

# 对 FTART 算法的研究及改进

陈兆乾 李红兵 周 戎 陈世福

(南京大学计算机系 南京 210093)

**摘要** FTART(field theory-based ART)算法结合了ART(adaptive resonance theory)算法、ARTMAP算法、域理论的思想,以样本在实例空间中出现的概率为启发信息修改学习中生成的分类,采用了不同于其它算法的解决样本间的冲突和动态扩大分类区域的方法。本文在对FTART算法的研究的基础上进行了改进,使算法在学习连续函数的映射时更加有效,同时给出了算法的测试结果和对测试结果的分析,测试表明,FTART算法在模式识别和连续函数映射的学习方面具有比较好的性能。

**关键词** 神经网络, ARTMAP 算法, 连续函数映射。

**中图分类号** TP18

FTART 算法<sup>[1]</sup>是我们提出的一个新的竞争型神经网络学习算法,该算法基于 ART 算法、Fuzzy ARTMAP 算法和域理论等,该算法已经用 Borland C++ 实现,运行在 Windows 环境下,并经过了基准测试的验证。ART(adaptive resonance theory)算法<sup>[2]</sup>是 Carpenter 和 Grossberg 所提出的一种基于自适应谐振理论的竞争型算法,该算法具有较好的联想存储能力和自组织性,但是,由于该算法属于无导师学习算法,分类精度固定,存在许多方面的问题。ARTMAP<sup>[3]</sup>算法改进了 ART 算法,能进行增量式的有导师学习,使其更加实用,学习效率有显著提高。在此基础上又提出 Fuzzy ARTMAP<sup>[4]</sup>算法扩展了对模糊属性的学习能力,但它们的归纳性仍然有待改进。域理论<sup>[5]</sup>算法具有良好的增量式学习能力,而算法的实现效率不佳。FTART(field theory-based ART)算法融合了上述算法的特点,性能获得了较大改善,它综合了 Field Theory、ART 和 ARTMAP 算法的优点,学习效率提高,并具有增量学习能力。本文将对算法的基准测试结果进行分析,并对算法的运行方式进行了改进,使其更加适应连续性函数的学习。

## 1 算法设计

### 1.1 系统结构

• 本文研究得到国家自然科学基金资助。作者陈兆乾,女,1940 年生,教授,主要研究领域为机器学习,专家系统等。李红兵,1973 年生,博士生,主要研究领域为机器学习,专家系统。周戎,1972 年生,硕士,主要研究领域为机器学习。陈世福,1938 年生,教授,博士导师,主要研究领域为知识工程,机器学习,图象处理等。

本文通讯联系人:陈兆乾,南京 210093,南京大学计算机系

本文 1996-11-19 收到修改稿

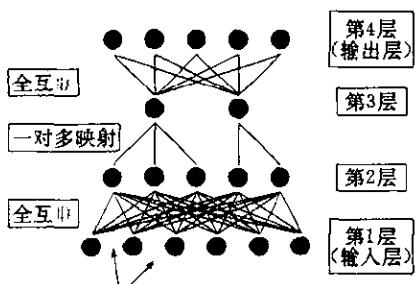


图1 FTART网络的结构

FTART 网络有 4 层, 系统的结构如图 1 所示。第 1 层神经元为输入神经元, 该层神经元与第 2 层神经元全互联, 第 2 层神经元则成组地与第 3 层神经元连接, 由此形成一个竞争型的 3 层网络分类器, 可达到对样本集的任意区域划分, 具有较强的适应性。该结构与 ARTMAP 的结构相似, 用第 2 层神经元对输入进行分类, 而用第 3 层神经元对输出进行分类, 在第 2、3 层间建立联系, 以实现有导师的学习。

## 1.2 训练方法

算法的训练步骤如下:

首先, 根据该问题的输入、输出分量数, 形成原始的网络。然后, 对于每一个输入样本  $v_k$ ,  $k=1, 2, \dots, n$ , 重复以下步骤:

Step 1. 第 1 层神经元将输入矢量的各个分量直接传入与其相连的所有连接权。

Step 2. 连接权通过 Gaussian 响应函数变换后传入相连的第 2 层神经元。其形式如下:对于输入样本矢量  $v_k$  在第  $i$  个第 1 层神经元上的分量  $v_{ki}$ , 第 1、2 层连接权  $b_{ij}$  (第 1 层的第  $i$  个神经元和第 2 层的第  $j$  个神经元的连接权) 的激活值为

$$b_{ij} = e^{-\frac{(v_{ki}-\theta_{ij})^2}{\alpha_{ij}}} \quad (1)$$

其中  $\alpha_{ij}$  是连接权的响应特征宽度,  $\theta_{ij}$  是连接权的响应中心值(阈值), 当输入  $v_{ki}=\theta_{ij}$  时, 函数值=1, 当输入偏离  $\theta_{ij}$  时, 函数值趋向于 0。

Step 3. 在第 2 层神经元之间进行竞争, 获胜的神经元的输出送给相连的第 3 层神经元。

Step 4. 第 3 层神经元的响应函数为  $S$  函数, 对于每一个神经元  $b_i$  和输入矢量  $v_i$ , 其激活值为

$$b_i = f(\sum_{h=1}^n v_{hi} \alpha_h + \theta_i) \quad (2)$$

$$f = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (3)$$

当  $\sum_{h=1}^n v_{hi} \alpha_h + \theta_i > 0$  时, 函数趋向 +1, 当  $\sum_{h=1}^n v_{hi} \alpha_h + \theta_i < 0$  时, 函数趋向 0。

Step 5. 在第 3 层神经元之间进行竞争, 获胜的第 3 层神经元激活其与第 4 层神经元的连接权, 产生相应的特征输出。

Step 6. 计算输出矢量与期望输出的误差。

1. 若在允许误差范围内: 产生鼓励信号, 将其逐级反馈至正确分类中激活值最大的第 2 层神经元, 再将鼓励信号传给所有与其相连的 1、2 层连接权, 连接权根据公式(4)、(5)对其 Gaussian 激活函数中的响应中心值  $\theta_{ij}$  和响应特征宽度  $\alpha_{ij}$  进行修改:

$$\theta'_{ij} = \begin{cases} \theta_{ij} & v_{ij} \in [\theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij}, \theta_{ij} + 0.3\alpha_{ij}] \\ \frac{\theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij} + v_{ij}}{2} & v_{ij} \in (-\infty, \theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij}) \\ \frac{\theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij} + v_{ij}}{2} & v_{ij} \in (\theta_{ij} + 0.3\alpha_{ij}, +\infty) \end{cases} \quad (4)$$

$$\alpha'_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij} & v_{ij} \in [\theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij}, \theta_{ij} + 0.3\alpha_{ij}] \\ \frac{\theta_{ij} + 0.3\alpha_{ij} - v_{ij}}{2} & v_{ij} \in (-\infty, \theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij}) \\ \frac{v_{ij} - (\theta_{ij} - 0.3\alpha_{ij})}{2} & v_{ij} \in (\theta_{ij} + 0.3\alpha_{ij}, +\infty) \end{cases} \quad (5)$$

2. 若误差超过允许值: 禁止所有的第 3 层神经元的输出, 以训练样本矢量激活第 4 层神经元, 寻找与该矢量误差最小的第 3 层神经元的特征输出, 计算输出矢量与期望输出的误差:

2.1. 若误差在允许范围内, 则认为这个第 3 层神经元为正确的输出, 寻找与其相连的输出最大的第 2 层神经元. 否则转入 Step 6 的 2.2.

2.1.1. 如果存在激活的第 2 层神经元, 让其回传鼓励信号, 送入激活值最大的第 2 层神经元, 按公式(4)、(5)进行权值修改, 直至相应的第 3 层神经元能够在竞争中获胜.

2.1.2. 如不满足以上条件, 则转入 Step 6 的 2.2.

2.2. 激发一个添加新神经元的子系统, 根据样本所引起的周围神经元的响应度(激活值)在现有网络的第 2 层和第 3 层各添加一个新的神经元: 新的第 2 层神经元根据当前第 1 层(输入层)神经元的输出, 形成与各个输入神经元的连接权, 连接权的响应中心值为输入神经元的输出, 响应特征宽度为默认值; 新的第 3 层神经元与该新的第 2 层神经元相连, 与第 4 层神经元的连接权的输出设为该类的特征输出, 并使该神经元在前面的第 2 层神经元兴奋时具有比周围神经元稍高的输出, 以在竞争中获胜.

### 1.3 判别方法

#### 1.3.1 离散方式判别

网络的第 1 层神经元得到输入矢量后, 将其传给第 1、2 层神经元间的连接权, 连接权经 Gaussian 函数变换后, 传给第 2 层神经元, 第 2 层神经元经简单加和后, 即得出输入矢量对该“子类”的隶属度, 传入第 3 层神经元, 在每一个第 3 层神经元中进行第 2 层神经元的输出的竞争, 确定输入矢量属于那一个“子类”神经元, 获胜的第 2 层神经元的输出即为该第 3 层神经元的输出, 而后, 在第 3 层神经元间竞争, 确定输出最大的第 3 层神经元, 则该神经元所属的类为输入矢量所属的类, 根据其与第 4 层神经元的连接权的输出确定第 4 层神经元的激活值, 即得到网络的输出.

#### 1.3.2 连续方式判别

采用离散方式判别时, 系统的输出对于每一个判别类(即每一个第 3 层神经元)都是相同的, 但在输入输出之间是连续函数映射关系时, 采用上一节的判别方法必然产生离散的输出, 导致输出精度大幅度降低. 为了解决该问题, 当进行连续函数映射时, 在第 3 层神经元激活后, 不是在第 3 层神经元之间进行竞争, 而是对所有超过阈值的第 3 层神经元的激活值进行加权平均, 第 4 层神经元的输出根据第 3 层神经元加权平均的结果产生输出, 即输出为

$$\vec{O} = \sum_{j=1}^n v_j \vec{O}_j \quad (6)$$

其中  $v_j$  是第  $j$  个第 3 层神经元的激活值, 而  $\vec{O}_j$  是第  $j$  个神经元的特征向量(即与其相连的 3、4 层连接权的权值向量).

## 2 测试结果分析

本节主要给出 FTART 网络分别用于分类和函数逼近的 3 个例子,CIRCLE-IN-THE-SQUARE 问题<sup>[6]</sup>是 DARPA 的 ANNT(artificial neural network technology)计划所采用的神经网络系统的性能评价基准问题;分辨 2 个螺旋形则是 Lang 和 Witbrock<sup>[7]</sup>提出的测试问题;SIN 函数近似则是为了研究算法的连续性函数近似能力而设计的.

### 2.1 CIRCLE-IN-THE-SQUARE

CIRCLE-IN-THE-SQUARE 问题给定一个周长为 1 的正方形以及正方形内的一个圆形区域, 该圆形区域面积等于正方形的一半. 任给正方形内一点, 要求系统分辨此点是否落在该圆形区域内.

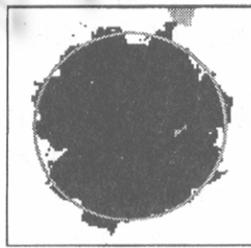


图 2 1 000 个样本, 测试精度 99.10%, 分类 110 个

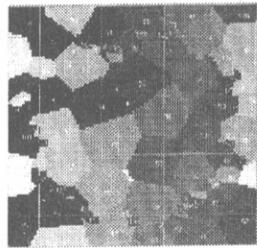


图 3 第 2 层神经元的分类区域

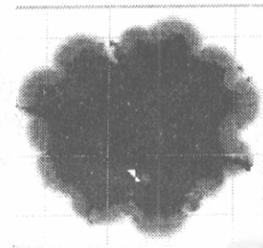


图 4 输出加权平均

FTART 算法的结果及其比较见文献[1]. 在样本数较小时, FTART 的测试集精度比 Fuzzy ARTMAP 稍低, 但在样本数仅为 500 时, 就超过了 Fuzzy ARTMAP 在样本数为 100 000 时的测试集精度, 为 98.9%, 且分类数也仅有 Fuzzy ARTMAP 的 62%. 在样本数为 1 000 时, 用 110 个分类达到了 99.1% 的精确度. 而 BP 网络的隐层单元为 20~40 时, 经过 5 000 次循环达到 90% 的分类精度. 可见 FTART 比 Fuzzy ARTMAP 及 BP 网络学习系统的学习归纳能力更强.

在  $[0,1]$  闭区间内随机选取 1 000 个点作为学习样本, 根据问题的定义计算数据点的类别(1 为在圆形区域中, 0 为不在其中), 作为算法的输入. 测试用的数据以 0.01 的间隔从  $[0,1]$  中取出, 共 10 000 个测试样本. 算法的测试结果如图 2 所示, 从图 2 可以看出, FTART 算法利用较少的分类数得到了比较令人满意的分类效果. 如前所述, 第 2 层神经元实际上是对输入模式的分类, 图 3 则表示相对于每一测试点的第 2 层分类, 是第 2 层神经元的吸引域. 从图 3 中可见, 在每一个分类的中心区域, 吸引域得到了扩大, 而在每一分类的边界处, 所生成的第 2 层神经元的吸引域受到压抑, 变得细小, 分散在分类的边缘上. 同时我们也可以看出, 在相对于第 3 层 2 个不同分类的边缘处, 即分布在圆周上的第 2 层分类较多,

这保证了算法对处于边缘状态的测试点的分辨效果. 图 4 是经过输出加权平均后算法的测试输出结果. 从图 4 可以看出, 经过输出加权平均后, 在分类的边缘处形成了模糊的分类边界. 如果将网络的输出看作输出的隶属度, 则可以形成模糊的分类边界. 从以上的描述中可以看出: FTART 算法可以用输出加权平均的方法, 进行模糊概念的学习. 我们认为, 运用模糊数学的方法, 发挥 FTART 算法良好的模糊概念学习能力, 可以增强从网络中提取模糊规则的功能.

同时从图 3 也可以发现, FTART 算法在圆形区域的中心形成了很多分类, 而这些分类本质上应该是属于同一个分类, 可以合并, 因此, 对在大范围中的同类区域的合并算法可以进行进一步的研究.

## 2.2 分辨 2 个螺旋形

分辨 2 个螺旋形的问题由 A. P. Wieland<sup>[7]</sup> 提出, 用作神经网络系统的基准测试. 对该问题的描述及 FTART 算法的结果及比较详见文献[1]. 图 5 是算法的测试结果, 图 6 是经过输出加权平均后算法的测试输出结果, 图 7 是第 2 层神经元的吸引域.

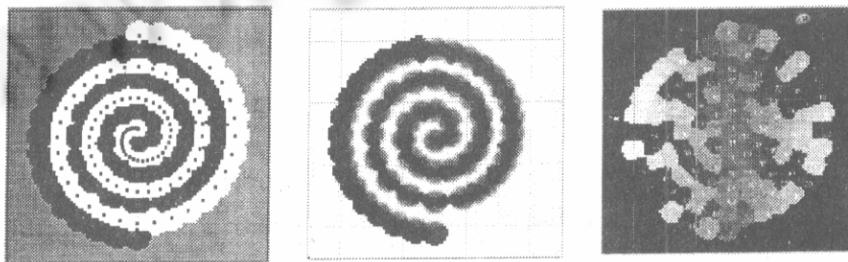


图 5 测试精度 100%, 114 个分类

图 6 输出加权平均

图 7 第 2 层神经元的吸引域

问题中的螺旋形在平面上绕了 3 圈, 每一圈给出 32 个样本点, 加一个结束点, 共取得 97 个样本点. 对算法的输出进行分析可以看出, 对 2 个螺旋形的分辨是比较困难的, 由于 2 个螺旋形紧密缠绕, 无法形成较大的分类区域, 只有在 2 个螺旋形接近终点的地方, 样本点分布比较接近, 而且曲率较小, 可以将多个样本点合并.

当 Fuzzy ARTMAP 算法达到 100% 精确度时产生了 194 个分类, 具有 582 个权值, 而 FTART 算法用了 114 个分类达到了 100% 的精确度, 具有 342 个权值, 是 Fuzzy ARTMAP 算法权值数的 59%, 因此, FTART 的结果归纳性更强. FTART 算法的结果同网络警戒参数  $\alpha_{ij}$  的设置有关,  $\alpha_{ij}$  不同, 结果精度和分类数也不一样. 当  $\alpha_{ij}$  为 0.3 时, 算法测试精度为 97.1%, 分类数为 92 个, 当  $\alpha_{ij}$  为 0.2 时, 算法测试精度为 100%, 分类数为 114 个.

## 2.3 SIN 函数近似

为了测试 FTART 算法在连续函数近似方面的能力, 我们将一个 SIN 函数的 X, Y 值对作为网络的训练样本, 提供给网络进行学习, 函数的形式为  $Y = \sin(X)$ , X 值的间隔是 0.01, 从 0 到  $2\pi$ , 总共有 629 个样本, 在测试网络的训练结果时, 分别采用了不进行输出加权平均和输出加权平均的方法, 在每种方法中, 又分别采用了不同的训练精度, 所得到的结果如图 8、9 所示, 结果之间的比较如表 1 所示.

从以上结果可以看出, 当参数值选择得较小时, 采用输出加权平均与不采用输出加权平

均,对输入、输出值的分类精度都有不同程度的提高,第 2 层和第 3 层的神经元数量都较多,因此算法对输入以及输出的分类精度较高,从而提高了学习精度.当参数值增大后,2、3 层神经元的数量减少,学习精度降低.在相同参数值情况下,使用输出加权平均可以提高分类精度,特别是在原有精度较低时效果更为明显.同时我们也可以看出,在输出加权平均的基础上,当 2、3 层神经元的数量减少时,即训练参数取值较高时,学习精度降低的幅度比不采用输出加权平均时大大减小,降低幅度从 1.8% 降低为 0.6%.

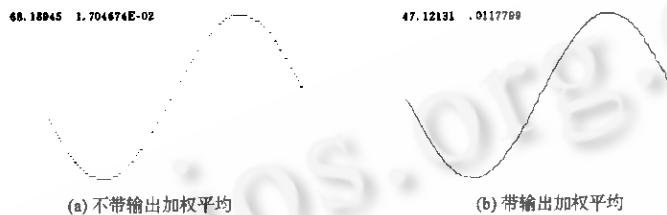


图 8 分类精度 0.5,55 个第 3 层结点

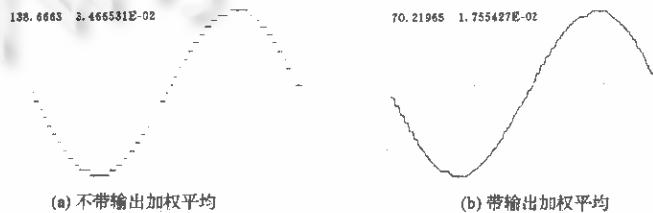


图 9 分类精度 0.7,23 个第 3 层结点

表 1 SIN 函数近似测试结果

	不带输出加权平均	带输出加权平均	
参数值	0.5	0.7	0.5
总误差	60.1	130.7	47.1
精确度	98.3%	96.5%	98.8%
分类数			98.2%
第 2 层	153	51	153
第 3 层	55	23	55
			23

因此,通过改进 FTART 算法的输出结点激活函数,采用输出加权平均的方法,可以大大降低在连续性函数近似时的误差,减少神经网络的分类数,提高归纳性.

### 3 结束语

在对 ART 理论、Field Theory、ARTMAP 算法等的研究基础上提出的 FTART 算法是一种有导师的、具有增量式学习能力的新的学习算法.它与其它算法的主要不同之处在于解决分类冲突的方法以及动态扩充分类的方法,鉴于这 2 点,FTART 算法的效率比其它算法有所提高,是一种较好的神经网络分类器算法.

## 参考文献

- 1 陈兆乾等. 一种新的自适应谐振算法 FTART. 软件学报, 1996, 7(8): 458~465.
- 2 Moore B. ART 1 and pattern clustering. In: Proc. 1988 Connectionist Models Summer School, 1989. 174~185.
- 3 Carpenter G A, Grossberg S, Reynolds J H. ARTMAP: Supervised real-time learning and classification of nonstationary data by a self-organizing neural network. Neural Networks, Tech. Rep. CAS/CNS-TR-91-001, Boston, MA: Boston University, 1991, 4: 565~588.
- 4 Carpenter G A, Grossberg S, Markzon N et al. Fuzzy ARTMAP: a neural network architecture for incremental supervised learning of analog multidimensional maps. IEEE Trans. on Neural Networks, 1992, 3(5): 698~713.
- 5 Wasserman P D. Advanced methods in neural computing. Chapter 2, 1993. 14~34.
- 6 Wilensky G. Analysis of neural network issues: scaling, enhanced nodal processing, comparison with standard classification. DARPA Neural Network Program Review, Oct. 29~30, 1990.
- 7 Lang K J, Witbrock M J. Learning to tell two spirals apart. In: Proc. 1988 Connectionist Models Summer School, 1989. 52~59.

## ANALYSIS AND IMPROVEMENT OF FTART ALGORITHM

CHEN Zhaoqian LI Hongbing ZHOU Rong CHEN Shifu

(Department of Computer Science Nanjing University Nanjing 210093)

**Abstract** FTART (field theory-based ART) algorithm combines the theory of ART (adaptive resonance theory), ARTMAP and field theory. It corrects the generated classification regarding the supposed distribution possibility of examples in the instance space. FTART employs a different conflict resolve process and dynamically expanding the classification area. By further studies, the paper improves the algorithm's ability of learning continuous function mappings. Some benchmark test results and the analysis are also given. They proved that FTART has good performance on pattern recognition and continuous function mapping.

**Key words** Neural network, ARTMAP algorithm, continuous function mapping.

**Class number** TP18