

# Institution 中自由合并理论的初始与终结语义\*

刘富春

(广东工业大学数理系 广州 510090)

**摘要** 在一般性的通用框架 Institution 中,建立了自由合并理论与各因子理论的初始(终结)语义之间的对应关系,给出了自由理论态射的粘合态射及其相关的初始(终结)语义,并证明了在一定条件下,遗忘函子  $Sign:Th' \rightarrow Sign$  的反射余极限。

**关键词** 代数语义学,程序规范说明,初始模型,模型论,范畴论。

**中图法分类号** TP301

Goguen J A 和 Burstall R M 为了给说明语言 Clear 提供合理的语义<sup>[1]</sup>,建立了一种适用于程序规范说明的抽象模型论——Institution<sup>[2]</sup>,应明生研究了 Institution 中合并理论的初始与终结语义<sup>[3]</sup>。可是在许多实际问题中,我们常常需要使用诸如  $SET[X]$ ,  $LIST[X]$  等参数化标准数据类型,这时,初始与终结语义就不再适用了,为此,文献[2]提出了自由理论态射的概念,这在大规模程序设计中有很大的应用价值。对于 Institution 中自由理论态射的粘合,应明生进行了较为深入的研究<sup>[4]</sup>。

本文继续文献[3,4]的工作,建立了关于自由合并理论的初始与终结语义,改进了文献[4]的一些结果,并进一步研究了关于粘合理论态射的初始(终结)语义的关系,这是文献[4]中所没有考虑的问题。另外,也证明了  $Sign:Th' \rightarrow Sign$  反射余极限的结论。

## 1 自由合并理论的初始与终结语义

因为自由理论态射的复合仍是自由的<sup>[4]</sup>,所以,可以构造一个自由理论范畴,它以理论为对象,以自由理论态射为态射。

设  $\&$  是一个 Institution,  $Th$  是其理论范畴,  $Th'$  是其自由理论范畴,  $D:G \rightarrow Th$  是  $Th$  中的图,  $D' = D; Sign; G \rightarrow Sign$  是  $D'$  在  $Sign$  中对应的图,其中对  $i \in G, D_i = \langle \Sigma_i, E_i \rangle, D'_i = \Sigma'_i$ 。如果  $D'$  在  $Sign$  中有余极限  $a': D' \Rightarrow \Sigma$ ,则由文献[2]定理 11 知:  $a: D \Rightarrow \langle \Sigma, E \rangle$  是  $D$  在  $Th$  中的余极限,其中  $a_i = a'_i, E = (\bigcup_{i \in G} a_i(E_i))^*$ ,这时,  $\langle \Sigma, E \rangle$  称为  $\langle \Sigma_i, E_i \rangle (i \in G)$  的合并理论。如果  $D:G \rightarrow Th'$  是  $Th'$  中的图,  $a: D \Rightarrow \langle \Sigma, E \rangle$  是  $D$  在  $Th'$  中的余极限,则称  $\langle \Sigma, E \rangle$  为  $\langle \Sigma_i, E_i \rangle (i \in G)$  自由合并理论。不失一般性,以下都假设  $G$  的边数大于或等于 1。

本文出现的概念和记号可详见文献[2,3]。

**定理 1.** 设  $a: D \Rightarrow T$  是图  $D:G \rightarrow Th$  的余极限,  $\&$  沿各  $a_i$  模型,同态可扩张,而且是  $D; Sign$ -同态可分支化的。<sup>[3]</sup>如果各  $D_i$  有初始(终结)模型  $m_i$ ,则合并理论  $T$  也有初始(终结)模型。

**证明:** 设各  $D_i$  有初始模型  $m_i (i \in G)$ ,则对  $G$  中任意一条边  $i_0 \rightarrow j_0$ ,由已知  $\&$  沿各  $a_{i_0}$  模型可扩张,从而对  $D_{i_0}$  的初始模型  $m_{i_0}$ ,存在  $T$ -模型  $\underline{m}_0 \in Mod(T)$ ,使  $m_{i_0} = a_{i_0}(\underline{m}_0)$ 。记这些  $T$ -模型的全体为  $M$ ,即  $M = \{ \underline{m}_i \in Mod(T); m_i = a_i(\underline{m}_i), i \text{ 是 } G \text{ 中某条边的始结点} \}$ 。由本文的假设知,  $M$  非空。

(1) 先证  $M$  中任两个  $T$ -模型都是同构的。设  $e: i \rightarrow j, e': i' \rightarrow j'$  是  $G$  中的任意两条边,  $\underline{m}_i, \underline{m}_{i'} \in M$ ,则  $m_i = a_i(\underline{m}_i), m_{i'} = a_{i'}(\underline{m}_{i'})$ 。下面分两步证明  $\underline{m}_i$  与  $\underline{m}_{i'}$  同构。

(1.1) 根据  $a: D \Rightarrow T$  是图  $D:G \rightarrow Th$  的余极限,不难验证  $a_i(\underline{m}_{i'})$  也是  $D_i$  的初始模型。

\* 作者刘富春,1971年生,讲师,主要研究领域为数理逻辑及其在计算机科学中的应用。  
本文通讯联系人:刘富春,广州 510090,广东工业大学数理系  
本文 1997-08-22 收到原稿,1998-03-03 收到修改稿

(1.2) 再证明上面  $m_i$  与  $m_j$  同构. 由(1.1)及文献[5]的定理 5.2.7 得,  $m_i$  与  $\alpha_i(m_j)$  同构, 即存在态射  $f_i: m_i (= \alpha_i(m_j)) \rightarrow \alpha_i(m_j)$  和  $g_i: \alpha_i(m_j) \rightarrow m_i$ , 使  $f_i \circ g_i = 1, g_i \circ f_i = 1$ . 因为  $\&$  沿  $\alpha_i$  同态可扩张, 存在  $\underline{f}_i: m_i \rightarrow m_j$  和  $\underline{g}_i: m_j \rightarrow m_i$ , 使  $f_i = \alpha_i(\underline{f}_i), g_i = \alpha_i(\underline{g}_i)$ , 所以,  $1 = f_i \circ g_i = \alpha_i(\underline{f}_i) \circ \alpha_i(\underline{g}_i) = \alpha_i(\underline{f}_i \circ \underline{g}_i)$ , 同理,  $\alpha_i(\underline{g}_i \circ \underline{f}_i) = 1$ , 由  $\&$  是  $D_i$  Sign-同态可分变化得,  $\underline{f}_i \circ \underline{g}_i = 1, \underline{g}_i \circ \underline{f}_i = 1$ , 所以,  $m_i$  与  $m_j$  同构.

从而证明了  $M$  中所有  $T$ -模型都是同构的.

(2) 再证明  $M$  中的任一元素都是  $T$  的初始模型. 对任意  $m_i \in M$ , 则存在  $G$  中某条边,  $i$  为该边的始结点, 使  $m_i = \alpha_i(m_i)$ . 下面证明  $m_i$  是  $T$  的初始模型. 任意  $T$ -模型  $m$ , 由于  $m_i$  是  $D_i$  的初始模型, 从而在  $Mod(D_i)$  中存在唯一的态射  $f_i: m_i = \alpha_i(m_i) \rightarrow \alpha_i(m)$ . 又因为  $\&$  沿  $\alpha_i$  同态可扩张, 存在  $Mod(T)$  中的态射  $\underline{f}_i: m_i \rightarrow m$ , 使  $f_i = \alpha_i(\underline{f}_i)$ , 且由  $\&$  是  $D_i$  Sign-同态可分变化得,  $\underline{f}_i$  也是唯一的. 这表明  $m_i$  是  $T$  的初始模型.

由上面(1)、(2)得,  $M$  中的模型都是  $T$  的初始模型, 它们是互相同构的.

对于终结模型的情况可对偶证明. □

注 1. 定理 1 与文献[3]的定理 2 不同, 文献[3]的定理 2 是考虑余极限的各底边  $D'(f)$ , 且有些条件不易满足; 而这里, 定理 1 是考虑余极限的各侧棱  $\alpha_i$ , 且定理条件也更为简化.

注 2. 如果  $\alpha_i: D \rightarrow T$  是图  $D_i: G \rightarrow Th'$  在  $Th'$  中的余极限, 则定理 1 也成立.

定理 2. 设  $\alpha_i: D \rightarrow T$  是图  $D_i: G \rightarrow Th'$  的余极限, 如果  $m$  是  $T$  的终结模型, 则对任意  $i \in G, \alpha_i(m)$  是  $D_i$  的终结模型.

证明. 设对于  $i \in G, D_i = \langle \Sigma_i, E_i \rangle, T = \langle \Sigma, E \rangle$ . 由文献[2]定理 11 知,  $E = (\bigcup_{i \in G} \alpha_i(E_i))^{**}$ . 因为  $m$  是  $E$  的模型, 所以  $m$  是  $\alpha_i(E_i)$  的模型, 即  $\alpha_i(m)$  是  $D_i$  的模型, 往证它也是  $D_i$  的终结模型.

对任意  $D_i$  的模型  $m_i$ , 由于  $\alpha_i: D_i \rightarrow T$  是自由的, 故存在  $T$  的模型  $\underline{m}_i$ , 使  $\eta_i: m_i \rightarrow \alpha_i(\underline{m}_i)$  具有  $\alpha_i$  泛性.  $m$  是  $T$  的终结模型, 在  $Mod(T)$  中存在唯一的态射  $f_i: \underline{m}_i \rightarrow m, \alpha_i(f_i) \circ \alpha_i(\eta_i) \rightarrow \alpha_i(m)$ , 则在  $Mod(D_i)$  中存在态射  $\eta_i \circ \alpha_i(f_i): m_i \rightarrow \alpha_i(m)$ . 再由  $\eta_i$  的  $\alpha_i$  泛性和  $m$  是  $T$  的终结模型得, 这个态射也是唯一的, 故  $\alpha_i(m)$  是  $D_i$  的终结模型. □

注 3. 对于定理 2 的初始语义, 可由文献[3]的定理 1 类似得到, 即设  $\alpha_i: D \rightarrow T$  是图  $D_i: G \rightarrow Th'$  的余极限,  $\&$  沿各  $\alpha_i (i \in G)$  模型同态可扩张, 如果  $m$  是  $T$  的初始模型, 则对每个  $i \in G, \alpha_i(m)$  是  $D_i$  的初始模型.

## 2 自由理论态射的合并

在 Institution  $\&$  中, 设  $D, D': G \rightarrow Th$  是  $Th$  中的两个图, 其中对每个  $i \in G, D_i = \langle \Sigma_i, E_i \rangle, D'_i = \langle \Sigma'_i, E'_i \rangle$ . 如果  $D; Sign$  和  $D'; Sign: G \rightarrow Sign$  分别有余极限  $\alpha_i: D; Sign \rightarrow \Sigma$  和  $\alpha'_i: D'; Sign \rightarrow \Sigma'$ , 则由文献[2]的定理 11 可知,  $\alpha_i: D \rightarrow \langle \Sigma, E \rangle$  和  $\alpha'_i: D' \rightarrow \langle \Sigma', E' \rangle$  分别是  $D$  和  $D'$  在  $Th$  中的余极限,  $E = (\bigcup_{i \in G} \alpha_i(E_i))^{**}, E' = (\bigcup_{i \in G} \alpha'_i(E'_i))^{**}, \alpha_i: \langle \Sigma_i, E_i \rangle \rightarrow \langle \Sigma, E \rangle, \alpha'_i: \langle \Sigma'_i, E'_i \rangle \rightarrow \langle \Sigma', E' \rangle$ .

如果进一步设对每个  $i \in G$ , 存在理论态射  $F_i: D_i \rightarrow D'_i$ , 使得对  $G$  中每条边  $e: i \rightarrow j$ , 图 1 是交换图, 即  $F_i \circ D'(e) = D(e) \circ F_j$ , 则对于每个  $i$ , 令  $\beta_i = F_i \circ \alpha'_i$ , 有  $\beta_i: D \rightarrow \langle \Sigma', E' \rangle$  是  $Th$  中在  $D$  上的一个锥, 由于  $\alpha_i: D \rightarrow \langle \Sigma, E \rangle$  是  $D$  的余极限, 从而存在唯一的理论态射  $F: \langle \Sigma, E \rangle \rightarrow \langle \Sigma', E' \rangle$ , 使得对每个  $i \in G$ , 在  $Th$  中有  $\beta_i = \alpha_i \circ F = F_i \circ \alpha'_i$ . 我们称  $F$  为  $\langle F_i, i \in G \rangle$  的合并理论态射(其直观图可见图 2).

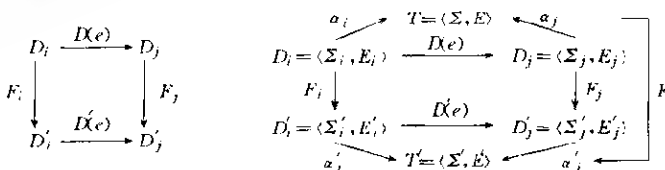


图 1

图 2

定理 3. 设  $\&$  沿各  $\alpha_i$  同态可扩张, 沿各  $\alpha'_i$  模型同态可扩张, 且是  $D; Sign$ -同态可分变化, 也是  $D'; Sign$ -同态可分变化. 如果每个  $i \in G, F_i: D_i \rightarrow D'_i$  都是自由理论态射, 那么,  $\langle F_i, i \in G \rangle$  的粘合理论态射  $F: T \rightarrow T'$  也是自由的(如图 2 所示).

证明:对任意  $m \in \text{Mod}(T)$ ,  $e, i \rightarrow j$  是  $G$  的一条边, 则  $\alpha_i(m) \in \text{Mod}(D_i)$ . 由于  $F_i: D_i \rightarrow D'_i$  是自由的, 所以, 存在  $m'_i \in \text{Mod}(D'_i)$  和  $\text{Mod}(D_i)$  中态射  $\eta_i: \alpha_i(m) \rightarrow F_i(m'_i)$  具有  $F_i$  泛性. 因为  $\&$  沿  $\alpha'_i$  模型可扩张, 所以, 存在  $\underline{m}'_i \in \text{Mod}(T')$ , 使  $m'_i = \alpha'_i(\underline{m}'_i)$ , 故  $F_i(m'_i) = F_i(\alpha'_i(\underline{m}'_i)) = \alpha_i(F(\underline{m}'_i))$ . 注意到  $\&$  沿  $\alpha_i$  同态可扩张, 所以, 对于  $\text{Mod}(D_i)$  中的态射  $\eta_i$ , 存在  $\text{Mod}(T)$  中的态射  $\mu_i: m \rightarrow F(\underline{m}'_i)$ , 使  $\eta_i = \alpha_i(\mu_i)$ . 下面再证明  $\mu_i$  具有  $F$  泛性. 对任意  $T'$ -模型  $m^*$  和  $T'$ -态射  $h: m^* \rightarrow F(m^*)$ , 因为  $\eta_i = \alpha_i(\mu_i)$  具有  $F_i$  泛性, 所以, 对于态射  $\alpha_i(h)$ , 存在唯一的态射  $l_i: \alpha'_i(\underline{m}'_i) \rightarrow \alpha'_i(m^*)$ , 使  $\alpha_i(h) = \alpha_i(\mu_i); F_i(l_i)$ . 由于  $\&$  沿  $\alpha'_i$  同态可扩张, 对于态射  $l_i$ , 存在态射  $h^*: \underline{m}'_i \rightarrow m^*$ , 使  $l_i = \alpha'_i(h^*)$ , 从而  $\alpha_i(h) = \alpha_i(\mu_i); F_i(l_i) = \alpha_i(\mu_i); F_i(\alpha'_i(h^*)) = \alpha_i(\mu_i); \alpha_i(F(h^*)) = \alpha_i(\mu_i); F(h^*)$ , 而  $\&$  是  $D_i; \text{Sign}$ -同态可分变化, 于是  $h = \mu_i; F(h^*)$ , 再由  $l_i$  的唯一性和  $\&$  是  $D'_i; \text{Sign}$ -同态可分变化易证得,  $h^*$  也是唯一的. 所以,  $\mu_i$  具有  $F$  泛性.

故粘合理论态射  $F: T \rightarrow T'$  是自由的. □

**定理 4.** 在定理 3 的条件下,  $\&$  沿各  $\alpha_i$  模型可扩张, 且各  $\alpha_i: \text{Mod}(T) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  ( $i \in G$ ) 在对象上为单射. 如果  $T$  有初始模型, 那么  $T'$  也有初始模型.

证明:由定理 3 得,  $F: T \rightarrow T'$  是自由的, 如果  $T$  有初始模型  $m$ , 则存在  $m' \in \text{Mod}(T')$ , 使  $\eta_i: m \rightarrow F(m')$  具有  $F$  泛性, 记  $M = \{m' \in \text{Mod}(T'); \eta_i: m \rightarrow F(m')$  具有  $F$  泛性}, 则  $M$  非空(因为  $m' \in M$ ).

(1) 根据  $F$  泛性, 不难验证  $M$  中任两个  $T'$ -模型都是同构的.

(2) 再证明  $M$  中的模型都是  $T'$  的初始模型. 设  $m' \in M$ , 则  $\eta_i: m \rightarrow F(m')$  具有  $F$  泛性. 设  $i$  是  $G$  中某条边的始结点,  $m^*$  是任意  $T'$ -模型, 因为  $\&$  沿各  $\alpha_i$  模型可扩张, 对于  $D_i$ -模型,  $\alpha_i(F(m')) = F_i(\alpha'_i(m'))$ , 存在  $n \in \text{Mod}(T)$ , 使  $\alpha_i(F(m')) = \alpha_i(n)$ . 注意到  $\alpha_i: \text{Mod}(T) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  在对象上为单射, 从而  $F(m') = n$ . 由于  $m$  是  $T$  的初始模型, 所以在  $\text{Mod}(T)$  中存在唯一的态射  $f: m \rightarrow n = F(m')$ . 再由态射  $\eta_i: m \rightarrow F(m')$  的  $F$  泛性得, 存在唯一的态射  $\mu: m' \rightarrow m^*$ , 使  $f = \eta_i; F(\mu)$ , 而且在  $\text{Mod}(T')$  中  $\mu$  也是唯一的. 这表明  $m'$  是  $T'$  的初始模型.

由上面(1)、(2)得,  $T'$  有初始模型. □

**定理 5.** 在定理 3 的条件下, 设各  $\alpha_i: \text{Mod}(T) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  在对象上为单射, 各  $F_i: \text{Mod}(D'_i) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  ( $i \in G$ ) 在对象上和态射上为满射. 如果  $T'$  有初始模型  $m'$ , 那么,  $F(m')$  是  $T$  的初始模型.

证明:(1) 设  $i$  是  $G$  中某条边的始结点, 由于  $F_i: \text{Mod}(D'_i) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  在对象上为满射, 所以, 存在  $m'_i \in \text{Mod}(D'_i)$ , 使  $\alpha_i(m) = F_i(m'_i)$ , 而  $\&$  沿  $\alpha'_i$  模型可扩张, 故存在  $n' \in \text{Mod}(T')$ , 使  $m'_i = \alpha'_i(n')$ , 从而  $\alpha_i(m) = F_i(\alpha'_i(n')) = \alpha_i(F(n'))$ , 但是,  $\alpha_i: \text{Mod}(T) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  在对象上为单射, 所以,  $m = F(n')$ . 因为  $m'$  是  $T'$  的初始模型, 在  $\text{Mod}(T')$  中存在唯一的态射  $f: m' \rightarrow n'$ , 因而在  $\text{Mod}(T)$  中存在态射  $h = F(f): F(m') \rightarrow F(n') = m$ .

(2) 再证明(1)中的态射  $h: F(m') \rightarrow m$  在  $\text{Mod}(T)$  中是唯一的. 如果在  $\text{Mod}(T)$  中有另一态射  $g: F(m') \rightarrow m = F(n')$ , 则由  $F_i: \text{Mod}(D'_i) \rightarrow \text{Mod}(D_i)$  在态射上为满射得, 对于态射  $\alpha_i(h)$  和  $\alpha_i(g)$ , 分别存在  $l_1$  和  $l_2: \alpha'_i(m') \rightarrow \alpha'_i(n')$ , 使  $\alpha_i(F(f)) = F_i(l_1)$ ,  $\alpha_i(g) = F_i(l_2)$ . 由于  $\&$  沿  $\alpha'_i$  同态可扩张, 对于态射  $l_1$  和  $l_2$ , 分别存在态射  $\mu_1$  和  $\mu_2: m' \rightarrow n'$ , 使  $l_1 = \alpha'_i(\mu_1)$ ,  $l_2 = \alpha'_i(\mu_2)$ . 但  $m'$  是  $T'$  的初始模型, 故  $\mu_1 = \mu_2 = f$ . 从而  $\alpha_i(h) = F_i(l_1) = F_i(l_2) = \alpha_i(g)$ , 再由  $\&$  是  $D_i; \text{Sign}$ -同态可分变化得,  $h = g$ .

从而由上面(1)、(2)得,  $F(m')$  是  $T$  的初始模型. □

注 4. 关于定理 4 和定理 5 的终结语义可以类似地讨论得到.

### 3 遗忘函子 $\text{Sign}: \mathcal{T}h' \rightarrow \text{Sign}$ 反射余极限

下面将文献[2]的根本性结论  $\text{Sign}: \mathcal{T}h \rightarrow \text{Sign}$  反射余极限推广到自由理论范畴  $\mathcal{T}h'$  上.

**定理 6.** 设  $D: G \rightarrow \mathcal{T}h'$  是一个图,  $D_i = (\Sigma_i, E_i)$  ( $i \in G$ ), 且  $D' = D: \text{Sign}: G \rightarrow \text{Sign}$  有余极限  $\alpha: D' \rightarrow \Sigma$ . 这里,  $\text{Sign}: \mathcal{T}h' \rightarrow \text{Sign}$  是一个遗忘函子, 由文献[2]的定理 11 知,  $\alpha: D \rightarrow (\Sigma, E)$  是  $D$  在  $\mathcal{T}h$  中的余极限, 其中  $E = (\bigcup_{i \in G} \alpha_i(E_i))^*$ . 如果在  $\mathcal{T}h$  中,  $\&$  沿各  $\alpha_i$  模型同态可扩张, 且  $\&$  是  $D'$ -同态可分变化的, 那么, 遗忘函子  $\text{Sign}: \mathcal{T}h' \rightarrow \text{Sign}$  反射余极限  $\alpha$ .

证明:就是要证明对任意  $i \in G$ , 理论态射  $\alpha_i: D_i \rightarrow T$  是自由的. 因为在  $\mathcal{T}h$  中  $\&$  沿  $\alpha_i: D_i \rightarrow T$  模型可扩张, 对任

意  $m_i \in \text{Mod}(D_i)$ , 存在  $\underline{m}_i \in \text{Mod}(T)$ , 使  $m_i = \alpha_i(\underline{m}_i)$ , 取  $\eta_i = 1; m_i \rightarrow \alpha_i(\underline{m}_i)$  (恒等态射). 由  $\&$  沿  $\alpha_i$  同态可扩张和  $\&$  是  $D'$ -同态可分支化得, 对于任意  $n \in \text{Mod}(T)$  和态射  $f_i: m_i \rightarrow \alpha_i(n)$ , 存在唯一态射  $g_i: \underline{m}_i \rightarrow n$ , 使  $f_i = \alpha_i(g_i) = \eta_i; \alpha_i(g_i)$ , 从而  $\eta_i = 1; m_i \rightarrow \alpha_i(\underline{m}_i)$  具有  $\alpha_i$  泛性. 这表明,  $\alpha_i: D_i \rightarrow T$  是自由的. 所以,  $\alpha: D \rightarrow T$  也是  $\underline{Th}'$  中的余极限, 即  $\text{Sign}: \underline{Th}' \rightarrow \text{Sign}$  反射余极限  $\alpha$ . □

**致谢** 作者非常感谢导师应明生教授的悉心指导.

**参考文献**

- 1 Burstall R M. The semantics of clear, a specification language. In: Bjorner D ed. Proceedings of the 1979 Copenhagen Winter School on Abstract Software Specification. Lecture Notes in Computer Science 86, Berlin: Springer-Verlag, 1980. 292~332
- 2 Goguen J A, Burtall R M. Institutions: abstract model theory for specification and programming. Journal of the Association for Computing Machinery, 1992, 39(1): 95~146
- 3 应明生. Institution 中合并理论的初始与终结语义. 软件学报, 1996, 7(6): 360~363  
(Ying Ming-sheng. Initial and terminal semantics for glued theories in Institutions. Journal of Software, 1996, 7(6): 360~363)
- 4 应明生. Institution 中自由理论态射的合成, 软件学报, 1997, 8(8): 636~640  
(Ying Ming-sheng. Putting liberal theory morphisms together in Institutions. Journal of Software, 1997, 8(8): 636~640)
- 5 陆汝钤. 计算机语言的形式语义. 北京: 科学出版社, 1992  
(Lu Ru-qian. Formal Semantics of the Computer Language. Beijing: Science Press, 1992)

**Initial and Terminal Semantics for Liberal Glued Theories in Institutions**

LIU Fu-chun

(Department of Mathematics and Physics Guangdong University of Technology Guangzhou 510090)

**Abstract** In this paper, the correspondence among initial (terminal) semantics of liberal glued theories and factor theories are constructed in Institutions, the glued morphism of liberal theory morphisms and its initial (terminal) semantics are given, and the important conclusion is shown that  $\text{Sign}: \underline{Th}' \rightarrow \text{Sign}$  conditionally reflects colimits.

**Key words** Algebraic semantics, programming specification, initial model, model theory, category theory.