

特征扩展的随机向量函数链神经网络*

龙茂森, 王士同

(江南大学 人工智能与计算机学院, 江苏 无锡 214122)

通信作者: 王士同, E-mail: wxwangst@aliyun.com



摘要: 基于宽度学习的动态模糊推理系统 (broad-learning-based dynamic fuzzy inference system, BL-DFIS) 能自动构建出精简的模糊规则并获得良好的分类性能。然而, 当遇到大型复杂的数据集时, BL-DFIS 因会使用较多模糊规则来试图达到令人满意的识别精度, 从而对其可解释性造成了不利影响。对此, 提出一种兼顾分类性能和可解释性的模糊神经网络, 将其称为特征扩展的随机向量函数链神经网络 (FA-RVFLNN)。在该网络中, 一个以原始数据为输入的 RVFLNN 被作为主体结构, BL-DFIS 则用作性能补充, 这意味着 FA-RVFLNN 包含具有性能增强作用的直接链接。由于主体结构的增强节点使用 Sigmoid 激活函数, 因此, 其推理过程可借助一种模糊逻辑算子 (I-OR) 来解释。而且, 具有明确含义的原始输入数据也有助于解释主体结构的推理规则。在直接链接的支撑下, FA-RVFLNN 可利用增强节点、特征节点和模糊节点学到更丰富的有用信息。实验表明: FA-RVFLNN 既减缓了主体结构 RVFLNN 中过多增强节点带来的“规则爆炸”问题, 也提高了性能补充结构 BL-DFIS 的可解释性 (平均模糊规则数降低了 50% 左右), 在泛化性能和网络规模上仍具有竞争力。

关键词: 宽度学习系统; 模糊推理系统; 特征扩展; 随机向量函数链神经网络 (RVFLNN); Sigmoid 激活函数; 可解释中图法分类号: TP18

中文引用格式: 龙茂森, 王士同. 特征扩展的随机向量函数链神经网络. 软件学报, 2024, 35(6): 2903–2922. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6920.htm>

英文引用格式: Long MS, Wang ST. Feature-augmented Random Vector Functional-link Neural Network. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2024, 35(6): 2903–2922 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6920.htm>

Feature-augmented Random Vector Functional-link Neural Network

LONG Mao-Sen, WANG Shi-Tong

(School of Artificial Intelligence and Computer Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: The broad-learning-based dynamic fuzzy inference system (BL-DFIS) can automatically assemble simplified fuzzy rules and achieve high accuracy in classification tasks. However, when BL-DFIS works on large and complex datasets, it may generate too many fuzzy rules to achieve satisfactory identification accuracy, which adversely affects its interpretability. In order to circumvent such a bottleneck, a fuzzy neural network called feature-augmented random vector functional-link neural network (FA-RVFLNN) is proposed in this study to achieve excellent trade-off between classification performance and interpretability. In the proposed network, the RVFLNN with original data as input is taken as its primary structure, and BL-DFIS is taken as a performance supplement, which implies that FA-RVFLNN contains direct links to boost the performance of the whole system. The inference mechanism of the primary structure can be explained by a fuzzy logic operator (I-OR), owing to the use of Sigmoid activation functions in the enhancement nodes of this structure. Moreover, the original input data with clear meaning also help to explain the inference rules of the primary structure. With the support of direct links, FA-RVFLNN can learn more useful information through enhancement nodes, feature nodes, and fuzzy nodes. The experimental results indicate that FA-RVFLNN indeed eases the problem of rule explosion caused by excessive enhancement nodes in the primary structure and improves the interpretability of BL-DFIS therein (The average number of fuzzy rules is reduced by about 50%), and

* 基金项目: 国家重点研发计划 (2022YFE0112400); 国家自然科学基金 (61972181, U20A20228); 江苏省教育厅高校自然科学基金重点项目 (22KJA520009)

收稿时间: 2022-07-18; 修改时间: 2022-12-03; 采用时间: 2023-02-11; jos 在线出版时间: 2023-07-26

CNKI 网络首发时间: 2023-07-27

is still competitive in terms of generalization performance and network size.

Key words: broad learning system; fuzzy inference system; feature augmentation; random vector functional-link neural network (RVFLNN); Sigmoid function; interpretability

随机向量函数链神经网络 (random vector functional-link neural network, RVFLNN) 不仅是一种结构简单、训练快速的通用函数逼近器^[1,2], 而且还具有良好的泛化性能, 其潜在能力在近些年受到了领域内研究者的重视. RVFLNN 在单层前馈神经网络 (SLFNs) 的一侧添加了直接链接, 这种线性模型的加入增强了网络的特征表示能力. 对于模型的训练, RVFLNN 先随机生成增强节点的输入权重和偏置, 再用伪逆解析确定与输出层连接的权值即可, 因此其训练速度较快. 文献 [3] 提出一种动态逐步更新算法, 使得 RVFLNN 在添加新的数据样本和增强节点时, 无需重构整个网络即可快速更新输出权值.

为了提高 RVFLNN 的泛化性能, 一些研究者在深度学习思想的启发下, 设计出具有多个增强层的深度 RVFLNN. 这些深度 RVFLNN 在结构上主要有 3 类: 堆叠式深度 RVFLNN、集成深度 RVFLNN 和混合深度 RVFLNN^[4]. 其中, 堆叠式深度 RVFLNN^[5,6] 利用多层叠加的增强层来实现多尺度的特征提取与组合, 其直接链接可只在输入层与输出层之间, 例如卷积深度 RVFLNN (CRVFL)^[7]. 也可从隐藏层连接至输出层以更好地利用中间层的信息, 如 dRVFL^[8]. 集成深度 RVFLNN (edRVFL) 将集成学习与深度 RVFLNN 结合, 权衡了计算效率和特征利用率^[8]. 然而, 上述深度 RVFLNN 也和其他深度学习模型一样面临着一些问题, 例如模型的学习和重构较为耗时, 网络参数的调整过程较为繁琐等^[9].

宽度学习系统 (broad learning system, BLS) 提供了一种不同于深度结构学习的思路^[9]. 它将映射特征作为 RVFLNN 的输入, 进而有效且高效表示输入特征. 在此基础上, BLS 能添加特征节点和增强节点, 在宽度上扩展模型, 无需深层结构堆叠也可提升系统的泛化性能. BLS 也通过伪逆运算快速学习模型的参数, 而且利用分块矩阵的伪逆运算实现了 3 种增量学习算法, 使得系统在添加输入样本、特征节点、增强节点后可快速重构网络.

当前, 人们不仅希望使用的神经网络具有良好的性能, 而且对其可解释性也有了较高的要求, 可解释性被定义为系统以人类可理解的方式表达其行为的能力^[10]. 可解释性较高的系统既能让用户信任模型做出决策的有效性, 也使得用户容易分析模型预测出错的原因. 而模糊系统通常借助定义在模糊集上的 IF-THEN 规则来表达其推理过程, 这种推理规则符合人类解决问题的判断过程, 易于被人们理解并接受, 因此, 良好的可解释性成为模糊系统的一大特点. 模糊系统有多种类型, 其中最著名的有 Takagi-Sugeno-Kang (TSK) 型^[11] 和 Mamdani 型^[12]. 模糊系统的高可解释性以及神经网络能自动获取知识的能力, 吸引着研究者们将模糊推理系统嵌入到神经网络, 进而提出模糊神经网络, 模糊神经网络可从数据中学到推理规则, 同时具备了较高的泛化性能. 从自适应神经模糊系统 ANFIS^[13] 提出至今, 模糊神经网络已发展出多种变体^[14-16] 并且得到了广泛的应用.

虽然 BLS 在泛化性能和计算速度上表现良好, 但它无法对自身所学知识和推理过程提供一种直观的解释 (可解释性较弱). 因此, 一些研究者尝试将 BLS 和模糊系统进行融合, 设计出一类新的模糊神经网络, 即具有模糊推理能力的 BLS. 模糊宽度学习系统 (fuzzy broad learning system, FBLS)^[17] 正是其中之一, FBLS 将 BLS 的特征节点替换为不同的 TSK 模糊子系统, 让 BLS 具有了模糊推理能力. 与传统模糊神经网络相比, FBLS 有着更少的训练时间和模糊规则数, 在一定程度上缓解规则爆炸问题. 之后, 文献 [18] 在 FBLS 结构的基础上, 提出了一种权衡准确率和复杂度的模糊神经网络 (CFBLS). 虽然 FBLS 和 CFBLS 在准确性和可解释性上都有着良好的表现, 但它们无法自主确定在不同数据集上使用的模糊规则数. 对此, 文献 [19] 提出了基于 BLS 的动态模糊推理系统 (BL-DFIS), 它是一个以 BLS 为框架的 TSK 模糊系统. BL-DFIS 用 ELM-AE^[20] 提取的映射来生成特征节点, 同时将可解释的语言模糊规则嵌入增强节点. 借助其设计的扩展增强单元 EEU, BL-DFIS 实现了可解释的一阶 TSK 模糊系统. 此外, BL-DFIS 也具有 BLS 快速计算和重构网络的特性, 其提出的带有内部剪枝和更新机制的动态增量学习算法, 使系统能自动组装最优结构, 以获得紧凑的规则库并达到良好的分类性能^[19].

本文提出特征扩展的随机向量函数链神经网络 (FA-RVFLNN) 有如下动机.

(1) 由文献 [10] 可知: 多层模糊系统的可解释性与中间数据的语义以及模糊规则的数量相关. 虽然 BL-DFIS 具有优秀的性能表现, 但其对应模糊系统的输出是关于特征节点的多项式, 这表明 BL-DFIS 并未直接根据输入数

据进行模糊推理. 而经过 ELM-AE 映射后的特征节点含义不明确. 因此, 随着 BL-DFIS 使用的模糊规则数的增多, 其可解释性会受到不利影响 (这种情况在某些大型复杂的数据集上表现得更为明显), 减少 BL-DFIS 的模糊规则数量显得尤为重要.

(2) 已有的研究表明 RVFLNN 在解决分类^[21]、回归^[22]、时间序列预测^[23]、视觉跟踪^[7]的任务上都可从直接链接获益. 文献 [21-23] 也说明直接链接对 RVFLNN 的识别准确性起着重要的增强作用, 虽然 BL-DFIS 由 RVFLNN 发展而来, 但它缺少从输入到输出的直接链接. 此外, 文献 [24] 证明在增强节点数不受限时, RVFLNN 是有界有限维集合上连续函数的通用逼近器, 因而增强节点对 RVFLNN 也有重要的作用.

(3) “黑盒性质”是人工神经网络 (ANN) 的显著弱点, ANN 既无法将网络参数合理地解释为其所学的知识, 也让人们难以直观地理解它如何在内部做出决策. 然而, 基于神经网络和模糊规则系统 (FRBS) 的等价性^[25,26], Benitez 等人定义了一种模糊逻辑算子 (interactive-OR, I-OR), 用模糊规则描述了具有 Sigmoid 激活函数的 ANN 的推理过程^[27], 加性 TS 多层感知机 (ATSMLP)^[28]和级联 ATSMLP (CATSMLP)^[29]也与之类似. 借助文献 [27-29] 的相关理论也可说明具有 Sigmoid 激活函数的 RVFLNN 仍然可解释. 但是, 当需要拟合的数据集过于复杂时, 这种 RVFLNN 会生成较多增强节点而引起“规则爆炸”现象.

对此, 我们设计出一种 RVFLNN 与 BLS 的混合模型 FA-RVFLNN, 在该模型中, 一个以原始数据为输入且具有 Sigmoid 激活函数的 RVFLNN 被作为主体结构, 这使得 FA-RVFLNN 不仅可解释, 而且拥有性能增强作用的直接链接. 具有明确含义的原始数据既有利于模型挖掘原始输入空间中有价值的信息, 也对主体结构中规则解释起到帮助. 而性能表现良好的 BL-DFIS 被用作 FA-RVFLNN 的补充结构. 本文主要贡献可概括为以下几点.

(1) 更少的规则数: 一方面, FA-RVFLNN 利用主体结构 (RVFLNN) 提取到数据的主干特征后, 在试图达到令人满意的性能时, 可减少其补充结构 (BL-DFIS) 中使用的规则数. 另一方面, 在性能良好的补充结构的加持下, FA-RVFLNN 可大幅减少其主体结构的规则数, 进而缓解 RVFLNN 的“规则爆炸”问题.

(2) 丰富的特征信息: FA-RVFLNN 利用 BL-DFIS 充当特征扩展, 为输出层提供了输入节点、增强节点、特征节点、模糊节点这 4 类特征, 这种多层次的特征信息可在一定程度上增强系统的分类性能.

(3) 灵活的结构调整: 在实际应用中, 当分类任务从简单到复杂时, FA-RVFLNN 在直接链接这种简单线性模型的支撑下, 可依次调整增强节点、特征节点和模糊节点实现由简到繁的特征表示, 以灵活应对.

(4) 实验结果表明: FA-RVFLNN 能够在分类性能与 BL-DFIS、RVFLNN 相近时, 使用更少的模糊规则 (模糊节点或增强节点), 在网络规模上仍具有一定的竞争优势, 是一种兼顾性能和可解释性的模型.

本文第 1 节简要介绍相关理论, 包括 RVFLNN、BLS、ANN 与 FRBS 的功能等价性. 第 2 节详细描述特征扩展的随机向量函数链神经网络 (FA-RVFLNN) 及其学习方法. 第 3 节进行实验评估及分析. 第 4 节总结全文.

1 相关工作

1.1 随机向量函数链神经网络

随机向量函数链神经网络 (RVFLNN)^[1,2]的结构如图 1 所示. 假设输入数据为 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in \mathbb{R}^{N \times m}$, 其中, N 、 m 分别是输入数据的样本数和特征数. 增强层的输出可表示为 $H_1 = [h_1^1, h_2^1, \dots, h_N^1]^T \in \mathbb{R}^{N \times S}$, 其中, $h_j^1 = [h_{j,1}^1, h_{j,2}^1, \dots, h_{j,S}^1]$, $j = 1, 2, \dots, N$, H_1 可用下式计算:

$$H_1 = \varphi(XB + d) \quad (1)$$

其中, $\varphi(\cdot)$ 是激活函数, 如 Sigmoid、Gaussian 等. $B \in \mathbb{R}^{m \times S}$, $d \in \mathbb{R}^{1 \times S}$ 是输入层与增强层之间随机生成的连接权值与偏置, S 是增强层的节点数. 那么 RVFLNN 的输出 Y 为:

$$Y = [X|H_1]\beta = H\beta \quad (2)$$

其中, $H = [X|H_1] \in \mathbb{R}^{N \times (m+S)}$ 是扩展输入矢量, $\beta \in \mathbb{R}^{(m+S) \times c}$ 是连接输出层的权值.

对于 RVFLNN 的训练, 设样本标签为 $T = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T \in \mathbb{R}^{N \times c}$, c 是样本类别数, 可解析计算权值 $\beta = H^+T$, 其中, H 右上角的+表示 Moore-Penrose 伪逆运算. 在计算 β 时, 可加入正则项 C 以避免过拟合^[4]:

$$\beta = \begin{cases} (H^T H + I/C)^{-1} H^T T, & m+S \leq N \\ H^T (H H^T + I/C)^{-1} T, & m+S > N \end{cases} \quad (3)$$

由上述计算过程可知, RVFLNN 的参数 B, d 被随机生成后固定, 而权值 β 由解析确定, 因此其训练速度较快.

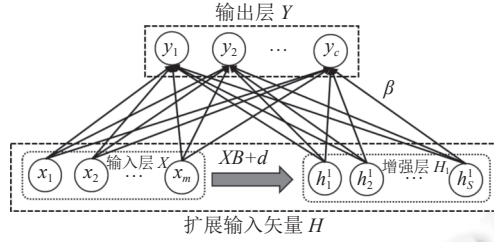


图 1 RVFLNN 的网络结构

1.2 宽度学习系统

宽度学习系统 (BLS) 的框架如图 2 所示, BLS 的计算过程^[9]如下. 设输入数据为 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in \mathbb{R}^{N \times m}$, 特征节点被划分为 n 簇 (组), 包含 k 个节点的特征簇 $Z_i \in \mathbb{R}^{N \times k}$ 可由下式计算:

$$Z_i = \varphi_i(XW_{ei} + \beta_{ei}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

其中, $W_{ei} \in \mathbb{R}^{m \times k}$, $\beta_{ei} \in \mathbb{R}^{1 \times k}$ 是随机生成的权值和偏置. $\varphi_i(\cdot)$ 通常是线性函数, 用 $Z^n \equiv [Z_1, Z_2, \dots, Z_n]$ 表示特征层的输出. 设增强层包含 s 簇节点, 第 j 簇节点的连接权值和偏置分别为 W_{hj} , β_{hj} , 则增强簇 H_j 的计算式为:

$$H_j = \zeta_j(Z^n W_{hj} + \beta_{hj}), \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (5)$$

其中, $\zeta_j(\cdot)$ 通常是非线性函数, 假设用 $H^s \equiv [H_1, H_2, \dots, H_s]$ 表示增强层的输出, 整个 BLS 的输出可由下式计算:

$$Y = [Z_1, \dots, Z_n, H_1, \dots, H_s] W^s = [Z^n | H^s] W^s \quad (6)$$

其中, W^s 是与输出层连接的权值. 在 BLS 的训练阶段, 设数据样本对应标签 $T = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T \in \mathbb{R}^{N \times c}$ 其中, c 是输出层的维数, 则令 $Y = T$, 由公式 (6) 可得 W^s 的计算式:

$$W^s = [Z^n | H^s]^+ T \quad (7)$$

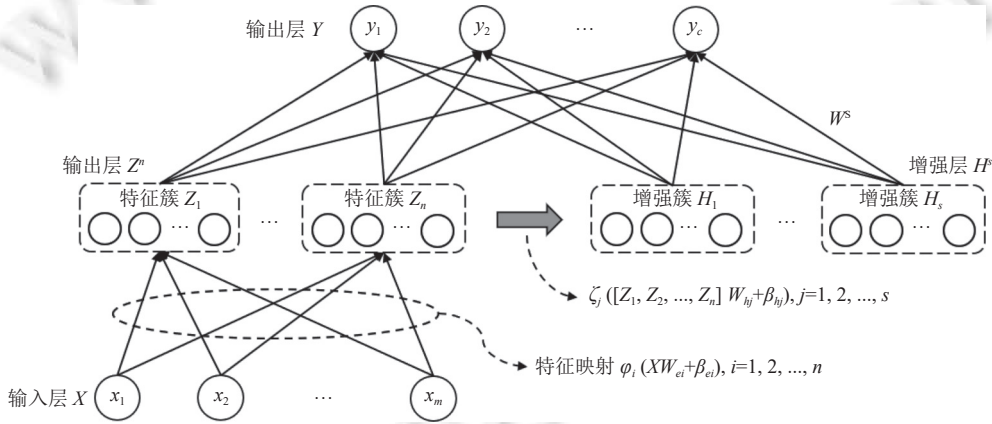


图 2 BLS 的框架

1.3 神经网络与模糊系统的功能等价性

基于模糊规则的系统 (fuzzy rule-based system, FRBS)^[30]具有表示和处理不确定性知识的能力, 它能模拟人脑的判断和推理过程, 适合于难以用经典数学建模的复杂系统的决策和控制^[31]. 对于具有 m 个输入变量和 n 个输出值的 FRBS, 它的模糊规则可表示为:

$$R_k : \text{if } (x_1 \text{ is } A_1^k), (x_2 \text{ is } A_2^k), \dots, (x_m \text{ is } A_m^k) \text{ then } y_1^k = B_1^k, \dots, y_n^k = B_n^k \quad (8)$$

其中, $x = [x_1, x_2, \dots, x_m] \in \mathbb{R}^m$ 为系统输入, A_k^i 是变量 x_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 对应的模糊集. $y^k = [y_1^k, \dots, y_n^k] \in \mathbb{R}^n$ 是第 k 条规则的输出. 对于一个神经网络 ANN (如图 3), 假设其输入层、隐藏层、输出层的神经元个数分别为 m, h, n , 隐藏层的激活函数为 Sigmoid. 那么可将隐藏节点与输出节点组成的数值对 (z_k, y_j) 表示为模糊规则^[27]:

$$R_{kj}: \text{if } \sum_{i=1}^m (x_i w_{ik} + \tau_k) \text{ is } A \text{ then } y_{kj} = \beta_{kj} \quad (9)$$

其中, 模糊集 A 对应的隶属函数为 Sigmoid, 上述规则的启动强度 $v_{kj} = A(\sum_{i=1}^m x_i w_{ik} + \tau_k)$, 那么系统的输出为:

$$y_j = \sum_{k=1}^h v_{kj} y_{kj} = \sum_{k=1}^h A(\sum_{i=1}^m x_i w_{ik} + \tau_k) \cdot \beta_{kj} \quad (10)$$

为了将公式 (9) 的规则前件分解成公式 (8) 的形式, 文献 [27] 定义了一种模糊逻辑算子:

$$a_1 * a_2 * \dots * a_m = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_m}{(1 - a_1) \cdot (1 - a_2) \cdot \dots \cdot (1 - a_m) + a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_m} \quad (11)$$

其中, $*$ 又称 I-OR 算子, 借助该算子, 公式 (9) 可写为:

$$R_{kj}: \text{if } (x_1 \text{ is } A_{k1}^1) * (x_2 \text{ is } A_{k2}^2) * \dots * (x_m \text{ is } A_{km}^m) \text{ then } y_{kj} = \beta_{kj} \quad (12)$$

其中, A_{ki}^i 是输入变量 x_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 对应的模糊集. 由公式 (9)–公式 (12) 可知, 每个隐藏节点对应着 1 条模糊规则, 规则的输出 $y_{kj} = \beta_{kj}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 是隐藏节点 z_k 与输出节点 y_j 的连接权值, 规则输出与启动强度 (隐藏节点的输出) 进行加权求和后即可得到系统输出. 至此, 具有 Sigmoid 激活函数的 ANN 与 FRBS 之间的功能等价性已被建立.

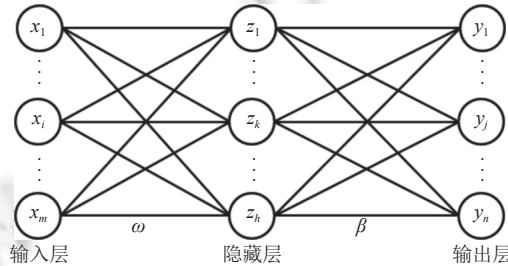


图 3 神经网络

2 特征扩展的随机向量函数链神经网络 (FA-RVFLNN) 及其学习方法

本节对 FA-RVFLNN 及其学习方法做详细说明, 最后给出 FA-RVFLNN 的三阶段增量学习算法.

2.1 FA-RVFLNN 的总体结构

FA-RVFLNN 的网络结构如图 4 所示, 在该结构中, RVFLNN 连接至输入层, 用于处理原始数据, 而 BL-DFIS 则在预处理后的样本空间上做进一步的特征提取, 以下将说明 FA-RVFLNN 的参数计算过程.

首先, 计算 FA-RVFLNN 中增强层的输出. 设给定输入数据样本为 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in \mathbb{R}^{N \times m}$, 其中 $x_j = [x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm}] \in \mathbb{R}^m, j = 1, 2, \dots, N, N$ 和 m 分别为输入数据的样本数和属性数. 设 FA-RVFLNN 的增强节点数为 S , 增强层输出 $E_S = [e_1, e_2, \dots, e_S] \in \mathbb{R}^{N \times S}$ 可由下式计算:

$$E_S = \varphi\left(\frac{XB}{\lambda} + d\right) \quad (13)$$

其中, $\varphi(\cdot)$ 是激活函数 Sigmoid, $B \in \mathbb{R}^{m \times S}, d \in \mathbb{R}^{1 \times S}$ 是在输入层与增强层之间随机生成的权值和偏置. 对于不同的数据集, 原始数据 X 的数值范围具有不确定性, 参数 λ 可调节该数值范围进而避免激活函数 $\varphi(\cdot)$ 过饱和.

然后, 计算特征层的输出. 先对输入数据 X 做简单的等维度预处理 (例如标准化、正则化等) 得到 $X_{\text{pre}} = [x_1^p, x_2^p, \dots, x_N^p]^T \in \mathbb{R}^{N \times m}$, 其中 $x_j^p = [x_{j1}^p, x_{j2}^p, \dots, x_{jm}^p], j = 1, 2, \dots, N$. 再使用极限学习机自编码器 (ELM-AE)^[19,20] 获得特征映射. 设 ELM-AE 的隐藏层节点数 (特征节点数) 为 M , 那么它的输出 $G = [G_1, G_2, \dots, G_M] \in \mathbb{R}^{N \times M}$ 为:

$$G = g(X_{\text{pre}}A + b), A^T A = I, b^T b = 1 \quad (14)$$

其中, $g(\cdot)$ 是 ELM-AE 中隐藏节点的激活函数. $A \in \mathbb{R}^{m \times M}, b \in \mathbb{R}^{1 \times M}$ 是隐藏层中随机生成的正交化输入权值与偏

置. 根据定义, 自编码器的输出可表示为等式:

$$G\beta = X_{\text{pre}} \quad (15)$$

其中, 隐藏层与输出层之间的连接权值 $\beta \in \mathbb{R}^{M \times m}$ 可用下式计算:

$$\beta = \begin{cases} G^{-1}X_{\text{pre}}, & \beta^T\beta = I, m = M \\ (G^T G + I/C_1)^{-1}G^T X_{\text{pre}}, & m \neq M \end{cases} \quad (16)$$

其中, C_1 是调节泛化性能的参数. 用得到特征映射 β 提取预处理数据 X_{pre} 的特征 $Z_M = [z_1, z_2, \dots, z_M]^T \in \mathbb{R}^{N \times M}$:

$$Z_M = X_{\text{pre}}\beta^T \quad (17)$$

接下来用特征 Z_M 计算模糊层的输出. 假设系统的模糊集个数固定为 K , 模糊层包含 L 个扩展增强单元 EEU, 每个 EEU 表示 1 条模糊规则, 相应的扩展节点数为 $1+M$. 那么, 在第 l 个增强单元 EEU_{*l*} 中, 用第 k 个模糊集对特征 $z_j = [z_{j,1}, z_{j,2}, \dots, z_{j,M}]^T, j = 1, 2, \dots, N$ 进行模糊化后的输出, 可用下式计算:

$$\mu_k^l(z_{ji}) = \exp\left(-\frac{(z_{ji} - a_k)^2}{2\sigma_l^2}\right), l = 1, 2, \dots, L, k = 1, 2, \dots, K \quad (18)$$

其中, $\mu_k^l(\cdot)$ 是高斯隶属函数, $z_{ji} (i = 1, 2, \dots, M)$ 是特征 z_j 的第 i 个分量. a_k 是第 k 个高斯函数的固定中心, 且 $a_k = (k-1)/(K-1), k = 1, 2, \dots, K$. $\sigma_l (l = 1, 2, \dots, L)$ 是增强单元 EEU_{*l*} 中随机生成的高斯隶属函数的标准差, 这意味着每个增强单元 EEU_{*l*} 都对应一个标准差 σ_l . 需要说明的是, 公式 (18) 将每个特征值 $z_{j,i}$ 都映射到 K 个模糊集上, 分别对应 K 种语义标签, K 通常选用一个较小的奇数 (3、5、7 等). 例如当 $K=5$ 时, 5 个模糊集分别对应: very low、low、medium、high、very high 这 5 种语义, 此时的隶属中心为 $a = (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$.

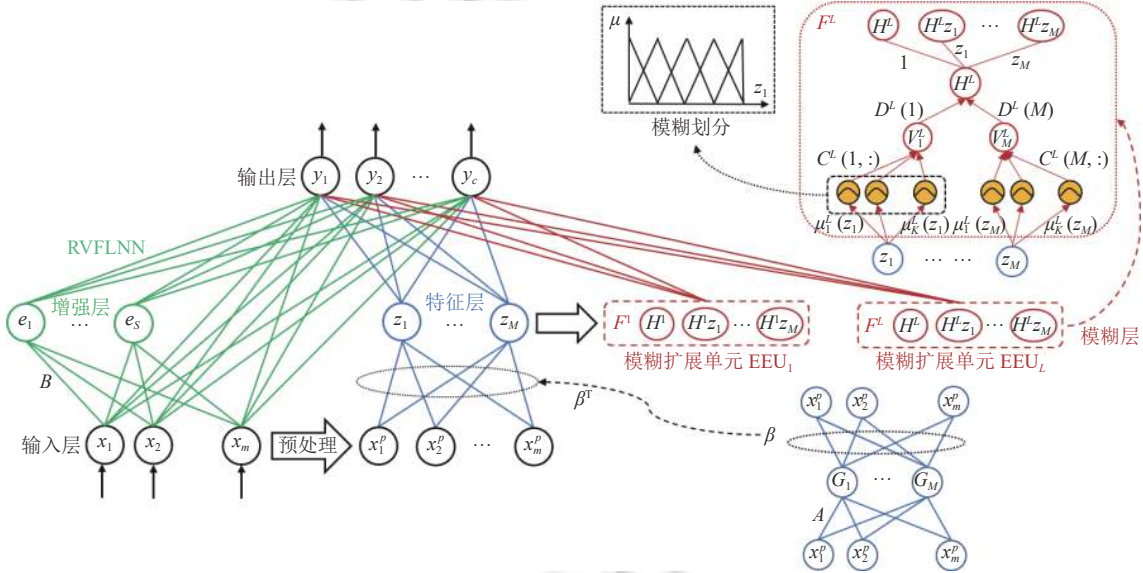


图 4 FA-RVFLNN 的网络结构

对于扩展增强单元 EEU_{*l*}, 用 K 个模糊集映射后的特征可表示成 3 维矩阵 $U^l \in \mathbb{R}^{N \times M \times K}$:

$$U^l(:, :, k) = \begin{bmatrix} \mu_{1,1,k}^l & \dots & \mu_{1,M,k}^l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{N,1,k}^l & \dots & \mu_{N,M,k}^l \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots, K \quad (19)$$

可用 U_L 表示 L 个扩展增强单元的模糊特征:

$$U_L = [U^1, U^2, \dots, U^L] \in \mathbb{R}^{N \times LM \times K} \quad (20)$$

下面将使用随机策略, 选择扩展增强单元中被使用的特征和被激活的模糊集. 这里可定义模糊特征的随机选

择向量 D^l , 用于选择第 l 个增强单元 EEU_l 中被使用的特征:

$$D^l = [d_1^l, d_2^l, \dots, d_M^l]^T, l = 1, 2, \dots, L \quad (21)$$

其中, $d_i^l (i = 1, 2, \dots, M)$ 是随机生成的二值整数 (0 或 1). 当 $d_i^l = 0$ 时, 表示特征 $z_{ji} (i = 1, 2, \dots, M)$ 在第 l 个增强单元中被选用, 否则被忽视 (don't care). 可用 D_L 表示 L 个扩展增强单元的随机特征选择矩阵:

$$D_L = [D^1, D^2, \dots, D^L] \in \mathbb{R}^{M \times L} \quad (22)$$

模糊集的随机选择子矩阵 $C^l \in \mathbb{R}^{M \times K}$ 形式如下:

$$C^l = \begin{bmatrix} c_{1,1}^l & \dots & c_{1,K}^l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M,1}^l & \dots & c_{M,K}^l \end{bmatrix}, l = 1, 2, \dots, L \quad (23)$$

其中, $c_{i,k}^l (i = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, K)$ 是随机生成的二值整数 (0 或 1). 当 $c_{i,k}^l = 1$ 时, 表示在第 l 个增强单元中, 对特征 z_{ji} 进行模糊化的第 k 个模糊集被激活, 否则该模糊集将不被使用. 同理, 此时 L 个扩展增强单元的随机规则组合矩阵 C_L 可表示为:

$$C_L = [C^1, C^2, \dots, C^L] \in \mathbb{R}^{M \times K \times L} \quad (24)$$

其中, $C_L(:, :, l) = C^l, l = 1, 2, \dots, L$. 下面计算所有特征的 Modified PROBOR 值^[19]:

$$V^l(j, i) = \begin{cases} 1, & D^l(i) = 1 \\ 1 - \prod_{k=1}^K (1 - C^l(i, k)U^l(j, i, k)), & D^l(i) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

其中, $U^l(j, i, k) = \mu'_{jik}, D^l(i) = d_i^l, C^l(i, k) = c_{i,k}^l (i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K)$ 分别与公式 (19), 公式 (21), 公式 (23) 的元素对应. 则第 l 个模糊节点的输出 H^l 可由下式计算:

$$H^l = \prod_{i=1}^M V^l(j, i), l = 1, 2, \dots, L \quad (26)$$

H^l 可写为向量形式: $H^l = [h_1^l, h_2^l, \dots, h_N^l]^T$, 这时模糊层的 L 个模糊节点可表示为:

$$H_L = [H^1, H^2, \dots, H^L] \in \mathbb{R}^{N \times L} \quad (27)$$

由于一阶 TSK 模糊系统的输出可看成: 以启动强度 (fire strength) 作为权重系数矩阵, 再与输入特征矩阵相乘的结果^[32]. 因此, 第 l 个扩展增强单元的输出 F^l 可通过下式计算:

$$F^l = H^l \cdot Z_M^c = \begin{bmatrix} h_1^l & h_1^l z_{1,1} & \dots & h_1^l z_{1,M} \\ h_2^l & h_2^l z_{2,1} & \dots & h_2^l z_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_N^l & h_N^l z_{N,1} & \dots & h_N^l z_{N,M} \end{bmatrix}, l = 1, 2, \dots, L \quad (28)$$

其中, $Z_M^c = [1|Z_M] \in \mathbb{R}^{N \times (1+M)}$, 此时包含 L 个扩展单元的模糊层输出 F_L 可表示为:

$$F_L = [F^1, F^2, \dots, F^L] \in \mathbb{R}^{N \times L(1+M)} \quad (29)$$

最后, 将输入数据 X 、增强层输出 E_S 、特征层输出 Z_M 、模糊层输出 F_L 一起传递给输出层, 那么 FA-RVFLNN 的输出 Y 可用下式计算:

$$Y = E_S W_E + X W_X + Z_M W_Z + F_L W_F = [E_S | X | Z_M | F_L] \begin{bmatrix} W_E \\ W_X \\ W_Z \\ W_F \end{bmatrix} \equiv [E_S | X | Z_M | F_L] W \quad (30)$$

其中, $W_E \in \mathbb{R}^{S \times c}, W_X \in \mathbb{R}^{m \times c}, W_Z \in \mathbb{R}^{M \times c}, W_F \in \mathbb{R}^{L(1+M) \times c}$ 分别是输入层、增强层、特征层、模糊层与输出层连接的权值矩阵, 可将它们合并后用 $W \in \mathbb{R}^{[S+m+M+L(1+M)] \times c}$ 表示, c 是输出层的节点个数, 即样本类别数.

在 FA-RVFLNN 中, 我们将原始数据而非预处理后的数据作为主体结构 RVFLNN 的输入, 主要有两点考虑: 第一, 由公式 (8)–公式 (12) 可知, 在 FA-RVFLNN 仍然可被解释的情况下, 原始数据比预处理数据有着更加明确

的含义,这对主体结构的可解释性更有利;第二,从某种角度来看,FA-RVFLNN 可被当做由分类器 RVFLNN 和分类器 BL-DFIS 构成的集成系统,原始数据和预处理数据的设置可进一步增强以两者为输入的分类器间的多样性,由集成学习理论可知,更强的多样性 (diversity) 有利于提升系统性能。

关于 FA-RVFLNN 的特征扩展:如图 5 所示,相对于传统的 RVFLNN,FA-RVFLNN 不仅网络结构更宽,而且有着结构层次更深的 BL-DFIS。借助于 BL-DFIS,FA-RVFLNN 能用增强层、特征层和模糊层来实现更灵活的多特征扩展,也让 FA-RVFLNN 能学到多层次的特征信息。

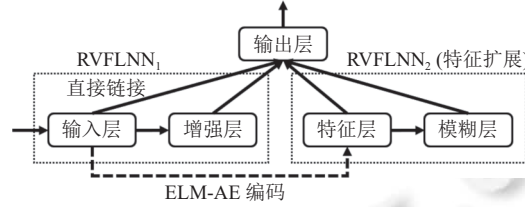


图 5 FA-RVFLNN 的特征扩展

事实上,由图 5 可知,FA-RVFLNN 的结构中也存在着以特征层为输入的 RVFLNN₂。在实际应用中,对于简单易分类的数据集,主体结构 RVFLNN₁ 的直接链接优先起到作用,添加少量的增强节点即可拟合数据样本。对于大型复杂的数据集,RVFLNN₁ 不足以拟合或者需要大量增强节点才能拟合这些样本,此时可先调节适当的增强节点数,使得 RVFLNN₁ 具有可接受的性能表现,再增加 RVFLNN₂ 的模糊节点以补充性能。

2.2 FA-RVFLNN 的学习方法

假设训练样本的标签为 $T \in \mathbb{R}^{N \times c}$,我们将输入层、增强层、特征层、模糊层并列后的网络层称为特征扩展层,它表示连接至输出层的所有节点,其输出值用 $A_{S,L} \triangleq [E_S | X | Z_M | F_L]$ 表示。公式 (30) 中的权值矩阵 W 可用伪逆算法快速求得:

$$W = [E_S | X | Z_M | F_L]^+ T = A_{S,L}^+ T \quad (31)$$

FA-RVFLNN 的增量学习:当 FA-RVFLNN 由于节点数较少而不能达到令人满意的表现时,需要向其添加增强节点或模糊节点,这时可用分块矩阵的伪逆算法快速更新公式 (31) 中的权值矩阵 W 。根据添加节点类型的不同,可分两种情况讨论。

第一,向 FA-RVFLNN 添加 p 个增强节点。用 $a = \varphi(XB_p / \lambda + d_p) \in \mathbb{R}^{N \times p}$ 表示这 p 个增强节点的输出,此时特征扩展层的输出 $A_{S+p,L}$ 可表示为:

$$A_{S+p,L} \triangleq [a | A_{S,L}] \triangleq [\varphi(XB_p / \lambda + d_p) | A_{S,L}] \quad (32)$$

第二,向 FA-RVFLNN 添加 q 个模糊扩展单元。也可用 $a = F_q \in \mathbb{R}^{N \times q(1+M)}$ 表示这 q 个模糊扩展单元的输出,那么特征扩展层的输出 $A_{S,L+q}$ 可表示为:

$$A_{S,L+q} \triangleq [A_{S,L} | a] \triangleq [A_{S,L} | F_q] \quad (33)$$

在上述符号的表示下,增强节点或模糊扩展单元在添加到 FA-RVFLNN 后,其输出层的连接权值 $W_{S,L}^1$ 都可用下式依次计算:

$$\begin{cases} D = (A_{S,L})^+ a \\ C = a - A_{S,L} D \\ B^T = \begin{cases} C^+, & \text{if } C \neq 0 \\ (I + D^T D)^{-1} D^T (A_{S,L})^+, & \text{if } C = 0 \end{cases} \\ W_{S,L}^1 = (A_{S,L}^1)^+ T = \begin{cases} \begin{bmatrix} B^T \\ (A_{S,L})^+ - D B^T \end{bmatrix} T, & \text{if } A_{S,L}^1 = A_{S+p,L} \\ \begin{bmatrix} (A_{S,L})^+ - D B^T \\ B^T \end{bmatrix} T, & \text{if } A_{S,L}^1 = A_{S,L+q} \end{cases} \end{cases} \quad (34)$$

下面给出 FA-RVFLNN 的三阶段增量学习算法, 该算法可动态地调节增强节点数和模糊扩展单元数, 使得系统达到较好的分类性能, 其学习过程如算法 1 所示.

算法 1. 三阶段增量学习算法.

输入: 训练数据 $X \in \mathbb{R}^{N \times m}$; 训练标签 $T \in \mathbb{R}^{N \times c}$; 增强节点的最大数量 S_{\max} 及其训练阈值 ε_1 ; 模糊扩展单元的最大数量 L_{\max} 及其训练阈值 ε_2 ;

输出: 增强层的参数 $B = [b_s, \dots, b_2, b_1]$, $d = [d_s, \dots, d_2, d_1]$; 特征映射 β^T ; 模糊层的参数 $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s]$, $D^L = [D_1, D_2, \dots, D_L]$, $C^L = [C_1, C_2, \dots, C_L]$; 输出层的连接权值 $W_{S,L}$.

1. 设置增强节点数 $S=1$, 模糊扩展单元数 $L=1$, 当前迭代次数 $n=1$. // 阶段 1, 初始化网络模型
 2. 随机生成权值 $B = [b_i]$ 和偏置 $d = [d_i]$, 利用公式 (13) 计算增强层的输出 E_1 .
 3. 根据公式 (14), 公式 (16) 和公式 (17), 计算特征层的输出 Z_M , 再由公式 (25)–公式 (29) 计算模糊扩展单元的输出 F_1 .
 4. 根据公式 (18), 公式 (22) 和公式 (24), 随机生成用于构建第 1 个模糊扩展单元的参数 σ_1, D_1, C_1 .
 5. 计算 FA-RVFLNN 的输出 Y_1 和误差 R_1 :

$$Y_1 = A_{1,1} W_{1,1} = [E_1 | X | Z_M | F_1] W_{1,1}, R_1 = \|Y_1 - T\|,$$
 其中, $W_{1,1}$ 是初始网络的输出权值, 可通过公式 (28) 算得, $\|\cdot\|$ 为 L^2 范数.
 6. $n=n+1$.
 7. While $S < S_{\max}$ and $R_{n-1} < \varepsilon_1$ // 阶段 2, 增强节点的增量学习
 8. 根据公式 (13) 随机生成一组权值 b_{S+1} 和偏置 d_{S+1} , 计算第 $S+1$ 个增强节点的输出 e_{S+1} , 更新增强层的参数 $B=[b_{S+1}|B]$, $d=[d_{S+1}|d]$ 以及特征扩展层的输出 $A_{S+1,L}=[e_{S+1}|A_{S,L}]$.
 9. 计算输出 $Y_n = A_{S+1,L} W_{S+1,L}$ 及误差 $R_n = \|Y_n - T\|$. 其中, $W_{S+1,L}$ 可用公式 (32) 和公式 (34) 更新.
 10. $S = S+1, n = n+1$.
 11. End while
 12. While $L < L_{\max}$ and $R_{n-1} < \varepsilon_2$ // 阶段 3, 模糊节点的增量学习
 13. 根据公式 (18), 公式 (22) 和公式 (24), 随机生成第 $L+1$ 个模糊扩展单元的参数 $\sigma_{L+1}, D_{L+1}, C_{L+1}$, 再由公式 (25)–公式 (29) 计算模糊扩展单元的输出 F_{L+1} , 更新 $A_{S,L+1}=[A_{S,L}|F_{L+1}]$.
 14. 计算输出 $Y_n = A_{S,L+1} W_{S,L+1}$ 及误差 $R_n = \|Y_n - T\|$. 其中, $W_{S,L+1}$ 可用公式 (33) 和公式 (34) 更新.
 15. $L = L+1, n = n+1$.
 16. End while
-

在公式 (32)–公式 (34) 中, 我们将增强节点和模糊节点分别添加至特征扩展层 $A_{S,L}$ 的左右两侧, 主要考虑到: 在增强节点和模糊节点被交替添加到 $A_{S,L}$ 之后, 不同类别的特征相对位置不变, 仍然可较容易地从 $A_{S,L}$ 中按块区分它们, 这为解释 FA-RVFLNN 内部的推理过程以及进行模型的再次预测提供了便利.

对于上述的三阶段增量学习算法, 在固定最大节点数 S_{\max}, L_{\max} 的情况下, 设置的训练阈值 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 应该满足关系 $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2$, 其目的是让 FA-RVFLNN 尽量使用可解释性更好的主体结构, 不得已再增大补充结构的网络规模以提升分类性能, 这时 FA-RVFLNN 在可解释性和分类性能上都可以表现良好. 此外, 在实验过程中, 为了模型对比的公平性, 在对 FA-RVFLNN 进行训练时, 我们也用到了文献 [19] 提出的带有内部剪枝和更新机制的动态增量学习算法 (DILA).

3 实验评估

本节进行一系列对比实验, 采用 UCI^[33]和 KEEL^[34]上的 25 个基准分类数据集 (如表 1) 来评估各模型的性能表现, 这些数据集与文献 [19] 使用的一致. 实验程序在配备了 Inter i5-8400 2.8 GHz 处理器和 12 GB 内存的桌面

端上执行, 编程软件平台为 PyCharm 2021.3.1. 每个数据集的实验结果都由 10 折交叉验证获得, 交叉验证的具体次数将在下文给出.

表 1 实验使用的 25 个基准分类数据集

Datasets	No. of samples	No. of features	No. of classes
Adult	45 222	14	2
Australian	690	14	2
Balance	625	4	3
Breast	699	9	2
Cleveland	297	13	5
Contraceptive	1 473	9	3
Diabetes	768	8	2
Haberman	306	3	2
Iris	150	4	3
Liver	345	6	2
Magic	19020	10	2
Musk	6 598	166	2
Newthyroid	215	5	3
Pageblocks	5 472	10	5
Penbased	10992	16	10
Satimage	6 435	36	7
Segment	2 310	19	7
Seismic	2 584	18	2
Sonar	208	60	2
Spectfheart	267	44	2
Texture	5 500	40	11
Vehicle	846	18	4
Vote	232	16	2
Wine	178	13	3
WPBC	198	33	2

3.1 实验设计

为了验证本文提出的混合模型 FA-RVFLNN 的有效性, 在设置实验对比模型时, 我们采用了简单的消融方法, 分离出 FA-RVFLNN 的主体结构和性能补充结构后得到 RVFLNN 和 BL-DFIS (实验中的 RVFLNN、BL-DFIS 都特指这两个模型). 值得注意的是, 文献 [19] 并未指明提出的 BL-DFIS 是否依照岭回归理论^[35]设置正则参数 C 解析计算输出权值. 为了不让参数 C 对 BL-DFIS 的实验结果造成争议, 本文的实验模型 BL-DFIS 在学习输出权值时采用 SVD 方法计算 Moore-Penrose 伪逆, RVFLNN 与 FA-RVFLNN 同样都使用 SVD 方法. 而文献 [21] 用实验说明了当增加一个调优参数 (如公式 (3) 中的 C) 时, 基于岭回归的 RVFL 比基于 Moore-Penrose 伪逆的 RVFL 表现出更好的分类性能. 与文献 [21] 不同的是, 除了分类性能外, 本文也关注影响模型可解释性的规则数 (或节点数). 因此, 实验也加入了具有可调正则项 C 的 RVFLNN(C) 作为对照模型.

在实验方案的设置上, 为了客观方便地对比 FA-RVFLNN 与 BL-DFIS 的表现, 我们首先用文献 [19] 的参数设置策略与网格搜索方式, 在设定的参数范围内找到对照模型 BL-DFIS 的最优超参数. 此时, BL-DFIS 的大致结构已确定. 然后, 将 FA-RVFLNN 中补充结构的超参数与 BL-DFIS 保持一致. 最后, 调节 FA-RVFLNN 的增强节点和模糊节点, 使其获得良好的泛化性能. 之后, 将 FA-RVFLNN 的主体结构单独剥离得到对比模型 RVFLNN, 并重新调节增强节点数使其拟合数据样本. 而 RVFLNN(C) 的超参数则由网格搜索确定.

对于上述方案, 需说明的是: 正如前文动机所述, 可解释性和泛化性能是本文关注的重点, 下文实验将对 FA-RVFLNN、BL-DFIS、RVFLNN 的分类性能随着模糊规则数 (模糊节点或增强节点) 的变化. 因此, 为了让实验结果更具说服力, 除了模糊节点数外, FA-RVFLNN 中补充结构的超参数 (如特征节点数 M 、正则化参数 C_1 等) 与 BL-DFIS 的最优超参数保持一致. RVFLNN 的参数 λ (如公式 (13) 所示) 与 FA-RVFLNN 的最优超参数保持一致.

以下给出实验过程中不同模型的具体参数设置(注: 所有模型的随机权值和偏置都由 $[-1, 1]$ 上的均匀分布生成).

对于 BL-DFIS, 实验使用与文献 [19] 相似的策略确定模型的超参数.

1) 根据数据集的不同, 可采用几种常见的等维预处理方式, 例如标准化 (scale; minmax scale; maxabs scale; robust scale), 正则化 (normalize).

2) 对于 ELM-AE, 将 Sigmoid 作为其隐藏层的激活函数, 并用网格搜索确定特征节点数 M , 正则化参数 C_1 , 其中, 特征节点数 M 等于输入数据维度的 h 倍, 即 $M = hm, h \in \{0.25, 0.5, 0.75, 1, \dots, 3.75, 4\}, C_1 \in \{10^{-5}, 10^{-4}, \dots, 10^4, 10^5\}$.

3) 对于模糊层, 设模糊集个数 $K=5$, 扩展增强单元 (模糊规则) 的最大数量 $L_{\max}=30$. 公式 (18) 中高斯隶属函数的标准差生成区间 $\sigma_{\text{Range}} \in \{[0.1, 0.6], \dots, [0.1+0.5i, 0.1+0.5(i+1)], \dots, [4.6, 5.1] \mid i=0, 1, \dots, 9\}$, 标准差由该区间上的均匀分布随机生成.

对于 FA-RVFLNN, 我们将上述策略确定的 BL-DFIS 的最优超参数作为其补充结构的超参数, 它的增强层采用 Sigmoid 激活函数. 以下将分步骤确定 FA-RVFLNN 的其他参数.

1) 首先, 假设增强节点数 S 与特征节点数 M 相同, 即 $S = M$, 并将模糊规则数 L 设为 1. 再搜索公式 (13) 的参数 λ , 其中 $\lambda \in \{1, 5, \dots, 10^q, 5 \times 10^q, \dots, 10^5, 5 \times 10^5 \mid q = 0, \dots, 5\}$.

2) 接下来, 将上文的三阶段增量学习算法 (忽略阈值的设定) 作为训练算法, 用网格搜索找到合适的增强节点数 S 和模糊规则数 $L: S \in \{1, 3, 5, \dots, \text{Max}(10, L_p * (1 + M_p))\}, L \in \{1, 2, \dots, 5\}$, 其中 M_p, L_p 分别是 BL-DFIS 在第 p 个数据集上使用的特征节点数、模糊规则数. 这一步的目标是试图找到适当大小的增强节点数 S , 使得 FA-RVFLNN 能用较少的模糊规则数达到令人满意的分类性能.

3) 有了超参数 S 和 λ , FA-RVFLNN 的网络结构已初步确定. 最后用文献 [19] 提出的动态增量学习算法训练 FA-RVFLNN, 以确定它使用的模糊规则数 L .

确定参数 λ 之后, 我们将 FA-RVFLNN 的主体结构剥离后得到 RVFLNN, 用变步长方式搜索 RVFLNN 在各数据集上使用的增强节点数 $S \in \{5 \xrightarrow{5} 100 \xrightarrow{10} 600 \xrightarrow{50} 1100\}$, 其中 $100 \xrightarrow{10} 600$ 表示从 100 开始以步长为 10 生成到 600 的一系列数. 而 RVFLNN(C) 在各实验数据集上采用与 BL-DFIS 相同的预处理方式, 并且通过网格搜索确定公式 (1) 与公式 (3) 中的参数 $S \in \{5 \xrightarrow{5} 100 \xrightarrow{10} 600 \xrightarrow{50} 1100\}$ 和 $C \in \{10^{-5}, 10^{-4}, \dots, 10^4, 10^5\}$.

3.2 实验结果

根据实验方案, 首先需确定 FA-RVFLNN 的增强节点数. 图 6 展示了 FA-RVFLNN (曲面)、RVFLNN、BL-DFIS 这 3 个模型在 Adult 和 Pageblocks 数据集上的测试准确率 (Accuracy), 随着增强节点数 (S) 或模糊规则数 (#Rules) 的变化, 曲面是网格搜索的部分结果, 由三阶段增量学习算法进行 30 次 10 折交叉验证获得.

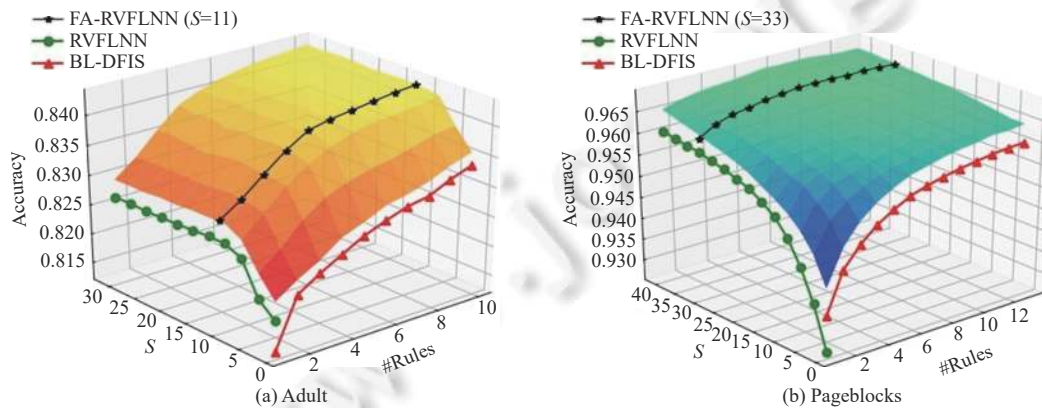


图 6 FA-RVFLNN、RVFLNN、BL-DFIS 的测试准确率随 S 或 #Rules 的变化

对于 Adult, S 的搜索区间为 $[1:3:31]$, 其中, S 的间隔被设置为 1-31, 步长为 3. #Rules 为 $[1:1:10]$; Pageblocks 的 S 和 #Rules 的区间分别为 $[1:3:40]$ 、 $[1:1:13]$. 可以发现, 当 $S=1$ (接近于 0) 时, FA-RVFLNN 的测试准确率要略

微高于 BL-DFIS, 可在一定程度上说明直接链接对 FA-RVFLNN 起到了性能增强作用. 另外, 当性能表现相近时, RVFLNN 比 BL-DFIS 明显要使用更多的规则数 (即 S). 对 FA-RVFLNN 来说, 为了网络权衡规则数和网络规模, 可先确定适当大小的增强节点数 S (例如, Adult: $S=11$ 、Pageblocks: $S=33$), 再调节 FA-RVFLNN 的模糊节点数, 这时, 可使用 BL-DFIS 的动态增量学习算法 (DILA), 以尽量保证模型 (FA-RVFLNN、BL-DFIS) 对比的公平性.

下面用 DILA 算法^[19]训练 FA-RVFLNN 和 BL-DFIS, 以比较两者的表现. 我们通过调节损失阈值来控制模型使用的模糊规则数, 为了减弱随机性对曲线造成的抖动程度, 对每一设定的阈值执行 100 次 10 折交叉验证, 最后绘制出两个模型在 24 个数据集 (除 Seismic 之外) 上的测试准确率, 随模糊规则数的变化曲线 (如图 7), 可发现如下现象.

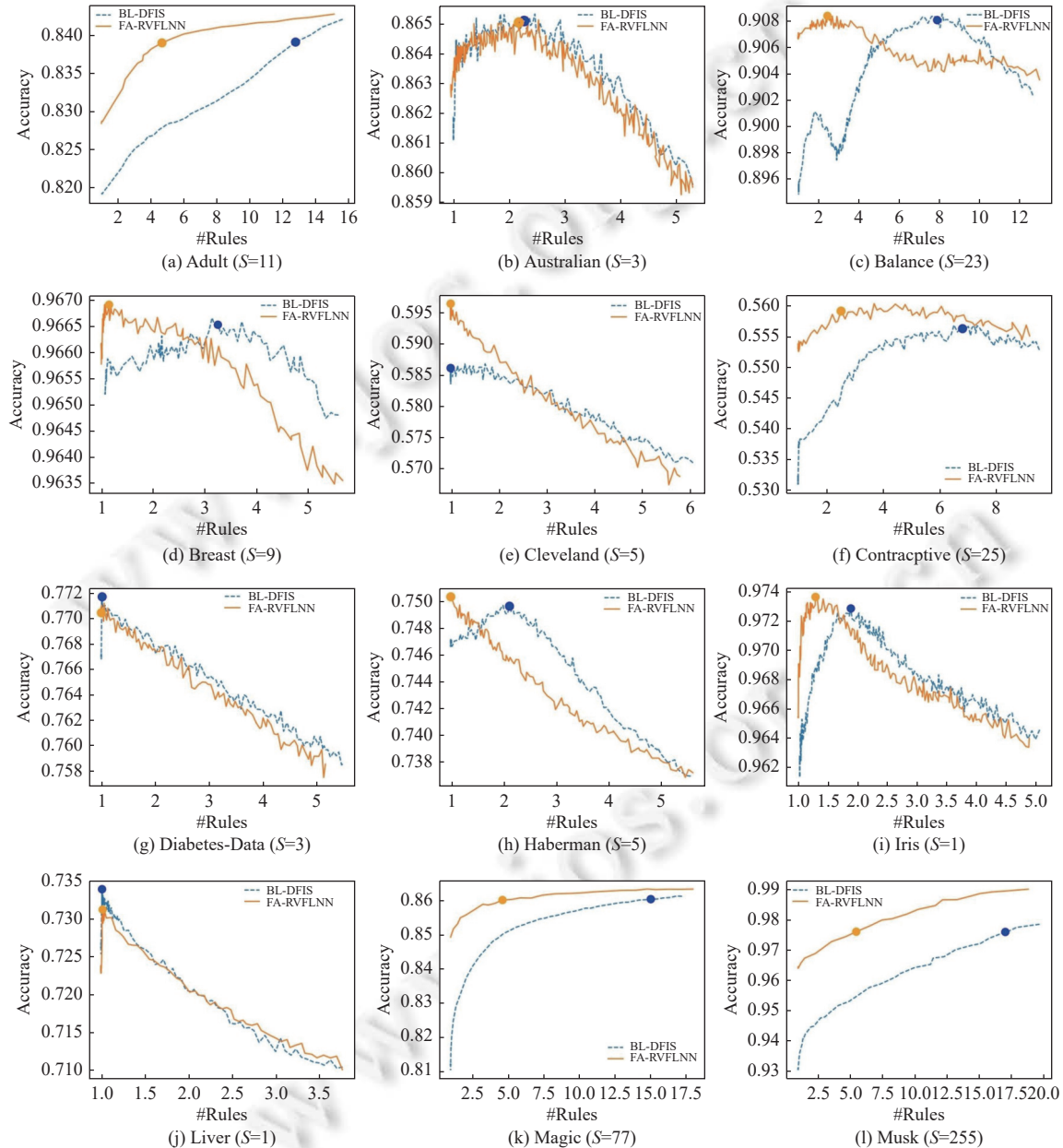


图 7 FA-RVFLNN 和 BL-DFIS 的测试准确率随模糊规则数的变化

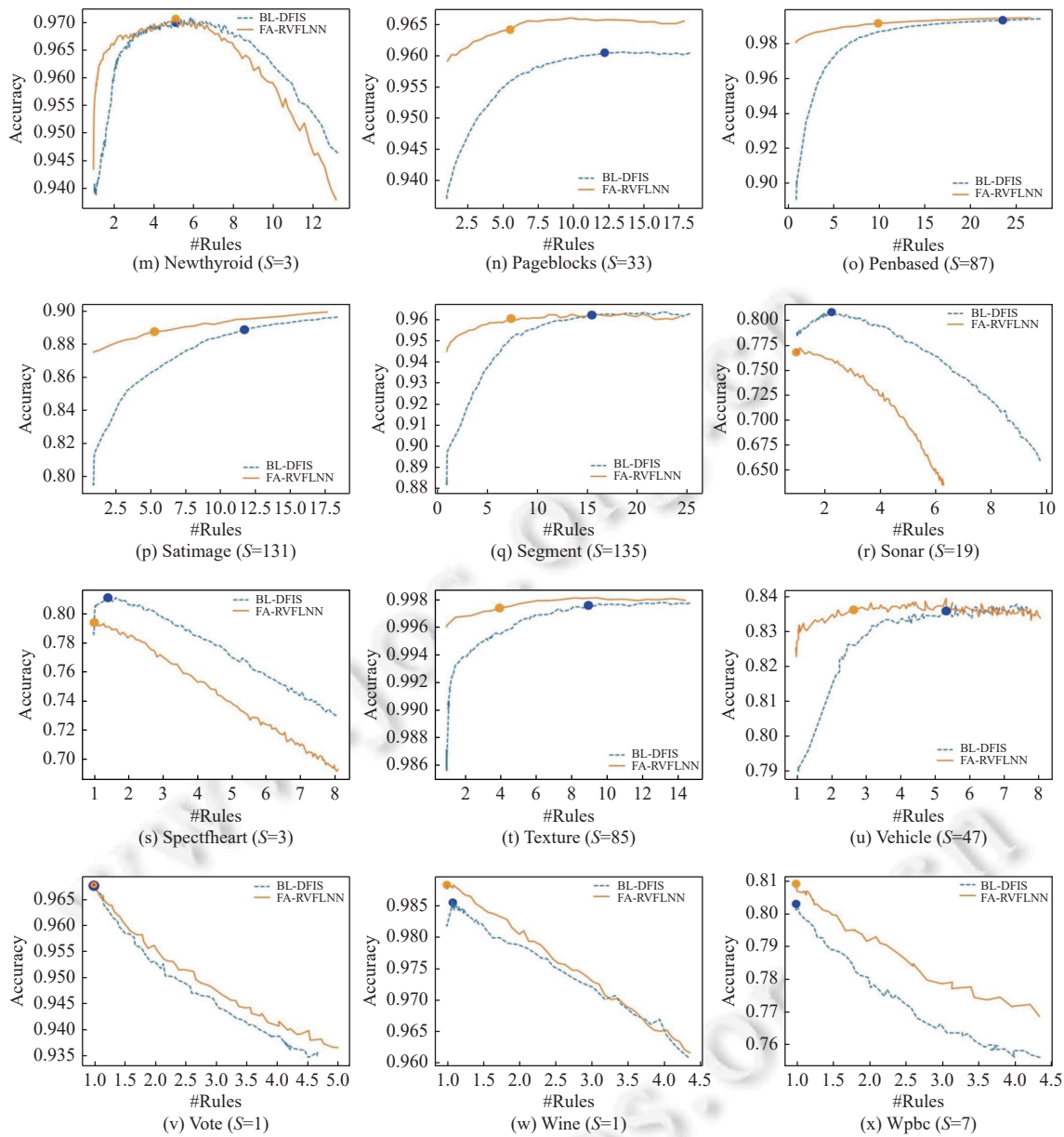


图7 FA-RVFLNN 和 BL-DFIS 的测试准确率随模糊规则数的变化 (续)

(1) 对于 BL-DFIS 使用较多模糊规则才能获得较高准确率的大型复杂数据集, 例如 Adult、Magic、Musk 等. FA-RVFLNN 的曲线基本落在 BL-DFIS 的左上侧. 这表明: 在这些数据集上, 借助于主体结构 RVFLNN, FA-RVFLNN 用更少的模糊规则 (扩展增强单元) 就能获得与 BL-DFIS 相近的准确率. 当使用相同规则数时, FA-RVFLNN 在 Musk 数据集上的测试准确率明显高于 BL-DFIS, 最高可达到 99% 左右. 总体来看, 与 BL-DFIS 相比, FA-RVFLNN 的泛化性能仍然具有一定的竞争力.

(2) 对于小型数据集, 例如 Cleveland、Haberman、Iris、Wine、WPBC. FA-RVFLNN 在直接链接的支撑下, 只添加较少的增强节点 (S=1, 5, 7) 即可实现模糊规则数的减少或者泛化性能的些许提升, 这与直接链接带来的预期效果相符.

(3) 在数据集 Diabetes、Spectfheart 上. 虽然从图 7 的最高准确率来看, FA-RVFLNN 比 BL-DFIS 更低. 然而,

当两者都用 1 条模糊规则时, BL-DFIS 的准确率会明显下降, 并且会下降到低于 FA-RVFLNN; 在数据集 Sonar 上, 虽然 FA-RVFLNN 在达到最高准确率时只使用 1 条规则, 但它在图 7 中的曲线完全处于 BL-DFIS 的下侧. 事实上, 这是因为在对比实验中, 我们将 BL-DFIS 的最优超参数 (M 、 C_1 、 σ_{Range}) 直接给 FA-RVFLNN 使用, 导致 FA-RVFLNN 在 Sonar 数据集上出现过拟合现象 (这些超参数对 FA-RVFLNN 并非最优). 调节特征节点数 M 等超参数可在一定程度上缓解这种现象.

为了获得各实验模型的量化评估数据, 我们将图 7 中使得模型测试准确率达到相对较优的点称为性能评估取值点 (简称评估点), BL-DFIS 和 FA-RVFLNN 的评估点分别用蓝色圆点、橘色圆点标示. 为了让实验对比更具说服力, 评估点的选取方法是: 对于 BL-DFIS, 选择与文献 [19] 使用模糊规则数接近或者准确率相对最优的点; 对于 FA-RVFLNN, 选择准确率与 BL-DFIS 接近或者准确率相对最优的点; 对于 RVFLNN(C) 和 RVFLNN, 我们逐批添加增强节点, 尽力让两者在每个数据集的准确率较高或者接近 BL-DFIS.

表 2 列出了 FA-RVFLNN 和 RVFLNN(C)、RVFLNN、BL-DFIS 在 25 个数据集上的实验结果, 包括测试准确率 (Accuracy)、模糊规则数 (#Rules)、增强节点数 (S). 表 2 中所有模型的实验数据取自评估点, 且都由 100 次 10 折交叉验证得出, BL-DFIS 和 FA-RVFLNN 都使用 DILA 训练算法^[19], 效果最好的数据用粗体标示.

表 2 实验模型的性能对比

Datasets	RVFLNN(C)		RVFLNN		BL-DFIS		FA-RVFLNN		
	Accuracy	S	Accuracy	S	Accuracy	#Rules	Accuracy	S	#Rules
Adult	0.8383±0.0008	150	0.8301±0.0002	600	0.8387±0.0007	12.45	0.8391±0.0004	11	4.75
Australian	0.8645±0.0046	80	0.8581±0.0044	25	0.8652±0.0055	2.18	0.8650±0.0058	3	2.27
Balance	0.9087±0.0034	45	0.9082±0.0038	40	0.9082±0.0038	7.88	0.9079±0.0036	23	2.42
Breast	0.9683±0.0015	5	0.9641±0.0030	30	0.9665±0.0027	3.36	0.9668±0.0023	9	1.13
Cleveland	0.5854±0.0092	10	0.5951±0.0117	10	0.5858±0.0115	1.00	0.5959±0.0122	5	1.00
Contraceptive	0.5578±0.0063	170	0.5595±0.0064	55	0.5554±0.0062	6.81	0.5591±0.0063	15	2.52
Diabetes	0.7724±0.0050	55	0.7706±0.0048	10	0.7716±0.0059	1.08	0.7709±0.0064	3	1.00
Haberman	0.7487±0.0052	75	0.7419±0.0100	15	0.7495±0.0093	2.12	0.7504±0.0102	5	1.00
Iris	0.9735±0.0061	45	0.9688±0.0103	20	0.9728±0.0069	1.98	0.9732±0.0073	1	1.24
Liver	0.7273±0.0069	550	0.6798±0.0173	40	0.7328±0.0080	1.01	0.7303±0.0091	1	1.02
Magic	0.8602±0.0008	130	0.8601±0.0007	270	0.8604±0.0008	14.91	0.8607±0.0008	77	4.83
Musk	0.9757±0.0011	1 050	0.9758±0.0015	570	0.9759±0.0014	17.06	0.9759±0.0015	255	5.28
Newthyroid	0.9655±0.0049	250	0.9205±0.0115	30	0.9697±0.0069	5.12	0.9698±0.0070	3	5.10
Pageblocks	0.9601±0.0006	300	0.9621±0.0013	50	0.9601±0.0010	12.29	0.9646±0.0011	33	5.85
Penbased	0.9931±0.0005	350	0.9931±0.0003	360	0.9932±0.0004	24.10	0.9922±0.0005	87	9.95
Satimage	0.8881±0.0017	440	0.8882±0.0022	470	0.8880±0.0015	11.67	0.8883±0.0015	131	5.33
Segment	0.9607±0.0022	400	0.9540±0.0027	450	0.9613±0.0026	15.07	0.9602±0.0021	135	7.62
Seismic	0.9342±9.2E-06	5	0.9329±0.0005	25	0.9342±0.0002	1.00	0.9330±0.0003	3	1.00
Sonar	0.8032±0.0176	270	0.7674±0.0254	40	0.8061±0.0221	2.27	0.7712±0.0216	19	1.00
Spectfheart	0.8117±0.0109	10	0.7670±0.0131	10	0.8092±0.0138	1.42	0.7903±0.0150	3	1.00
Texture	0.9974±0.0005	470	0.9976±0.0004	190	0.9975±0.0005	9.04	0.9975±0.0004	85	4.22
Vehicle	0.8347±0.0077	130	0.8295±0.0088	220	0.8347±0.0077	5.29	0.8362±0.0081	47	2.67
Vote	0.9698±0.0002	20	0.9668±0.0037	35	0.9674±0.0038	1.00	0.9678±0.0040	1	1.00
Wine	0.9878±0.0054	100	0.9836±0.0063	10	0.9853±0.0070	1.07	0.9880±0.0060	1	1.00
WPBC	0.8053±0.0115	200	0.8018±0.0163	15	0.8023±0.0137	1.00	0.8089±0.0152	7	1.00
Average	0.8677	212	0.8591	144	0.8677	6.49	0.8665	39	3.01

由表 2 可知, FA-RVFLNN、RVFLNN(C)、BL-DFIS 在不同数据集上的测试准确率各有高低, 总体来看无明显差异, 并且三者的平均准确率也比较接近. 而单独的主体结构 RVFLNN 在多个数据集上的准确率要低于其他模型, 并且平均准确率也相对较低. 不同的是: 与 BL-DFIS 相比, FA-RVFLNN 在 19 个数据集上使用的模糊规则数都要更少, 而且 FA-RVFLNN 在 25 个数据集上使用的平均模糊规则数为 3.01, 相比 BL-DFIS 的 6.49 减少了 50% 左右. 此外, RA-RVFLNN 使用平均的增强节点数为 39, 明显少于 RVFLNN(C) 的 212 和 RVFLNN 的 144.

下面讨论各实验模型的网络规模(注:在本文中,与模型输出层相连的神经元(或特征)的数量,即特征扩展节点数,被称为网络规模).由公式(1)–公式(3)可知,在RVFLNN中,输入层与增强层之间的连接权值和偏置被随机生成后固定,模型需要学习的参数是输出权值 $W \in \mathbb{R}^{a_1 \times c}$, a_1 是特征扩展层的节点数.网络参数 $W \in \mathbb{R}^{a_1 \times c}$ 的计算量跟 a_1 相关,RVFLNN的训练速度也主要受 a_1 影响.由于BL-DFIS和FA-RVFLNN也看成RVFLNN,分别用 a_0 , a_2 , a_3 表示RVFLNN(C)、BL-DFIS、FA-RVFLNN的特征扩展节点数.则 a_0, a_1, a_2, a_3 的计算式为:

$$\begin{cases} a_0 = m + S_0 \\ a_1 = m + S_1 \\ a_2 = M + L_2(1 + M) \\ a_3 = m + S_3 + M + L_3(1 + M) \end{cases} \quad (35)$$

其中, m, S, M, L 分别为相应模型的属性数、增强节点数、特征节点数、模糊规则数.

表3列出了实验模型在各分类数据集上使用的特征扩展节点数(注:实验中BL-DFIS与FA-RVFLNN的特征节点数 M 相等).相比于RVFLNN(C)与BL-DFIS,虽然FA-RVFLNN特征的种类更多,但FA-RVFLNN使用的模糊规则数和增强节点数都降低了,FA-RVFLNN在17个数据集上的网络规模都要低于RVFLNN(C).而与BL-DFIS相比却各有优劣:对于小型数据集,由于BL-DFIS本身使用的模糊规则数接近于1,直接链接和增强节点的加入不可避免地造成了FA-RVFLNN的网络规模的增大,但仍然在可接受的范围内.对于大型复杂的数据集,例如Musk、penbased等,FA-RVFLNN的网络规模小于BL-DFIS.此外,FA-RVFLNN的特征扩展节点的平均数和方差小于其他模型.虽然RVFLNN的网络规模也不大,但由表2可知,它的泛化性能低于其他模型.

表3 实验模型在分类数据集上使用的特征扩展节点数

Datasets	RVFLNN(C)	RVFLNN	BL-DFIS	FA-RVFLNN	
	a_0	a_1	a_2	a_3	M
Adult	164	614	241	128	17
Australian	94	39	56	75	17
Balance	49	44	106	67	11
Breast	14	39	60	47	13
Cleveland	23	23	7	25	3
Contraceptive	179	64	93	65	11
Diabetes	63	18	18	28	8
Haberman	78	18	11	15	3
Iris	49	24	17	17	5
Liver	556	46	15	22	7
Magic	140	280	206	162	12
Musk	1 216	736	1 516	948	83
Newthyroid	255	35	85	92	13
Pageblocks	310	60	145	117	10
Penbased	366	376	526	334	20
Satimage	476	506	278	305	21
Segment	419	469	240	282	14
Seismic	23	43	7	28	3
Sonar	330	100	51	110	15
Spectfheart	54	54	28	70	11
Texture	510	230	310	286	30
Vehicle	148	238	144	148	22
Vote	36	51	33	50	16
Wine	113	23	47	59	22
WPBC	233	48	67	107	33
Average	236	167	172	144	—
Std.	258	206	300	189	—

3.3 FA-RVFLNN 的可解释性讨论

本节利用 FA-RVFLNN 在 Iris (鸢尾花) 数据集上的一次实验结果来说明模型的可解释性. 在对主体结构 RVFLNN 的模糊规则进行描述时, 我们用到了文献 [27] 提出的模糊逻辑算子 (I-OR), 这与 BL-DFIS 的 TSK 模糊规则中 AND 连接词有差异. 因此我们将 FA-RVFLNN 分成 RVFLNN、BL-DFIS 两个部分来讨论, 但这并不影响 FA-RVFLNN 在整体上的可解释性. 表 4 给出了 FA-RVFLNN 模型在 Iris 数据集上的推理及决策过程, 由上至下依次为模型的关键参数、规则描述和规则解释. 在本次实验中, FA-RVFLNN 学习了 Iris 的训练数据后, 生成了 2 个增强节点和 2 个扩展增强单元. 由公式 (9)–公式 (12) 可知, 每个增强节点都对应一条模糊规则, 因此, FA-RVFLNN 的主体结构 (RVFLNN) 和性能补充结构 (BL-DFIS) 都含有 2 条模糊规则. Iris 数据集的测试样本为 $X=(x_1, x_2, x_3, x_4)$, 其中, x_1 : sepal-length (花萼长度), x_2 : sepal-width (花萼宽度), x_3 : petal-length (花瓣长度), x_4 : petal-width (花瓣宽度) 具有明确的数值含义. X 经过 ELM-AE 的稀疏映射后得到 5 个特征值 $Z_M=(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5)$.

表 4 FA-RVFLNN 在 Iris 数据集上的解释

网络构件	PART ONE (RVFLNN)	PART TWO (BL-DFIS)
	$X = (5.1, 3.8, 1.5, 0.3) T = (1, 0, 0) \lambda = 1$ $B = \begin{bmatrix} 0.519 & -0.382 \\ -0.547 & 0.745 \\ -0.471 & 0.544 \\ -0.102 & -0.472 \end{bmatrix} d = (0.8058, -0.7062)$ $E_s = (e_1, e_2) = (0.6547, 0.7011)$ 关键参数 $W_x = \begin{bmatrix} w_1^x \\ w_2^x \\ w_3^x \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -8.473 & -3.490 & 11.982 \\ -4.084 & 22.278 & -18.071 \\ 13.902 & -29.408 & 15.536 \\ -4.239 & 25.812 & -21.556 \end{bmatrix}$ $W_E = \begin{bmatrix} w_1^e \\ w_2^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15.777 & 28.331 & -12.572 \\ 3.523 & -8.065 & 4.534 \end{bmatrix}$	$Z_M = (1.884, -0.5956, -0.1226, 1.0580, -1.0650)$ $D_L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \sigma = (1.3750, 1.3346)$ $a = (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$ $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $W_z = [w_1^z \ w_2^z \ w_3^z] = \begin{bmatrix} -0.877 & 13.617 & -12.701 \\ 1.044 & -3.853 & 2.789 \\ -0.822 & 6.814 & -5.992 \\ -2.157 & 2.181 & 0.00692 \\ 1.853 & -17.277 & 1.540 \end{bmatrix}$
	IF : $(x_1 \text{ is } A_1^1) * (x_2 \text{ is } A_2^1) * (x_3 \text{ is } A_3^1) * (x_4 \text{ is } A_4^1)$ $Rule_1^{rvf}$ THEN: $y_{1,1}^{rvf} = w_{1,1}^e$ $y_{1,2}^{rvf} = w_{1,2}^e$ $y_{1,3}^{rvf} = w_{1,3}^e$	$Rule_1^{bls}$ THEN $y_{1,1}^{bls} = 8.17 + 83.7z_1 + 723.1z_2 + 343.6z_3 + 392.64z_4 + 52.72z_5 + (w_1^z)^T Z_M / 2$ $y_{1,2}^{bls} = -10.8 + 8.1z_1 - 601.9z_2 - 423.8z_3 - 397.30z_4 + 74.19z_5 + (w_2^z)^T Z_M / 2$ $y_{1,3}^{bls} = 3.64 - 91.9z_1 - 119.9z_2 + 80.7z_3 + 4.97z_4 - 126.76z_5 + (w_3^z)^T Z_M / 2$
规则描述	IF : $(x_1 \text{ is } A_1^2) * (x_2 \text{ is } A_2^2) * (x_3 \text{ is } A_3^2) * (x_4 \text{ is } A_4^2)$ $Rule_2^{rvf}$ THEN: $y_{2,1}^{rvf} = w_{2,1}^e$ $y_{2,2}^{rvf} = w_{2,2}^e$ $y_{2,3}^{rvf} = w_{2,3}^e$	$Rule_2^{bls}$ THEN $y_{2,1}^{bls} = 0.22 - 1.83z_1 - 11.40z_2 - 3.66z_3 - 4.29z_4 - 2.47z_5 + (w_1^z)^T Z_M / 2$ $y_{2,2}^{bls} = 0.96 + 1.34z_1 + 8.97z_2 + 0.45z_3 - 0.14z_4 + 4.51z_5 + (w_2^z)^T Z_M / 2$ $y_{2,3}^{bls} = -1.18 + 0.48z_1 + 2.41z_2 + 3.20z_3 + 4.42z_4 - 2.04z_5 + (w_3^z)^T Z_M / 2$

表4 FA-RVFLNN 在 Iris 数据集上的解释 (续)

网络构件	PART ONE (RVFLNN)	PART TWO (BL-DFIS)
规则解释	<p><i>Rule</i>₁^{rvf}</p> <p>IF: sepal-length is greater than approximately 2.686 I-OR sepal-width not is greater than approximately 2.549 I-OR petal-length not is greater than approximately 2.960 I-OR petal-width not is greater than approximately 13.67</p> <p>$y_{1,1}^{rvf} = -15.777$ THEN: $y_{1,2}^{rvf} = 28.331$ $y_{1,3}^{rvf} = -12.572$</p>	<p><i>Rule</i>₁^{bls}</p> <p>IF z_3 is low or high or very high AND z_4 is very low or medium or high</p> <p>$y_{1,1}^{bls} = 49.118$ THEN: $y_{1,2}^{bls} = -60.461$ $y_{1,3}^{bls} = 11.675$</p>
	<p><i>Rule</i>₂^{rvf}</p> <p>IF: sepal-length not is greater than approximately 7.608 I-OR sepal-width is greater than approximately 3.901 I-OR petal-length is greater than approximately 5.342 I-OR petal-width not is greater than approximately 6.157</p> <p>$y_{2,1}^{rvf} = 3.523$ THEN: $y_{2,2}^{rvf} = -8.065$ $y_{2,3}^{rvf} = 4.534$</p>	<p><i>Rule</i>₂^{bls}</p> <p>IF z_2 is low or medium AND z_3 is low AND z_5 is high</p> <p>$y_{2,1}^{bls} = -1.096$ THEN: $y_{2,2}^{bls} = 17.044$ $y_{2,3}^{bls} = -15.874$</p>
	<p>$y_1^{rvf} = -15.777e_1 + 3.523e_2 + Xw_1^x$ $y_2^{rvf} = 28.331e_1 - 8.065e_2 + Xw_2^x$ $y_3^{rvf} = -12.572e_1 + 4.534e_2 + Xw_3^x$</p>	<p>$y_1^{bls} = y_{1,1}^{bls} + y_{2,1}^{bls}$ $y_2^{bls} = y_{1,2}^{bls} + y_{2,2}^{bls}$ $y_3^{bls} = y_{1,3}^{bls} + y_{2,3}^{bls}$</p>
	<p>$Y = (y_1^{rvf} + y_1^{bls}, y_2^{rvf} + y_2^{bls}, y_3^{rvf} + y_3^{bls}) = (1.013, -0.034, 0.024)$</p>	

对于主体结构 RVFLNN: 借助模糊逻辑算子 (*或 I-OR), 第 s 个增强节点的输入可表示为 $\sum_{i=1}^4 w_{i,s}x_i + \tau_s$ is A : (x_1 is A_1^s) * ... * (x_4 is A_4^s), 其中, 模糊集 A 可被理解为“greater than approximately r (约大于 r)”, 对应的隶属函数为 Sigmoid. 根据文献 [27], 当公式 (9) 的 $w_{i,s} > 0$ 时, x_1 is A_1^s 被解释为“ x_i 约大于 $(r-\tau)/|w_{i,s}|$ ”, 当 $w_{i,s} < 0$ 时, x_1 is A_1^s 被解释为“ x_i 约小于 $(r-\tau)/|w_{i,s}|$ ”. 假设隶属函数值 ≥ 0.9 时, 神经元处于完全激活的状态, 又因为 Sigmoid(2.2)=0.9, 所以可设 $r=2.2$. 通过 I-OR 算子和模糊集 A 的语义, 我们可将 RVFLNN 对应模糊规则的前件 IF 表示出来, 规则后件 THEN 同公式 (12), 其规则描述及解释如表 4 的 PART ONE (RVFLNN) 的输出 y^{rvf} 可用增强节点的去模糊化 (defuzzified) 输出加上直接链接的输出 XW_X 获得. 由于直接链接对应的线性模型 XW_X 表示各属性的重要程度, 所以直接链接具有很好的可解释性. 由上述分析可知, 主体结构 RVFLNN 具有较好的可解释性.

对于性能补充结构 BL-DFIS: 在规则前件 IF 中, DC (don't care) 表示对应的特征被忽略. 因此, 由矩阵 D_L 可知: 2 条模糊规则中被激活的特征分别为 (z_3, z_4) 、 (z_3, z_4, z_5) . 此外, 这里用序号 (1, 2, 3, 4, 5) 分别表示 5 个模糊集对应的语义: (very low, low, medium, high, very high). 例如, 由矩阵 C_1 的第 3 行可知: 第 1 条模糊规则的特征 z_3 选择模糊集的序号为 (2, 4, 5); 在规则后件 THEN 中, 有 3 个多项式输出 (对应 3 分类问题), $Rule_1^{bls}$ 的输出多项式的系数为 (8.17, 83.7, 723.1, 343.6, 392.64, 52.72) = $h_1^1 w_1^f$, 其中 h_1^1 与公式 (28) 的元素对应, 表示第 1 个模糊节点的输出, w_1^f 则是第 1 个扩展增强单元与输出层的连接权值.

FA-RVFLNN 的分类过程可用 4 条模糊规则 ($Rule_1^{rvf}, Rule_2^{rvf}, Rule_1^{bls}, Rule_2^{bls}$) 进行解释, 结构中的 RVFLNN 和 BL-DFIS 的输出相加 ($y_1^{rvf} + y_1^{bls}, y_2^{rvf} + y_2^{bls}, y_3^{rvf} + y_3^{bls}$), 即可得到整个系统的输出 $Y=(1.013, -0.034, 0.024)$, 对应第 1 类 (Iris-setosa). 由标签 $T=(1, 0, 0)$ 可知, 该测试样本被正确地分类. 显然, FA-RVFLNN 仍有较高的解释性.

3.4 实验数据的统计分析

为了验证实验模型在分类性能上的显著性差异,我们采用了 Friedman 排序检验和 Holm 事后检验^[36],并设置显著性水平 $\alpha=0.05$.如表 5 所示, Friedman 检验的 p -values=0.000772<0.05,这说明各模型有显著差异.因此,接下来用 Holm 事后检验对 FA-RVFLNN 和其他模型进行比较,如果 p 值小于 Holm 值,则拒绝零假设(两个模型无明显差异).由表 6 知 FA-RVFLNN 的分类性能好于 RVFLNN,与 RVFLNN(C)、BL-DFIS 无明显差异.

表 5 FA-RVFLNN 与 RVFLNN(C)、RVFLNN、BL-DFIS 在分类准确率上的 Friedman 排序检验

Models	RVFLNN(C)	RVFLNN	BL-DFIS	FA-RVFLNN
Accuracy ranking	2.4	3.36	2.28	1.96
p -value	0.000772			

表 6 FA-RVFLNN 与 RVFLNN(C)、RVFLNN、BL-DFIS 在分类准确率上的 Holm 事后检验, $\alpha=0.05$

i	Model	z	p	Holm= α/i	Hypothesis
3	RVFLNN	3.834057	0.000126	0.016667	Rejected
2	RVFLNN(C)	1.204990	0.228207	0.025	Not rejected
1	BL-DFIS	0.876356	0.380836	0.05	Not rejected

最后,我们用 Wilcoxon 符号秩检验^[36]来验证 FA-RVFLNN 和其他模型,在准确率、增强节点数或模糊规则数上是否无显著差异(零假设),设显著性水平 $\alpha=0.05$.由表 7 可知,对于增强节点数(S),FA-RVFLNN 与 RVFLNN(C)、RVFLNN 的 p 值分别为 1.788E-07 和 5.960E-08,都远小于 0.05. FA-RVFLNN 与 BL-DFIS 关于模糊规则数(#Rules)检验的 p 值为 0.000141<0.05.这表示 FA-RVFLNN 与 BL-DFIS、RVFLNN 在模糊规则数和增强节点数上有明显差异.对准确率来说, Wilcoxon 检验与 Friedman、Holm 检验的结论一致.以上的实验可说明: FA-RVFLNN 能在分类准确率与 BL-DFIS、RVFLNN(C) 相近的情况下,使用更少的模糊规则和增强节点.

表 7 Wilcoxon 符号秩检验的 p 值, $\alpha=0.05$

Model	RVFLNN(C)		RVFLNN		BL-DFIS	
	Accuracy	S	Accuracy	S	Accuracy	#Rules
FA-RVFLNN	0.578206	1.788E-07	4.542E-05	5.960E-08	0.512821	0.000141

4 总结

本文是将 BLS 作为 RVFLNN 特征扩展的一次尝试,提出的 FA-RVFLNN 是一种兼顾分类性能和可解释性的模糊神经网络,它的分类过程可用两组 IF-THEN 规则进行描述.从实验结果的统计分析可知,单独分离出的主体结构 RVFLNN 所具有的泛化性能低于 FA-RVFLNN,这符合 FA-RVFLNN 用 BL-DFIS 作为性能补充(或特征扩展)的目的.虽然通过岭回归求解权值的 RVFLNN(C)在实验条件下,能达到与使用 SVD 方法的 FA-RVFLNN、BL-DFIS 相近的泛化性能.但是 RVFLNN(C)使用了大量的增强节点(规则爆炸),并且 BL-DFIS 也使用了较多的模糊规则(根据含义不明确的特征节点进行推理和决策),这使得后两者的可解释性都较弱.而本文提出的 FA-RVFLNN 既减缓了主体结构 RVFLNN 的“规则爆炸”问题,也提高了其性能补充结构 BL-DFIS 的可解释性. FA-RVFLNN 还是一种适应性较强的模型,它依次利用结构中的直接连接、增强节点、特征节点、模糊节点,改变自身的特征表达能力,进而灵活地应对复杂程度不同的分类问题.此外,在实验过程中,为了控制变量,FA-RVFLNN 并未在给定的参数范围内搜索其最优超参数(M 、 C 等),而是将这些参数与 BL-DFIS 保持一致.即便如此,与先进的模糊神经模型 BL-DFIS 相比,FA-RVFLNN 在泛化性能和网络规模上仍然具有一定的竞争力.与各实验模型相比,FA-RVFLNN 在评估指标(泛化性能,规则数,网络规模)下具有最好的综合性能表现.

事实上,本文也提供了一种新的方法或思路:尝试在模糊神经网络中引入结构简单并且可解释的 RVFLNN,

来降低深层结构(如 BL-DFIS)中输入变量含义不明确的模糊规则数。原始数据有明确语义,其蕴含的信息仍然具有一定的利用价值。当模糊神经网络向着复杂化和深层化发展时,浅层的简单结构带来的性能支撑作用仍然值得关注。对于今后的工作,我们考虑对当前 FA-RVFLNN 的增强节点做两点改进,其一是随机选择少量属性作为模糊规则的输入,进而缩短规则的长度;其二是将高斯模糊函数嵌入增强节点,实现系统规则的统一性。

References:

- [1] Pao YH, Takefuji Y. Functional-link net computing: Theory, system architecture, and functionalities. *Computer*, 1992, 25(5): 76–79. [doi: [10.1109/2.144401](https://doi.org/10.1109/2.144401)]
- [2] Pao YH, Park GH, Sobajic DJ. Learning and generalization characteristics of the random vector functional-link net. *Neurocomputing*, 1994, 6(2): 163–180. [doi: [10.1016/0925-2312\(94\)90053-1](https://doi.org/10.1016/0925-2312(94)90053-1)]
- [3] Chen CLP, Wan JZ. A rapid learning and dynamic stepwise updating algorithm for flat neural networks and the application to time-series prediction. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 1999, 29(1): 62–72. [doi: [10.1109/3477.740166](https://doi.org/10.1109/3477.740166)]
- [4] Malik AK, Gao RB, Ganaie MA, Tanveer M, Suganthan PN. Random vector functional link network: Recent developments, applications, and future directions. *arXiv:2203.11316*, 2022.
- [5] Katuwal R, Suganthan PN. Stacked autoencoder based deep random vector functional link neural network for classification. *Applied Soft Computing*, 2019, 85: 105854. [doi: [10.1016/j.asoc.2019.105854](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105854)]
- [6] Henriquez PA, Ruz GA. Twitter sentiment classification based on deep random vector functional link. In: *Proc. of the 2018 Int'l Joint Conf. on Neural Networks*. Rio de Janeiro: IEEE, 2018. 1–6. [doi: [10.1109/IJCNN.2018.8489703](https://doi.org/10.1109/IJCNN.2018.8489703)]
- [7] Zhang L, Suganthan PN. Visual tracking with convolutional random vector functional link network. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2017, 47(10): 3243–3253. [doi: [10.1109/TCYB.2016.2588526](https://doi.org/10.1109/TCYB.2016.2588526)]
- [8] Shi QS, Katuwal R, Suganthan PN, Tanveer M. Random vector functional link neural network based ensemble deep learning. *Pattern Recognition*, 2021, 117: 107978. [doi: [10.1016/j.patcog.2021.107978](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2021.107978)]
- [9] Chen CLP, Liu ZL. Broad learning system: An effective and efficient incremental learning system without the need for deep architecture. *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(1): 10–24. [doi: [10.1109/TNNLS.2017.2716952](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2017.2716952)]
- [10] Zhou T, Chung FL, Wang ST. Deep TSK fuzzy classifier with stacked generalization and triplely concise interpretability guarantee for large data. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2017, 25(5): 1207–1221. [doi: [10.1109/TFUZZ.2016.2604003](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2016.2604003)]
- [11] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, SMC-15(1): 116–132. [doi: [10.1109/TSMC.1985.6313399](https://doi.org/10.1109/TSMC.1985.6313399)]
- [12] Mamdani EH, Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *Int'l Journal of Man-machine Studies*, 1975, 7(1): 1–13. [doi: [10.1016/S0020-7373\(75\)80002-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7373(75)80002-2)]
- [13] Jang JSR. ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23(3): 665–685. [doi: [10.1109/21.256541](https://doi.org/10.1109/21.256541)]
- [14] Farag WA, Quintana VH, Lambert-Torres G. A genetic-based neuro-fuzzy approach for modeling and control of dynamical systems. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1998, 9(5): 756–767. [doi: [10.1109/72.712150](https://doi.org/10.1109/72.712150)]
- [15] Miranian A, Abdollahzade M. Developing a local least-squares support vector machines-based neuro-fuzzy model for nonlinear and chaotic time series prediction. *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, 2013, 24(2): 207–218. [doi: [10.1109/TNNLS.2012.2227148](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2012.2227148)]
- [16] Feng S, Chen CLP. A fuzzy restricted Boltzmann machine: Novel learning algorithms based on the crisp possibilistic mean value of fuzzy numbers. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2018, 26(1): 117–130. [doi: [10.1109/TFUZZ.2016.2639064](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2016.2639064)]
- [17] Feng S, Chen CLP. Fuzzy broad learning system: A novel neuro-fuzzy model for regression and classification. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 50(2): 414–424. [doi: [10.1109/TCYB.2018.2857815](https://doi.org/10.1109/TCYB.2018.2857815)]
- [18] Feng S, Chen CLP, Xu LL, Liu ZL. On the accuracy-complexity tradeoff of fuzzy broad learning system. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2021, 29(10): 2963–2974. [doi: [10.1109/TFUZZ.2020.3009757](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2020.3009757)]
- [19] Bai KY, Zhu XM, Wen SP, Zhang RT, Zhang WY. Broad learning based dynamic fuzzy inference system with adaptive structure and interpretable fuzzy rules. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2022, 30(8): 3270–3283. [doi: [10.1109/TFUZZ.2021.3112222](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2021.3112222)]
- [20] Kasun LLC, Zhou HM, Huang GB, Vong CM. Representational learning with extreme learning machine for big data. *IEEE Intelligent Systems*, 2013, 28(6): 31–34.
- [21] Zhang L, Suganthan PN. A comprehensive evaluation of random vector functional link networks. *Information Sciences*, 2016, 367–368: 1094–1105. [doi: [10.1016/j.ins.2015.09.025](https://doi.org/10.1016/j.ins.2015.09.025)]

- [22] Vuković N, Petrović M, Miljković Z. A comprehensive experimental evaluation of orthogonal polynomial expanded random vector functional link neural networks for regression. *Applied Soft Computing*, 2018, 70: 1083–1096. [doi: 10.1016/j.asoc.2017.10.010]
- [23] Ren Y, Suganthan PN, Srikanth N, Amaratunga G. Random vector functional link network for short-term electricity load demand forecasting. *Information Sciences*, 2016, 367–368: 1078–1093. [doi: 10.1016/j.ins.2015.11.039]
- [24] Igel'nik B, Pao YH. Stochastic choice of basis functions in adaptive function approximation and the functional-link net. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1995, 6(6): 1320–1329. [doi: 10.1109/72.471375]
- [25] Buckley JJ, Hayashi Y, Czogala E. On the equivalence of neural nets and fuzzy expert systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993, 53(2): 129–134. [doi: 10.1016/0165-0114(93)90167-G]
- [26] Jang JSR, Sun CT. Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference systems. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1993, 4(1): 156–159. [doi: 10.1109/72.182710]
- [27] Benítez JM, Castro JL, Requena I. Are artificial neural networks black boxes? *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1997, 8(5): 1156–1164. [doi: 10.1109/72.623216]
- [28] Zhang D, Bai XL, Cai KY. Extended neuro-fuzzy models of multilayer perceptrons. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, 142(2): 221–242. [doi: 10.1016/S0165-0114(03)00244-6]
- [29] Chung FL, Wang ST, Deng ZH, Hu DW. CATSMLP: Toward a robust and interpretable multilayer perceptron with Sigmoid activation functions. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2006, 36(6): 1319–1331. [doi: 10.1109/TSMCB.2006.875871]
- [30] Magdalena L. Fuzzy rule-based systems. In: Kacprzyk J, Pedrycz W, eds. *Springer Handbook of Computational Intelligence*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015. 203–218. [doi: 10.1007/978-3-662-43505-2_13]
- [31] Zhou T, Deng ZH, Jiang YZ, Wang ST. Multi-module TSK fuzzy system based on training space reconstruction. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2020, 31(11): 3506–3518 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5846.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.005846]
- [32] Zhou T, Deng ZH, Jiang YZ, Wang ST. Fuzzy classification method for small-and medium-scale datasets. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2019, 30(12): 3637–3650 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5590.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.005590]
- [33] Blake C. UCI repository of machine learning databases. 1998. <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.php>
- [34] Alcalá-Fdez J, Fernández A, Luengo J, Derrac J, García S, Sánchez L, Herrera F. Keel data-mining software tool: Data set repository, integration of algorithms and experimental analysis framework. *Journal of Multiple-valued Logic & Soft Computing*, 2010, 17(2): 255–287.
- [35] Hoerl AE, Kennard RW. Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 1970, 12(1): 55–67. [doi: 10.1080/00401706.1970.10488634]
- [36] Demšar J. Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets. *The Journal of Machine Learning Research*, 2006, 7: 1–30.

附中文参考文献:

- [31] 周塔, 邓赵红, 蒋亦樟, 王士同. 基于训练空间重构的多模块TSK模糊系统. *软件学报*, 2020, 31(11): 3506–3518. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5846.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.005846]
- [32] 周塔, 邓赵红, 蒋亦樟, 王士同. 一种面向中小规模数据集的模糊分类方法. *软件学报*, 2019, 30(12): 3637–3650. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5590.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.005590]



龙茂森(2000—), 男, 博士生, 主要研究领域为人工智能, 模式识别.



王士同(1964—), 男, 教授, 博士生导师, CCF 专业会员, 主要研究领域为模式识别, 人工智能.