2</sub>,S).P<sub>S2</sub>为产生式,且有:

①S  $\xrightarrow{P_1}$  1A1, ②S  $\xrightarrow{1-P_1}$  0B1, ③A  $\xrightarrow{P_2}$  00, ④A  $\xrightarrow{1-P_2}$  1, ⑤B  $\xrightarrow{1-P_3}$  00, ⑥B  $\xrightarrow{P_3}$  1.

对应于 G<sub>S2</sub>及 P<sub>S2</sub>的状态图如图 4 所示.图 4 表明,结点机 S 可对 A 及 B 发生请求,而每一资源都可单独输入或输出.

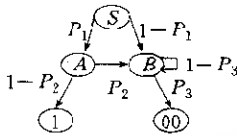


图3 基于文法G<sub>S2</sub>产生式P<sub>S2</sub>的状态图

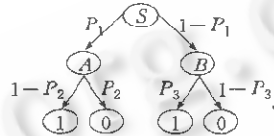


图4 对应 G<sub>S2</sub>及产生式 P<sub>S2</sub>的状态图

2.3 基元文法 3

本状态的文法是 G<sub>S3</sub>,且 G<sub>S3</sub>=(V<sub>N</sub>,V<sub>T</sub>,P<sub>S3</sub>,S).P<sub>S3</sub>产生式为:

①S  $\xrightarrow{P}$  1A1, ②S  $\xrightarrow{1-P_1}$  0B1, ③A  $\xrightarrow{1-P_2}$  1A1, ④A  $\xrightarrow{P_2}$  1, ⑤B  $\xrightarrow{1-P_3}$  1B0, ⑥B  $\xrightarrow{P_3}$  1.

如图 5 所示,本状态相当于 A 与 B 都是“读”,它们的概率分别是 P<sub>2</sub> 和 P<sub>3</sub>;而在 S 对 A 或对 B 请求时,可能遇到 A 与 B 都“忙”,则它们分别等待,其概率为 1-P<sub>2</sub> 或 1-P<sub>3</sub>.而 G<sub>S1</sub>=(V<sub>N</sub>,V<sub>T</sub>,P<sub>S1</sub>,S)是基元文法 4,但应归入到基元文法 3 中.因为 G<sub>S1</sub>描述了结点机 S 对 A 与 B 发生请求时,置 A 与 B 处于“写”状态.

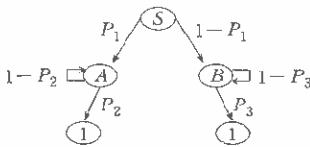


图5 对应 G<sub>S3</sub>及产生式 P<sub>S3</sub>的状态图

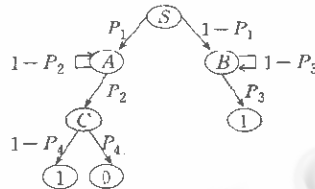


图6 合成状态模式

2.4 基元文法所描述状态的合成

如图 6 所示,对 A 资源除等待外还有一个分配概率 P<sub>2</sub>,主要对 A 资源既要读(概率 1-P<sub>1</sub>),又要写(概率 P<sub>1</sub>).就等于把文法 3 和文法 2 修改后合成.其文法为 G<sub>S5</sub>=(V<sub>N</sub>,V<sub>T</sub>,P<sub>S5</sub>,S),其产生式为 G<sub>S5</sub>:

①S  $\xrightarrow{P_1}$  1A1, ②S  $\xrightarrow{1-P_1}$  0B1, ③A  $\xrightarrow{1-P_2}$  0A1, ④A  $\xrightarrow{P_2}$  C,  
⑤B  $\xrightarrow{1-P_3}$  0B1, ⑥B  $\xrightarrow{P_3}$  1, ⑦C  $\xrightarrow{P_4}$  0, ⑧C  $\xrightarrow{1-P_4}$  1.

3 应用 3 种基元文法描述整个网络

在文章的开始部分,假设图 1 中 A,B,C,D 是结点机,E 和 F 是存储器,且设 E 仅允许读,如图 7 所示.

3.1 对结点机的描述

(1) 对结点机 A 的描述如图 7(a)所示,其文法同以前各状态定义,但产生式 P<sub>Sa</sub>为:

①S → 1A1, ②S → 0G1, ③A → 0, ④A → 1,  
⑤G → 1H1, ⑥G → 0I1, ⑦H → 1B1, ⑧H → 0B1,  
⑨B → 0, ⑩B → 1, ⑪I → 1D1, ⑫I → 0E1,  
⑬D → 0, ⑭D → 1, ⑮E → 0E1, ⑯E → 1.

(2) 对 A 的状态图可以看作 3 个子状态图:

① 对方框 1,其中 S → A → 1 及 S → A → 0,相当于对私有存储器访问,其概率为 P<sub>AA</sub>;右枝相当于对网上其他

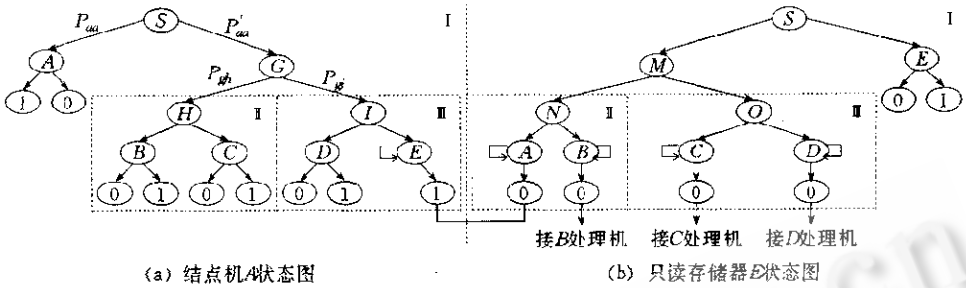


图7 对图1网络拓扑结构的描述

各点访问,其概率  $P'_{AA} = P_{AB} + P_{AC} + P_{AE} + P_{AF}$ ,符合假设,方框 I 相当于基元文法 2.

- ② 对于方框 II,相当于对处理机 B 和 C 的访问,访问概率  $P_{CH} = P_{AB} + P_{AC}$ ,方框 II 相当于基元文法 2.
- ③ 对于方框 III,相当于对结点 D 和对存储器 E 的访问,且仅是“读”状态<sup>[6]</sup>.

### 3.2 对只读存储器的描述

(1) 对只读存储器 E 的描述如图 7(b)所示,其文法仍是四元式,产生式  $P_{SE}$  为:

- ①  $S \rightarrow IE1$ ,      ②  $S \rightarrow 0M1$ ,      ③  $E \rightarrow 0$ ,      ④  $E \rightarrow 1$ ,
- ⑤  $M \rightarrow 1N1$ ,      ⑥  $M \rightarrow 0O0$ ,      ⑦  $N \rightarrow 1A1$ ,      ⑧  $N \rightarrow 0B1$ ,
- ⑨  $A \rightarrow 0$ ,      ⑩  $B \rightarrow 0$ ,      ⑪  $A \rightarrow 1A1$ ,      ⑫  $B \rightarrow 1B1$ ,
- ⑬  $O \rightarrow 1C1$ ,      ⑭  $O \rightarrow 0D1$ ,      ⑮  $C \rightarrow 0$ ,      ⑯  $D \rightarrow 0$ .

(2) 可将 M 状态图看作是 3 个子状态,方框 I 相当于基元文法 2,方框 II,III 相当于基元文法 3.

### 3.3 建立惟一途径的条件

当且仅当为子状态图的  $G_S$  一致时,才能在初始结点到终结点间建立一条惟一的路径.对于基元文法各状态图的  $G_S$  一致性的判断及证明在前面已论述,这里不再赘述.

## 4 随机线性文法的应用

前面给出了随机线性基元文法的 3 种形式(4 种状态),并利用它们来描述网络上各处理机的状态和共享存储器的状态.其优点是,当且仅当描述的文法  $G_S$  一致时,只建立一条路径,这样可以避免冲突.但是,随机线性文法是怎样满足各结点机的随机请求呢?

(1) 结点机对资源的请求的文法按实测的概率分配要求出现

当该结点机对某资源的请求和出现概率一致时,那么该结点机与该资源建立了唯一通路,而其他资源都处于过渡状态.如结点机 A 对网上各结点的请求概率为  $P_{AB}, P_{AC}, \dots, P_{AM}$ ,而结点机 A 对自己私有存储器的概率为

$P_{AA}$ ,且有  $P_{AA} + P_{AB} + \dots + P_{AM} = \sum_{j=1}^M P_{Aj} = 1$ .若对各状态描述的文法出现的概率也为  $P_{AA}, P_{AB}, \dots, P_{AM}$ ,所以,结点机 A 对私有存储器请求和出现文法的概率为  $1 - P_{AA}$ ,结点机 A 碰不到 B 出现的概率为  $1 - P_{AB}, \dots$ ,结点机 A 请求碰不到结点机 M 的概率为  $1 - P_{AM}$ ,所以,结点机 A 对各资源请求平均不冲突的概率为

$$P'_A = \frac{(1 - P_{AA}) + (1 - P_{AB}) + \dots + (1 - P_{AM})}{M} = \frac{\sum_{j=1}^M P_{Aj} + M}{M} = \frac{M - 1}{M} \tag{11}$$

$P'_A$  碰不到的概率实际上是结点机 A 对网上每一结点平均请求的延迟时间,所以结点机对网上每一结点请求及服务的时间 T 为

$$T = n \cdot T_i + \frac{M - 1}{M} T_i + \frac{1}{\mu} \tag{12}$$

式中  $T_i$  为产生式中每个状态的产生时间;  $\frac{1}{\mu}$  为服务时间;  $\frac{M - 1}{M} T_i$  为平均请求延迟时间,意味着每一结点机对网

上各资源请求的各文法出现的周期为  $T_i$ .

当  $m \rightarrow \infty$  时,有

$$T = T_i(n+1) + \frac{1}{\mu}. \quad (13)$$

(2) 正常资源的排队及服务时间

一般情况下,对网上各资源的请求,若遇到忙,则排队.对每一资源来说,其排队和服务时间为

$$C = \frac{M}{\lambda}, \quad (14)$$

式中  $\lambda$  为网上各结点对某资源的平均访问比; $M$  为网上对该资源请求的结点数.

(3) 随机线性文法的限制

为使线性文法能用到普通网络状态的描述上,且又有较快的运行速度,由要求

$$T \ll C, \quad (15)$$

则有

$$T_i(n+1) \ll \frac{M}{\lambda} - \frac{1}{\mu}. \quad (16)$$

由式(16)可见,随机线性文法能够被采用的原因是文法的产生时间远远小于正常网络访问的延返时间,也就是说,线性文法产生及识别时间可以忽略不计,同时又能避免访问冲突.

## 5 结束语

本文提出的 3 个基元文法及产生式可以用于描述计算机网络的拓扑结构及网络中各结点的任意状态.当结点状态描述所采用的文法相一致时,两结点间可以建立一条访问路径,而且这条路径是唯一的最佳路径.为了求得比普通排队模式有更快的速度,系统必须遵循  $T_i(n+1) \ll \frac{M}{\lambda} - \frac{1}{\mu}$  的规则.

用形式语言方法描述网络拓扑及路由选择算法的文献所见不多.本文作者将通过计算机网络的设计及相应的连通量计算来评价形式化方法的优劣,以便为该方法的实际应用提供可靠数据.

## 参考文献

- 1 达朗伯姆. 计算机网络. 西安:陕西科学技术出版社,1984  
(TANenbaum A S. Computer Network. Xi'an: Shanxi Science and Technology Publishing House, 1984)
- 2 傅京孙. 模式识别及应用. 北京:科学出版社,1983  
(Fu Jing-sun. Pattern Recognize and Application. Beijing: Science Press, 1983)
- 3 Feler W. An introduction to probability theory and its application. Computer Network, 1989,14(4):52~67
- 4 MarSan M A. MARKOV models for multiple bus multiprocessor system. IEEE Transactions on Computers, 1982,C.31(3):25~27
- 5 顾冠群. 计算机网(第3版). 南京:江苏科学技术出版社,1987  
(Gu Guan qun. Computer Network(3rd ed). Nanjing: Jiangsu Science and Technology Publishing House, 1987)
- 6 徐家福. 并行推理系统 NDPIS 的设计. 计算机研究与发展,1988,25(3):3~5  
(Xu Jia-fu. NDPIS design of parallel inference system. Computer Research and Development, 1988,25(3):3~5)

## Research of a Formal Language for Describing Computer Network Topology

YU Zhi-shou YANG Jing

(Department of Computer Application Harbin University of Civil Engineering and Architecture Harbin 150008)

**Abstract** Being different from the general method, a formal language and grammar, stochastic liner grammar and its representation are used to describe the topology logic of the computer network by analyzing the grammar of three elemental statuses. It can be seen that combining them may describe statuses of each node in communication and shared memory of the computer network. In this paper, it is proved that the grammar can establish only route between the start node and the terminal node in some conditions. Under conditions above if may avoid collision. The use and the limit of the grammar are presented at the end of the paper.

**Key words** Probability matrix, grammar, base element, network.