第9卷第11期 软件学报 Vol.9, No.11
1998年11月 JOURNAL OF SOFTWARE Nov. 1998

超协调限制逻辑的计算复杂性分析*

蔡和熙 林作铨 陈沐天

(汕头大学计算机科学研究所 汕头 515063)

摘要 超协调限制逻辑LPc是一种同时具有非单调性和超协调性的非经典逻辑,它可作为在不完全与不协调知识下常识推理的形式化.给出了命题LPc的计算复杂性结果和算法实现,指出LPc是NP完全问题,并给出了将LPc转化为等价的优先限制逻辑的线性时间算法.由于限制逻辑具有实用的实现算法且可用归结方法实现,因而该算法为LPc的实现提供了新的途径.

关键词 悖论逻辑,限制逻辑,超协调限制逻辑,计算复杂性,非单调性,超协调性,NP完全性.

中图法分类号 TP18

文献[1~3]提出的超协调限制逻辑LPc是一种非单调超协调逻辑,它同时具有非单调逻辑和超协调逻辑的优点,而且能解决非单调逻辑和超协调逻辑存在的问题,因此具有良好的性质.它可作为在不完全与不协调知识下常识推理的形式化,在知识表示中具有广泛的应用前景.

LPc是在McCarthy的限制逻辑[4,5]和Priest的悖论逻辑[6,7]的基础上定义的.限制逻辑是一种主要的非单调逻辑[8],悖论逻辑是一种重要的超协调逻辑[9],而超协调限制逻辑是一种有代表性的非单调超协调逻辑.本文首先给出有关限制逻辑、悖论逻辑和LPc的基本知识.

众所周知,经典命题逻辑是NP完全问题,而一阶逻辑是半可判定问题.[10]关于非经典逻辑特别是非单调逻辑和超协调逻辑的计算复杂性分析和算法实现是一个重要的研究领域.本文给出一种把超协调限制逻辑LPc转化为等价的优先限制逻辑的算法,说明了超协调限制逻辑与限制逻辑的关系,并且证明了这个转化算法是线性时间可实现的.由于关于限制逻辑已经有一些有用的算法[11,12],这样也就指出了可以使用有关限制逻辑的算法实现超协调限制逻辑,并进一步给出关于超协调限制逻辑LPc的计算复杂性结果.

1 语义

令L是一个命题逻辑语言,本文假设所有逻辑都在命题级进行讨论.

1.1 限制逻辑

限制逻辑CIRC是McCarthy提出的一种主要非单调逻辑(详见文献[4,5]).限制(逻辑)是在经典命题逻辑上定义的.

定义1. 令S是一个公式集,A是一个公式,$P=\{P_1,...,P_n\}$和$Z=\{Z_1,...,Z_n\}$分别为在S中出现的限制命题变元集和可变命题变元集,一个偏序关系$<^P$定义如下:令I_1,I_2为两个命题赋值,$I_1<^P I_2$,当且仅当对任一$p\in P$,若$I_1(p)=1$,则$I_2(p)=1$,并且存在一个$q\in P$,使得$I_2(q)=1$但$I_1(q)\neq 1$.

一个赋值I是S的相对于偏序关系$<^P$的极小赋值(模型),当且仅当

(1) I是S的赋值(模型),

(2) 不存在S的其他赋值(模型)I'使得$I'<^P I$.

语义上,限制的后承关系,记为$\models_{\mathrm{CIRC}}$,是相对于偏序关系$<^P$的所有极小模型定义的.

定义2. $S\models_{\mathrm{CIRC}}A$,当且仅当$A$在$S$相对于偏序关系$<^P$的所有极小模型中都为真,也记为$A\in \mathrm{CIRC}(S;P;Z)$.

以上定义中Z表示可变化命题变元组,对P中所有被限制命题的优先级都相同,称为并行限制,是一种基本的限

---

* 本文研究得到国家自然科学基金、国家863高科技项目基金和广东省自然科学基金资助.作者蔡和熙,1972年生,博士生,主要研究领域为人工智能.林作铨,1963年生,博士,教授,主要研究领域为计算机软件理论,人工智能.陈沐天,1936年生,教授,主要研究领域为人工智能,计算理论.

本文通讯联系人:蔡和熙,汕头515063,汕头大学计算机科学研究所

本文1997-07-02收到原稿,1997-11-05收到修改稿

制形式. 对于 $P=\{P_1<P_2<...<P_k\}$, $P_1,...,P_k$ 是 P 中划分出的命题变元组,称为优先限制,其中 $P_1<P_2<...<P_k$ 表示优先关系. 下面给出优先限制的定义.

定义 3. $\mathrm{CIRC}(S;P_1>P_2>...>P_k;Z)=\mathrm{CIRC}(S;P_1;\{P_2,...,P_k,Z\})\ \&\ \mathrm{CIRC}(S;P_2;\{P_3,...,P_k,Z\})\ \&...\&$
$\mathrm{CIRC}(S;\{P_k;Z\})$

可以看出并行限制就是优先限制中 $k=1$ 的特例.

1.2 悖论逻辑

悖论逻辑(详见参考文献[6])是一种非经典三值逻辑,即每个变量可取真、假、既真又假之一, $V=\{\{1\},\{0\},\{1,0\}\}$.

定义 4. 一个 LP-赋值 $\pi:L\to V$,使之

(1) $1\in\pi(\neg A)$ 当且仅当 $0\in\pi(A)$; $0\in\pi(\neg A)$ 当且仅当 $1\in\pi(A)$;

(2) $1\in\pi(A\wedge B)$ 当且仅当 $1\in\pi(A)$ 且 $1\in\pi(B)$; $0\in\pi(A\wedge B)$ 当且仅当 $0\in\pi(A)$ 或 $0\in\pi(B)$;

(3) $1\in\pi(A\vee B)$ 当且仅当 $1\in\pi(A)$ 或 $1\in\pi(B)$; $0\in\pi(A\vee B)$ 当且仅当 $0\in\pi(A)$ 且 $0\in\pi(B)$.

悖论逻辑 LP 的语义后承,记作 $\models_{LP}$,定义如下.

定义 5. $\Sigma\models_{LP}A$ 当且仅当对所有赋值 π,存在 $B\in\Sigma$, $1\notin\pi(B)$,或 $1\in\pi(A)$.

换言之, $\Sigma\not\models_{LP}A$ 当且仅当存在某个赋值 π,对任何 $B\in\Sigma$, $1\in\pi(B)$,且 $1\notin\pi(A)$.

1.3 超协调限制

超协调限制 LPc(详见文献[1])是在悖论逻辑和限制基础上定义的.

定义 6. 定义偏序关系 $<_m^P$ 如下:令 π_1,π_2 为两个 LP-模型, P 为 Σ 中出现的限制命题变元集, $\pi_1<_m^P\pi_2$,若

(1) 对所有命题变元 p,若 $\pi_1(p)=\{1,0\}$,则 $\pi_2(p)=\{1,0\}$;

(2) 存在以下两种情形之一:

• 存在某个命题变元 p,使得 $\pi_2(p)=\{1,0\}$,但 $\pi_1(p)\neq\{1,0\}$;

• 对于所有命题变元 $p\in P$,若 $\pi_1(p)=1$,则 $\pi_2(p)=1$;并存在某个命题变元 $q\in P$, $\pi_2(q)=1$,则 $\pi_1(q)\neq 1$.

定义 7. 定义 Σ 的模型 π 相对于 $<_m^P$ 是极小的,当且仅当不存在 Σ 的其他模型 π',使得 $\pi'<_m^P\pi$.

LPc 的语义后承,记作 $\models_{LPc}$,定义如下.

定义 8. $\Sigma\models_{LPc}A$ 当且仅当 A 在所有 Σ 相对于 $<_m^P$ 的极小模型中都为真.

2 算 法

下面先给出在线性时间内将 LPc 逻辑问题变换为优先限制问题的算法. 设 Σ 和 A 都为合取范式,令 Σ 和 A 中的变量表为 $P=\{P_1,P_2,...,P_n\}$.

将 LPc 逻辑问题转化为优先限制问题,即将 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 $Q=\{Q_1,Q_2,...,Q_n\}$ 极小化)转化为 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 $Q'=\{P1'>Q2'\}$ 极小化),变换算法如下:

(1)首先将 Σ 和 A 化为合取范式的形式;

(2)对于 Σ 和 A 中的任一变量 $P_i(i=1,...,n)$,建立 Σ' 和 A' 中新的变量表 $P'=\{P1_1,P2_1,P1_2,P2_2,...,P1_n,P2_n\}$. 对于 Σ 和 A 中的正文字 P_i 用 $P1_i\vee P2_i$ 代替,负文字 $\neg P_i$ 用 $P1_i\vee\neg P2_i$ 代替,产生新的 Σ' 和 A'.

由步骤 2 可知,原来的变量表 $P=\{P_1,P_2,...,P_n\}$ 被新的变量表 $P'=\{P1_1,P2_1,P1_2,P2_2,...,P1_n,P2_n\}$ 代替,把它分为两个变量集合 $P1'=\{P1_1,P1_2,...,P1_n\}$, $P2'=\{P2_1,P2_2,...,P2_n\}$. 同样,原来的限制变元集 $Q=\{Q_1,Q_2,...,Q_n\}$ 中的变量被新的变量集 $\{Q1_1,Q2_1,Q1_2,Q2_2,...,Q1_n,Q2_n\}$ 代替,把它分为两个变量集合 $Q1'=\{Q1_1,Q1_2,...,Q1_n\}$, $Q2'=\{Q2_1,Q2_2,...,Q2_n\}$.

若 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 $Q'=\{Q1'>Q2'\}$ 极小化)成立,则 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 $Q=\{A_1,A_2,...,A_n\}$ 极小化)成立,反之亦然. 即 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 $P=\{A_1,A_2,...,A_n\}$ 极小化)成立当且仅当 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于 $P=\{P1'>Q2'\}$ 极小化),亦即 LPc 问题可转换为优先限制问题来求解. 根据 LPc 逻辑和优先限制中的赋值定义,下面给出相对应的赋值变换关系.

定义 9. M 是 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 Q 极小化)的一个赋值, M 在 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 $Q'=\{P1'>Q2'\}$ 极小化)中的对应赋值 M' 如下:

• 若 M 中 P_i 取 0 值,则令 M' 中 $P1_i$, $P2_i$ 取 0,0 值;

• 若 M 中 P_i 取 1 值,则令 M' 中 $P1_i$, $P2_i$ 取 0,1 值;

• 若 M 中 P_i 取{0,1}值,则令 M' 中 $P1_i$,$P2_i$ 取 1,0 或 1,1 值.

同理,M' 是 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 $Q'=\{P1'>Q2'\}$ 极小化)的一个赋值,M' 在 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 Q 极小化)中的对应赋值 M 如下:

• 若 M' 中 $P1_i$,$P2_i$ 取 0,0 值,则令 M 中 P_i 取 0 值;

• 若 M' 中 $P1_i$,$P2_i$ 取 0,1 值,则令 M 中 P_i 取 1 值;

• 若 M' 中 $P1_i$,$P2_i$ 取 1,0 或 1,1 值,则令 P_i 取{0,1}值.

由上面给出的算法和赋值变换关系可知,变换算法的要点是用 $P1_i$,$P2_i$ 来模拟 P_i 超协调的情形.当 $P1_i$ 取 0 值时,$P2_i$ 的取值与 P_i 取协调值时的取值一致,而 $P1_i$ 取 1 值时,则相当于 P_i 取悖论值.

以下给出理论证明.

引理 1. $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 Q 极小化)可将 Σ 和 A 都化为合取范式的形式.

证明:由于易证在经典逻辑中可将 Σ 和 A 化为合取范式,其转化中使用的规则在 LPc 逻辑中都成立,故 LPc 逻辑也可将 Σ 和 A 化为合取范式,转化方法和经典逻辑一样.

引理 2. M 是 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 Q 极小化)的模型当且仅当 M 在 Σ' 中的对应赋值 M' 是 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 Q' 极小化)的模型.

证明:(⇒) 若 M 是 Σ 的模型,则对于 Σ 中任一合取子句,存在一个文字使该合取子句取真,故该文字取 1 或{0,1}.M' 是 M 在 Σ' 中的对应赋值.

(1) 若该文字为正文字 P_i,则 P_i 为 1 或{0,1},则 M' 中 $P1_i$,$P2_i$ 取 0,1 或 1,0 或 1,1 值,由于在 Σ' 中正文字 P_i 用 $P1_i\vee P2_i$ 代替,而 M' 中 $P1_i\vee P2_i$ 为 1,故 Σ' 中对应的合取子句为真.

(2) 若该文字为负文字 $\neg P_i$,则 P_i 为 0 或{0,1},则 M' 中 $P1_i$,$P2_i$ 取 0,0 或 1,0 或 1,1 值,由于在 Σ' 中负文字 $\neg P_i$ 用 $P1_i\vee\neg P2_i$ 代替,而 M' 中 $P1_i\vee\neg P2_i$ 为 1,故 Σ' 中对应的合取子句为真.

由于 Σ' 中所有合取子句都是由 Σ 中按变换规则转换而来的,故 M' 使 Σ' 中所有合取子句都为真.故 M' 是 Σ' 的模型.

(⇐) 若 M' 是 Σ' 的模型,则对于 Σ' 中任一合取子句,存在一个文字使该合取子句取真,故该文字取 1.M 为 M' 在 Σ 中的对应赋值.

由 Σ 到 Σ' 的转换规则可知,Σ' 中只存在 $P1_i$ 的正文字和 $P2_i$ 的正负文字.

(1) 若该文字为正文字 $P1_i$,$P1_i$ 为 1,则 M 中 P_i 取{0,1}值,由于在 Σ 中 $P1_i\vee P2_i$ 用正文字 P_i 代替,$P1_i\vee\neg P2_i$ 用负文字 $\neg P_i$ 代替,故 Σ 中对应的合取子句为真.

(2) 若该文字为正文字 $P2_i$,$P2_i$ 为 1,而同时正文字 $P1_i$ 为假,$P1_i$ 为 0,则 M 中 P_i 取 1 值,由于在 Σ 中 $P1_i\vee P2_i$ 用正文字 P_i 代替,故 Σ 中对应的合取子句为真.

(3)若该文字为负文字 $\neg P2_i$,$P2_i$ 为 0,而同时正文字 $P1_i$ 为假,$P1_i$ 为 0,则 M 中 P_i 取 0 值,由于在 Σ 中 $P1_i\vee\neg P2_i$ 用负文字 $\neg P_i$ 代替,故 Σ 中对应的合取子句为真.

由于 Σ 中所有的合取范式都是由 Σ' 中的合取范式按变换规则转换而来,一一对应,故 M 使 Σ 中所有的合取范式为真,故 M 是 Σ 的模型.综上所述,得证.

引理 3. M 是 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 Q 极小化)中 A 的模型当且仅当 M 在 Σ' 中的对应赋值 $M1$ 是 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 Q' 极小化)中 A' 的模型.

证明:类似引理 2,可证.

引理 4. M 是 $\Sigma\models_{LPc}A$(对于限制变元集 Q 极小化)的极小模型当且仅当 M 在 Σ' 中的对应赋值 M' 是 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$(对于限制变元集 $Q'=\{P1'>Q2'\}$ 极小化)的极小模型.

证明:(⇒) 若 M 是 Σ 的极小模型,则不存在 N 是 Σ 的模型且 $N<M$.M' 是 M 在 Σ' 中的对应赋值.由引理 2,M' 是 Σ' 的模型,若 M' 不是 Σ' 的极小模型,则存在 N' 是 Σ' 的模型且 $N'<M'$.N 是 N' 在 Σ 中的对应赋值.由引理 2,N 是 Σ 的模型.根据优先限制中的定义,$N'<M'$,则对于 N' 中的 $P1_i\in P1'$,若 $P1_i$ 为 1,则 M' 中 $P1_i$ 为 1;并且存在以下两种情形之一:

(1) 存在 M' 中某个 $P1_i\in P1'$,$P1_i$ 为 1,而 N' 中 $P1_i$ 为 0;

(2) 对于 N' 中的 $Q2_i\in Q2'$,若 $Q2_i$ 为 1,则 M' 中 $Q2_i$ 为 1;存在 M' 中某个 $Q2_i\in Q2'$,$Q2_i$ 为 1,而 N' 中 $Q2_i$ 为 0.

根据 Σ' 到 Σ 的转换规则,$P1_i$ 为 1 则 Σ 中对应的 P_i 为{0,1},$P1_i$ 为 0 则 Σ 中对应的 P_i 为 1 或为 0.$Q2_i$ 为 1 则 Σ 中对应的 Q_i 为 1 或{0,1},$Q2_i$ 为 0 则 Σ 中对应的 Q_i 为 0 或{0,1}.

· 若属于第 1 种情形，对于 N 中的 P_i，若 P_i 为{0,1}，则 M 中 P_i 为{0,1}；存在 M 中 P_i，P_i 为{0,1}，而 N 中 P_i 为 0 或 1. 由 LPc 中的定义，$N<M$；

· 若属于第 2 种情形，则对于 N 中的 Q_i，若 Q_i 取{0,1}，M 中 Q_i 也一定取{0,1}，并且对于 N 中的 Q_i，Q_i 取 1，M 中 Q_i 也为 1；存在 M 中 Q_i，Q_i 为 1，而 N 中 Q_i 为 0. 由 LPc 中的定义，$N<M$.

以上两种情形都与 M 是 Σ 的极小模型的前提矛盾，故 M' 不是 Σ' 的极小模型的假设不成立，M' 是 Σ' 的极小模型.

(⇐) 若 M' 是 Σ' 的极小模型，则不存在 N' 是 Σ' 的模型且 $N'<M'$. M 是 M' 在 Σ 中的对应赋值. 由引理 2，M 是 Σ 的模型. 若 M 不是 Σ 的极小模型，则存在 N 是 Σ 的模型且 $N<M$. N' 是 N 在 Σ' 中的对应赋值. 由引理 2，N' 是 Σ' 的模型. 根据 LPc 中的定义，$N<M$ 则对于 N 中的 P_i，若 P_i 为{0,1}，则 M 中 P_i 为{0,1}；存在以下两种情形之一：

(1) 存在 M 中某个 P_i，P_i 为{0,1}，而 N 中 P_i 不为{0,1}；

(2) 对于 N 中的 $Q_i\in Q$，若 Q_i 为 1，则 M 中 Q_i 为 1；存在 M 中某个 $Q_i\in Q$，Q_i 为 1，而 N 中 Q_i 为 0.

根据 Σ 到 Σ' 的转换规则，P_i 为{0,1}则 Σ' 中对应的 $P1_i$ 为 1，P_i 不为{0,1}则 Σ 中对应的 $P1_i$ 为 0，Q_i 为 1 则 Σ 中对应的 $Q2_i$ 为 1，Q_i 为 0 则 Σ 中对应的 $Q2_i$ 为 0.

· 若属于第 1 种情形，则对于 N' 中的 $P1_i$，若 $P1_i$ 为 1，则 M' 中 $P1_i$ 为 1；存在 M' 中 $P1_i$，$P1_i$ 为 1，而 N' 中 $P1_i$ 为 0. 由优先限制中的定义得，$N'<M'$；

· 若属于第 2 种情形，则对于 N' 中的 $Q2_i$，$Q2_i$ 取 1，M' 中 $Q2_i$ 也为 1；存在 M' 中 $Q2_i$，$Q2_i$ 为 1，而 N' 中 $Q2_i$ 为 0. 由优先限制中的定义得，$N<M$.

以上两种情形都与 M' 是 Σ' 的极小模型的前提矛盾，故 M 不是 Σ 的极小模型的假设不成立，M 是 Σ 的极小模型. 综上所述，得证.

引理 5. $\Sigma\models_{LPc}A$（对于限制变元集 Q 极小化）成立当且仅当 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$（对于限制变元集 Q' 极小化）成立.

证明：(⇒) 如果 $\Sigma\models_{LPc}A$（对于限制变元集 Q 极小化）成立，则 Σ 中的每个极小模型中 A 为真. 对于 Σ' 的任一个极小模型 M'，由引理 4，M' 在 Σ 中的对应赋值 M 是 Σ 的极小模型. 故 M 使 A 为真. 由引理 3，M' 使 A' 为真. 故对于 Σ' 的任一个极小模型 M'，A' 为真，$\Sigma'\models_{CIRC}A'$（对于限制变元集 Q' 极小化）成立.

(⇐) 如果 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$（对于限制变元集 Q' 极小化）成立，则 Σ' 中的每个极小模型中 A' 为真. 对于 Σ 的任一个极小模型 M，由引理 4，M 在 Σ' 中的对应赋值 M' 是 Σ' 的极小模型. 故 M' 使 A' 为真. 由引理 3，M 使 A 为真. 故对于 Σ 的任一个极小模型 M，A 为真，$\Sigma\models_{LPc}A$ 成立. 综上所述，得证.

对于步骤 1，由引理 1，可化 Σ 和 A 为合取范式，与经典逻辑相同(注意，以下关于计算复杂性结果是对这个前提而言的). 故我们只考虑化为合取范式后算法的计算复杂度.

定理 1. 将 $\Sigma\models_{LPc}A$（对于限制变元集 Q 极小化）转换为 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$（对于限制变元集 Q' 极小化）的算法只需线性时间和线性空间.

证明：|前提集| = Σ|前提集中的合取范式|，

|前提集中的合取范式| = 合取范式中的文字个数，

|结论集| = Σ|结论集中的合取范式|，

|结论集中的合取范式| = 合取范式中的文字个数.

令|前提集| = M，$M=\sum_{i}^{W1}m_i$，前提集中合取范式个数为 $W1$，m_i 为前提集中各个合取范式的文字个数($i=1,\ldots,W1$)；令|结论集| = N，$N=\sum_{j}^{W2}n_j$，结论集中合取范式个数为 $W2$，n_j 为结论集中各个合取范式的文字个数($j=1,\ldots,W2$).

由转换算法可知，由于需要替换所有前提集和结论集中的文字，故时间为 $M+N$，显然时间复杂度为 $O(M+N)$，为线性阶. 由于替换后文字总数为原来的两倍，即 $2(M+N)$，故空间复杂度为 $O(M+N)$，为线性阶.

综上所述，算法的时间复杂度和空间复杂度均为线性阶.

例：令 S 是如下句子的合取：

$Bird(Tweety)\wedge\neg Ab(Tweety)\rightarrow Fly(Tweety)$,

$Bird(Tweety)$,

$Yellow(Tweety)\wedge\neg Yellow(Tweety)$,

$Pengium(Tweety)\rightarrow\neg Fly(Tweety)$,

并令 $P=\{Abnormal(Tweety),Pengium(Tweety),Bird(Tweety)\}$. 问 $S\models_{LPc}Fly(Tweety)$ 是否成立?

原来的变量表为 $\{Bird,Abnormal,Yellow,Pengium,Fly\}$，新的变量表为 $\{B1,B2,A1,A2,Y1,Y2,P1,P2,F1,F2\}$. 整理前提集为

$\neg Bird(Tweety)\vee Abnormal(Tweety)\vee Fly(Tweety)$,

$Bird(Tweety)$,

$Yellow(Tweety)$,

$\neg Yellow(Tweety)$,

$\neg Pengium(Tweety)\vee\neg Fly(Tweety)$

新的前提集为

$B1\vee\neg B2\vee A1\vee A2\vee F1\vee F2$,

$B1\vee B2$,

$Y1\vee Y2$,

$Y1\vee\neg Y2$,

$P1\vee\neg P2\vee F1\vee\neg F2$

新的结论集为 $F1\vee F2$. 问题转化为问 $\Sigma'\models_{CIRC}A'$（对于限制变元集 $P=\{B1,A1,Y1,P1,F1<A2,P2,B2\}$）极小化）是否成立.

按照优先逻辑的定义，先求出对于 $P=\{B1,A1,Y1,P1,F1\}$ 极小化的极小模型，有

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=0,Y1=1,Y2=0,P1=0,P2=0,F1=0,F2=1\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=1,Y1=1,Y2=0,P1=0,P2=0,F1=0,F2=0\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=1,Y1=1,Y2=0,P1=0,P2=0,F1=0,F2=1\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=1,Y1=1,Y2=0,P1=0,P2=1,F1=0,F2=0\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=0,Y1=1,Y2=1,P1=0,P2=0,F1=0,F2=1\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=1,Y1=1,Y2=1,P1=0,P2=0,F1=0,F2=0\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=1,Y1=1,Y2=1,P1=0,P2=0,F1=0,F2=1\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=1,Y1=1,Y2=1,P1=0,P2=1,F1=0,F2=0\}$.

再在这些极小模型中，对 $P=\{A2,P2,B2\}$ 进行极小化，有

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=0,Y1=1,Y2=0,P1=0,P2=0,F1=0,F2=1\}$,

$\{B1=0,B2=1,A1=0,A2=0,Y1=1,Y2=1,P1=0,P2=0,F1=0,F2=1\}$.

这就是最终的极小模型. 在这两个模型中 $F1\vee F2$ 都成立，故在优先限制中成立，在 LPc 中也成立. 用 LPc 的定义，也得出同样的结论.

3　分　析

以下我们证明命题级的 LPc 逻辑是 NP 完全问题.

引理 6. 命题级的优先限制逻辑是 NP 的.

证明：由文献[12]可知，命题级的并行限制逻辑是 NP 的，即在多项式时间内不可判定. 由优先限制的定义，

$$\mathrm{CIRC}(S;P1>P2>\ldots>Pk;Z)=\mathrm{CIRC}(S;P1;\{P2+\ldots+Pk+Z\})\ \&\ \mathrm{CIRC}(S;P2;\{P3+\ldots+Pk+Z\})\ \&\ \ldots\ \&\ \mathrm{CIRC}(S;Pk;Z\}),$$

故命题级的优先限制逻辑也在多项式时间内不可判定，也是 NP 的.

定理 2. 命题级的 LPc 逻辑是 NP 的.

证明：由定理 1，命题级的 LPc 逻辑可线性时间转化为命题级的限制逻辑，而由引理 6，命题级的限制逻辑是 NP 的，故命题级的 LPc 逻辑是 NP 的.

引理 7. 对于不含矛盾的 Σ，Σ 经典推出 A 当且仅当 $\Sigma\models_{LPc}A$（限制变元集 P 为空）.

证明：由 LPc 逻辑的性质，当限制变元集 P 为空且 Σ 不含矛盾时，LPc 逻辑等价于经典逻辑.

引理 8. 对于不含矛盾的 Σ，命题级的经典逻辑 $\Sigma\models A$ 是 NP 完全问题.

证明：由于命题级的经典逻辑问题可化为等价的 SAT 问题，故引理成立.

定理 3. 命题级的 LPc 逻辑是 NP 完全的.

证明:由定理1,由于命题级的LPc逻辑可线性时间转化为命题级的优先限制逻辑,由定理2,LPc是NP的.由引理7和8,存在一个NP完全问题可多项式转换为LPc逻辑.故命题级的LPc逻辑是NP完全的.

4 结 论

根据分析,命题LPc逻辑是NP完全的,同时揭示出命题级的LPc逻辑问题可在线性时间转化为命题级的优先限制逻辑问题.这就更进一步揭示了悖论逻辑与限制的关系,有利于研究它们的性质.

另外,将LPc逻辑问题转化为优先限制逻辑问题,为LPc逻辑的算法实现提供了一条新的思路.由于限制逻辑具有丰富的实现算法,特别是根据文献[12],限制逻辑问题可以转化为一种特殊的归结——极小模型线性有序归结,则LPc逻辑也可利用归结方法来实现.

以上所述的将LPc逻辑问题在线性时间转化为优先限制逻辑问题的算法,用C语言在PC机上已实现了它们的命题级结论,通过大量实例,验证了它们的正确性和有效性.

参考文献

1 林作铨.一个在弗协调逻辑中的限制.软件学报,1995,6(5):290~295
(Lin Zuo-quan. Circumscription in a paraconsistent logic. Journal of Software, 1995,6(5):290~295)
2 林作铨.超协调限制逻辑.计算机学报,1995,18(9):665~670
(Lin Zuo-quan. Paraconsistent circumscriptive logic. Chinses Journal of Computers, 1995,18(9):665~670)
3 Lin Zuo-quan. Paraconsistent circumscirption: preliminary report. Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1996,10(6):679~686
4 McCarthy J. Circumscription——a form of non-monotonic reasoning. Artificial Intelligence, 1980,13(1~2):27~39
5 McCarthy J. Applications of circumscription to formalizing common-sense knowledge, Artificial Intelligence, 1986,28(1):89~116
6 Priest G. Logic of paradox. Journal of Philosophical Logic, 1979,(8):219~241
7 Priest G. Reasoning about truth. Artificial Intelligence, 1989,39(2):231~244
8 林作铨,石纯一.非单调推理十年进展.计算机科学,1990,17(6):31~41
(Lin Zuo-quan, Shi Chun-yi. Ten years progress on nonmonotonnic reasoning. Computer Science, 1990,17(6):31~41)
9 林作铨,李未.超协调逻辑(Ⅰ)(Ⅱ)(Ⅲ)(Ⅳ).计算机科学,1994,21(5):1~8;1994,21(6):1~6;1995,22(1):1~4;1995,22(1):4~9
(Lin Zuo-quan, Li Wei. Paraconsistent logic(Ⅰ)(Ⅱ)(Ⅲ)(Ⅳ). Computer Science, 1994,21(5):1~8; 1994,21(6):1~6; 1995,22(1):1~4; 1995,22(1):4~9)
10 Michael R, Garey David s Johnson. Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness. NY: W.H Freeman and Company, 1979
11 Michael Gelfond, Halina Przymusinska. On the relationship between circumscription and negation as failure. Artificial Intelligence, 1989,38(1):75~94
12 Przymusinski Teodor C. An algorithm to compute circumscription. Arificial Intelligence, 1989,38(1):49~73

An Analysis on Complexity of Paraconsistent Circumscription

CAI He-xi LIN Zuo-quan CHEN Mu-tian

(Institute of Computer Science Shantou University Shantou 515063)

Abstract Paraconsistent circumscription LPc is a non-classical logic which has both nonmonotonicity and paraconsistency. It can be viewed as a formalism of commonsense reasoning with incomplete and inconsistent knowledge. In this paper, the results of computational complexity on propositional LPc and its implementation algorithm is presented. It is showed that LPc is NP-complete. A linear algorithm to transform LPc into equivalent prioritized circumscription is provided. Because there are a number of useful algorithms for circumscription which could be implemented by resolution, a new way to implementation of LPc is drawn.

Key words Logic of paradox, circumscription, paraconsistent circumscption, computational complexity, nonmonotonicy, paraconsistency, NP-completeness.