第8卷第3期 软 件 学 报 Vol. 8, No. 3
1997年3月 JOURNAL OF SOFTWARE Mar. 1997

基于广义逆的指数型联想存储器模型*

陈松灿 高 航 朱梧槚

(南京航空航天大学计算机系 南京 210016)

摘要 基于Kohonen的广义逆联想存储模型GIAM(generalized inverse associative memory)和Murakami的最小平方联想存储LSAM(least squares associative memory)原理,本文提出了一个指数型联想存储器.该模型的存储性能经计算机模拟证实,远远优于GIAM和LSAM,通过适当地调节参数,几乎可达到完全的联想.对输入噪声方差,无需先验假设,同时还实现了一定程度的非线性映射特性.

关键词 联想存储,神经网络,广义逆,指数,最小平方联想,非线性映射.

联想存储器是一类被广泛研究的智能存储模型.人们试图建立这些模型来实现对人脑联想记忆的部分功能.Kohonen[1]提出了一个广义逆联想存储模型,它在无噪情形下能获得最优的联想性能且结构简单,但对噪声极为敏感.文献[2]给出了成功的修正,引入了一个最小平方联想存储模型,该模型通过带噪输入数据优化存储性能,从而获得了具有抗噪能力强且性能优于Kohonen模型的联想存储器.但它的一个不足是噪声方差必须先验给定,这一般不符合实际问题.此外,这类联想存储器均属于一类线性型的,缺乏非线性映射能力.我们[3]借助Pao[4]的函数扩展思想,提出了一个改进的最小平方函数链联想存储器.尽管此改进模型具有了一定的非线性映射能力,但扩展的项数及方式是预先给定的.鉴于此,本文将通过分析广义逆联想规则导出指数型联想规则,从而获得性能优越的指数型联想存储器(GIeAM).

1 广义逆式指数型联想存储器

GIeAM的导出来自如下的一点启发,现设有K个输入输出训练数据对(x_i,y_i),其中$x_i\in[-1,1]^n$,$y_i\in\{-1,1\}^m$,$i=1,2,\cdots,K$.现要求设计出一个2层的(一层输入,一层输出)联想存储器,使得当输入为x_i时,能完全地联想出y_i,$i=1,2,\cdots,K$.即设计出一个输入、输出间的联想连接权阵M,满足

$$y_i = Mx_i \qquad i=1,2,\cdots,K. \tag{1}$$

---

* 本文研究得到国家基础研究"攀登计划"和江苏省自然科学基金资助.作者陈松灿,1962年生,副教授,主要研究领域为神经网络,联想存储,模式识别,人工智能.高航,1964年生,讲师,主要研究领域为模式识别,多媒体技术,神经网络.朱梧槚,1935年生,教授,主要研究领域为数理逻辑,数学基础,计算机科学理论.

本文通讯联系人:陈松灿,南京210016,南京航空航天大学计算机系

本文1996-03-25收到修改稿

记 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_K)$，$Y=(y_1,y_2,\cdots,y_K)$. 则(1)式可缩写为

$$Y = MX \tag{2}$$

满足(2)式的 M 即为 Kohonen 模型的最优连接权阵. 由 Moore-Penrose 广义逆定义得

$$M = YX^{+} = YX^{T}(XX^{T})^{+} \tag{3}$$

其中“＋”,“T”分别表示广义逆和转置.

尽管已有人证明了 Kohonen 模型的联想性能优于以相关阵编码的联想存储模型，但它对噪声的敏感性在输入或输出维数与训练数 K 相当时，简直无法接受. 于是设计出了用噪声输入去训练 Kohonen 模型的最小平方联想存储器 LSAM，它一方面提高了原有模型的联想存储性能，另一方面大大降低了对噪声的敏感性. LSAM 的联想存储阵为

$$M_{MU} = YX^{T}(XX^{T} + K\sigma^2 I_n)^{+} \tag{4}$$

其中 σ^2 为输入列向量分量的方差，它是先验给定的，I_n 为 $n\times n$ 阶单位阵.

显而易见 Kohonen 模型与 LSAM 均为线性模型，自然实现不了非线性映射. 我们在文献[3]中通过扩展输入向量实现了 LSAM 的非线性映射特性. 但扩展项数及方式是预定的，因此不符合实际. 由上分析，我们在下面建立一个所谓的 GIeAM.

设任意输入 $x\in[-1,1]^n$，相应的输出为 $y\in\{-1,1\}^m$. 则通过(3)式我们来建立如下的 x，y 间的关系或联想规则

$$y = Sgn(Mx) = Sgn(YX^{+}x) = Sgn(\sum_{i=1}^{K} y_i x_i^{T}(XX^{T})x) \tag{5}$$

其中 Sgn 为符号函数，即

$$Sgn(x) = \begin{cases} 1 & 若\ x \geqslant 0 \\ -1 & 若\ x < 0 \end{cases} \tag{6}$$

而由(4)式建立的联想规则是

$$y_{MU} = Sgn(M_{MU}x) = Sgn(\sum_{i=1}^{K} y_i x_i^{T}(XX^{T} + K\sigma^2 I_n)^{+} x) \tag{7}$$

从而引出如下的指数型联想规则

$$y_{exp} = Sgn(\sum_{i=1}^{K} y_i b^{x_i^{T}(XX^{T}+K\sigma^2 I_n)^{+}x}) \tag{8}$$

当 $\sigma^2=0$，即无噪时

$$y_{exp} = Sgn(\sum_{i=1}^{K} y_i b^{x_i^{T}(XX^{T})^{+}x}) \tag{9}$$

其中 $b\gg 1$ 为可调参数.

显然，这里的输入、输出关系是非线性的. 并且易于说明，对于 XOR 等奇偶校验问题能由(9)式获得完全的联想. 下节给出一般情形的模拟结果.

2　计算机模拟

模拟环境如下：x_i 为 30 维输入矢量，其分量从[−1,1]中随机产生，相应的 y_i 为 30 维输出矢量，其分量从{−1,1}中随机产生，附加于 x_i 上的噪声矢量 n_i，其分量产生于[−0.3,0.3]中，则 $\sigma^2=0.03$. 我们分别用(7)～(9)式作比较. 输入训练数 $K=10,20,30,40,50,60$. 其结果示于表 1 中.

表1 取指数底数 $b=8\ 000.0$

CAN \ K / Model	10	20	30	40	50	60
LSAM(7)式	10	18	12	4	1	0
GIeAM(8)式	10	20	29	38	50	56
GIeAM(9)式	10	20	21	38	50	56

K:训练对数; CAN:正确联想数; Model:模型.

由模拟看出,指数型联想存储性能大大优于由(7)式实现的LSAM,GIeAM(8)式的联想性能几乎可达到完全的联想.模拟中 b 选为8 000.因为它是指数底数,可能造成溢出.但由于 x_i 的取值及在我们所有的模拟中发现,b 的幂次始终在(-1,1)之间,从而使得我们的模拟可以取较大的 b 值.下面对 b 的幂次的动态范围的分析,仅仅给出一个理论上的上界,但因 X 的随机性,无法给出确定的值.

由(8)式及矩阵和向量范数($\|\cdot\|$)定义知

$$\begin{aligned}\| x_i^T(XX^T+K\sigma^2 I_n)^+ x\| &\leqslant \|x_i\|\,\|(XX^T+K\sigma^2 I_n)^+\|\,\|x\| \\ &\leqslant \|XX^T+K\sigma^2 I_n)^+\|\end{aligned} \tag{10}$$

为估计(10)式,我们借助 X 的奇异值分解,设 X 的分解为

$$X=\sum_{i=1}^{l}\lambda_i^{\frac{1}{2}}p_i q_i^T \tag{11}$$

其中 l 为 X 的秩,λ 为 X 的奇异值,且 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_p>0$,$p_i$,$q_i$ 分别为 n 维和 K 维单位正交列向量,$i=1,2,\cdots,l$,则

$$(XX^T+K\sigma^2 I_n)^+=\sum_{i=1}^{l}(\lambda_i+K\sigma^2)^{-1}p_i p_i^T+\sum_{i=l+1}^{n}(K\sigma^2)^{-1}p_i p_i^T \tag{12}$$

上式中 $p_{l+1},\cdots,p_n$ 为 $p_1,\cdots,p_l$ 的正交补基.故(10)式为

$$\begin{aligned}\|(XX^T+K\sigma^2 I_n)^+\| &= \sum_{i=1}^{l}(\lambda_i+K\sigma^2)^{-1}+(n-1)(K\sigma^2)^{-1} \\ &= \begin{cases}\sum_{i=1}^{l}\lambda_i^{-1} & 若\ \sigma^2=0 \\ \sum_{i=1}^{l}(\lambda_i+K\sigma^2)^{-1}+(n-1)(K\sigma^2)^{-1} & 若\ \sigma^2\neq 0\end{cases}\end{aligned} \tag{13}$$

显然,上式是 λ_i 和 K 的单调下降函数.但因 X 的随机性,无法确知(13)式的大致范围.

表2给出的是GIeAM模型随 b 的变化所获得的联想结果.

表2 $K=60,n=m=30$

CAN \ b / Model	60	160	1 000	2 000	8 000
GIeAM $\frac{(8)式}{\sigma^2\neq 0}$	0	18	48	50	55
GIeAM $\frac{(9)式}{\sigma^2=0}$	4	20	51	53	56

表2表明用带噪模式分别去联想,在 $\sigma^2=0$ 与 $\sigma^2\neq 0$ 情形下几乎一样好.从而我们不必去用(8)式的联想规则,只用(9)式即可.因此对 σ^2 的先验假定可部分地得以避免.

3 结束语

本文基于GI原理提出了一个指数型联想存储器，从而推广了此类联想存储模型，在性能上得到了极大的提高. 在适当选取 b 的情形下，所提模型及它所具有的某种非线性特性提供了一定的数值逼近能力，但该模型的理论分析由于 $(XX^T)^+$ 的随机性而较难作出，有待以后解决.

参考文献

1 Kohonen T, Ruhonen M. Representation of associated data by matrix operator. IEEE Trans. Comput, 1993, **C-22**: 701～702.

2 Murakami K, Aibara T. Least squares associative memory and a theoretical comparison of its performance. IEEE Trans. System, Man and Cybern. 1989, **19**(**5**): 1230～1235.

3 陈松灿. 最小平方函数链联想存储器. 软件学报, 1996, **7**(**1**): 31～35.

4 Pao Y H. Adaptive pattern recognition and neural networks. Reading, MA: Addision Wesly Press, 1989.

EXPONENTIAL ASSOCIATIVE MEMORY MODEL BASED ON GENERALIZED INVERSE

CHEN Songcan　GAO Hang　ZHU Wujia

(*Department of Computer Science　Nanjing University of Aeronautics and Astronautics　Nanjing*　210016)

Abstract　Based on Kohonen's GIAM (generalized inverse associative memory) and Murakami's LSAM (least squares associative memory) principles, an exponential associative memory is presented in this paper. The computer simulations have shown that the associative performance of the proposed model is superior to those of GIAM and LSAM, and its recall for stored data is almost perfect only via adjusting its parameter. The model does not require a prior assumption to noise variances and realizes nonlinear mapping between inputs and outputs to some extent.

Key words　Associative memory, neural networks, generalized inverse, exponents, lease squares association, nonlinear mapping.