

# 构造性逻辑作为自然语言的模型增长理论\*

张彤 陆汝占

(上海交通大学计算机系 上海 200030)

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

**摘要** 理解自然语言的过程就是构造语义解释模型的过程. 本文用构造性逻辑作为模型增长理论, 给出了增量式构造语义解释模型的方法.

**关键词** 自然语言理解, 构造性逻辑, 模型增长.

当前自然语言研究领域的关键问题是研究自然语言的语义. 它包括自然语言的语义理解和自然语言的语义解释 2 个方面. 下面结合语义方程来说明.

$$\| \alpha \|^{M, \omega, g} = V$$

其中  $\alpha$  为语句  $S$  所对应的逻辑公式,  $M = \langle U, F \rangle$  为语义模型, 其中  $U$  为论域,  $F$  为解释函数,  $\omega$  为可能世界,  $g$  为赋值函数,  $V$  为语义值, 在 Tarski 语义中为真或假, 即  $V \in 2 = \{0, 1\}$ .

## (1) 自然语言语义解释

所谓自然语言语义解释是在已知语义模型  $M$  的前提下, 求一个语句或一段篇章的语义值.

设语句  $S$  可以翻译成逻辑公式  $\alpha$ , 则用上述语义方程表示语句  $S$  的语义解释如下

$$\| \alpha \|^{M, \omega, g} = V$$

其中语义模型  $M$  给定,  $V$  为方程中的变元, 其取值为真或假.

一段篇章是由语句组成的, 我们称它们为该篇章的分句. 一般说来, 一段篇章的语义解释是由其各分句的语义解释决定的. 一段篇章的语义值是该篇章中各分句的语义值的与. 设篇章  $C = S_1; S_2; \dots; S_n$ . 其中  $S_1, S_2, \dots, S_n$  为其各分句, 且分句  $S_1$  可以翻译成逻辑公式  $\alpha_1$ , 分句  $S_2$  可以翻译成逻辑公式  $\alpha_2, \dots$ , 分句  $S_n$  可以翻译成逻辑公式  $\alpha_n$ . 则

$$\begin{aligned} \| \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n \|^{M, \omega, g} &= \| \alpha_1 \|^{M, \omega, g} \wedge \| \alpha_2 \|^{M, \omega, g} \wedge \dots \wedge \| \alpha_n \|^{M, \omega, g} \\ &= V_1 \wedge V_2 \wedge \dots \wedge V_n = \bigwedge_{i=1}^n V_i \end{aligned}$$

关于这方面, Montague 语法是基于内涵逻辑的自然语言的形式语义理论<sup>[1]</sup>, 它为自然语言的语义研究奠定了严格的数学基础.

\* 本文研究得到国家自然科学基金和国家 863 高科技项目基金资助. 作者张彤, 1967 年生, 讲师, 主要研究领域为自然语言语义. 陆汝占, 1940 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为新型程序设计语言, 推理技术与定理证明, 汉语语义计算.

本文通讯联系人: 张彤, 上海 200030, 上海交通大学计算机系

本文 1996-02-05 收到修改稿

(2)自然语言语义理解

所谓自然语言语义理解是在肯定一个语句或一段篇章正确性的前提下,求该语句或篇章的语义模型.

设语句  $S$  可以翻译成逻辑公式  $\alpha$ , 则用上述语义方程表示语句  $S$  的语义解释如下

$$\| \alpha \|^{M,w,g} = 1$$

其中语义值  $V=1$  表示肯定语句  $S$  是正确的, 真的,  $M$  为方程中的变元, 它包括论域  $U$  和解释函数  $F$ , 论域  $U$  是语句  $S$  中出现的个体常元的集合, 解释函数  $F$  是语句  $S$  所陈述的基本事实的集合.

下面的问题是如何为一段篇章建立语义模型. 设篇章  $C=S_1; S_2; \dots; S_n$ , 且其各分句  $S_1, S_2, \dots, S_n$  分别可以翻译成逻辑公式  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ . 在阅读或扫描篇章  $C$  的过程中, 出现的个体常元和陈述的基本事实都是随着依次阅读或扫描篇章  $C$  中的各分句而不断累加的. 一般地, 可以假定在阅读或扫描篇章  $C$  之前的个体常元集合  $U_0$  和基本事实集合  $F_0$  都是空集. 即  $M_0 = \langle U_0, F_0 \rangle = \langle \emptyset, \emptyset \rangle$ . 在阅读或扫描篇章  $C$  的第 1 个分句  $S_1$  之后, 可以在模型  $M_0$  的基础上建立模型  $M_1 = \langle U_1, F_1 \rangle$ . 其中  $U_1$  为在语句  $S_1$  中出现的个体常元的集合,  $F_1$  是语句  $S_1$  所陈述的基本事实的集合, 这里  $M_0$  与  $M_1$  满足  $U_0 \subseteq U_1$  并且  $F_0 \subseteq F_1$ . 同理, 在以后的过程中, 随着阅读或扫描篇章  $C$  的各分句, 建立的模型是向上包含的. 即满足  $U_0 \subseteq U_1 \subseteq U_2 \subseteq \dots \subseteq U_n$ , 且  $F_0 \subseteq F_1 \subseteq F_2 \subseteq \dots \subseteq F_n$ . 模型  $M_n$  是在阅读或扫描篇章  $C$  的最后一个分句  $S_n$  之后建立的模型, 我们把它作为篇章  $C$  的模型.

篇章语义模型的这种向上包含的性质符合构造性逻辑的 Kripke 可能世界语义. 在这里我们把阅读或扫描篇章  $C$  的各分句后的状态作为 Kripke 语义中的可能世界, 由于阅读或扫描篇章  $C$  的过程是线性的, 因此这里的 Kripke 可能世界是线序的(图 1).

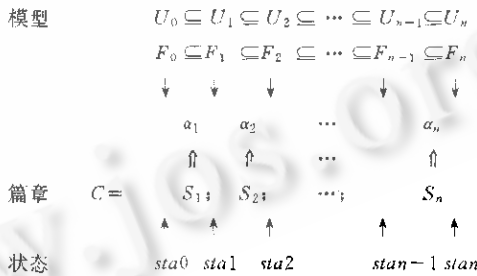


图 1

### 1 构造性逻辑

#### 1.1 语法(SYNTAX)

定义 1.1.1. 构造性逻辑的语言  $L$  与一阶谓词逻辑的相同, 它包括

- (1) 个体常元符号:  $c_1, c_2, \dots$
- (2) 个体变元符号:  $x_1, x_2, \dots$
- (3) 谓词符号:  $P_1, P_2, \dots$
- (4) 函数符号:  $f_1, f_2, \dots$
- (5) 逻辑联结词:  $\rightarrow, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

(6)量词:  $\forall, \exists$

这里我们仅考虑不含函数符号的语言.

定义 1.1.2. 构造性逻辑的公式归纳定义如下

- (1)若  $t_1, \dots, t_n$  是个体常元或个体变元,  $R$  是  $n$  元谓词, 则  $R(t_1, \dots, t_n)$  是公式, 称为原子公式;
- (2)若  $\Phi, \varphi$  是 2 个公式, 则  $\neg\Phi, \Phi \wedge \varphi, \Phi \vee \varphi, \Phi \rightarrow \varphi, \Phi \leftrightarrow \varphi$  是公式;
- (3)若  $\Phi(x)$  是公式,  $x$  是个体变元, 则  $\forall x\Phi(x), \exists x\Phi(x)$  是公式;
- (4)除上述定义的公式外没有其它是公式.

### 1.2 语义(SEMANTICS)

构造性逻辑(Constructive logic)有多种具有完备性的形式语义系统. 这里我们采用相对简单的 Kripke 可能世界语义, 这种语义可以作为自然语言的模型增长理论.

定义 1.2.1. Kripke model 是一个四元组  $\langle P, \leq, C(p), A(p) \rangle$ . 其中  $(P, \leq)$  是一个偏序集 poset, 集合  $P$  中的元素称为可能世界(Possible Worlds)或知识状态(States of Knowledge). 对于每一个  $p \in P$ , 有非空的个体常元集合  $C(p)$  和(可能空的)原子公式集合  $A(p)$ , 并且对于任何  $p, q \in P, p \leq q$ , 有  $C(p) \subseteq C(q)$  和  $A(p) \subseteq A(q)$ .

定义 1.2.2. 构造性逻辑的语义解释. 符号  $\Vdash$  表示一个二元关系.  $\langle p, \Phi \rangle \in \Vdash$ , 其中  $p \in P, \Phi$  是  $C(p)$  上的闭公式, 表示在知识状态  $p$  中, 公式  $\Phi$  为真. 通常写作  $p \Vdash \Phi$ . 我们通过归纳于公式  $\Phi$  的结构定义关系  $\Vdash$  如下

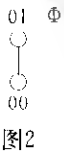
- (1)  $p \Vdash S, S$  是原子公式, iff  $S$  属于集合  $A(p)$ .
- (2)  $p \Vdash \neg A$  iff 对于所有的  $q \geq p$ , 都有  $q \Vdash A$  不成立.
- (3)  $p \Vdash A \wedge B$  iff  $p \Vdash A$  成立并且  $p \Vdash B$  成立.
- (4)  $p \Vdash A \vee B$  iff  $p \Vdash A$  成立或者  $p \Vdash B$  成立.
- (5)  $p \Vdash A \rightarrow B$  iff 对于所有的  $q \geq p$ , 如果有  $q \Vdash A$  成立, 则有  $q \Vdash B$  成立.
- (6)  $p \Vdash \forall x A(x)$  iff 对于所有的  $q \geq p$  和所有  $C(q)$  中的常元  $c, q \Vdash A(c)$  成立.
- (7)  $p \Vdash \exists x A(x)$  iff 存在  $C(p)$  中的一个常元  $c, p \Vdash A(c)$  成立.

下面作为一个例子, 我们证明排中律不是构造性逻辑的永真公式.

例 1.2.1:  $\Phi \vee \neg\Phi$  在构造性逻辑中不是永真公式.

证明: 在图 2 中有 2 个知识状态, 00 和 01, 其关系是  $00 \leq 01$ .

$$A(00) = \emptyset, A(01) = \{\Phi\}.$$



我们证明  $00 \not\Vdash \Phi \vee \neg\Phi$  不成立.

根据定义 1.2.2(4), 如果有  $00 \Vdash \Phi \vee \neg\Phi$  成立, 当且仅当  $00 \Vdash \Phi$  成立或者  $00 \Vdash \neg\Phi$  成立.

由定义 1.2.2(1)和  $A(00) = \emptyset, 00 \not\Vdash \Phi$  不成立, 若  $00 \Vdash \neg\Phi$  成立, 由定义 1.2.2(2)当且仅当  $00 \Vdash \Phi$  不成立并且  $01 \Vdash \Phi$  不成立. 但是由于  $\Phi \in A(01)$ , 即  $01 \Vdash \Phi$  成立, 矛盾.  $01 \Vdash \Phi$  亦不成立. 所以  $00 \not\Vdash \Phi \vee \neg\Phi$  不成立.  $\square$

### 1.3 完备性(COMPLETENESS)

Kripke 证明了上面定义的构造性逻辑的完备性: 在所有 Kripke model 中都为真的公式是构造性逻辑的定理. 具体证明见文献[2,3].

## 2 模型增长

### 2.1 2 种可能世界

在语义方程  $\| \alpha \|^{M,w,s} = 1$  中的可能世界  $w (w \in W)$  是语句  $S$  所处的状态参数,如时间、空间等,<sup>[1]</sup>它不是 Kripke 语义中的可能世界(知识状态). Kripke 语义中的可能世界是依次阅读或扫描篇章  $C$  的各分句后的状态(图 1),是随着阅读或扫描篇章  $C$  的各分句而呈线性增长的,是线序的.

### 2.2 模型增长

一段篇章  $C = S_1; S_2; \dots; S_n$  语义模型的增长是随着阅读或扫描篇章  $C$  的各分句不断进行的. 根据构造性逻辑的 Kripke 语义,对于每个可能世界  $p \in P$ , Kripke model 中的个体常元集合  $C(p)$  就是可能世界  $p$  中的语义模型  $M_p = \langle U_p, F_p \rangle$  的论域  $U_p$ ,它是随着阅读或扫描篇章  $C$  的各分句而向上包含的. 对于每个可能世界  $p \in P$ , Kripke model 中的原子公式集合  $A(p)$  就是可能世界  $p$  中的语义模型  $M_p = \langle U_p, F_p \rangle$  的赋值函数  $F_p$ ,对于任一  $n$  元谓词  $R^n (n$  元关系),  $F_p(R^n)$  在某个可能世界  $w (w \in W)$  中为一个  $n$  元序偶的集合,即  $F_p(R^n)(w) \subseteq U_p^n$ .

$(U_p^n = \underbrace{U_p \times \dots \times U_p}_n)$  它亦是随着阅读或扫描篇章  $C$  的各分句而向上包含的.

综上所述,模型的增长包括论域的增长和赋值函数的增长 2 个部分,论域增长则赋值函数一定增长,下面结合一例说明.

#### 例 2.2.1:模型的增长.

设篇章  $C = S_1; \dots; S_{m-1}; S_m; S_{m+1}; \dots; S_n$ . 对应于各分句尾的知识状态分别为  $q_0, q_1, \dots, q_{m-1}, q_m, q_{m+1}, \dots, q_n$  (其中  $q_0$  为对应于篇章  $C$  的头的知识状态). 则 Kripke model 的可能世界(知识状态)集合为  $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{m-1}, q_m, q_{m+1}, \dots, q_n\}$ , 并且有线序关系  $\leq; q_0 \leq q_1 \leq \dots \leq q_{m-1} \leq q_m \leq q_{m+1} \leq \dots \leq q_n$ . 设当前阅读或扫描篇章  $C$  的状态为  $q_{m-1}$ , 语义模型  $M_{q_{m-1}} = \langle U_{q_{m-1}}, W, T, <, F_{q_{m-1}} \rangle$ , 其中

$$U_{q_{m-1}} = \{a, b\},$$

$$W = \{w_1, w_2\},$$

$$T = \{t_1, t_2, t_3\},$$

$$< = \{ \langle t_1, t_2 \rangle, \langle t_2, t_3 \rangle, \langle t_1, t_3 \rangle \},$$

$$F_{q_{m-1}}:$$

$j$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$m$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$w$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$l$	$t_1$	$t_2$	$t_3$
$w_1$	$a$	$a$	$a$	$w_1$	$b$	$b$	$b$	$w_1$	$\{a, b\}$	$\{a\}$	$\{\}$	$w_1$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
$w_2$	$a$	$a$	$a$	$w_2$	$b$	$b$	$b$	$w_2$	$\{\}$	$\{b\}$	$\{\}$	$w_2$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

$$S_m = John\ walks.$$

假设可能世界为  $\langle w_2, t_2 \rangle$ . “ $W \Rightarrow \alpha$ ”表示“ $W$  翻译为公式  $\alpha$ ”. “ $F_1 \Rightarrow F_2$ ”表示“ $F_1$  化简为  $F_2$ ”.

那么  $John \Rightarrow \lambda P [P \{j\}]$ ,  $walk \Rightarrow w$ ,  $John\ walks \Rightarrow \lambda P [P \{j\}] (\wedge w) = \wedge w \{j\} = \vee \wedge w (j) = w(j)$ .

$q_m \Vdash w(j)$  iff  $w(j) \in A(q_m)$  iff  $\|w(j)\|^{M_{q_m}, w_2, t_2, g} = 1$  iff

$\|j\|^{M_{q_m}, w_2, t_2, g} \in \|w\|^{M_{q_m}, w_2, t_2, g}$

因为  $F_{q_{m-1}}(j)(\langle w_2, t_2 \rangle) = a \in \{a, b\} = A(q_{m-1})$ , 所以  $A(q_m) = A(q_{m-1})$ .

但是  $F_{q_{m-1}}(j)(\langle w_2, t_2 \rangle) = a \notin \{b\} = F_{q_{m-1}}(w)(\langle w_2, t_2 \rangle)$ ,

因此  $F_{q_m}(w)(\langle w_2, t_2 \rangle) = F_{q_{m-1}}(w)(\langle w_2, t_2 \rangle) \cup \{F_{q_{m-1}}(j)(\langle w_2, t_2 \rangle)\} = \{b\} \cup \{a\} = \{b, a\}$

这时阅读或扫描篇章  $C$  的状态变为  $q_m, M_{q_m} = \langle U_{q_m}, W, T, <, F_{q_m} \rangle$ .

$S_{m+1} = \text{Hans talks. Hans} \Rightarrow \lambda P[P\{h\}], \text{talk} \Rightarrow t, \text{Hans talks} \Rightarrow \lambda P[P\{h\}](\wedge t) = \wedge t\{h\} = \vee \wedge t(h) = t(h)$ .

$q_{m+1} \Vdash t(h)$  iff  $t(h) \in A(q_{m+1})$  iff  $\|t(h)\|^{M_{q_{m+1}}, w_2, t_2, g} = 1$  iff

$\|h\|^{M_{q_{m+1}}, w_2, t_2, g} \in \|t\|^{M_{q_{m+1}}, w_2, t_2, g}$

因为  $F_{q_m}(h)(\langle w_2, t_2 \rangle)$  不存在, 所以首先要增加一个个体常元  $c, c \in \{a, b\} = U_{q_m}$ , 到  $U_{q_m}$  中得到  $U_{q_{m+1}} = \{a, b, c\}$ . 然后相应地建立赋值函数  $F_{q_{m+1}}(h)$ , 并且使  $F_{q_{m+1}}(h)(\langle w_2, t_2 \rangle) = c$ . 即增加对  $h$  的赋值函数

$h$	$t_1$	$t_2$	$t_3$
$w_1$	-	-	-
$w_2$	-	$c$	-

到  $F_{q_m} (= F_{q_{m-1}})$  中得到  $F_{q_{m+1}}$ .

并且因为  $F_{q_{m+1}}(h)(\langle w_2, t_2 \rangle) = c \in \emptyset = F_{q_m}(t)(\langle w_2, t_2 \rangle)$ ,

因此  $F_{q_{m+1}}(h)(\langle w_2, t_2 \rangle) = F_{q_m}(t)(\langle w_2, t_2 \rangle) \cup \{F_{q_{m+1}}(h)(\langle w_2, t_2 \rangle)\} = \emptyset \cup \{c\} = \{c\}$ .

这时阅读或扫描篇章  $C$  的状态变为  $q_{m+1}, M_{q_{m+1}} = \langle U_{q_{m+1}}, W, T, <, F_{q_{m+1}} \rangle$ .

可以看出, 这样构造的模型是向上包含的, 即

$$A(q_{m-1}) \subseteq A(q_m) \subseteq A(q_{m+1}),$$

$$F_{q_{m-1}}(j)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_m}(j)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_{m+1}}(j)(\langle w_2, t_2 \rangle),$$

$$F_{q_{m-1}}(m)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_m}(m)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_{m+1}}(m)(\langle w_2, t_2 \rangle),$$

$$F_{q_{m-1}}(w)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_m}(w)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_{m+1}}(w)(\langle w_2, t_2 \rangle),$$

$$F_{q_{m-1}}(t)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_m}(t)(\langle w_2, t_2 \rangle) \subseteq F_{q_{m+1}}(t)(\langle w_2, t_2 \rangle).$$

我们可以用图 3 来描述上例的模型增长过程.

### 3 总 结

在模型增长过程中要保持模型的相容性和最小性. 一般地, 如果一段篇章所叙述的内容不是自相矛盾的, 那么用上述方法构造的模型是相容的. 在模型增长过程中, 所增加的个体常元和基本事实都是必要的和有限的, 因此模型的最小性亦能得到保证.

### 参考文献

- 1 Dowty D R. Introduction to montague semantics. Reidel D, 1981.
- 2 Dalen D V. Logic and structure. Second ed. Springer-Verlag, 1990.
- 3 Nerode A. Some lectures on intuitionistic logic. In: Logic and Computer Science, LNM 1429. Springer-Verlag, 1988.

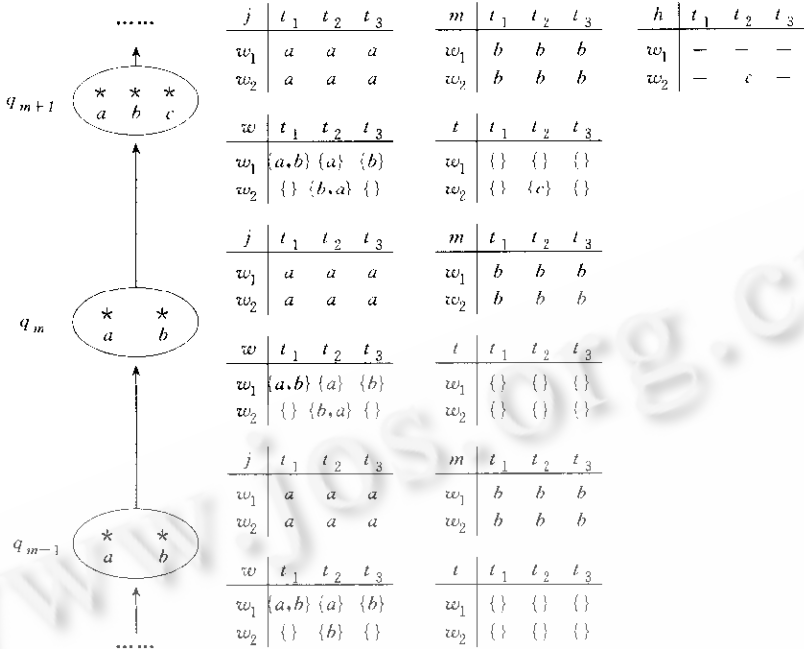


图3

4 Cresswell MJ. Entities and indices. Kluwer Academic Publishers. 1990.

## CONSTRUCTIVE LOGIC AS THE THEORY OF MODEL AUGMENTATION OF NATURAL LANGUAGE

ZHANG Tong LU Ruzhan

(Department of Computer Science Shanghai Jiaotong University Shanghai 200030)

(National Key Laboratory of Computer Software New Technology Nanjing University Nanjing 210093)

**Abstract** The process of understanding natural language is the process of model construction. This paper employs constructive logic as the theory of model augmentation of natural language, presents the method of incremental model construction.

**Key words** Understanding of natural language, constructive logic, model augmentation.