

# 一种石纹纸染艺术图案仿真技术<sup>\*</sup>

刘世光<sup>+</sup>, 陈迪

(天津大学 计算机科学与技术学院, 天津 300072)

## Simulation Technique for Marbled Paper Patterns

LIU Shi-Guang<sup>+</sup>, CHEN Di

(School of Computer Science and Technology, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

+ Corresponding author: E-mail: lsg@tju.edu.cn

Liu SG, Chen D. Simulation technique for marbled paper patterns. *Journal of Software*, 2012, 23(Suppl. (2)): 1-7 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/12019.htm>

**Abstract:** The simulation of paper marbling through computers can help designers create unique, novel, and artistic paper marbling image patterns, which is important for the protection, record, and inheritance of this kind of ancient art. However, related techniques have not been researched intensively. In this paper, a new paper marbling method based on the techniques of fluid dynamics vector graphics is proposed. The method is fast and stable, and achieves clear silhouettes of the pattern boundaries. First, a semi-Lagrange method to solve the fluid equation and obtain the velocities of two-dimensional incompressible fluid field is used. Considering vector graphics has the advantage that can not be affected by the resolution, the study tracks the movement of the fluid boundary to generate the outline of the marbling image. Then, the paper renders the outline by the stencil method and exports the shape as the Scalable Vector Graphics (SVG) image. Moreover, the above method is extended for simulation of paper marbling generated with multiple dyes, which can generate more colorful marbling patterns. In addition, the study combines the method with the mathematical transform method to simulate marbling shapes with special patterns.

**Key words:** paper marbling; computer simulation; vector graphics; fluid dynamics; dye mixing

**摘要:** 石纹纸染计算机仿真技术可以帮助设计者创作独特、新奇、具有艺术效果的石纹纸染艺术作品,对于这种古老艺术形式的保护、记录与传承具有十分重要的意义。但是,这方面的研究还不多见。基于流体力学和向量图表达技术,并结合曲线的数学公式变换性质,提出一种石纹纸染艺术图案生成方法。该方法快速、稳定,能够生成清晰的图形轮廓。首先,采用半拉格朗日方法求解流体方程,模拟二维不可压缩流体的速度。考虑到向量图具有不受分辨率影响的特性,选择跟踪流体边界结点的运动趋势,生成流体的轮廓。再采用模板缓存的方法填充流体轮廓,并以 SVG 格式输出绘制结果。考虑到多种流体混合时的交互作用,推广上述方法用于仿真多种颜料混合作用产生的石纹纸染图案。此外,结合数学公式变换方法,可以绘制得到具有花型或特殊特征等具有艺术效果的石纹纸染图案。

**关键词:** 石纹纸染;计算机仿真;流体力学;矢量图;颜料混合

\* 基金项目: 国家自然科学基金(61170118, 60803047); 国家重点实验室开放基金(A1210)

收稿时间: 2012-05-30; 定稿时间: 2012-09-29

石纹纸染(paper marbling)是一种古老的阿拉伯国家最早发明的纸艺形式.它是一种在水表面设计图形的方法,起源于土耳其,通过丝绸之路传到了波斯、印度等国,并于 16 世纪传入欧洲,广泛地应用于纸张加工、绘画等领域.这种纸艺技术主要是在水或粘稠液体表面操作流动的颜料来形成各种样式,如可以产生光滑的类似石纹等形式的精美图案,并将图案转移到纸张或织物的表面.近年来,人们用这些石纹纸张来装饰书籍、图片背景、贴图等.

由于传统的石纹纸染技术要求在操作的整个过程中不能有一丝差错,一旦有所失误,不但要重新开始,而且会浪费大量的颜料.通过计算机实现纸艺技术可以帮助设计者更好的进行作品创作,对于这种古老艺术形式的保护、记录与传承具有十分重要的意义.

本文基于流体力学和向量图表达技术,并结合曲线的数学公式变换性质,提出一种新的石纹纸染艺术图案生成方法.该方法快速、稳定,可以生成多种多样石纹纸染艺术图案.

迄今为止,石纹纸染技术的模拟方法主要有包括基于物理的二维流体模型的方法和基于坐标变换数学函数的方法.文献[2]运用流体动力学原理来模拟流体运动实现了绘制类似石纹的杂乱无章的图形的功能,但这种方法在绘制开始前需要初始化所有的运动路径,难以做到实时绘制.文献[3,8]提出了一种基于图形硬件的石纹纸染绘制技术.该方法生成的图形边界较为模糊.文献[4,5]均提出了可以生成清晰图案边界的石纹纸染仿真方法.前者通过在欧拉网格上使用 B 样条曲线插值来生成清晰边界,而后者采用向量图的方式来绘制流体,根据局部边界的弯曲度和速度的湍流度来控制边界.然而,这两种方法难以产生具有规则特征的石纹纸染纹理效果.文献[6]扩展了文献[4]中的方法,通过结合 CIP(constrained interpolation profile)插值方法和 MacCormack 方法来求解速度场和流体密度场的方程,从而获得清晰的流体边界.该方法通过流体密度场来渲染流体,但随着网格精度的提高,其计算量会大大增加.当模拟多种颜料混合时,需要为每种颜料设置一个密度场,其计算量也会增大.文献[7]通过数学表示方法,即通过一些图形的坐标变换函数来绘制一些具有特定特征的图形.该方法可以生成规则的石纹纸染图案,但是难以反映颜料的流动特性.

综上所述,基于物理的方法可以生成逼真的石纹纸染艺术图案,采用网格密度场绘制多种颜料时,随着网格精度的提高其计算量十分庞大,基于图形的坐标变换数学函数的方法可以生成多种多样具有规则形状和模式的艺术图案,却不能较好地反映颜料的流动特性.针对上述问题,本文基于物理的二维流体模型的方法,结合向量图表达技术可以生成高分辨率、具有清晰边界方法的优点,提出了一种快速、稳定的可以生成清晰图形轮廓的石纹纸染仿真技术.该方法可以处理多种颜料的混合,并能根据需要生成具有规则特征风格的艺术图案.

## 1 石纹纸染仿真算法

### 1.1 速度场的构建

为了模拟石纹纸染中颜料的流动过程,需要描述任意给定时刻对流体的状态.其中,最重要的是流体的速度场构建,因为它不仅决定了流体本身的移动规则,同时也影响着周围相邻流体的运动.Navier-Stokes 方程组(NS 方程组)可以较好地描述流体内部速度和压力的变化及其关系,本文采用它计算颜料的运动,如下所示:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -(u \cdot \nabla)u - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + f \quad (2)$$

其中, $u$  是流体速度, $\rho$ 表示流体密度, $p$  是压强, $f$  和  $\nu$  分别是外力和粘性系数.本文采用 Stam<sup>[1]</sup>提出的稳定而快速的半拉格朗日方法求解上述方程组.

### 1.2 流体边界追踪及优化

矢量图是采用数学方法描述的图,任意放大或缩小图形时都不会影响其清晰度.考虑到矢量图的上述特性,本文采用矢量图方法表示流体边界,进而对边界所包围的区域进行填充.

首先,初始化流体运动扩散的轮廓边界.在石纹纸染制作中,颜料以接近圆形的形状滴到液体表面.我们选

取初始实心圆区域边界上的一些离散点作为该流体的初始的边界结点(如图 1 所示).当添加外力后,再跟踪颜料边界随速度场变化的运动情况.

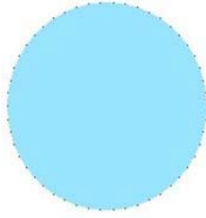


Fig.1 The initialization of boundary nodes

图 1 边界结点初始化

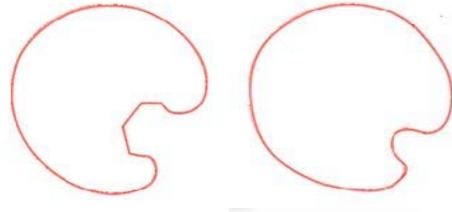


Fig.2 The pigment's contour

图 2 颜料的轮廓边界

本文采用双线性插值方法计算边界结点  $i$  的速度  $u(p_i)$ ,经化简得计算边界结点  $i$  处的速度  $u(p_i)$ (公式(3)).然后,由速度场的变化得到边界结点  $i$  在下一时刻的新位置  $p_{i+1}$ (公式(4)).

$$u(p_i) = t_2(s_2 * u_{i,j} + s_1 * u_{i,j+1}) + t_1(s_2 * u_{i+1,j} + s_1 * u_{i+1,j+1}) \quad (3)$$

$$p_{i+1} = p_i + u(p_i) \cdot \Delta t \quad (4)$$

其中,  $u_{i,j}$  为结点  $i$  所在速度场网格  $(i,j)$  中心的速度,  $s_1, s_2, t_1$  和  $t_2$  分别结点  $i$  的位置与速度场网格  $(i,j)$ 、 $(i,j+1)$ 、 $(i+1,j)$  和  $(i+1,j+1)$  的距离.

但是,仅跟踪初始化的边界结点不能很好的描述流体轮廓.我们通过添加新边界结点优化上述计算,从而生成逼真的流体边界.图 2 中左图表示仅通过跟踪初始化的边界结点得到的图形,可以看出流体边界比较粗糙,而右图表示在流体运动过程中添加了新的跟踪边界结点后产生的图形,它较好的保持了边界的平滑性.

本文通过控制结点距离阈值  $d$  来控制边界结点的增减,遵循的基本原则是确保两相邻结点间的距离在  $d$  与  $d/2$  之间<sup>[5]</sup>.为了减少计算量,并得到平滑、逼真的流体边界,基于局部边界的弯曲程度来调节距离阈值  $d$ ,即在轮廓比较平滑的地方减少一些结点,而在边界比较弯曲的地方增加较多的结点.边界结点  $i$  处的距离阈值  $d_i$  的计算公式为

$$d_i = d_{\max} c_i^{curvature} \quad (5)$$

其中,  $d_{\max}$  表示流体边界相邻结点间的最大距离.  $c_i^{curvature}$  为结点  $i$  处的曲率.

### 1.3 边界绘制与图形输出

在任意时刻获得边界结点的位置信息后可以连接边界结点生成多边形,接下来需要填充多边形生成具有艺术风格的图案(如图 3 所示).

本文基于 OpenGL 采用模板缓存的模板测试方法填充流体轮廓,得到实心的流体图案.模板缓存的主要用途是将绘图范围限制在屏幕的特定区域内.采用模板缓存的模板测试方法填充流体轮廓内部区域.只需以任意一点为三角形的一个顶点依次绘制三角形,那些被奇数个三角形所覆盖的区域即为所需填充的区域(如图 4 所示).因此,本文采取模板缓存的方法可以快速地实现流体轮廓的内部填充.



(a) 原图像



(b) 采用位图方法对(a)中方框区域的放大结果



(c) 采用本文方法对(a)中方框区域的放大结果

Fig.3 The comparison between bitmap and vector diagram

图 3 位图与矢量图输出结果比较

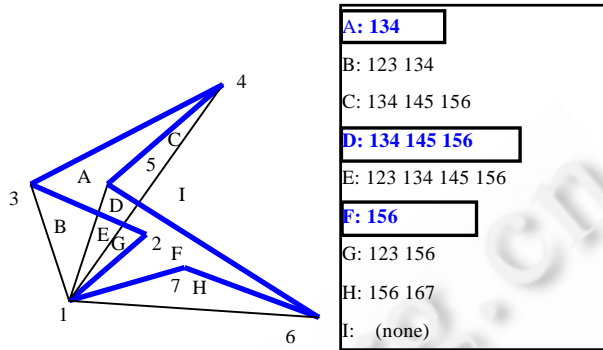


Fig.4 Filling the internal polygon area

图 4 多边形内部区域填充

基于矢量图任意放大或缩小时都不会影响图的清晰度的特性,根据 SVG 开放标准,采用 SVG 格式输出图形.如图 3 所示,该方法可以较好的避免失真和走样现象,从而保持图形轮廓清晰的特征.

## 2 算法扩展

### 2.1 单一颜料到多种颜料的扩展

为了得到内容丰富的石纹纸染图案,仅通过单一颜料的绘制时不够的,因此我们将上述方法扩展到多种颜料的模拟.为了生成较为真实的石纹纸染图案,需要考虑不同颜料的粘性特征,使其运动符合颜料的扩散规律.

观察到不同颜料流体的固有属性,本文对每种颜料添加粘性系数.由于人们的视觉对到轮廓边界附近不同流体间相互作用所产生的影响较为敏感,可以通过对流体轮廓的初始边界结点添加向外部周围扩散的速度  $v$ (如图 5 所示)实现新流体的添加,速度  $v$  的取值受流体的固有粘性系数值  $visc$  的影响,即:

$$v(i) = (1 - visc) * V \tag{6}$$

其中, $v$  表示流体边界结点  $i$  在速度网格上的速度, $V$  表示粘性系数值  $visc$  为 0 时的速度.图 6(a)和 6(b)分别表示没有添加粘性系数和添加粘性系数的多种颜料混合的效果(见表 1),不难发现,图 6(a)在添加新颜料时原有颜料没有变化,而图 6(b)很好地表现了颜料混合时不同颜料间相互作用的效果.

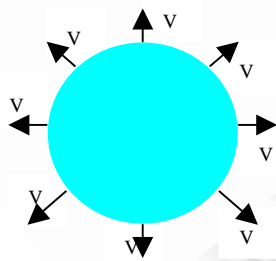
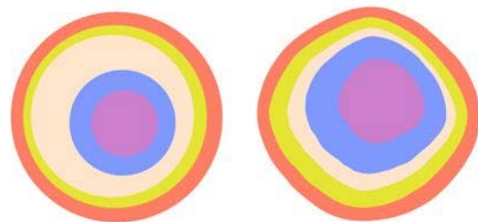


Fig.5 Diffusion of the fluid's boundary

图 5 流体边界的扩散运动



(a) 无粘性差别 (b) 有粘性差别

Fig.6 Simulation result of mixing pigments

图 6 多种颜料混合效果的模拟

### 2.2 具有规则特征的图案的仿真

设计者们在设计作品时希望得到有规则特征的图案.由于仅通过上述方法难以实现此目标,我们结合顶点的数学公式变换方法进一步优化算法.

采用基于流体力学的方法可以得到图 7(a)的效果,但难以生成规则的石纹纸染艺术图案.图 7(b)是采用数学公式变换方法得到的绘制效果.在石纹纸染中,若要得到类似图 7(b)效果,设计者需用一根针状工具轻轻划过颜料.如图 8 所示,在二维直角坐标系内沿直线  $L$  划过圆形颜料区域一个圆形边界上的结点可以通过坐标变换(公式(7))<sup>[7]</sup>得到一个类似心形的轮廓.

其中, $P$  和  $P'$  分别为坐标变换前后的顶点坐标, $M$  和  $N$  分别为  $L$  方向的单位向量和法向量, $\alpha$  表示变换过程中的顶点  $A$  移动的距离, $\beta$  表示沿  $L$  变换的弯曲程度.

通过坐标变换方法可以得到具有特殊特征的图形,而此种变换得到的图形比较有规律.在模拟石纹纸染的绘制过程中,首先绘制无规则的石纹纸染图案,再通过人为的在流体边界上添加沿  $L$  方向的外力,即对流体边界结点进行坐标变换(公式(7)),那么变换后的流体边界就会具有特定规律.通过这种结合顶点坐标变换的方法,我们可以容易地得到如图 7(c)具有心形效果并且保持颜料流动特性的石纹纸染艺术图案.

$$P' = P + \frac{\partial\beta}{d + \beta}M, d = |(P - A)N| \tag{7}$$



Fig.7 The comparison of different methods

图 7 不同方法的仿真效果比较

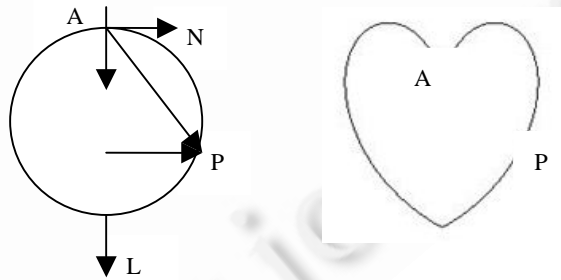


Fig.8 The illustration of the transformation in formula (7)

图 8 公式(7)变换过程示意图

### 3 结果与讨论

基于以上方法,本文在配置为 1G 内存,NVIDIA 8600 显卡配置的 PC 机器上生成了不同的石纹纸染仿真图案.为了方便用户可以方便地创作和绘制丰富多彩的石纹纸染图案,在实现过程中添加了通过鼠标及键盘操作来对系统进行操作.实验中不同颜料的粘性系数的取值见表 1.

**Table 1** The viscosity of different pigments in the experiment

**表 1** 不同颜料的粘性系数

	橙	黄	粉红	蓝	紫	绿
图 6(a)	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	-
图 6(b)	0.99	0.96	0.94	0.92	0.91	-
图 7	-	-	-	-	-	1.00
图 9(a)	1.00	-	-	-	-	-
图 9(b)	1.00	0.96	-	-	0.91	0.85
图 10	-	1.00	0.94	0.92	0.91	0.85

图 9 给出了采用本文方法生成的单一颜料和多种颜料混合产生的石纹纸染图案的仿真结果.从图中可以看出,其整体呈现漩涡状的效果,这与传统的石纹纸染技术所创作的图案类似,它表现了一种具有非规则特定规律的纹理效果.图 10 表示具有规则特征的石纹纸染图案的仿真结果.由于算法结合了数学坐标变换公式的性质,可以生成局部具有类似心形效果(图中方框部分),而整体保持颜料流动和混合特征的艺术图案.

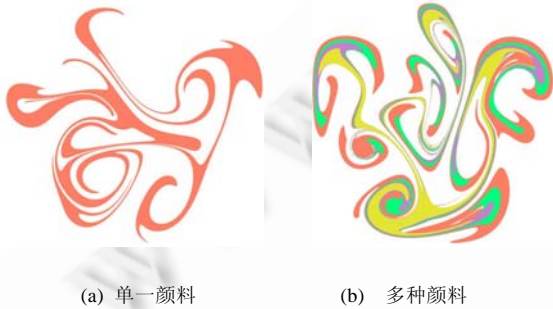


Fig.9 The marbling simulation results

图 9 石纹纸染图案仿真结果



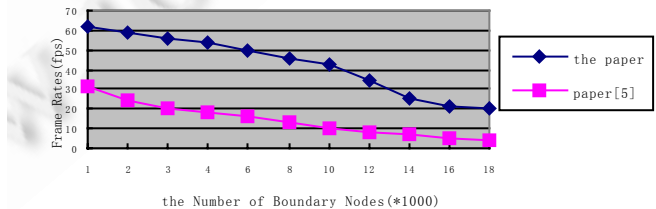
Fig.10 The simulation result with regular features

图 10 具有规则特征的仿真结果

文献[5]采用矢量图形来生成颜料的运动边界,可以生成清晰的图案轮廓.由于它采用四阶龙格-库塔方法求解流体运动,这种方法的计算速度较慢.图 11(a)和 11(b)分别表示在在本文实验软硬件配置和环境下采用文献[5]和本文方法绘制的石纹纸染艺术图案.从图中对比可以看出,两幅图案的边界效果相近,均可以产生较为逼真的颜料运动扩散效果.但是,如图 11(c)所示,本文方法的绘制速率快于文献[5].



(a) 文献[5]方法 (b) 本文方法



(c) 绘制速度比较

Fig.11 The comparison of the experimental results

图 11 实验结果比较

#### 4 总结与展望

本文基于流体力学和向量图表达技术,提出一种快速、稳定的可以生成清晰图形轮廓的石纹纸染仿真技

术.该方法可以产生类似石花纹及具有特定效果的石纹纸染艺术效果图案.通过选取初始实心圆流体区域边界上的一些结点作为该流体的初始边界点集,并随着流体速度场在外力作用下的变化来跟踪流体边界结点的运动趋势,该方法能够生成清晰的流体轮廓.再利用向量图具有不受分辨率影响的特性,并结合模板缓存的方法渲染流体轮廓,该方法可以绘制产生石纹、特定特征效果等不同形式的较为逼真的石纹纸染艺术图案.

在石纹纸染图案中,细致的边界轮廓表达对图案质量十分重要.在未来的工作中,将研究更加精确的流体边界结点跟踪方法,从而生成更加生动、细腻的石纹纸染艺术图案.为了满足用户个性化设计需要,我们将进一步研究高效的交互方式.此外,考虑颜料的化学属性及颜料在纸张内部的运动传输规律生成更加复杂、内容丰富的石纹纸染艺术图案也是一个值得探索的方向.

**致谢** 在此,我们向对本文的工作给予支持和建议的同行表示感谢.尤其是对本文给予评审并提出宝贵意见的专家们表示感谢.

### References:

- [1] Stam J. Stable fluids. In: Proc. of the 26th Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH). New York: ACM Press, 1999. 121–128.
- [2] Mao X, Suzuki T, Imamiya A. Atelier M: A physically based interactive system for creating traditional marbling textures. In: Proc. of the 1st Int'l Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques in Australasia and Southeast Asia. New York: ACM Press, 2003. 79–86.
- [3] Jin X, Chen S, Mao X. Computer-Generated marbling textures: A GPU-based design system. IEEE Computer Graphics and Applications, 2007,27(2):78–84.
- [4] Acar R, Boulanger P. Digital marbling: A multiscale fluid model. IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics, 2006,12: 600–614.
- [5] Ando R, Tsuruno R. Vector fluid: A vector graphics depiction of surface flow. In: Proc. of the 8th Int'l Symp. on Non-Photorealistic Animation and Rendering. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2010. 129–135.
- [6] Xu J, Mao X, Jin X. Nondissipative marbling. IEEE Computer Graphics and Applications, 2008,28(2):35–43.
- [7] Lu S, Jaffer A, Jin X, Zhao H, Mao X. Mathematical marbling. IEEE Computer Graphics and Applications, 2011,99:1–10.
- [8] 陈韶椿.基于 GPU 的实时大理石纹理仿真[硕士学位论文].杭州:浙江大学,2006.



刘世光(1980—),男,山东临沂人,博士,副教授,主要研究领域为计算机图形学,计算机动画,可视化仿真.



陈迪(1989—),女,硕士,主要研究领域为计算机图形学,流体模拟.