

基于择优协作策略的 PES 算法在整数规划问题上的应用*

王占占, 黄樟灿, 侯改, 唐荷花, 李贺

(武汉理工大学 理学院, 湖北 武汉 430070)

通讯作者: 黄樟灿, E-mail: huangzc@whut.edu.cn



摘要: 整数规划是在科学领域和应用研究中广泛使用的一类数学模型. 由于它是 NP 困难问题, 因而求解困难. 目前的求解方法是以群智能算法为主体, 但这类方法一直未能很好地解决种群内个体或者种群之间的探索与开采、竞争与协作的矛盾. 基于金字塔结构的群智能演化策略 (swarm intelligence evolution strategy based on pyramid structure, 简称 PES) 是一种新型算法. 该算法能够有效地解决上述两大矛盾. 深入地分析了 PES 算法的机理, 构造了一种择优协作策略的模型, 并将改造后的 PES 算法由优化函数扩展到求解整数规划问题上. 最后, 通过探索实验以及对比实验探究了算法的收敛性、稳定性以及探寻全局最优点的性能. 实验结果表明, 基于择优协作策略的 PES 算法能够很好地求解整数规划问题.

关键词: 智能算法; 竞争; 协作; 金字塔; 整数规划

中图法分类号: TP301

中文引用格式: 王占占, 黄樟灿, 侯改, 唐荷花, 李贺. 基于择优协作策略的 PES 算法在整数规划问题上的应用. 软件学报, 2020, 31(11): 3351-3363. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5853.htm>

英文引用格式: Wang ZZ, Huang ZC, Hou G, Tang HH, Li H. Application of PES algorithm based on preferred collaborative strategy on integer programming. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2020, 31(11): 3351-3363 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5853.htm>

Application of PES Algorithm Based on Preferred Collaborative Strategy on Integer Programming

WANG Zhan-Zhan, HUANG Zhang-Can, HOU Gai, TANG He-Hua, LI He

(School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Integer programming is a kind of mathematical model which is widely used in the field of science and applied research. Because it is a NP-hard problem, it is difficult to solve it. The solution method is to use swarm intelligence algorithm as the main body, but this kind of method has not been able to solve the spear of exploration and exploitation, competition and collaboration among individuals and populations within the population. Swarm intelligence evolution strategy based on pyramid structure is a new algorithm, which can effectively solve the above two contradictions. In this study, the mechanism of PES algorithm is deeply analyzed, and a preferred collaborative strategy model is constructed. The improved PES algorithm is extended from the optimization function to solve the integer programming problem. Finally, through the exploration experiment and the contrast experiment, the convergence and stability of the algorithm and the performance of the global best are explored. The experimental results show that the PES algorithm based on the optimal cooperation strategy can solve the integer programming problem well.

Key words: intelligent algorithm; competition; collaboration; pyramid; integer programming

整数规划(integer programming, 简称 IP)是 20 世纪 60 年代发展起来的规划论中的一个分支^[1], 是一个 NP

* 基金项目: 国家自然科学基金(61672391)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61672391)

收稿时间: 2018-07-23; 修改时间: 2018-09-12; 采用时间: 2019-04-08; jos 在线出版时间: 2019-08-09

CNKI 网络优先出版: 2019-08-12 12:08:10, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2560.TP.20190812.1207.007.html>

难问题^[2],长期以来一直是受到应用数学、运筹学、管理科学、决策科学、系统科学、经济学等学科关注的前沿课题^[3],研究整数规划问题对社会的发展有着重大的研究意义.但是,尽管众多学者投身于对整数规划问题的研究,由于求解整数规划问题的难度远比求解一般规划问题要大,因而至今仍缺乏有效的通用算法.

目前,用于求解整数规划问题的方法^[4]除了传统的分支定界法^[5]、填充函数法^[6]和经典的群智能优化算法(如遗传算法(genetic algorithm,简称 GA)^[7]、粒子群优化(particle swarm optimization,简称 PSO)算法^[8]、蚁群优化(ant colony optimization,简称 ACO)算法^[9]等)之外,近几年来涌现出了大量的新算法.如在 2013 年,吴灵等人^[10]采用截断取整的方法,将基本布谷鸟搜索算法用于求解整数规划问题;魏林等人^[11]采用和声搜索更新种群策略和个体扰动策略改善了蚁群算法过早收敛的问题,提出了用和声蚁群耦合算法求解整数规划问题;在 2014 年,Fahim 等人^[12]以变邻域搜索为核心,提出了用混合分散搜索算法求解整数规划问题;在 2015 年,Wu 等人^[13]采用新的人口初始化技术和动态非线性比例因子提高算法的优化能力,提出了用改进的差分进化算法求解整数规划问题;谢瑜等人^[14]采用截断取整的方法,将花授粉算法扩展到求解整数规划问题;在 2016 年,Mohamed 等人^[15]将社会蜘蛛算法与 Nelder Mead 方法结合起来,提出了用单纯形社会蜘蛛算法求解整数规划问题;在 2018 年,石礼堂等人^[16]将滤子方法融合于填充函数法中,提出了用滤子填充函数算法求解整数规划问题等等.这些算法都经过数值仿真实验证明了对求解整规划问题的性能,但它们仍然存在自身的缺陷.如文献[10]中的算法虽然具备跳出局部最优的能力,但其需要很大的迭代次数才能实现.文献[11]中的算法虽然改善了和声搜索算法过早收敛的缺点,但还是没有克服鲁棒性差的特点.因此,研究整数规划问题仍然是一个需要继续探索的工作.

传统的群智能演化算法有着共同的缺点,即未能解决种群内个体或者种群之间的探索与开采、竞争与协作的矛盾.在 2018 年,谈庆在其硕士学位论文^[17]中提出了一种基于金字塔结构的群智能演化策略(swarm intelligence evolution strategy based on pyramid structure,简称 PES),通过理论分析以及实验仿真,验证了该算法能够很好地解决上述两大矛盾.但该算法在内部合作上,新产生的个体仅考虑了与旧个体之间的协作关系,而未考虑与当前种群最优个体以及全局最优个体之间的协作关系,使得算法在收敛速度上较慢.因此,本文提出了基于择优协作模型的 PES 算法,通过改变算法的内部协作方式来提高算法的收敛速度.此外,PES 算法是针对连续性函数优化提出的一种群智能算法,当所研究的问题的决策变量是离散型时,该算法就不能直接被用于求解.因此,本文设计了基于择优协作策略的 PES 算法去求解整数规划问题,拓展了 PES 算法的应用领域.

本文第 1 节给出研究的相关工作,介绍了标准的 PES 算法,对算法的机理作了深入分析.第 2 节介绍基于择优协作策略的 PES 算法.第 3 节介绍该算法求解整数规划问题的实现过程.第 4 节对所提出的算法进行探索实现和对比实验,通过实验结果分析算法对求解整数规划的性能.第 5 节总结全文并进行展望.

1 相关工作

1.1 标准的 PES 算法

标准的 PES 算法是针对函数优化提出的一种群智能演化算法,在文献[17]中,它主要由以下几个公式完成对全局最优解的探索.

$$[F', I] = \text{sort}(F) \quad (1)$$

$$X' = X[I] = [X_4, X_3, X_2, X_1] \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^4 \text{length}(X_i) = \text{length}(X) \quad (3)$$

$$\text{length}(X_i) < \text{length}(X_{i+1}), i=1, 2, 3 \quad (4)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + R_i^k \times \sigma \quad (5)$$

$$R_i^k \leq R_{i+1}^k, i=1, 2, 3 \quad (6)$$

$$R_i^{k+1} = R_i^0 \times \alpha^k \quad (7)$$

$$x = x_i^{k+1} + \lambda(x_i^{k+1} - x_i^k) \quad (8)$$

公式(1)是依据种群 X 的适应度值 F 的大小进行升序排序,得到排序后的适应度值 F' 以及索引 I .把排序后

的群体 X' 按公式(2)与公式(3)将种群划分为 4 个部分,每一部分的个体数目满足公式(4),即由优秀个体组成的群体 X_1 的数目最少,由最劣个体组成的群体 X_4 的数目最多.标准的 PES 算法将群体 X_1 称为开采层, X_2 与 X_3 称为传递层, X_4 称为探索层.每一层的个体 x_i^k 在各自的层内由公式(5)按照不同的搜索邻域 R_i^k 完成群体的更新,每一层的邻域大小满足公式(6),即开采层在较小的邻域内按 $[-1,1]$ 之间的随机数 σ 产生一个搜索步长,重点是完成种群的开采工作;而探索层则在大的邻域内去挖掘潜在的优秀个体.随着迭代次数 k 的进行,每一代的种群逐渐靠向全局最优解,因此,每一层的搜索半径 R_i^{k+1} 也自适应地按公式(7)以收缩因子 $0 < \alpha < 1$ 进行更新,从而提高寻优效率.在每一层产生新的个体之后,PES 算法将层与层之间进行了协作,即将探索层的优秀个体以及传递层的优秀个体分别向开采层与探索层传递,被传递的这些个体在接收层内被培养,并将这些个体按公式(8)以加速步长 λ 沿着新个体的产生方向进行了加速操作,得到加速后的个体 x .

1.2 PES算法的机理分析

从第 1.1 节的寻优过程可以发现,如图 1 所示,从开采层至探索层,它们的数量、搜索邻域的大小、种群适应度值的大小自上而下地呈现金字塔形状,每一层内的个体之间通过相互竞争来获得向上一层传递的机会,依据层与层之间的传递来达到群与群之间的协作交流.整个金字塔模型与一个国家的组成架构非常相似,少数的优秀个体视为国家的领导层,部分个体视为管理层,大多数个体视为基层.在国家的发展中,个体所处的位置不同,赋予的职能也就不同:领导层负责宏观调控,做出一些大型决策;管理层负责接收命令以及传递命令;基层负责进行实现.层与层之间通过信息交互、互相协作来促进国家的发展,层内个体之间一方面通过相互竞争来获取晋升的目的,另一方面通过相互协作来完成上级的任务.随着国家的逐步发展,个体的特性会因社会环境以及以往的经验与学习得以改变,社会分工也会因之改变.如果个体业绩优秀,他将成为同层之中的佼佼者,拥有极大的上升的机会;反之,则有可能不适应所处环境而被淘汰.因此,依据个体的特性,PES 将种群划分为开采层、传递层 1、传递层 2、探索层这 4 个层次,对不同层的个体赋予不同的职能:开采层主要负责深入挖掘已存在的优秀个体所在区域;传输层一方面兼并开采与探索的工作,另一方面通过传递操作构建开采层与探索层之间的桥梁;探索层负责探索发现新的潜在优秀个体所存在的区域.PES 算法通过这种明确的分工解决了开采与探索的矛盾.

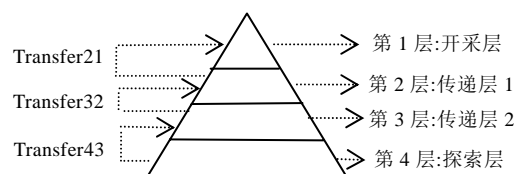


Fig.1 PES structure frame diagram^[17]

图 1 PES 结构框架图^[17]

对于传统的群智能算法,它们大都忽略了种群个体以及群体之间的竞争与协作的矛盾,如遗传算法的个体通过杂交将父代优秀基因传递给子代进行更新;粒子群算法的个体依靠全局极值与当局部极值个体对该个体产生的驱动力进行更新;蚁群算法的个体通过群体产生的信息素来进行分工协作进行更新.这些算法只涉及到极少个体之间的协作,忽略了群体之间的协作,缺乏信息交换传递.PES 算法运用了层内竞争与层间协作策略解决了上述矛盾.对于层内竞争而言,层内个体不仅因适者生存的压力不断的改善自身,也会因个体间的晋升机制而相互竞争,通过单精英轮盘赌策略以及与父代个体的协作完成各层的更新,这种更新策略为算法的收敛性提供了理论基础.除了内部协作之外,PES 算法还通过层与层之间个体的传递来完成群体间的交流,这种层内竞争、层间协作的策略大大提升了算法探寻全局最优的能力.

2 基于择优协作策略的 PES 算法

标准的 PES 算法包含两种协作:一种是层与层之间的群体协作,加强了种群间的交流;一种是层内个体与父

代个体之间的协作,虽然父代个体对子代产生新个体有一定的引导作用,但它对产生优秀个体的指导性不强,会造成算法的收敛速度缓慢,影响算法应用的运行效率.粒子群算法通过与个体极值与全局极值来完成种群的更新,具有收敛速度快的优点^[18],而这种更新规则恰好弥补了 PES 算法的个体间协作的不足.本文把这种思想融于标准的 PES 算法之中,将通过选择与当前代层内种群的最优个体与整个种群的最优个体的协作来完成每一层个体的更新,提出了一种基于择优协作策略的 PES 算法,每一层个体的更新规则如下.

$$x_i^{k+1} = x_i^k + rand \times R_i^k \times [w(pBest_i^k - x_i^k) + (1-w)(gBest^k - x_i^k)] \quad (9)$$

其中, x_i^{k+1} 是第 k 代第 i 层产生的新个体, x_i^k 是第 i 层的父代个体, $rand$ 是指在 $[0,1]$ 之间的一个随机数, R_i^k 是当前代的搜索半径, $pBest_i^k$ 是第 k 代第 i 层的最优个体, $gBest^k$ 是第 k 代整个种群的最优个体, $0 < w < 1$ 反映了新个体偏向个体 $pBest_i^k$ 方向探索的大小, $1-w$ 则反映了对 $gBest^k$ 方向的偏向程度.

基于择优协作的策略,可以让父代个体沿着个体极值与全局极值协同产生的合力方向进行搜寻探索,不仅加强了层内个体间的相互协作,而且建立了各层内的个体与全局最优的个体之间的联系,在层与层之间的协作、个体间的择优协作的策略之下,加快了 PES 算法的收敛的速度,提高了算法的寻优效率.

因此,基于择优协作策略的 PES 算法不仅继承了标准 PES 算法跳出局部最优的特点^[17],还提高了算法收敛速度.基于择优策略的 PES 算法的操作流程见算法 1.

算法 1. 基于择优协作策略的 PES 算法.

- Step 1. 初始化参数,设置最大迭代次数 M ,种群规模 N ,各层初始搜索半径 $R_i^k (i=1,2,3,4)$ 等.
- Step 2. 随机产生种群规模为 N 的初始种群 X^0 ,并置迭代次数 $k=0$.
- Step 3. 计算种群 X^k 的适应度值,依据适应度值 $F(X^k)$ 的大小将种群分为 4 个子种群 $X_i^k (i=1,2,3,4)$,并记录当代个体极值 $pBest_i^k$ 与全局极值 $gBest^k$.
- Step 4. 按公式(9)为第 $i(i=1,2,3,4)$ 层的个体 x_i^k 产生新个体 x_i^{k+1} ,并从每一层选择相应数目的个体传递至上一层,依公式(9)完成培养工作,将产生的新个体、传递个体以及父代个体整合在一起,从中选择相应层数的种群数目的个体作为该层的更新群体 X_i^k .
- Step 5. 将更新后的每一层群体 X_i^k ,整合为第 k 代产生的新种群 X^{k+1} .
- Step 6. 判断停机条件.当迭代次数达到最大迭代次数 M 时,则输出 $gBest^k$,算法停止;否则,置 $k=k+1$,并更新各层搜索半径 $R_i^k (i=1,2,3,4)$.

3 基于择优协作策略的 PES 算法在整数规划问题上的应用

整数规划的一般形式^[19]可展开为

$$\begin{aligned} & \min f(x) \\ & \text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_i(x) = 0, \quad i = m+1, \dots, n \\ l \leq x \leq u \\ x = (x_1, \dots, x_n), \quad x_i \in Z, i = 1, \dots, n \\ l = (l_1, \dots, l_n), \quad u = (u_1, \dots, u_n) \end{array} \right. \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $g_i(x)$ 与 $h_i(x)$ 所在的不等式称为性能约束条件; l 与 u 是变量的上下界,所在不等式称为边界约束.如果要求的是目标函数 $f(x)$ 的最大值,只需在相同的约束条件下,求 $-f(x)$ 的最小值即可.

标准的 PES 算法优化的函数的决策变量是连续型的,因而它不能直接用于求解整数规划问题.本文将提出的基于择优策略的 PES 算法扩展应用到求解整数规划问题上,其设计如下:

3.1 适应度值函数

首先利用罚函数的方法处理约束条件,定义一族罚函数^[20] $\{p_i(x)\}$.

$$p_i(x) = \begin{cases} \max\{0, g_i(x)\}, & 1 \leq i \leq m \\ |h_i(x)|, & 1+m \leq i \leq n \end{cases} \quad (11)$$

$$viol(x) = \sum_{i=1}^n p_i(x), i=1, \dots, n \quad (12)$$

$viol(x)$ 反映了个体 x 偏离可行解的程度.以此偏离程度作为惩罚的大小,适应度函数 $F(x)$ 的定义如下.

$$F(x) = \begin{cases} -f(x), & \text{if } x \in D \\ F(gBest) - viol(x), & \text{if } x \in \bar{D} \end{cases} \quad (13)$$

其中, $gBest$ 是上代群体中最佳个体, D 是可行解区域, \bar{D} 是不可行解区域.

从以上定义可知:如果 $x \in D$,则偏离程度为 0,不对它进行惩罚,以目标函数值的相反数作为它的适应度值;如果 $x \in \bar{D}$,则以上代中最佳个体 $gBest$ 的适应度值 $F(gBest)$ 作为该个体的基础适应度值,以偏离可行解的程度 $viol(x)$ 作为惩罚值.对于任意两个个体 x_1, x_2 ,如果 $x_1, x_2 \in D$,则 $F(x)$ 越大,个体越优;如果 $x_1, x_2 \in \bar{D}$,则 $viol(x)$ 越小,个体越优.如果 $x_1 \in D, x_2 \in \bar{D}$,可以分析得知, $F(x_1)$ 并非一定比 $F(x_2)$ 大,从而在依据适应度值选择个体时,就保留了部分不可行解.由于不可行解的位置有可能非常靠近全局最优解所在的区域,在它们周围进行开采与探索,就能很快地寻找到最优解.因此,保留一部分的不可行解是有必要的.当然,我们的目的是寻求可行解,因此为了保证所得的最大适应度的个体是一个可行解,故将 $F(gBest)$ 作为不可行解不能逾越的上界.

3.2 初始化种群

标准的 PES 算法所求解问题的决策变量是连续型的,它不能直接应用于求解整数规划问题.因此,本文应用基于择优策略的 PES 算法在边界约束条件内产生规模为 N 的初始种群 X_0 的规则如下.

$$X_0 = l + randint(0, u-l) \quad (14)$$

其中, $randint(0, u-l)$ 是在指在区间 $[0, u-l]$ 内产生含有 n 个随机整数的向量.

3.3 更新种群

设 x_i^k 是第 k 代种群依据公式(4)划分的第 i 层的任意一个个体,每层的更新由层内探索、层间传递以及确定每层这 3 个步骤完成.

首先,将公式(9)的决策变量转化成整数,则每层个体的探索规则如下.

$$x_i^{k+1} = x_i^k + round\{rand \times R_i^k \times [w(pBest_i^k - x_i^k) + (1-w)(gBest^k - x_i^k)]\} \quad (15)$$

其中, $round\{\cdot\}$ 是一个取整操作.

然后,从上一层的群体中选取一定比例的个体向下一层进行传递,这里按照联赛规模为 2 的随机联赛的规则选取每一个被传递的个体.

接着,将每一层产生的所有新个体、传递个体和父代个体,按适应度值从大到小所整合在一起,从该群体中选择相应层数的个数的个体作为该层的个体,每个个体按照保留精英策略的轮盘赌规则进行选择.

最后,将更新后的每层个体整合在一起作为新种群.由于新种群中可能出现相同的个体,为了更好地体现种群多样性以及更有效率的寻优,这里只保留所有相同个体中的一个,其他个体用公式(14)随机产生的个体进行替代.找出当前种群中的全局最优个体 $gBest$ 以及所对应的目标函数值 $f(gBest)$.

4 仿真实验

实验工具:Matlab R2016a.实验环境:Windows 10 操作系统,Intel 处理器 1.80GHz,8GB 内存.

4.1 PES探索实验

此实验的目的是通过附录中的仿真问题^[21]作为实验算例,来验证基于择优协作策略的 PES 算法有着跳出局部最优、探寻到全局最优的特点.该算例的全局最优解为(0,0),最优函数值为 0.该算例中的目标函数是一个不可分离的多峰函数,图 2 是它的三维图形,从图中可以发现,由于全局最优与最好的局部最优相距很远,因此搜索算法往往朝着错误的方向进行收敛,该函数带有一定的欺骗性.用 PES 求解该问题的参数设置为:最大迭代次数

为 1 000,种群规模为 40,加速步长为 0.5,传递的个体比例各为 0.2,0.4,0.6,各层个体数目比例分别为 0.1,0.2,0.3, 0.4.对于各层搜索半径分别为 1,2,6,8,偏向权重设为 0.5.其实验结果为图 3 与图 4.

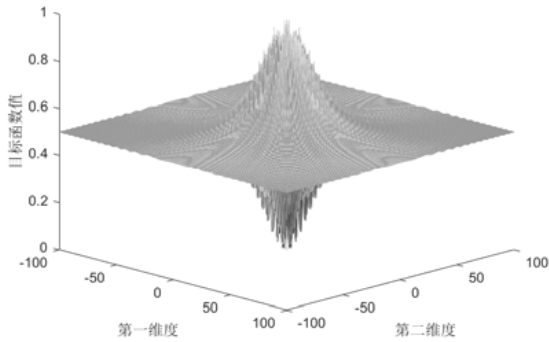


Fig.2 3-D chart

图 2 三维图

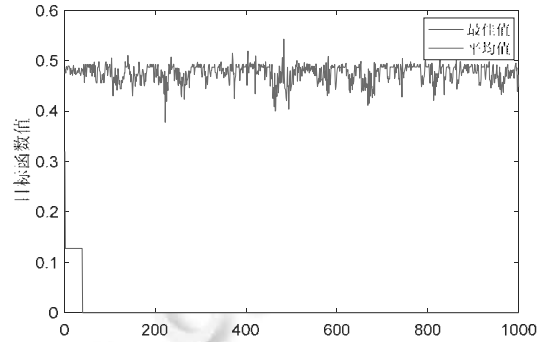


Fig.3 Evolutionary curve

图 3 进化曲线

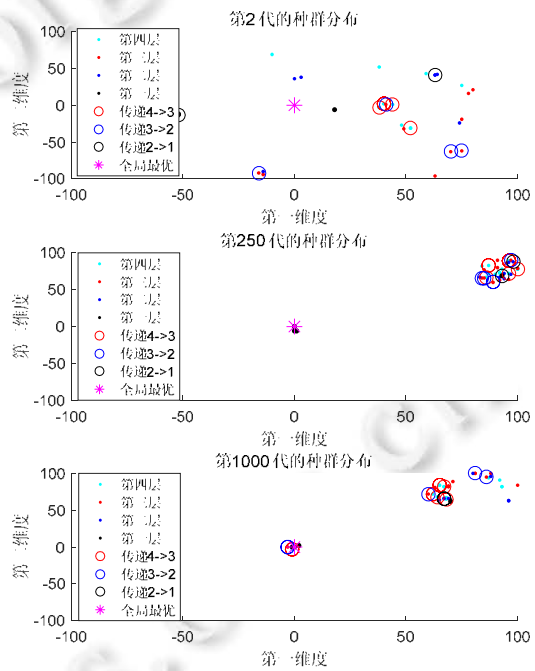
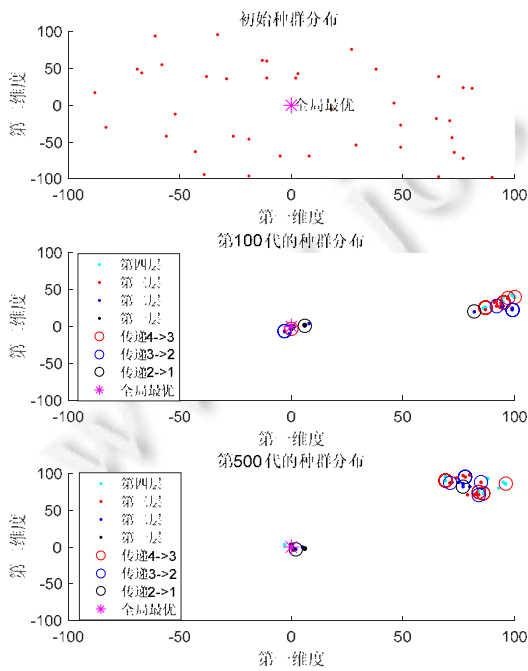


Fig.4 Exploration process

图 4 探索过程

从图 3 中可知,在迭代 40 次后,算法寻找到全局最优,各代种群平均适应度值平稳浮动.可见,基于择优协作策略的 PES 算法有着可观的收敛速度.图 4 是算法探索最优点的探索过程,用不同的颜色区别不同层的个体.从图中可以发现,初始时,由于随机性产生初始种群,因而种群分布比较分散;但随着迭代的进行,从第 2 代开始,对每一个个体来说,一方面受到层内竞争的压力以及上层对优秀个体的吸引力,另一方面受到择优协作的指导,在这种混合驱动的压力下,使得优秀个体在 PES 算法的结构框架中能够更好地流动,保留下来并孵化出新的优秀个体,逐步探索到全局最优.由此可见,在择优协作的策略下,PES 能够很好地运用在求解整数规划问题上.

4.2 对比实验

为进一步测试基于择优策略的 PES 算法在求解整数规划问题上的寻优性能,对文献[22]中的 5 个经典整数

规划问题以及文献[23]的 3 个整数规划问题进行了测试,将结果与文献[22]中的遗传算法(GA)、模拟退火算法(SA)、遗传模拟退火算法(GSA)、混合遗传算法(HGA)和文献[23]中的混沌搜索的混合粒子群算法(CLSPSO)以及将粒子群优化算法与混沌搜索相结合的其他 6 种混合算法(CLSPSO、CLSPSO1、CLSPSO2、CLSPSO3、CLSPSO4、CLSPSO5)作了对比。

本实验所选择的测试问题包含多种类别:前两个问题是仅含边界约束的测试算例,后 6 个测试算例含有性能约束条件.从峰值点的角度来看,这些测试算例的目标函数均含有多个峰值点,其中,问题 1、问题 2、问题 6、问题 7 具有多个局部最优点,但仅含一个全局最优点.对于其他问题,均存在多个局部最优点,这些局部最优点的存在很容易“欺骗”算法陷入局部最优,从而这些算例对测试算法跳出局部最优的性能具有重要的参考意义。

4.2.1 参数设置

基于择优策略的 PES 算法对实验的 8 个实验算例均将最大迭代次数设置为 1 000,种群规模 50,分层比例设为 0.1,0.2,0.3,0.4,由上至下层与层之间的传递比例设为 0.2,0.4,0.6,收缩因子 α 设为 1,偏向权重 w 设为 0.5.由于问题规模不同,故初始各问题的各层搜索邻域半径不同.其中,问题 1 设为[1,2,4,6],问题 2 与问题 3 设为[1,2,3,4],问题 4 设为[1,2,3,6],其他问题均设为[1,2,4,8].问题 2~问题 6 给定的初始全局最优个体分别设为(0,0,0,0,0,0), (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1), (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0), (20,20,20,20,20),问题 7 的前 20 个元素为 10,后 20 个元素为 20;问题 8 的初始全局最优个体为原点。

4.2.2 实验结果与分析

以下各表中, P_b 表示问题的编号, \min, \max 分别指求问题的最小与最大值.为了更好地与文献中的其他算法做出对比,表 1 中基于择优策略的 PES 所对应最佳值也是独立算得 5 次取最好所得到的结果,消费时间是指 5 次运行消耗的总时间。

Table 1 Comparison results of five algorithms

表 1 5 种算法比较结果

P_b	指标	GA	SA	GSA	HGA	本文算法
1(max)	最佳值	6 857 059	3 528 572	6 426 002	6 857 179	6 857 179
	消耗时间	65.7	177.3	152.2	55.4	23.39
2(max)	最佳值	855.947 4	1 907.9	1 908.2	1 908.2	1 908.2
	消耗时间	416.6	125.1	315.2	166.4	57.40
3(max)	最佳值	74	84	84	86	90
	消耗时间	109.2	47.5	103.6	28.1	33.63
4(max)	最佳值	1 586.3	1 685.8	1 604.6	1 713.5	1 720.404
	消耗时间	177.3	80.5	164.2	73.5	52.65
5(max)	最佳值	-	230	127	285	312
	消耗时间	-	168.2	204.2	271.8	49.027 6

从表 1 中可以发现:

- 在最优值这个指标上,对于问题 1 与问题 2,本文算法与 HGA 所得结果相同,它们均找到了全局最优点,而 GA、SA、GSA 都陷入了局部最优;对于问题 3~问题 5,本文算法比其他 4 种算法所得到的结果要好,说明本文算法比其他算法跳出局部最优的能力要强。
- 在运行时间这个指标上,除了问题 3 以外,其他算法运行 5 次的所消耗的总时间都至少比本文算法高出 1 倍。

表 2 是问题 6~问题 8 测试得到的结果,本文算法所对应的也是独立算得 50 次的结果.在对比指标中,若得到的目标函数值在已知最优值的 0.1% 以内,则视为一次成功.“标准差”是 50 次运行的结果的标准差。

从表 2 可以发现:

- 在最佳目标函数值这个指标上:本文算法对 3 个测试问题均能找到目前所知道的全局最优点;而其他 6 种算法却陷入了局部最优,未能找到全局最优点(如问题 8).即便能找到,成功率也不是很高(如问题 7),而本文算法却能达到 100% 的成功率。

- 从方差的角度来看,50 次结果的方差体现了算法的稳定性,方差越小,算法越稳定.本文算法更是以方差为 0 体现着算法的性能优势,而其他 6 种算法却很少能够达到这种效果.由此可见,本文算法比其他 6 种混合粒子群算法的鲁棒性更高,寻优能力更强.

Table 2 Experimental results of seven algorithms on three testing functions over 50 trials

表 2 7 种算法对 3 个测试函数 50 次实验的实验结果

P_b	算法	最差解	最佳解	平均值	标准差	成功率(%)
6(min)	CLSPSO	819	807	807.88	2.412 9	78
	CLSPSO1	5 069	989	2056	813.863 7	-
	CLSPSO2	879	807	829.98	16.526 6	4
	CLSPSO3	1 220	827	971.4	86.501 6	-
	CLSPSO4	5 042	927	2 065.4	786.819 2	-
	CLSPSO5	4 578	864	2 068.5	855.793 5	-
	本文算法	807	807	807	0	100
7(max)	CLSPSO	1 352 439	1 352 439	1 352 439	0	100
	CLSPSO1	1 249 959	1 352 439	136 600	28 022	62
	CLSPSO2	1 143 737	1 210 524	1 165 100	14 372	-
	CLSPSO3	1 135 100	1 197 323	1 160 300	13 549	-
	CLSPSO4	1 235 300	1 271 200	1 251 800	9 268.7	-
	CLSPSO5	899 415	1 060 859	963 870	32 727	-
	本文算法	1 352 439	1 352 439	1 352 439	0	100
8(max)	CLSPSO	303 861 261	304 117 194	3.0408×10^8	4.6563×10^4	100
	CLSPSO1	273 339 174	303 685 599	3.0408×10^8	6.4790×10^6	-
	CLSPSO2	303 940 369	304 005 319	2.9349×10^8	1.7902×10^4	100
	CLSPSO3	303 834 966	303 958 327	3.0396×10^8	3.5479×10^4	100
	CLSPSO4	273 339 174	302 646 045	2.9324×10^8	6.3154×10^{-6}	-
	CLSPSO5	273 339 174	302 646 045	2.9324×10^8	6.3154×10^6	-
	本文算法	304 128 323	304 128 323	304 128 323	0	100

图 5 是基本文算法对各问题求解中的进化曲线,其中,对于 P_5 ,由于公式(13)的设立,各代种群平均值与最佳值的相差较大(P_5-1),为了明显地看到最佳值的进化过程,单独作了种群平均值的进化曲线图 P_5-2 .

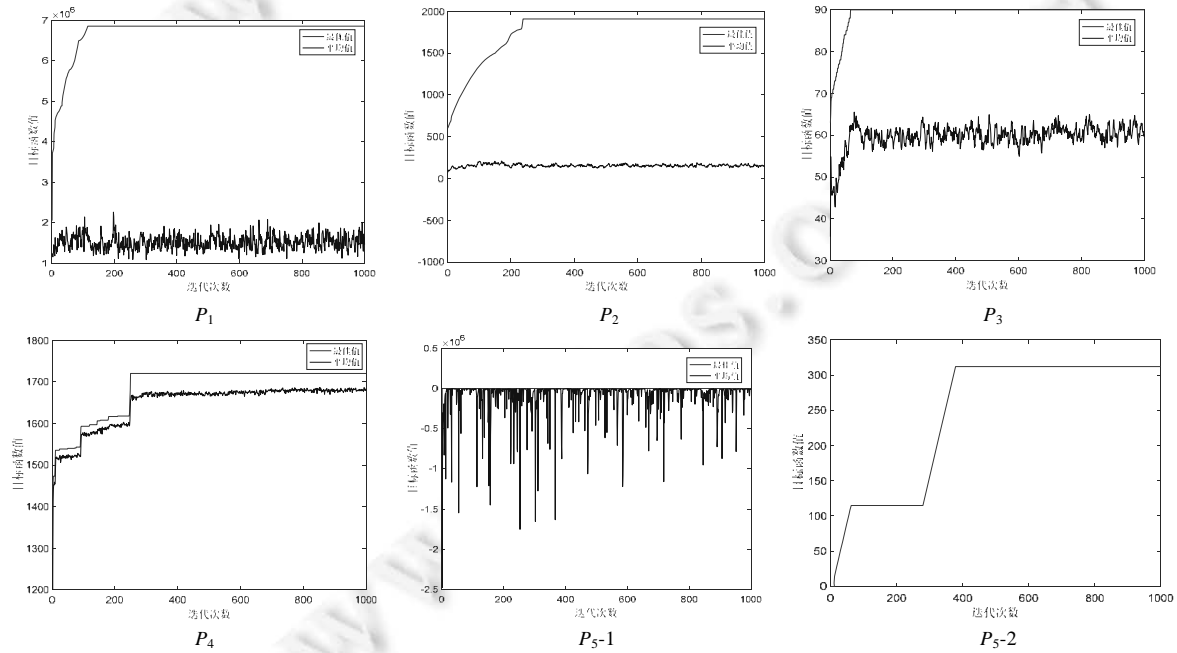


Fig.5 Evolution curves of various problems

图 5 各问题的进化曲线

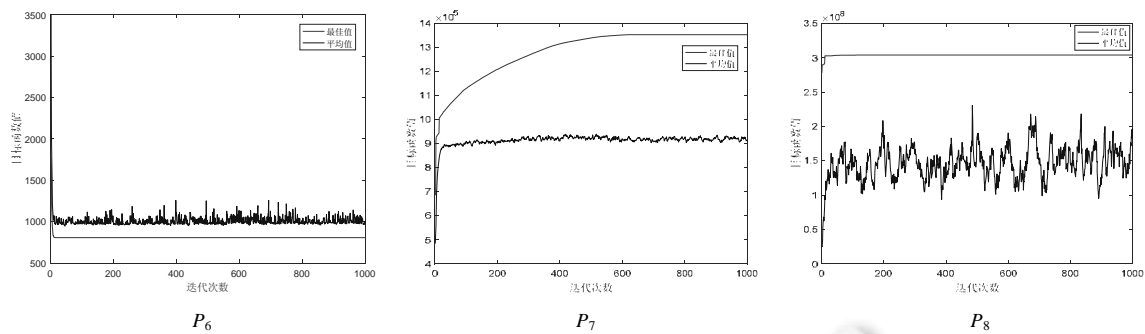


Fig.5 Evolution curves of various problems (Continued)

图5 各问题的进化曲线(续)

在图5中可以看到,大多数问题在200代便能找到最佳函数值,并且在前几代进化速度非常快.这是种群之间的分工合作的结果,个体的更新受到个体极值与全局极值的指引,在各自的职能范围内完成寻优过程.

由以上各分析可知,基于择优策略的 PES 算法继承了标准 PES 算法善于寻找全局最优的特点,并且通过运用择优协作的策略,提高了算法的收敛速度;相对所对比的算法,本文算法能够很好地求解具有多峰特点的整数规划问题.

5 总结与展望

本文深入分析了标准的 PES 算法的机理,针对 PES 算法的群内协作的不足,提出了基于择优策略的 PES 算法,并将它应用到求解整数规划问题上.通过数值仿真实验,说明了所提出的算法在求解具有多峰特点的整数规划问题上有着良好的性能.除了本文对 PES 算法的拓展之外,还有很多方面值得探讨,如在理论上对 PES 算法的性能加以分析;给出算法的收敛性、稳定性、全局最优性的理论支持.这是下一步的重点研究工作.

References:

- [1] Moeini A. Identification of unidentified equality constraints for integer programming problems. *European Journal of Operational Research*, 2017,260(2):460–467. [doi: 10.1016/j.ejor.2016.12.040]
- [2] Huang ZC, Wu FC, Hu XL. An evolutionary algorithm to integer programming problem based on pheromone. *Computer Application Research*, 2001,18(7):27–29 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2001.07.010]
- [3] Li T, Wang CF, Wang WB, Su WL. A bionic global optimization algorithm for solving integer programming—Plant growth simulation algorithm. *System Engineering Theory and Practice*, 2015,25(1):76–85 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3321/j.issn:1000-6788.2005.01.012]
- [4] Yang F, Wang PX, Zhang YZ, Zheng LT, Lu JC. Survey of swarm intelligence optimization algorithms. In: *Proc. of the 2017 IEEE Int'l Conf. on Unmanned Systems (ICUS)*. IEEE, 2017. 558–563. [doi: 10.1109/ICUS.2017.8278405]
- [5] Chiang HD, Wang T. A novel trust-tech guided branch-and-bound method for nonlinear integer programming. *IEEE Trans. on Systems Man Cybernetics-Systems*, 2015,45(10):1361–1372. [doi: 10.1109/TSMC.2015.2399475]
- [6] Li MM, Zhang LS, Liang YM. A filled function method with one parameter for integer programming. *Chinese Journal of Computers*, 2008,12(2):73–83. [doi: 10.1007/BF02842060]
- [7] Yang CR, Qian Q, Wang F, Sun MH. Application of improved adaptive genetic algorithm in function optimization. *Computer Application and Research*, 2018,35(4):1042–1045 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3321/j.issn:1000-6788.2005.01.012]
- [8] Bera A, Sychel D. Hybrids of two-subpopulation PSO algorithm with local search methods for continuous optimization. *Artificial Intelligence and Soft Computing*, 2015,9119:307–318. [doi: 10.1007/978-3-319-19324-3_28]
- [9] Zhao YP, Dong ZZ, Li Z. Improved ant colony algorithm for integer programming. *Journal of Xi'an Petroleum University (Natural Science Edition)*, 2013,28(3):100–103 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3969/j.issn.1673-064X.2013.03.022]

- [10] Wu J, Zhou JY. Cuckoo search algorithm for solving integer programming. *Mathematical Theory and Application*, 2013,33(3): 99–106 (in Chinese with English abstract).
- [11] Wei L, Fu H, Yin YP. Application of harmony ant colony algorithm to integer programming. *Computer Engineering and Applications*, 2013,49(20):5–8 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.1304-0332]
- [12] Fahim A, Hedar AR. Hybrid scatter search for integer programming problems. In: *Proc. of the 9th Int'l Conf. on Informatics and Systems*. IEEE, 2015. [doi: 10.1109/INFOS.2014.7036698]
- [13] Wu J, Gao YL, Yan LN. An improved differential evolution algorithm for mixed integer programming problems. In: *Proc. of the 9th Int'l Conf. on Computational Intelligence and Security*. IEEE, 2013. 31–35. [doi: 10.1109/CIS.2013.14]
- [14] Xie Y, Gao XZ. Flower polling algorithm for integer programming. *Techniques and Methods*, 2015,34(3):82–85 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.19358/j.issn.1674-7720.2015.03.026]
- [15] Mohamed AT, Ahmed FA. Simplex particle swarm optimization with arithmetical crossover for solving global optimization problems. *OPSEARCH*, 2016,53(4):705–740. [doi: 10.1007/s12597-016-0256-7]
- [16] Shi LT, Chen W. Filter filled function algorithm for integer programming problems. *Journal of Applied Mathematics and Computational Mathematics*, 2018,32(2):331–342 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3969/j.issn.1006-6330.2018.02.013]
- [17] Tan Q. Swarm intelligence evolution strategy based on pyramid [MS. Thesis]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2018 (in Chinese with English abstract).
- [18] Cai XJ, Cui ZH, Zeng JC, Tan Y. Dispersed particle swarm optimization. *Information Processing Letters*, 2008,1005(6): 231–235. [doi: 10.1016/j.ipl.2007.09.001]
- [19] Yang LF, Jin BJ, Wang YY, Dong ZZ. Projected mixed integer programming formulations for unit commitment problem. *Int'l Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2015,68:195–202. [doi: 10.1016/j.ijepes.2014.12.054]
- [20] Deep K, Singh KP, Kansal ML, Mohan C. A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 2009,212(2):505–518. [doi: 10.1016/j.amc.2009.02.044]
- [21] Yang RH, Liu JH. Quantum particle swarm optimization algorithm for integer programming. *Science Technology and Engineering*, 2011,11(13):1671–1815 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3969/j.issn.1671-1815.2011.33.021]
- [22] Huang S, Ma L. Improved harmony search algorithm for solving general integer programming problems. *Computer Engineering and Applications*, 2014,50(3):250–255 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.1203-0483]
- [23] Tan Y, Tan GZ, Deng SG. Hybrid particle swarm optimization with chaotic search for solving integer and mixed integer programming problems. *Journal of Central South University*, 2014,21(7):2731–2742. [doi: 10.1007/s11771-014-2235-6]

附中中文参考文献:

- [2] 黄樟灿,吴方才,胡晓林.基于信息素的整数规划的演化求解. *计算机应用研究*,2001,18(7):27–29. [doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2001.07.010]
- [3] 李彤,王春峰,王文波,宿伟玲.求解整数规划的一种仿生类全局优化算法——模拟植物生长算法. *系统工程理论与实践*,2015, 25(1):76–85. [doi: 10.3321/j.issn:1000-6788.2005.01.012]
- [7] 杨从锐,钱谦,王锋,孙铭会.改进的自适应遗传算法在函数优化中的应用. *计算机应用研究*,2018,35(4):1042–1045. [doi: 10.3321/j.issn:1000-6788.2005.01.012]
- [9] 赵元鹏,董张卓,李哲.改进的求解整数规划的蚁群算法. *西安石油大学学报(自然科学版)*,2013,28(3):100–103. [doi: 10.3969/j.issn.1673-064X.2013.03.022]
- [10] 吴昊,周健勇.整数规划的布谷鸟算法. *数学理论与应用*,2013,33(3):99–106.
- [11] 魏林,付华,尹玉萍.和声蚁群耦合算法求解整数规划的应用研究. *计算机工程与应用*,2013,49(20):5–8. [doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.1304-0332]
- [14] 谢瑜,高晓智.整数规划的花授粉算法. *技术与方法*,2015,34(3):82–85. [doi: 10.19358/j.issn.1674-7720.2015.03.026]
- [16] 石礼堂,陈伟.整数规划问题的滤子填充函数算法. *应用数学与计算数学学报*,2018(2):331–342. [doi: 10.3969/j.issn.1006-6330.2018.02.013]
- [17] 谈庆.基于金字塔结构的群智能演化策略[硕士学位论文].武汉:武汉理工大学,2018.
- [21] 杨荣华,刘建华.量子粒子群算法求解整数规划的方法. *科学技术与工程*,2011,11(13):1671–1815. [doi: 10.3969/j.issn.1671-1815.2011.33.021]

$$\begin{aligned} \max f_8(x) = & 50x_1 + 150x_2 + 100x_3 + 92x_4 + 55x_5 + 12x_6 + 11x_7 + 10x_8 + 8x_9 + 3x_{10} + 114x_{11} + 90x_{12} + 87x_{13} + \\ & 91x_{14} + 58x_{15} + 16x_{16} + 88x_{17} + 22x_{18} + 21x_{19} + 32x_{20} + 53x_{21} + 56x_{22} + 118x_{23} + 192x_{24} + 52x_{25} + \\ & 204x_{26} + 250x_{27} + 295x_{28} + 82x_{29} + 30x_{30} + 29x_{31}^2 - x_{32}^2 + 9x_{33}^2 + 94x_{34} + 15x_{35}^2 + 17x_{36}^2 - 15x_{37} - \\ & 2x_{38} + x_{39}^2 + 3x_{40}^4 + 52x_{41} + 57x_{42}^2 - 6x_{43}^2 + 12x_{44} + 21x_{45} + 6x_{46} + 7x_{47} - x_{48} + x_{49} + x_{50} + 119x_{51} + \\ & 82x_{52} + 75x_{53} + 18x_{54} + 16x_{55} + 12x_{56} + 6x_{57} + 7x_{58} + 3x_{59} + 6x_{60} + 12x_{61} + 13x_{62} + 18x_{63} + 7x_{64} + \\ & 3x_{65} + 19x_{66} + 22x_{67} + 3x_{68} + 12x_{69} + 9x_{70} + 18x_{71} + 19x_{72} + 9x_{70} + 18x_{71} + 12x_{73} + 8x_{74} + 5x_{75} + \\ & 2x_{76} + 16x_{77} + 17x_{78} + 11x_{79} + 12x_{80} + 9x_{81} + 12x_{82} + 11x_{83} + 14x_{84} + 16x_{85} + 3x_{86} + 9x_{87} + 10x_{88} + \\ & 3x_{89} + x_{90} + 12x_{91} + 3x_{92} + 12x_{93} - 2x_{94}^2 - x_{95} + 6x_{96} + 7x_{97} + 4x_{98} + 21x_{99} + 2x_{100} \\ \text{s.t. } & \begin{cases} \sum_{i=1}^{100} x_i \leq 7500 \\ \sum_{i=1}^{50} 10x_i + \sum_{i=51}^{100} x_i \leq 42000 \\ 0 \leq x_i \leq 99; x_i \in \mathbb{Z}, i = 1, \dots, 100 \end{cases} \end{aligned}$$

最优解为[(63,99,99,99,38,76,22,27,63,77,99,99,99,99,92,48,99,42,51,98,79,70,99,99,57,99,99,99,76,99,0,99,99,99,99,0,0,0,99,87,99,0,71,97,91,47,0,32,59,99,99,99,82,66,23,29,67,29,58,93,48,72,59,74,18,65,69,85,91,86,80,39,61,85,23,3,69,89,59,81,94,22,31,86,59,91,27,59,80,81,96,41,0,0,26,78,26,68,73),304128323].



王占占(1993-),男,安徽淮北人,硕士,主要研究领域为智能计算.



唐荷花(1993-),女,硕士,主要研究领域为智能计算,统计分析.



黄樟灿(1960-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为智能计算,图像处理.



李贺(1994-),女,硕士,主要研究领域为智能计算.



侯改(1993-),女,硕士,主要研究领域为智能计算.