

基于均匀分簇的 2-控制划分近似算法*

张庆波¹, 禹继国^{1,2+}, 王光辉³

¹(曲阜师范大学 计算机科学学院, 山东 日照 276826)

²(智能控制技术山东省重点实验室, 山东 日照 276826)

³(山东大学 数学学院, 山东 济南 250100)

Approximation Algorithm Based on Uniform Clustering for 2-Domatic Partition

ZHANG Qing-Bo¹, YU Ji-Guo^{1,2+}, WANG Guang-Hui³

¹(School of Computer Science, Qufu Normal University, Rizhao 276826, China)

²(Key Laboratory of Intelligent Control Technology of Shandong Province, Rizhao 276826, China)

³(School of Mathematics, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

+ Corresponding author: E-mail: jiguoyu@sina.com

Zhang QB, Yu JG, Wang GH. Approximation algorithm based on uniform clustering for 2-domatic partition. Journal of Software, 2011,22(Suppl.1):165-174. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/11018.htm>

Abstract: To balance the energy consumption of nodes and maximize the lifetime of wireless sensor networks, a sleeping schedule mechanism which rotates the dominators is proposed. One abstraction considered for the sleeping schedule is the domatic partition problem, whose essence is to find some disjoint dominating sets and to achieve an energy efficient sleeping schedule by rotating them. This paper solves the 2-domatic partition problem. Based on uniform clustering, a constant-factor approximation algorithm DPUC (domatic partition by uniform clustering) is proposed for 2-domatic partition with the approximate ratio of $(\delta+1)/4$, where δ is the minimum degree of nodes. The algorithm runs in a constant-rounds time and can be extended into a k -DP approximation algorithm. Meanwhile, the algorithm solves one open problem proposed by Pemmaraju and Pirwani. That is, whether a k -DP algorithm can run in a constant-rounds time using connectivity information only. Finally, the simulations demonstrate the correctness and feasibility of the DPUC algorithm.

Key words: wireless sensor network; unit disk graph; uniform clustering; uniform partition; 2-domatic partition (2-DP); domatic number

摘要: 在无线传感器网络中,为了均衡节点的能量消耗,达到延长网络寿命的目的,轮转控制节点的睡眠调度机制被提出来.控制划分问题是睡眠调度机制的一个抽象,该问题的实质是寻找多个不相交的控制集,通过轮转控制集进行能量有效的睡眠调度.研究解决了 2-控制划分问题,基于均匀分簇的方法在单位圆盘图上提出一种具有常数近似比的 2-控制划分近似算法 DPUC(domatic partition by uniform clustering),其近似比为 $(\delta+1)/4$,其中 δ 为节点的最小度.DPUC 算法可以在常数轮的时间内运行,并且可以扩展为 k -DP 近似算法.同时,该算法解决了 Pemmaraju 和

* 基金项目: 国家自然科学基金(60373012, 10871119); 山东省自然科学基金(ZR2009GM009,ZR2009AM013); 山东省科技攻关计划(2009GG10001014); 山东省高校科技计划(J10LG09)

收稿时间: 2011-05-02; 定稿时间: 2011-07-29

Pirwani 提出的开放问题,即在仅知道节点间连接信息的情况下,是否可以在常数轮的时间内得到一个 k -DP 近似算法.最后通过仿真验证了算法 DPUC 的正确性和可行性.

关键词: 无线传感器网络;单位圆盘图;均匀分簇;均匀划分;2-控制划分;控制划分数

在无线传感器网络(WSN)中,传感器节点通常由能量有限的电池供电且一次性布置,使得节点难以进行二次充电,因此网络的生存时间有限.在 WSN 中,通常采用寻找控制集的方法进行数据收集^[1],达到节省节点能量的目的.但由于控制集中的控制节点需支出处理和转发数据等额外的能量开销,因此比网络中其他节点消耗更多的能量,而节点的电池量有限且无法补充,使得控制节点比其他节点更早地死亡,从而缩短了网络的寿命.

为了延长网络寿命,通常采用睡眠调度机制,通过轮转控制节点,使每个节点都有机会成为能量消耗较多的控制节点,从而均衡网络中节点的能量消耗.睡眠调度问题可抽象为一个控制划分问题^[2].控制划分(domestic partition,简称 DP)问题的本质是寻找多个不相交的控制集,然后通过依次轮转这些控制集进行睡眠调度.假设 $D = \{D_1, D_2, \dots, D_t\}$ 是 G 的一个控制划分,那么每个控制集轮转一次的睡眠调度为:在某个固定时间段 T 内,控制集 D_1 中的节点激活,而其他节点睡眠;时间段 T 结束后,控制集 D_2 中的节点在固定时段 T 内被激活,而其他节点睡眠,依此类推,直至 D 中的每个控制集都轮转一次.经过这样一次睡眠调度后,每个控制集中的控制节点处于激活状态的时间为 T ,而控制划分中包含 t 个控制集,那么所有控制集轮转一次的睡眠调度时间为 tT .显然,增大控制划分数 t ,可以延长睡眠调度的时间,从而延长网络寿命.

分簇是设计具有良好伸缩性的传感器网络协议的基础,簇可以表现网络的高层次结构,而在高层次结构上更容易设计一个有效的协议.在单位圆盘图(UDG)中,当且仅当两点间的欧几里得距离最多为传输半径 R 时,两点间才存在一条边.本文在单位圆盘图上提出一种均匀分簇算法.该算法以节点度作为主要的簇头竞争参数.在此均匀分簇的基础上得到一个 2-控制划分近似算法 DPUC(2-domestic partition by uniform clustering).

本文第 1 节介绍相关工作.第 2 节对网络模型及相关问题进行描述.第 3 节给出 DPUC 算法的详细设计.第 4 节对算法性能进行分析.第 5 节进行仿真实验.最后总结全文.

1 相关工作

在文献[3]中,Cardei 等人利用集中式的图着色算法,在单位圆盘图上得到多个不相交的控制集,但未能给出控制划分数目下界的证明.在文献[2]中,Islam 等人同样利用图着色算法,在单位圆盘图上通过得到一个控制划分最大化网络寿命,但也未能给出有关控制划分数的证明.Feige 等人在文献[4]中利用图着色算法,提出一种近似比为 $\Omega(\delta/\ln \Delta)$ 的集中式算法,其中, δ 为节点最小度, Δ 为节点最大度.Mossibroda 等人在文献[5]中把控制划分问题转化为网络寿命的最大化问题,得到一种近似比为 $O(\log n)$ 的分布式算法,是文献[4]中的集中式算法的分布式实现.

在文献[6]中,Pemmaraju 等人首次在单位圆盘图上提出 3 种具有常数近似比的 k -控制划分(k -DP)近似算法,其中 $k \geq 2$.这 3 种 k -DP 算法的近似比为 $(k-1)$ -DP 的最优解的一个常分数.第 1 种算法 k -DP1 在知道节点的地理位置信息的情况下运行常数轮.第 2 种算法 k -DP2 在知道节点间的距离信息的情况下运行 $O(\log^* n)$ 轮.第 3 种算法 k -DP3 在不知道节点的几何信息,仅依靠节点间连接信息的情况下运行 $O(\log \Delta \cdot \log^* n)$ 轮.这 3 种 k -DP 算法采用了均匀划分的方法,这为后来提出具有常数近似比的控制划分算法奠定了基础.

在文献[7]中,Pandit 等人首次在单位圆盘图上提出一种具有常数近似比的控制划分近似算法.在文献[8]中,Mahjoub 等人运用图着色算法,在随机几何图上提出一种 $(1-\epsilon)$ 控制划分的集中式算法,并通过仿真实验得出近似比为一个常数.后来 Mahjoub 等人在文献[9]中进一步研究了 $(1-\epsilon)$ 控制划分,将文献[8]中的算法分布式实现.在文献[10]中,Misra 等人提出利用控制划分进行簇头轮转达到延长网络寿命的目的.后来,Misra 等人在文献[11]中进一步改进了算法,提出一个更加有效的簇头轮转方案,进一步延长了网络的寿命.在文献[12]中,Misra 等人在单位圆盘图上提出一种具有近似比为 $\lfloor (\delta+1)/(\beta(c+1)) \rfloor - f$ 的连通控制划分算法,其中 δ 为节点最小

度, $\beta \leq 2, c \leq 11, f$ 的期望值为 $\varepsilon\delta|V|, \varepsilon \ll 1, \delta \geq 48$, 通过轮转找到的连通控制集, 达到延长网络寿命的目的.

2 网络模型和问题描述

2.1 网络模型

本节给出采用的网络模型. 假设 N 个传感器节点随机分布在面积为 S 的方形监测区域内, 并假设该传感器网络具有如下性质:

- 1) 网络为高密度静态网络, 即节点部署完成后不再移动.
- 2) 每个节点具有全局唯一的 id 标识.
- 3) 节点是同构的, 具有相同的初始能量和相同的传输半径 R .
- 4) 节点不能获取其地理位置和几何距离信息, 仅知道节点间的连接信息.
- 5) 节点的无线发射功率可控.

前两项属性是一般无线传感器网络的常规设置. 第 3 项属性假设节点能量同构, 是研究控制划分问题时的典型设置, 本文研究的是单位圆盘图上的控制划分, 故假设节点具有相同的传输半径. 第 4 项属性有利于节省节点的成本和能量消耗. 获取网络中节点的地理位置信息的方法主要有 3 种: GPS、有向天线和定位算法. 通过配置额外的硬件设备来获取节点的位置信息, 必然增加节点的硬件成本以及相应的能量开销; 而定位算法需要节点交换大量的消息来计算其位置, 也会造成很大的能量开销. 第 5 项属性是从数据传输的角度出发, 对于 2-控制划分, 某些节点需要增大传输功率与其 2-跳控制节点进行通信.

2.2 问题描述

首先给出控制划分的相关定义. 给定一个图 $G=(V, E)$, 图 G 的一个控制集 $D \subseteq V$ 是节点集 V 的一个子集, 且满足 G 中每个节点 $v \in V$, 要么它在控制集 D 中, 要么它的一个邻居节点在控制集 D 中. 图 G 的一个控制划分是指图中不相交的控制集的集合 $\mathcal{D} = \{D_1, D_2, \dots, D_t\}$. 图 G 的一个 k -控制划分 (k -domatic partition, 简称 k -DP) 是指图中不相交的 k -跳控制集的集合 $\mathcal{D} = \{D_1, D_2, \dots, D_t\}$. 其中, t 表示控制划分数 (domatic number, 简称 DN), 即控制划分中不相交的控制集的个数. 图 G 的一个 k -跳控制集 (k -dominating set, 简称 k -DS) 是指节点集 V 的一个子集 $D^{(k)}$, 且满足 G 中每个节点 $v \in V$, 要么它在 $D^{(k)}$ 中, 要么它的一个 k -跳邻居节点在 $D^{(k)}$ 中.

在文献[13]中, Zelinka 等人给出了控制划分数的一些性质, 文中第 1 个引理表明, 当 k 增大时, 控制划分数也会随之增大. 本文考虑 k -控制划分而不是控制划分, 是因为当跳数 k 增大时, k -控制划分比控制划分的控制划分数要大. 但这样还存在一个问题, 假设 $D^{(2)}$ 是图 G 的一个 2-控制集, 若一个节点 $u \in V - D^{(2)}$ 需要向 $D^{(2)}$ 中的控制节点发送信息, 但 $D^{(2)}$ 中没有一个控制节点在 u 的 1 跳邻居节点中, 那么节点 u 该如何发送消息. 解决这个问题的一种方法是增大节点 u 的传输半径, 使得 $D^{(2)}$ 中的某个控制节点在节点 u 的传输范围内. 所以, 虽然 k -控制划分具有较大的控制划分数, 但这个优势可能会被抵消, 因为某些节点可能需要增大传输功率, 消耗更多的能量与其邻近的控制节点进行通信. 因此, k -控制划分中跳数 k 的取值应该是比 1 略大的某个较小的整数, 所以本文主要考虑 2-控制划分, 最后说明该 2-DP 近似算法可扩展为 k -DP 近似算法.

在文献[6]的总结中, Pemmaraju 等人提出这样一个开放问题: 在不知道节点的几何信息, 仅知道节点间的连接信息的情况下, k -DP3 算法的运行时间是否可以改进为常数轮. 这个问题的重点在于, 几何信息在设计一个快速分布式 k -DP 近似算法上是否起到很重要的作用. 本文解决了这个开放问题, 在常数轮时间内得到一个具有常数近似比的 2-DP 近似算法 DPUC. 该算法可扩展为 k -DP 近似算法. DPUC 算法表明, 在仅知道节点间连接信息的情况下, 求解 k -DP 的算法的运行时间可以改进为常数轮, 这是本文的主要贡献.

3 DPUC 算法的设计

3.1 均匀划分

文献[6]给出了均匀划分的定义. $\mathcal{V}=\{V_1, V_2, \dots, V_r\}$ 是图 G 的顶点集 V 的一个划分, \mathcal{V} 称为一个均匀划分需满足以下两个条件:

- (i) 每个 V_i 的导出子图的直径为 2.
- (ii) 对于每个 V_i , 存在一个常数 C , $|V_i| \geq (\delta+1)/C$.

其中, δ 为节点的最小度. 下面的引理 1 表明, 利用一个均匀划分可得到一个 2-控制划分.

引理 1^[6]. $\mathcal{V}=\{V_1, V_2, \dots, V_r\}$ 为图 G 的一个均匀划分, 对每个 V_i 进行顶点着色, 每个顶点在 $\{1, 2, \dots, |V_i|\}$ 中任选一种不同的着色. D_r 表示着色为 r 的顶点集, 对于每个整数 r , 当 $1 \leq r \leq \lceil (\delta+1)/C \rceil$ 时, D_r 为图 G 的一个 2-控制集.

证明略, 见文献[6]中的引理 3. 由引理 1 可知, 如果得到了图的一个均匀划分, 那么只需再对簇成员进行图着色, 便可构建一个图的 2-控制划分.

3.2 DPUC 算法描述

本节给出 DPUC 算法. 该算法分为 4 个阶段: 第 1 个阶段为信息获取阶段, 持续时间为 T_1 ; 第 2 个阶段为簇头竞争阶段, 持续时间为 T_2 ; 第 3 个阶段为成簇阶段, 持续时间为 T_3 ; 第 4 个阶段为着色阶段, 持续时间为 T_4 .

3.2.1 信息获取阶段

在该阶段, 每个节点广播 Node_Msg 消息. 该消息包含节点的 id 标识. 同时, 该节点也会收到来自其邻居节点的 Node_Msg 消息, 每个节点根据所收到的邻居节点发送来的 Node_Msg 消息, 更新自己的邻居节点列表. 更新完成后, 每个节点根据自己的邻居节点列表计算出节点度 d 的值. 对于每个节点, 在求得节点度 d 后, 根据下面的公式(1)得出自己发送 Head_Msg 簇头消息的时刻. 该簇头消息包含自己的 id 标识.

$$t = \begin{cases} \frac{D-1}{d} \times \frac{T_2}{2} \times \rho, & d > D \\ \frac{T_2}{2} + \left(1 - \frac{d}{D-1}\right) \times \frac{T_2}{2} \times \rho, & d < D \end{cases} \quad (1)$$

其中, ρ 为区间[0.9,1]中的一个随机值, 其作用是减小不同节点取相同 t 值的概率. D 为预先估计的节点度的值, 根据假设的网络模型, $D = N\pi R^2/S$. 簇头竞争阶段的持续时间为 T_2 , 其中前半段时间 $t_1 = \frac{D-1}{d} \times \frac{T_2}{2} \times \rho$ (从 0 持续到 $\frac{T_2}{2}$), 确定出大部分具有较大节点度的簇头, 后半段时间 $t_2 = \frac{T_2}{2} + \left(1 - \frac{d}{D-1}\right) \times \frac{T_2}{2} \times \rho$ (从 $\frac{T_2}{2}$ 持续到 T_2), 在第 1 批簇头没能覆盖的区域中选择簇头. 易知, t_1, t_2 满足 $t_1 < \frac{T_2}{2} < t_2 < T_2$.

3.2.2 簇头竞争阶段

T_1 超时后, 进入簇头竞争阶段. 在该阶段, 如果一个节点在时刻 t 前没有收到其他节点发出的 Head_Msg 消息, 则该节点广播 Head_Msg 消息, 以申明自己成为簇头. 否则, 该节点放弃竞争, 成为非簇头节点.

该阶段结束后, 选出的所有簇头构成了图的一个极大独立集, 在后面的定理 4 中给出了证明. 而且该阶段选出的簇头均匀分布, 因为一旦某个节点竞争成为簇头之后, 它就向其邻居节点广播 Head_Msg 消息, 邻居节点收到此消息就放弃竞争成为簇成员节点, 因此在一个簇头的覆盖范围内没有其他簇头的存在.

3.2.3 成簇阶段

T_2 超时后, 进入成簇阶段. 在该阶段, 每个非簇头节点可能收到来自不同簇头的多个 Head_Msg 消息, 非簇头节点利用邻近感知策略^[12], 向其感知最近的簇头发送 Join_Msg 消息. 该消息中包含自己的 id 标识及其加入的簇头 id 标识. 同时, 簇头按照接收到的 Join_Msg 消息的顺序, 为每个簇成员节点指定一个着色序号. 假设一个簇划

分 V_i 的大小为 $|V_i|$, 那么其每个簇成员对应一个从 1 到 $|V_i|$ 的着色序号.

至此, DPUC 算法的前 3 个阶段完成, 统称为分簇阶段^[14,15], 由此得到一个均匀簇划分, 证明见定理 3.

3.2.4 着色阶段

T_3 超时后, 进入着色阶段. 在该阶段, 每个簇头向其簇成员广播 Color_Msg 着色消息, 其中包含簇成员节点的 id 标识及其对应的着色序号. 同时, 每个簇成员接收到 Color_Msg 着色消息, 并根据自己的 id 标识对应的着色序号 r , 其中 $1 \leq r \leq |V_i|$, 将自己着色为对应的着色序号.

至此, DPUC 算法结束, 所有着色相同的节点构成一个 2-控制集. 分析上述过程可知, DPUC 算法有如下性质:

- 1) DPUC 算法是一种分布式算法, 适合大规模的无线传感器网络.
- 2) DPUC 算法首先利用公式(1)的第 1 部分 t_1 , 在前半段时间内选出节点度较大的簇头, 这样有利于在一个簇中聚集较多的节点.
- 3) DPUC 算法利用公式(1)的第 2 部分 t_2 , 在后半段时间内产生剩余的簇头, 仍以节点度作为竞争簇头的参数因子, 客观上拒绝了节点度较低的节点成为簇头, 而且避免了“孤点”的产生, 实现了对网络中节点的无缝覆盖.
- 4) DPUC 算法在簇头选择阶段产生的簇头均匀分布. 由于节点竞争簇头的时间不同, 保证了在一个簇头的覆盖范围内不存在其他簇头.
- 5) DPUC 算法在分簇阶段与着色阶段仅用到了节点间的连接信息, 不需要知道节点的几何信息.

4 算法分析

本节对 DPUC 算法的正确性进行分析. 首先证明 DPUC 算法在分簇阶段产生的簇是一个均匀划分. 根据均匀划分的两个满足条件, 首先证明每个簇的导出子图直径为 2, 其次对于每个簇, 存在一个常数 C , 使得簇中的节点数大于 $(\delta + 1)/C$, δ 为节点的最小度.

引理 2. 分簇阶段生成的每个簇的导出子图直径为 2.

证明: 分簇阶段完成后, 每个簇中的簇头单跳控制它的簇成员节点, 簇中任意两个簇成员节点间的距离最多为 2, 因为每个簇成员节点可经过簇头两跳到达另一个簇成员节点. 由图的直径的定义可知, 每个簇的导出子图的直径为 2. □

引理 3. 分簇阶段生成的簇中, 最小簇的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}R^2$, 最大簇的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$, 簇面积的期望值为 $\sqrt{3}R^2$.

证明: 文献[16]中证明了面积最小的簇和面积最大的簇的情形, 如图 1 和图 2 所示.

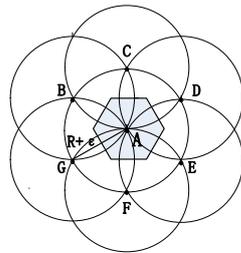


Fig.1 Cluster with minimal area
图 1 面积最小的簇

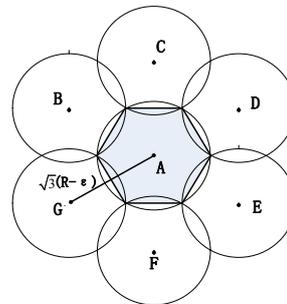


Fig.2 Cluster with maximal area
图 2 面积最大的簇

如图 1 所示, 簇头 A 与其 6 个邻居簇头(B, C, D, E, F, G)间的距离为 $R + \varepsilon$ (其中 $\varepsilon \rightarrow 0$), 当簇头 A 与其任意一个邻居簇头之间的距离小于或等于 R 时, 簇头 A 将被其 6 个邻居簇头覆盖, 故图 1 表示了簇面积最小的情况, 簇头 A 代表的最小面积的簇如图中灰色部分所示, 为一个边长为 $\frac{\sqrt{3}}{3}R$ 的正六边形, 其面积等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}R^2$.

如图 2 所示,簇头 A 与其 6 个邻居簇头(B,C,D,E,F,G)间的距离为 $\sqrt{3}(R-\varepsilon)$ (其中 $\varepsilon \rightarrow 0$),当簇头 A 与其任意一个邻居簇头之间的距离大于 $\sqrt{3}R$ 时,会出现缝隙盲区,故图 2 表示了簇面积最大的情况,簇头 A 代表的最大面积的簇如图中灰色部分所示,为一个边长 R 的正六边形,其面积等于 $\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$.

由于节点随机分布,簇的实际面积随机分布在最大面积与最小面积之间,因此簇面积的期望值为 $\sqrt{3}R^2$. □

引理 4^[17]. 如果传感器网络节点呈密度为 ρ 的均匀分布,对于面积为 S 的任一区域,具有节点个数 X 的概率服从泊松分布律: $P(X=m) = \frac{(\rho \cdot S)^m \cdot e^{-\rho \cdot S}}{m!}$.

证明略,见文献[17]中的定理 1.由泊松分布的性质可知,泊松分布律 $P(m;\lambda) = \frac{(\lambda)^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}$ ($\lambda = \rho S$) 的值随 m 的变化而变化,当 $m = \lambda$ 时,概率 $P(m;\lambda)$ 有最大值,因此在任一面积为 S 的区域内的实际节点数以很高的概率为 ρS ,即某区域内的节点数以很高的概率与该区域的面积成正比.

定理 1. 对于分簇阶段生成的簇,存在一个常数 C ,使得每个簇中的节点数以很高的概率大于 $(\delta+1)/C$,其中常数 C 为 4.

证明:由引理 4 可知,最小簇以很高的概率具有最少的节点数.由引理 3,最小簇的面积大于圆盘面积 πR^2 的 $1/4$,因此最小簇中的节点数以很高的概率大于 $(\delta+1)/4$.因此,每个簇中的节点数大于 $(\delta+1)/4$. □

定理 2. DPUC 算法在分簇阶段生成的每个簇均为一个均匀划分.

证明:由引理 2 可知,每个簇的导出子图直径为 2,满足均匀划分的第 1 个条件;由定理 1 可知,每个簇中的节点数以很高的概率大于 $(\delta+1)/4$,满足均匀划分的第 2 个条件,所以生成的每个簇均为一个均匀划分. □

由引理 1 和定理 2 可直接得出定理 3.

定理 3. 对于整数 $1 \leq r \leq \lceil (\delta+1)/4 \rceil$,若 D_r 为在着色阶段着色为 r 的节点集合,则 D_r 为一个 2-控制集.

定理 4. DPUC 算法在常数轮时间内运行,并且生成的所有簇头构成一个极大独立集.

证明:DPUC 算法是一种分布式算法,算法的运行轮数取决于单个节点的通信轮数,而算法中单个节点的通信轮数为常数,与整个网络的规模无关,因此,DPUC 算法可在常数轮时间内完成,算法的时间复杂度为 $O(1)$.

下面证明生成的簇头构成一个极大独立集.因为在一个簇头的覆盖范围内不存在其他簇头,因此所有簇头构成一个独立集.又因为网络中的每个节点要么为簇头,要么为簇成员节点,将任意一个簇成员节点加入到由簇头构成的独立集中,就会破坏簇头的独立性,因此生成的所有簇头构成一个极大独立集. □

由定理 3 和定理 4 可直接得出定理 5.

定理 5. 在仅知道节点间的连接信息的情况下,在单位圆盘图上可以在常数轮时间内得到一个具有常数近似比的 2-控制划分算法.

本文提出的 2-DP 近似算法可扩展为 k -DP 近似算法, $k \geq 2$.扩展的方法为:在分簇阶段,暂时让每个节点的传输半径扩大为原来的 m 倍,同样运用 DPUC 算法便可构建一个直径为 $2m$ 的均匀簇划分,从而得到一个 k -控制划分,其中 $k = 2m$.但这样会消耗更多的能量,因为扩大了节点的传输功率,因此需要进一步权衡利弊.由以上分析可得下面的定理 6.

定理 6. 在仅知道节点间的连接信息的情况下,在单位圆盘图上可以在常数轮时间内得到一种具有常数近似比的 k -控制划分近似算法, $k \geq 2$.

5 仿真分析

下面通过仿真实验,对 DPUC 算法产生的控制划分的理论分析值和仿真实验值进行比较.实验场景分为高密度和低密度两个实验场景:

场景 1(低密度):100 个节点随机均匀分布在边长为 50×50 平方单位的方形区域中.

场景 2(高密度):400 个节点随机均匀分布在边长为 50×50 平方单位的方形区域中.

图 3 为在场景 1 下节点的传输半径为 16 时的原始网络拓扑图。

图 4 为 DPUC 算法在分簇阶段得到的一个均匀划分.图中黑色节点表示簇头,白色表示簇成员节点,每个簇头单跳控制其簇成员节点.从图中可看出生成的簇头均匀分布,且构成一个极大独立集.

图 5 为 DPUC 算法找到的 2-控制划分中控制节点的分布.该 2-DP 共包含 7 个 2-跳控制集,不同的颜色标号表示不同的 2-DS 中的控制节点,颜色标号相同的节点构成一个 2-DS.

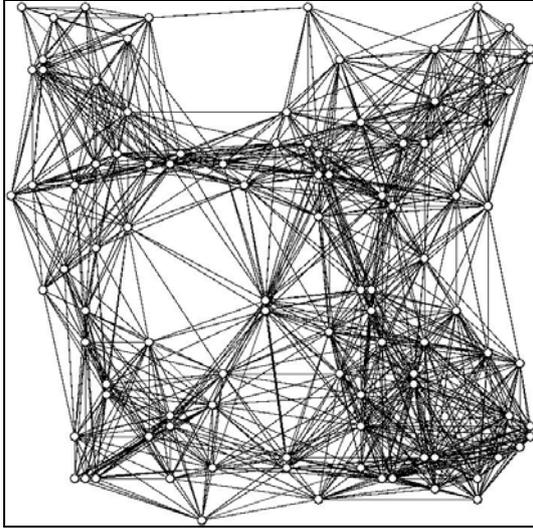


Fig.3 Topology of the network in scenario 1
图 3 场景 1 下的网络拓扑

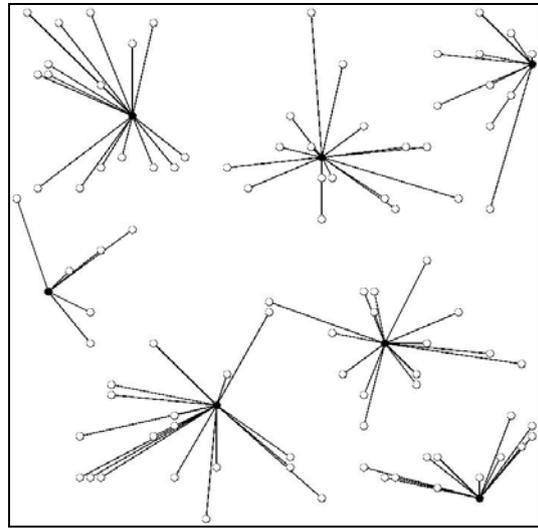


Fig.4 Topology of uniform clusters
图 4 均匀簇划分的拓扑

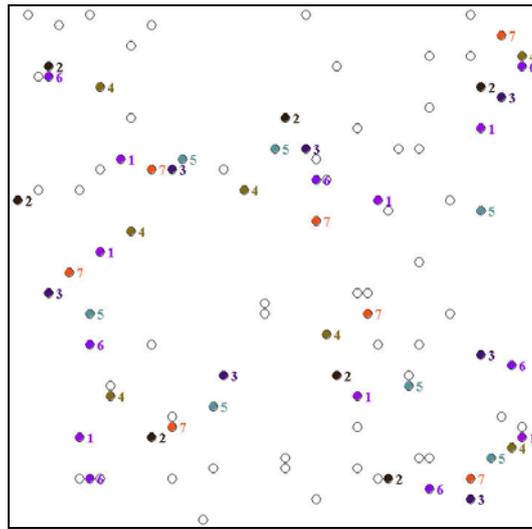


Fig.5 Dominators of seven 2-DSs found in the network
图 5 网络中找到的 7 个 2-控制集的控制节点

图 6 为图 5 中 7 个 2-跳控制集的拓扑图.为了清晰,将这 7 个 2-DS 分开显示到 3 个图中.图 6(1)显示的是由颜色标号为 1,2 和 3 构成的 2-DS 的拓扑图.图 6(2)显示的是由颜色标号为 4 和 5 构成的 2-DS 的拓扑图.图 6(3)显示的是由颜色标号为 6 和 7 构成的 2-DS 的拓扑图.在拓扑图中,实线边表示对簇内节点为单跳控制,虚线边则表示对簇内节点为 2-跳控制.

图7表示的是低密度和高密度场景下,2-控制划分数随传输半径增大的变化曲线,2-控制划分数为找到的不相交的 2-DS 的个数.从图中可以看出,监测区域中节点密度越大,2-控制划分数就越大,且随着节点传输半径的递增,算法找到的 2-控制划分数递增.

图8为在低密度和高密度场景下,2-控制划分数与最小节点度的比较.从图中可看出,DPUC 算法找到的 2-控制划分数接近于图中节点最小度,验证了算法近似比的理论分析值的正确性和优越性.算法找到的 2-控制划分数越多,轮转 2-跳控制集的睡眠调度时间就越长,从而更加有效地延长网络寿命.

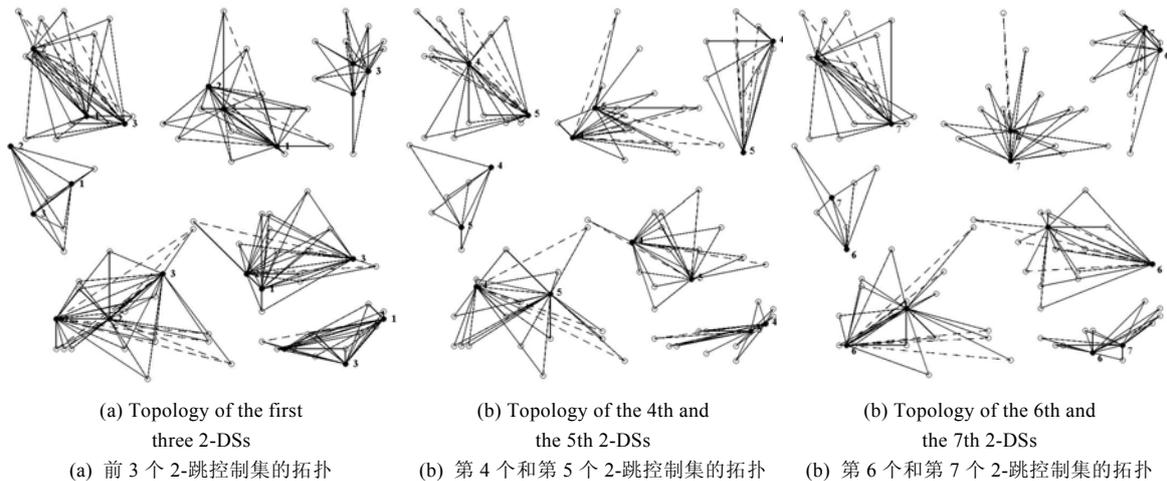


Fig.6 Topology of seven 2-DSs found in the network

图 6 网络中找到的 7 个 2-控制集的拓扑

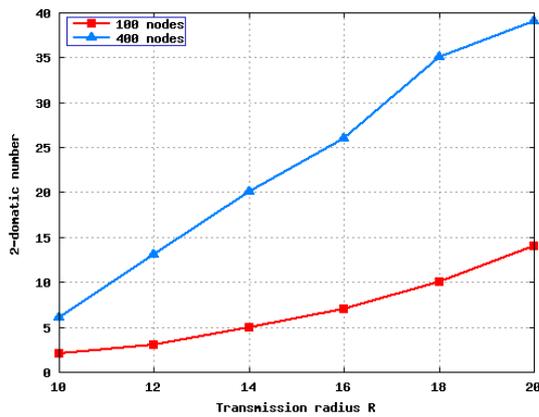


Fig.7 The 2-domotic number in different scenarios

图 7 不同场景下的 2-控制划分数

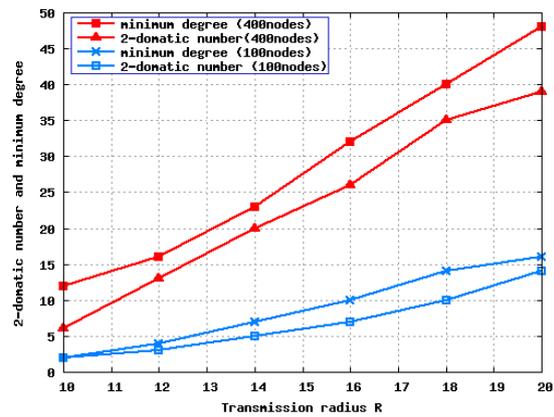


Fig.8 Comparison between the 2-domotic number and minimum degree of nodes

图 8 2-控制划分数与最小节点度的比较

图9为不同节点密度下找到的 2-跳控制集所包含的平均节点数目.从图中可看出,随着传输半径的增大,算法找到的 2-DS 所包含的平均节点数目随之减少.

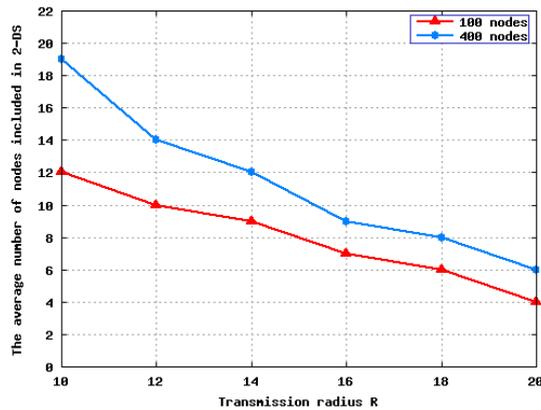


Fig.9 Average number of nodes included in 2-DS

图 9 2-跳控制集所包含的平均节点数目

6 总 结

k -控制划分对于均衡节点能量消耗起着非常重要的作用,通过轮转 k -控制划分中的 k -控制集可以达到延长网络寿命的目的.本文研究了 2-控制划分,提出一种基于均匀分簇的具有常数轮运行时间和常数近似比的 DPUC 算法.该算法可扩展为 k -DP 近似算法.本文的主要贡献在于解决了文献[6]中的开放问题,提出了 DPUC 算法,且得到的近似比为 $(\delta+1)/4$,其中 δ 为节点的最小度.最后通过仿真实验进一步证明了算法的正确性与优越性.

References:

- [1] Yang J, Zhang DY, Zhang YY, Wang Y. Cluster-Based data aggregation and transmission protocol for wireless sensor networks. *Journal of Software*, 2010,21(5):1127–1137 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3534.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2010.03534]
- [2] Islam K, Akl SG, Meijer H. Maximizing the lifetime of a sensor network through domatic partition. In: *Proc. of the 34th IEEE Conf. on Local Computer Networks (LCN)*. 2009.
- [3] Cardei M, Maccallum D, Cheng X, Min M, Jia X, Li D, Du D. Wireless sensor networks with energy efficient organization. *Journal of Interconnection Networks*, 2002,3:213–229.
- [4] Feige U, Halldorsson MM, Kortsarz G, Srinivasan A. Approximating the domatic number. *SIAM Journal on Computing*, 2003, 32(1):172–195.
- [5] Moscibroda T, Wattenhofer R. Maximizing the lifetime of dominating sets. In: Kielmann T, Aubanel E, *et al.*, eds. *Proc. of the 19th IEEE Int'l Parallel and Distributed Processing Symp. (IPDPS)*. 2005.
- [6] Pemmaraju SV, Pirwani IA. Energy conservation via domatic partitions. In: Sergio P, Marco C, Raghupathy S, eds. *Proc. of the 7th ACM Int'l Symp. on Mobile Ad Hoc Networking and Computing*. New York: ACM, 2006. 143–154.
- [7] Pandit S, Pemmaraju SV, Varadarajan K. Approximation algorithms for domatic partitions of unit disk graphs. In: Irit D, Klaus J, Joseph N, Jose R, eds. *Proc. of the 12th Int'l Workshop on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization Problems and the 13th Int'l Workshop on Randomization and Computation*. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 312–325.
- [8] Mahjoub D, Matula DW. Employing $(1-\epsilon)$ dominating set partitions as backbones in wireless sensor networks. In: Rajaraman R, *et al.*, eds. *Proc. of Workshop on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX)*. San Francisco: SIAM, 2010. 98–111.
- [9] Mahjoub D, Matula DW. Building $(1-\epsilon)$ dominating sets partition as backbones in wireless sensor networks using distributed graph coloring. In: Rajmohan R, Thomas M, Adam D, Anna S, eds. *Proc. of the 6th IEEE Int'l Conf. on Distributed Computing in Sensor Systems (DCOSS)*. Berlin: Springer-Verlag, 2010. 144–157.

- [10] Misra R, Mandal C. ClusterHead rotation via domatic partition in self-organizing sensor networks. In: Proc. of 2007 the 2nd Int'l Conf. on Communication System Software and Middleware. Bangalore: IEEE Computer Society, 2007. 1–7.
- [11] Misra R, Mandal C. Efficient clusterhead rotation via domatic partition in self-organizing sensor networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2009,9(8):1040–1058.
- [12] Misra R, Mandal C. Rotation of CDS via connected domatic partition in ad hoc sensor networks. *IEEE Trans. on Mobile Computing*, 2009,8(4):488–499.
- [13] Zelinka B. On k -domatic numbers of graphs. *Czechoslovak Mathematical Journal*, 1983,33(2):309–311.
- [14] Zhou XL, Wu M, Xu JB. BPEC: An energy-aware distributed clustering algorithm in WSNs. *Journal of Computer Research and Development*, 2009,46(5):723–730 (in Chinese with English abstract).
- [15] Yu JG, Qi YY, Wang GH. An energy-driven unequal clustering protocol for heterogeneous wireless sensor networks. *Journal of Control Theory and Applications*, 2011,9(1):133–139.
- [16] Liu M, Cao JN, Chen GH, Chen LJ, Wang XM, Gong HG. EADEEG: An energy-aware data gathering protocol for wireless sensor networks. *Journal of Software*, 2007,18(5):1092–1109 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/1092.htm> [doi: 10.1360/jos181092]
- [17] Cui XX, Fang HY, Zhu XL. Probabilistic character for localization problem in sensor networks. *Journal of Computer Research and Development*, 2007,44(4):630–635 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献:

- [1] 杨军,张德运,张云翼,王毅.基于分簇的无线传感器网络数据汇聚传送协议. *软件学报*,2010,21(5):1127–1137. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3534.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2010.03534]
- [14] 周新莲,吴敏,徐建波.BPEC:无线传感器网络中一种能量感知的分布式分簇算法. *计算机研究与发展*,2009,46(5):723–730.
- [16] 刘明,曹建农,陈贵海,陈立军,王晓敏,龚海刚.EADEEG:能量感知的无线传感器网络数据收集协议. *软件学报*,2007,18(5):1092–1109. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/1092.htm> [doi: 10.1360/jos181092]
- [17] 崔逊学,方红雨,朱徐来.传感器网络定位问题的概率特征. *计算机研究与发展*,2007,44(4):630-635.



张庆波(1987—),男,山东泰安人,硕士,主要研究领域为无线传感器网络.



王光辉(1979—),男,博士,副教授,主要研究领域为图论及其应用,组合优化.



禹继国(1972—),男,博士,教授,CCF 高级会员,主要研究领域为无线网络,图论与优化算法.