

# 基于训练空间重构的多模块 TSK 模糊系统\*

周塔<sup>1,2</sup>, 邓赵红<sup>1</sup>, 蒋亦樟<sup>1</sup>, 王士同<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(江南大学 数字媒体学院, 江苏 无锡 214122)

<sup>2</sup>(江苏科技大学 电气与信息工程学院, 江苏 张家港 215600)

通讯作者: 周塔, E-mail: jkdzhout@just.edu.cn



**摘要:** 利用重构训练样本空间的手段, 提出一种多训练模块 Takagi-Sugeno-Kang (TSK) 模糊分类器 H-TSK-FS. 它具有良好的分类性能和较高的可解释性, 可以解决现有层次模糊分类器中间层输出和模糊规则难以解释的难题. 为了实现良好的分类性能, H-TSK-FS 由多个优化零阶 TSK 模糊分类器组成. 这些零阶 TSK 模糊分类器内部采用一种巧妙的训练方式, 原始训练样本、上一层训练样本中的部分样本点以及所有已训练层中最逼近真实值的部分决策信息均被投影到当前层训练模块中, 并构成其输入空间. 通过这种训练方式, 前层的训练结果对后层的训练起到引导和控制作用. 这种随机选取样本点、在一定范围内随机选取训练特征的手段可以打开原始输入空间的流形结构, 保证较好或相当的分类性能. 另外, 该研究主要针对少量样本点且训练特征数不是很大的数据集. 在设计每个训练模块时采用极限学习机获取模糊规则后件参数. 对于每个中间训练层, 采用短规则表达知识. 每条模糊规则则通过约束方式确定不固定的输入特征以及高斯隶属函数, 目的是保证所选输入特征具有高可解释性. 真实数据集和应用案例实验结果表明, H-TSK-FS 具有良好的分类性能和高可解释性.

**关键词:** TSK 模糊系统; 多模块训练; 解释能力; 极限学习机

**中图分类号:** TP181

中文引用格式: 周塔, 邓赵红, 蒋亦樟, 王士同. 基于训练空间重构的多模块 TSK 模糊系统. 软件学报, 2020, 31(11): 3506-3518. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5846.htm>

英文引用格式: Zhou T, Deng ZH, Jiang YZ, Wang ST. Multi-module TSK fuzzy system based on training space reconstruction. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2020, 31(11): 3506-3518 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5846.htm>

## Multi-module TSK Fuzzy System Based on Training Space Reconstruction

ZHOU Ta<sup>1,2</sup>, DENG Zhao-Hong<sup>1</sup>, JIANG Yi-Zhang<sup>1</sup>, WANG Shi-Tong<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

<sup>2</sup>(School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 215600, China)

**Abstract:** A multi-training module Takagi-Sugeno-Kang (TSK) fuzzy classifier, H-TSK-FS, is proposed by means of reconstruction of training sample space. H-TSK-FS has good classification performance and high interpretability, which can solve the problems of existing hierarchical fuzzy classifiers such as the output and fuzzy rules of intermediate layer that are difficult to explain. In order to achieve enhanced classification performance, H-TSK-FS is composed of several optimized zero-order TSK fuzzy classifiers. These zero-order TSK fuzzy classifiers adopt an ingenious training method. The original training sample, part of the sample of the previous layer and part of the decision information that most approximates the real value in all the training layers are projected into the training module of the current layer and constitute its input space. In this way, the training results of the previous layers play a guiding and controlling role in the training of the current layer. This method of randomly selecting sample points and training features within a certain range can open up the

\* 基金项目: 国家自然科学基金(61772239, 61702225, 61572236); 江苏省自然科学基金(BK20181339)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61772239, 61702225, 61572236); Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20181339)

收稿时间: 2018-04-12; 修改时间: 2018-12-04; 采用时间: 2019-03-28

manifold structure of the original input space and ensure better or equivalent classification performance. In addition, this study focuses on data sets with a small number of sample points and a small number of training features. In the design of each training unit, extreme learning machine is used to obtain the Then-part parameters of fuzzy rules. For each intermediate training layer, short rules are used to express knowledge. Each fuzzy rule determines the variable input features and Gaussian membership function by means of constraints, in order to ensure that the selected input features are highly interpretable. Experimental results of real datasets and application cases show that H-TSK-FS enhances classification performance and high interpretability.

**Key words:** TSK fuzzy system; multi-module training; interpret ability; extreme learning machine

由于 Takagi-Sugeno-Kang(TSK)模糊分类器<sup>[1,2]</sup>具有较高的分类性能和高可解释性,已经引起了很多研究者的兴趣,因而在日常生活中也取得了广泛的应用,包括财务预测中的数据驱动预测技术、RTP 系统多变量控制、图像处理和 EEG 脑电信号分类<sup>[3-5]</sup>。目前,典型的工作包括很多的进化算法用来构造 TSK 模糊分类器,比如,基于梯度下降优化技术的神经模糊方法<sup>[6]</sup>、深度模糊神经网络<sup>[7,8]</sup>。在日常生活中,较高的分类精度和强的可解释性往往是人们首要关注的。

为此,在本研究中,我们试图解决以下问题:(1) 不恰当的模糊划分导致模糊系统可解释性问题;(2) 模糊分类器如何选择训练样本点和训练特征;(3) IF-THEN 模糊规则的复杂性;(4) 简化模糊推理过程和反模糊过程。

在大多数 TSK 模糊分类器中,人们通过使用各种聚类方法来确定模糊划分,典型的工作如  $k$ -means<sup>[9]</sup>、FCM 及其改进算法<sup>[10]</sup>等。然而,模糊规则的设定也成为人们急需解决的问题之一。虽然,有专家认为模糊规则的长度与分类任务中的特征数相同。也有专家提出可随机确定高斯隶属函数的中心、模糊规则数。当然,通过类似基于聚类的方法生成的模糊规则通常不具有可解释性。

此外,人们通常采用模糊网格的方法来划分输入空间并生成模糊规则。显然,这种划分输入空间的方法快捷、易操作。但是,当面临高维训练样本时,该方法自然会需要生成更多的模糊规则。这在一定程度上会削弱模糊系统的可解释性,自然会引入规则爆炸问题<sup>[11]</sup>。鉴于此,有学者<sup>[12,13]</sup>提出了通过特征降维的手段处理特征过多而削弱模糊系统性能的技术。常见的分成模糊系统大致上可以分为增量式、聚集式和级联式,如图 1 所示。

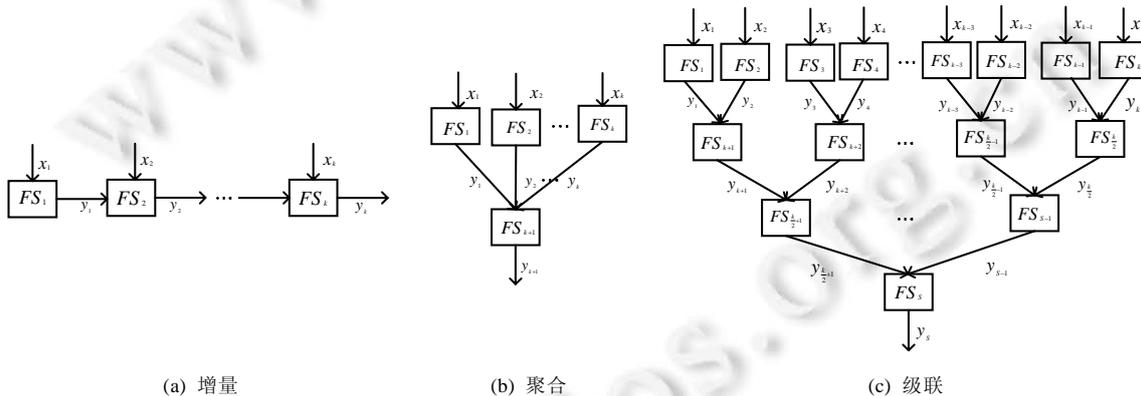


Fig.1 Structure of hierarchical TSK fuzzy classifier

图 1 层次 TSK 模糊分类器的结构

然而对于现有的分层 TSK 模糊分类器,主要面临这样的难题:(1) 增加训练层数的同时,无形中会增加更多的模糊规则,那么如何提高模糊系统的可解释性;(2) 对于构造一个深度学习模型而言,必然会生成很多中间变量,那么如何生成短模糊规则保证系统的可解释性;(3) 已有的决策信息如何对后续训练起到约束作用;层与层之间的样本信息如何传递;如何训练部分样本点和部分特征保证较好的或相当的性能。

为了解决上述提出的困难,本研究考虑设计一个分层的 TSK 模糊分类器,既可以提高分类精度,也可对中间层输出和模糊规则进行合理的解释。这里,我们命名的分层模糊 TSK 分类器中,每个 TSK 模糊分类器所有中间输出和模糊规则具有可解释性。这样的模糊结构主要借助于以下几点思考。

- (a) 每个输入特征划分为不固定的模糊集,但其中心点设定为[0,1].
- (b) 每个模糊规则在一定程度范围内可选择部分输入特征.另外,采用部分样本点进行训练模型.
- (c) 通过特殊的特征融合手段,设计一种实现增强分类性能的模糊分类器,即在这种结构中,原训练样本、前层训练样本中部分样本点构成的训练集以及前层的部分输出被增加到下一个即将训练模块的输入空间中,无形中扩充了下一个训练模块的输入信息.这里值得一提的是,前层的部分输出信息是当层已训练的所有层中分类信息最逼近真实值的输出.
- (d) 由于构建的模型是典型的前馈神经网络,层与层之间无需反复迭代.由于本研究没有研究大样本集的分类任务,基本围绕样本点不多且维数不高的样本进行研究,因此,本研究通过 ELM 获取每个基本训练模块,达到快速训练每个基训练模块的目的.

基于上述思想,我们设计了一种层次结构的 TSK 模糊分类器 H-TSK-FS,重点研究深度结构中层与层训练之间信息的约束关系,部分样本点和部分训练特征对模糊分类器整体性能的影响.本文主要贡献概括如下.

- (1) 新颖的构造结构:H-TSK-FS 由多个零阶 TSK 模糊分类器组成.在 H-TSK-FS 中,原始样本点、前面已训练好所有层的最好分类信息、前层训练模型的部分输出作为下一个训练模型的输入特征.而当前层训练的样本则完全包含了原始数据集、前层训练的逼近真实值的样本空间、前层训练模型的部分输出.这样做的好处是,可以方便地打开原始输入空间中的流行结构.另外,H-TSK-FS 的分层结构不同于现有的分层 TSK 模糊分类器,它们将原始样本的信息、中间训练模块的部分输出或中间训练模块的部分输出再加上前层训练的样本点作为当前层的输入,投影到当前训练模块.
- (2) 强可解释性和后件参数的求解:H-TSK-FS 当前层中的模糊规则可以通过原始样本点特征、前层部分样本点特征以及前层部分决策结果.这里的前层部分决策结果可以理解成当前层输入空间的融合特征.我们认为我们所设计的模糊规则具有强可解释性.另外,特征筛选机制也非常重要.选择冗余的特征信息无形当中会削弱整个分类器的分类性能.这里,每个高斯函数的中心点和核宽则提前设定在一个确定的区间范围内.这种方式设计的模糊规则是可以解释的.
- (3) 良好的分类性能:我们提出的分层 TSK 模糊分类器 H-TSK-FS 后件参数则利用 ELM 快速求解;对实际数据集和应用案例进行研究,我们发现 H-TSK-FS 可以获得较好的分类性能.实验结果也表明了 H-TSK-FS 确实是一个优化的分类模型.

本文第 1 节简要介绍包括经典的 TSK 模糊分类器和 ELM 在内的相关研究.第 2 节阐述 H-TSK-FS 的细节.第 3 节给出详细的实验结果.第 4 节对本文进行总结.

## 1 Takagi-Sugeno-Kang(TSK)模糊分类器和极限学习机综述

因为本文涉及极限学习机(ELM)<sup>[14]</sup>和经典的 TSK 模糊分类器<sup>[2,5]</sup>,所以本节首先简要地对它们进行介绍.经典的 TSK 模糊分类器是最常用的模糊分类器之一,它采用以下模糊规则<sup>[2]</sup>表示.

规则  $R_k$ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^k \wedge x_2 \text{ is } A_2^k \wedge \dots \wedge x_d \text{ is } A_d^k \\ \text{THEN } f^k(x) = (p_0^k, p_1^k, \dots, p_d^k) \cdot (1, x_1, \dots, x_d)^T, k = 1, 2, \dots, K \end{array} \right\} \quad (1)$$

其中,  $A_i^k$  是第  $k$  个规则相应输入变量  $x_i$  的模糊子集,  $\wedge$  是模糊联合算子,  $K$  是模糊规则数.

经过相应的操作和去模糊处理后,TSK 模糊模型的输出<sup>[2]</sup>可以表示为

$$y^o = \sum_{k=1}^K \frac{u^k(x)}{\sum_{k'=1}^K u^{k'}(x)} f^k(x) = \sum_{k=1}^K \tilde{u}^k(x) f^k(x) \quad (2)$$

其中,  $u^k(x)$  和  $\tilde{u}^k(x)$  分别表示模糊隶属函数和归一化模糊隶属函数<sup>[2]</sup>, 可以写成:

$$u^k(x) = \prod_{i=1}^d u_{A_i^k}(x_i) \quad (3)$$

$$\tilde{u}^k(\mathbf{x}) = u^k(\mathbf{x}) / \sum_{k'=1}^K u^{k'}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

经常采用高斯函数作为模糊隶属函数<sup>[2]</sup>:

$$u_{A_i^k}(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - c_i^k)^2}{2\delta_i^k}\right) \quad (5)$$

这里,  $c_i^k$  和  $\delta_i^k$  可通过聚类技术或其他方法获得<sup>[2]</sup>. 如果我们采用模糊  $c$  均值聚类算法<sup>[15]</sup>, 则  $c_i^k$  和  $\delta_i^k$  可以表示为

$$c_i^k = \frac{\sum_{j=1}^N u_{jk} x_{ji}}{\sum_{j=1}^N u_{jk}} \quad (6)$$

$$\delta_i^k = h \frac{\sum_{j=1}^N u_{jk} (x_{ji} - c_i^k)^2}{\sum_{j=1}^N u_{jk}} \quad (7)$$

其中,  $u_{jk}$  表示属于第  $k$  个簇的第  $j$  个输入样本  $\mathbf{x}_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jd})^T$  的模糊隶属度. 这里,  $h$  是尺度参数<sup>[2]</sup>.

下面介绍两种 TSK 模糊分类器. 当  $p_0^k$  是常数或线性表达式时, 这时的 TSK 模糊分类器分别被称为零阶或者一阶 TSK 模糊分类器<sup>[2]</sup>. 接下来分别介绍零阶和一阶 TSK 模糊分类器的输出表示形式. 零阶 TSK 模糊分类器输出可以写成  $y^0 = \sum_{k=1}^K u^k(\mathbf{x}) p_0^k$ . 如果求解模糊规则前件之后, 我们可以设定<sup>[2]</sup>:

$$\mathbf{x}_e = (1, \mathbf{x}^T)^T \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^k = \tilde{u}^k(\mathbf{x}) \mathbf{x}_e \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_g = ((\tilde{\mathbf{x}}^1)^T, (\tilde{\mathbf{x}}^2)^T, \dots, (\tilde{\mathbf{x}}^K)^T)^T \quad (10)$$

$$\mathbf{p}^k = (p_0^k, p_1^k, \dots, p_d^k)^T \quad (11)$$

$$\mathbf{p}_g = ((\mathbf{p}^1)^T, (\mathbf{p}^2)^T, \dots, (\mathbf{p}^K)^T)^T \quad (12)$$

那么, 一阶 TSK 模糊分类器<sup>[2]</sup>的输出可写成:

$$y^0 = \mathbf{p}_g^T \mathbf{x}_g \quad (13)$$

经典的 TSK 模糊分类器可以应用于标签集为  $\{-1, +1\}$  的二分类任务和  $\{1, 2, \dots, c\}$  类的多分类任务. 对于二分类而言, 根据  $y > 0$  或  $y < 0$ , 可将输入向量  $\mathbf{x}$  分类为正类或负类. 而当面对多分类任务时, 我们将选取模糊分类器的输出  $c$  与标签集  $\{1, 2, \dots, c\}$  中的标签进行比较, 并将最近的标签值作为输入向量  $\mathbf{x}$  所属的类别.

一般来说, 零阶 TSK 模糊分类器不及一阶 TSK 模糊分类器的分类性能. 但是, 本研究依然采用零阶 TSK 模糊分类器作为基础训练模块. 原因是, 零阶 TSK 模糊分类器的输出仅有一个参数. 对于二分类, 我们只要根据该参数的正负值就可以很容易地确定其正负类别. 对于多分类, 我们只要将归一化后的参数  $p_0^k$  作为第  $k$  个模糊规则的确定性因子, 并将  $h^*$  定义为  $\{1, 2, \dots, c\}$  中与  $p_0^k$  最接近的整数. 当  $p_0^k \in (1, c)$  时, 归一化后的实数  $2 * (0.5 - |p_0^k - h^*|)$  值表示类  $h^*$  相应的第  $k$  个规则的确定性因子. 当  $p_0^k < 1$  时, 则认为第  $k$  个模糊规则的确定性因子被划分到第 1 类, 当  $p_0^k \geq c$  时, 则认为第  $k$  个模糊规则的确定性因子被划分到第  $c$  类.

从这些讨论中我们不难发现, 相对于一阶 TSK 模糊分类器, 零阶 TSK 模糊分类器具有更简洁的可解释性. 因此在本研究中, 我们采用零阶 TSK 模糊分类器作为子训练模块.

现在简单介绍最小学习机 LLM<sup>[16,17]</sup>. 在文献[16,17]中, Wang 等人提出了一种用于单层或多层前向神经网络的学习算法(LLM)<sup>[16]</sup>. 其优越的性能已经在文献[16,17]中被证明. 为了更好地描述其结构, 这里以单层前向神经网络为例阐述其学习过程<sup>[16,17]</sup>.

设  $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_1), g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_2), \dots, g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_{\tilde{N}})$  代表隐藏层中  $\tilde{N}$  个隐藏节点的激活函数,  $\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \dots, \boldsymbol{\theta}_{\tilde{N}}$  为核参数向量  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{\tilde{N}}$  表示输出权值. 训练集  $D = \{(\mathbf{x}_i, t_i) | \mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^d, t_i \in \mathbf{R}, i = 1, 2, \dots, N\}$ <sup>[16,17]</sup>, 令

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]^T, \mathbf{T} = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T, \mathbf{H}_i = [g(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_1), g(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_2), \dots, g(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}_{\tilde{N}})], \boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{\tilde{N}}).$$

当确定这些激活函数和隐含节点数时, LLM 首先将这些参数随机分配到该隐层中, 然后通过求解式(14)来

快速地学习 $\beta$ 的岭回归问题<sup>[16,17]</sup>.

$$\min \left( \frac{1}{2} \beta^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i^2 \right) \quad (14)$$

$$\text{s.t. } (g(x_i, \theta_1), g(x_i, \theta_2), \dots, g(x_i, \theta_N)) \beta^T = t_i + \xi_i, i = 1, 2, \dots, N$$

参数向量 $\beta$ 的解析解 $\tilde{\beta}$ 可写出<sup>[16,17]</sup>:

$$\tilde{\beta}^T = H^T \left( HH^T + \frac{1}{2C} I_{N \times N} \right)^{-1} T \quad (15)$$

其中,  $H = [H_1, H_2, \dots, H_N]^T$ ,  $H_i = [g(x_i, \theta_1), g(x_i, \theta_2), \dots, g(x_i, \theta_N)]$ ,  $I_{N \times N}$  是  $N \times N$  单位矩阵<sup>[16,17]</sup>. 对于 LLM 而言, 更多地是考虑输出层的参数, 而不是隐含层和输出层的所有训练参数. 这是和其他神经网络不同的. 另外, ELM 和 LLM 的实现方法类似, 限于文章篇幅, 这里不过多地阐述 ELM 的实现过程. 更多关于 ELM 的实现细节参见文献[14]. 还有一点, 这里介绍 LLM 是为了和 ELM 进行时间复杂度的对比分析. 另外, 本文重点针对样本点数不是非常大、特征数也不是非常多的样本开展, 因此采用 ELM 快速训练 H-TSK-FS 中的每个 TSK 模糊分类器.

## 2 多模块 TSK 模糊分类器 H-TSK-FS

在本研究中, 通过部分原始样本特征信息与已有训练模型的部分输出实现一种训练空间重构手段, 开发了一种多模块 TSK 模糊分类器, 以实现增强分类性能和可解释性. 该分类器是由以下几个因素综合分析得到的.

- (1) 我们知道, 样本点和输入特征的选择同等重要. 至于抽取哪些训练样本, 哪些样本中的训练特征确实是一件很难的事. 如果选择的样本点较为重要, 则可能保持原有的分类性能, 甚至提高分类性能; 反之, 则会降低分类性能. 同样地, 选取重要的特征势必也会对最终的分类型性能产生影响. 对于 TSK 模糊分类器, 我们完全可以通过减少训练样本、减少训练特征、生成短模糊规则来提高分类性能和增强模糊系统的可解释性. 可是, 输入样本点、训练特征一旦发生变化, 模糊系统整个性能就随之发生改变. 因此, 采用随机抽取样本点, 随机抽取训练特征也是一种提高模糊系统可解释性的手段.
- (2) 与传统层次模糊系统不同, H-TSK-FS 每个中间层的模糊规则的输出、中间层的输出都是可解释的. 对单个训练模块而已, 随机选取原样本中的部分训练样本点进行训练, 这种做法的目的是尽量使训练部分样本点也可以获得较好的分类效果. 当然, 样本数如果过少, 可能也会影响训练集的结构. 这种情形就会降低分类器的分类性能. 因此, 样本数的选择至关重要. 另外, 多层训练结构中, 前层的训练结果对后层的训练也非常重要. 换句话说, 输入特征的信息会同时出现在前后层的模糊规则中, 因此, 也增加了层次模糊系统的复杂程度. 但是, 前层的训练信息对后层的训练也会存在一定的借鉴作用. 所以, 本研究采用将前一层可解释的模糊输出的部分信息直接投影到后一层的某一训练特征中. 同时, 原始空间特征信息又被投影到新的训练模型中. 这样, 通过双层特征融合机制, 既保证了模糊系统良好的分类性能, 也使得模糊规则和输出具有可解释性.
- (3) 近年来, 神经网络由于能够捕获相关的高层抽象特征, 因此成为了研究热点. 本研究构造的多层结构可以看作是神经网络的一种变体, 层内和层间的实现手段则和传统深度结构明显不同. 这种训练结构既考虑了前层训练的结果对后层训练的影响, 也可以避免求解大多数学习方法必须解决的困难和非凸优化问题. 还有一点, H-TSK-FS 每个训练模块都是独立训练. 另外, 当训练样本数不是特别大时, 可以采用极限学习机来提高每个训练模块的学习能力; 由于本研究所考虑的对象主要不是大样本数据的分类任务, 所以采用极限学习机获取学习模型的解和合理的.

### 2.1 H-TSK-FS 结构

根据已有的栈式结构原理, 我们提出的分层模糊分类器 H-TSK-FS 由多个训练模块组合而成. 每个训练模块实质上是一种特殊的零阶 TSK 模糊分类器. 下面介绍每个训练模块的结构, 如图 2 所示.

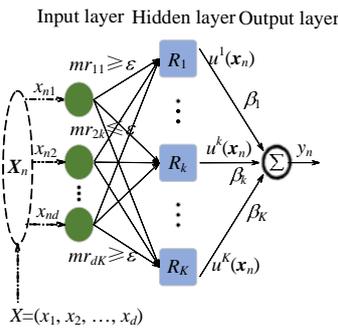


Fig.2 Zero-order TSK fuzzy classifier

图 2 零阶 TSK 模糊分类器

2.1.1 每个训练模块的结构

对于 H-TSK-FS 每个训练模块,我们选择 5 个模糊划分,通过高斯隶属函数进行表示.这些高斯隶属函数表示为 MF\_1, MF\_2, MF\_3, MF\_4 和 MF\_5,这些隶属函数中心固定在[0,1].同时,其核宽也可设定在[0,1],其各自的语言解释:非常糟糕、糟糕、一般糟糕、...、中等、一般好、好、非常好.我们这样做的目的是满足 Kuncheva 的要求<sup>[18]</sup>,如果隶属函数的选择不一致或隶属函数的形状不规则,那么它们不可能将语言标签进行准确的关联.

在这项研究中,我们随机选择部分样本本点和部分输入特性.这样做是想通过减少计算成本,生成短规则来提高分类器模型的可解释性,增强模糊系统的分类性能.因此,每个训练模块中的模糊规则可用以下形式来表示.

$$\left. \begin{aligned} &\text{IF } x'_1 \text{ is bad with } mr_{1k} \geq \varepsilon \wedge x'_2 \text{ is good with } mr_{2k} \geq \varepsilon \wedge x'_3 \text{ is "don't care" with } mr_{3k} \leq \varepsilon \\ &\text{THEN } y = p_0^k \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中,“Don't involve”意味着相应特征未发挥作用.另外,  $x'_i$  是抽取原训练样本中的特征.为了实现随机选择高斯隶属函数和输入特征,我们首先定义两个矩阵(即矩阵 MR 和 TR).矩阵 MR 被称为特征决策矩阵.  $MR=[mr_{jk}]_{d \times K}$  中,每个元素代表相应输入特征在一定程度上发挥作用.  $mr_{jk} > \varepsilon$ , 意味着第 j 个特征发挥作用;否则,  $mr_{jk} \leq \varepsilon$ , 表示第 j 个特征未发挥作用.这里的  $\varepsilon$  是程度阈值,表示此特征可在一定程度范围内发挥作用.而第 2 个规则生成矩阵 TR.其每个元素的值被随机分配一个整数值,并决定采用这些高斯隶属函数中的哪一个.例如  $TR[2,3]=h$ , 指出第 3 个模糊规则中的第 2 个输入特征并决定采用第 h 个高斯隶属函数,语义可表示为“非常糟糕”.基于以上的分析,这种特殊的零阶 TSK 模糊分类器的输出可以写成:

$$y^0 = \sum_{k=1}^K u^k(x) \beta_k \quad (17)$$

在  $u^k(x) = \prod_{j=1}^d (u_{A_j}^k(x_j) \circ \gamma)$  中,如果  $mr_{jk} > \varepsilon$ , 使得  $u_{A_j}^k(x_j) \circ mr_{jk} = u_{A_j}^k(x_j) \circ \gamma$ . 显然, TR 中  $\varepsilon$  可用来确定高斯隶属函数  $u_{A_j}^k(x_j)$ . 在大多数情况下 MR, 可通过专家的特定领域知识获得  $u_{A_j}^k(x_j)$ . 然而本研究中,对于 MR, 其每个元素则随机分配一个整数值.而且更重要的是,这些值可能不会预先设定.这样的零阶 TSK 模糊分类器在图 2 中可以看出.我们可以很容易地发现,这个零阶 TSK 模糊分类器的结构类似于 ELM 的单层前馈神经网络,因为该 TSK 模糊分类器每个模糊规则可以等价地表示为相应的隐含节点.

2.1.2 栈式结构及其解释

由于栈式结构可以不断打开原始输入空间的流行结构,能够保证系统的泛化能力不断增强.H-TSK-FS 由多个训练模块组合而成.每个独立训练模块是一个零阶 TSK 模糊分类器,其输出包含二分类/多分类的信息.所以,H-TSK-FS 一方面增加原始数据空间中全部样本点的特征信息以及上一模块训练空间中部分样本点的特征信息,同时包括上一个模块训练后的部分输出,共同投影到下一个模块的输入空间中,通过这种特殊的方式打开原始输入空间的流行结构.很明显,下一层训练模块的输入空间既包括原始特征空间信息、上一模块训练样本

部分样本点构成的特征空间信息,也包括刚训练完成模块的部分输出特征信息,由它们几部分共同决定.对于 H-TSK-FS,每个规则对应的零阶 TSK 模糊分类器都有可解释的输出,因此,模糊系统的整体输出为二分类/多分类的结果依然是可解释的,同时,新生成的特征也变得具有可解释性.

图 3 展示了 H-TSK-FS 结构.整个训练过程分为以下几步.首先,根据原训练样本  $X$  和对应的类标签  $T$  集使用 RSFM 机制随机选取部分样本点和部分特征构造训练集构成第 1 个训练模块的输入空间并生成输出  $Y_1$ ;此时重新构造训练空间( $X'UY_1UT$ ),这里,  $U$  表示重构方法,  $X' = X \circ \alpha Y_1$ ,  $\alpha$  是一个很小的常数;其次,根据第 1 步获得的重构训练空间( $X'UY_1UT$ )再次使用 RSFM 机制随机选取部分样本点和部分特征构造训练集构成第 2 个训练模块的输入空间并生成输出  $Y_2$ ;此时重新构造训练空间( $X''UY_2UT$ ),  $X'' = X \circ X' \circ \alpha Y_1$ ,  $\alpha$  是一个很小的常数,  $X'$  是抽取原样本中部分样本点所形成的训练集;值得注意的是,  $Y_2$  可以描述成:  $\max\{Y_1, Y_2\}$ , 即重构空间中的  $Y_2$  实际上是前两个模块最接近真实值的输出.依照同样的方法,训练其他模块.

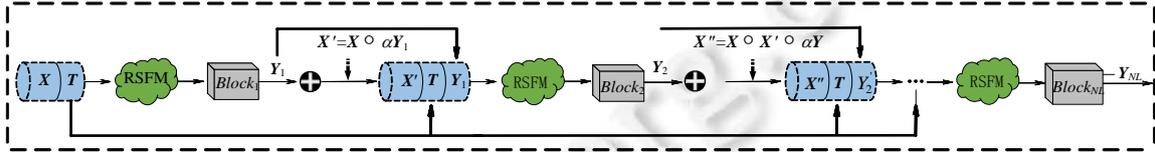


Fig.3 Structure of H-TSK-FS

图 3 H-TSK-FS 结构

如图 3 所示,不难发现,(1) 原始特征空间和可解释的重构特征(前一个训练模块的输出)总是包含在 H-TSK-FC 当前训练模块的模糊规则中,因此,H-TSK-FS 所有的模糊规则的前件总是有明确的物理意义;(2) 由于每个训练模块中,每个模糊规则的前件是随机选取样本点和随机选择输入特征而生成的,随机选择所选输入特征的可解释高斯隶属函数,因此每个模糊规则的前件都是可解释的.综合这两点,本研究可以认为,H-TSK-FS 每个训练模块具有可解释性.另一方面,通过较少样本点的训练在一定程度上也能降低模型的复杂度,提高训练效率.换句话说,一旦 H-TSK-FS 确定训练结构后,H-TSK-FS 总是可以进行解释的.

很明显,H-TSK-FS 比其他多层神经网络和 BP 神经网络更具有可解释性.当然,和一些短规则的模糊分类器相比,H-TSK-FS 则又显得更难以解释.对于其可解释性和精度之间的权衡问题<sup>[15]</sup>,这是我们接下来要开展的工作之一.本研究提出的可解释性可以归纳为:非层次 TSK 模糊分类器在每个模糊规则所给出的特征对应的前件部分和层次 TSK 模糊分类的短模糊规则层次结构.

2.2 H-TSK-FS算法

这里,我们先阐述 H-TSK-FS 每个训练模块的学习算法,即算法 1;然后给出 H-TSK-FS,即整个学习算法 2.

算法 1. 对 H-TSK-FS,第  $nl$  个训练模块的学习算法.

- (1.1) 模糊化所有输入特征为 5 个高斯隶属函数 FUN1、FUN2、FUN3、FUN4 和 FUN5,对应的中心固定在区间[0,1]内.其核宽度设定在[0,1]内,  $\sigma \in R$ .
- (1.2) 初始化特征决策矩阵  $MR$ ,规则生成矩阵  $TR$ .
- (1.3) 计算每个特征  $x_{ij}$  的高斯隶属函数值:

$$u(k, x_{ij}) = \exp\left(-\frac{(x_{ij} - a_k)^2}{\sigma_k^2}\right) \tag{18}$$

其中,核宽度  $\sigma_k \in R, \sigma_k \in [0,1], a_k \in [0,1]$ .

- (1.4) 计算每个特征的值:

$$v_{jl}(x_{ij}) = \begin{cases} \lambda - \prod_{k=1}^l (\lambda - TR_n(j, l)u(k, x_{ij})) \\ 1, \end{cases} \tag{19}$$

- (1.5) 计算模糊规则前件  $w$ :

$$w_{il} = \prod_{j=1}^d v_{jl}(x_{ij}) \quad (20)$$

(1.6) 构造规则层输出矩阵  $\mathbf{H}_{nl}$ :

$$\mathbf{H}_{nl} = \begin{bmatrix} \eta_1 w_{11} + \Delta & \cdots & \eta_1 w_{1K_{nl}} + \Delta \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_N w_{N1} + \Delta & \cdots & \eta_N w_{NK_{nl}} + \Delta \end{bmatrix}_{N \times K_{nl}} \quad (21)$$

这里,  $\eta_1, \dots, \eta_N$  表示规则前件系数,  $\Delta$  为增量, 这些系数均可人为设定或者利用其他方法获得.

(1.7) 计算第  $nl$  个组件单元输出权重  $\beta_{nl}$ :

$$\beta_{nl} = \mathbf{H}_{nl}^T \left( \frac{1}{C} \mathbf{I} + \mathbf{H}_{nl} \mathbf{H}_{nl}^T \right)^{-1} \mathbf{T} \quad (22)$$

其中,  $C$  是正则化参数,  $\mathbf{I}$  是一个单位矩阵.

(1.8) 计算整个输出矩阵  $\mathbf{Y}_{nl}$ :

$$\mathbf{Y}_{nl} = \mathbf{H}_{nl} \beta_{nl} \quad (23)$$

接下来对算法 1 给出分析.

- 分析 1

根据 ELM, 这里, 我们计算第  $nl$  个训练模块的输出权重  $\beta_{nl}$ :

$$\beta_{nl} = \mathbf{H}_{nl}^T \left( \frac{1}{C} \mathbf{I} + \mathbf{H}_{nl} \mathbf{H}_{nl}^T \right)^{-1} \mathbf{T} \quad (24)$$

而不是使用它的替代等价解:

$$\beta_{nl} = \left( \frac{1}{C} \mathbf{I} + \mathbf{H}_{nl}^T \mathbf{H}_{nl} \right)^{-1} \mathbf{H}_{nl}^T \mathbf{T} \quad (25)$$

显然, 公式(25)中计算矩阵的复杂度是  $O(K^3)$ ; 然而在公式(24)中, 计算矩阵的复杂度是  $O(N^3)$ .

请注意,  $K$  通常比实际应用中  $N$  的值小得多. 由于本研究主要针对中小规模数据集, 因此, 选取公式(24)是合理的. 而算法 1 中的公式(25)更适用于大数据集分类任务.

- 分析 2

参数  $C$  是一个可以在算法 1 中调整的重要参数. 这里,  $C$  的值可以选择比较大的常数. 在本研究中,  $C$  可以在集合  $\{400, \dots, 1000\}$  中通过网格搜索确定.

根据算法 1, 下面很容易地给出 H-TSK-FS 整个学习算法, 即算法 2.

**算法 2. H-TSK-FS 学习算法.**

输入训练集  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]^T$ , 对应的类标签集  $\mathbf{T} = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T$ , 其中,  $\mathbf{x}_n \in \mathbf{R}$ . 对于二分类,  $t_n \in \{+1, -1\}$ ; 否则, 对于多分类, 则有  $t_n \in \{1, 2, \dots, c\}$ , 其中,  $n=1, 2, \dots, N$  和  $c(>2)$  是类的数量. 在 H-TSK-FS 中, 训练的深度设定为  $NL$ .

(2.1) 输入: 原训练样本集  $\mathbf{X}$  和类标签集  $\mathbf{T}$ .

(2.2) **For**  $nl=2$  to  $NL$  **do**

(2.2.1) 根据特征选取机制 RSFM, 得到训练数据  $[\mathbf{X}^{(nl-1)}, \mathbf{T}]$  训练第  $nl$  个基本单元.

(2.2.2) 得到第  $nl-1$  个训练模块的输出  $\mathbf{Y}_{nl-1}$ , 产生增强的输入空间, 即  $[\mathbf{X}^{(nl-1)}, \mathbf{Y}_{nl-1}, \mathbf{T}]$ .

其中,  $\mathbf{X}^{(nl)} = \mathbf{X} \circ \mathbf{X}^{(nl-1)} \circ \sum_{i=1}^{nl-1} \alpha_i \mathbf{Y}_i$ ,  $\alpha_i$  是很小的常数,  $\mathbf{Y}_i$  为已训练模块决策信息的最大值.

(2.2.3)  $nl=nl+1$ .

**end for**

(2.3) 输出: 各训练模块的模糊规则和每个训练模块的参数.

接下来对算法 2 给出分析.

- 分析 1: 一方面, 根据栈式原理, 分类性能一般可随着深度  $NL$  的增加而提高; 另一方面, 也应该注意到,

H-TSK-FS 的分类性能由原始特征信息,上一层部分样本点构成的特征信息以及所有层的部分决策信息.为了打开训练数据的流形结构,同时使训练数据结构发生较大的改变,我们应该考虑融合的特征数不易过大.更重要的是,我们认为,在大多数情况下, $NL$  可能是一个较小的整数.

- 分析 2:我们认为原始训练样本信息、上一层部分样本点构成的特征信息以及所有已训练完成的部分决策信息在一定程度上可以打开原始输入空间的流形结构.所有已训练完成的决策信息可以作为当前层的融合特征,这种模式可以实现预期增强的分类性能.同时,训练原样本空间中的部分样本点在一定程度上也可以降低计算成本,提高分类性能.换句话说,当前训练模块的部分决策信息既被投影到下一个训练模块输入空间中,同时也作为下一个训练模块输入空间的融合特征.这种训练方式对下一个训练模块实际上起到双层保护的作用,提高了整个系统的分类性能和泛化性能.

### 2.3 时间复杂度对比分析

整个 H-TSK-FS 的时间复杂度分为两部分:第  $nl$  个训练模块的时间复杂度以及整个 H-TSK-FS 的时间复杂度.根据算法 1,第  $nl$  个训练模块的时间复杂度大致由以下几部分组成:生成  $TR_{nl}$  的时间复杂度为  $O(c(d+d'+nl)K_{nl})$ ,这里, $d$  是原始样本相应特征数, $d'$  是选取部分样本点的特征数, $K_{nl}$  的是模糊规则数.对于  $MR_{nl}$  的时间复杂度表示为  $O((d+d'+nl)K_{nl})$ ,计算矩阵  $H_{nl}$  的时间复杂度  $O(cN(d+d'+nl)^2 K_{nl})$ ,计算  $\beta_{nl}$  时间复杂度是  $O(N_{nl}^3 + NK_{nl} + K_{nl})$ ,因此,训练第  $nl$  个单元时间复杂度大致可以表示为  $O(cN(d+d'+nl)^2 K_{nl} + N_{nl}^3)$ .

根据算法 2,由于 H-TSK-FS 的深度是  $NL$ ,所以,训练 H-TSK-FS 的时间复杂度大致是:

$$O\left(\sum_{nl=1}^{NL} (cN(d+d'+nl)^2 K_{nl} + N_{nl}^3)\right).$$

很明显,当  $N$  不是很大而模糊规则数  $K$  比较小时,训练 H-TSK-FS 的时间复杂度可以看成是线性的.

## 3 实验和结果

本小节通过实验展现 H-TSK-FS 的性能.我们采用 UCI(<https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.html>)数据集中的 5 个数据集,同时选取零阶和一阶 TSK 模糊分类器以及 KEEL 软件工具箱中两个优化的模糊分类器 (FURIA&C4.5),目的是用这些算法与 H-TSK-FS 进行对比.关于 KEEL 更多的信息可以参考 <http://www.keel.es/download.php>.表 1 展示了这些二分类/多分类 UCI 数据集以及现实世界案例数据集 Bank-Marketing dataset<sup>[19,20]</sup>.在本实验中,所有数据集都预先归一化处理,并且随机抽取每个数据集的 75% 的样本用于训练,其余样本则用于测试.本研究中,使用分类精度和训练/测试时间作为性能指标来评估所有对比方法的性能.本实验在具有 64GB 内存的 E5-2609 v2 2.5GHZ CPU(2 个处理器)的计算机上进行.

Table 1 Five datasets

表 1 5 个数据集

Datasets	No. of training samples	No. of testing samples	No. of features	No. of classes
Musk (MUS)	4 949	1 649	168	2
Skin-Segmentation (SKI)	183 793	61 264	4	2
Hayes-roth (HAY)	99	33	6	3
HAPT (HAP)	8 197	2 732	561	12
Kddcup99 (KDD)	370 516	123 505	41	23

### 3.1 二分类/多分类数据集

为了观察 H-TSK-FS 的分类性能,同时更好地展示其可解释性,本研究采用零阶和一阶 TSK 模糊分类器<sup>[2]</sup>作为对比方法,而未采用诸如 BP 等神经网络.接下来,介绍分类器的参数设置.由于零阶和一阶 TSK 模糊分类器均涉及 FCM<sup>[2]</sup>和 SVM<sup>[2]</sup>,因此对应的正则化参数通过网格搜索从 0.01 到 100 进行设置,间隔为 0.1,FCM 中簇的数量在和模糊规则数相同,尺度参数  $r$  的值也可以通过网格搜索从 0.01 到 100 进行设置,间隔为 0.1.对于分类器 FURIA 和 C4.5,所有参数都取其各自对应的默认值.下面介绍每个训练模块的模糊规则数的设定方法.MUS 数据集的间隔为 5~20,步长为 1;SKI 数据集的间隔为 50~1 000,步长为 50;HAY 数据集的间隔为 5~20,步长为

1;HAP 数据集的间隔为 5~20,步长为 1;KDD 数据集的间隔为 500~1 500,步长为 50.

由于在输入特征和模糊隶属函数选择过程中均使用了随机策略,那么就意味着 H-TSK-FS 存在多种构成训练集的方法.为了简便地描述其实现过程,本研究选择其中的一种组合进行实验,同时通过相应的结构和模糊规则展现 H-TSK-FS 的可解释性.比如,本研究在 5 个数据集上报告了最佳精度分别为 95.96%,94.71%,85.94%,51.88%和 60.86%,相应的结构分别是 3-2-2-2,300-100-25,3-2-2-2,7-3-2 和 500-300-50.

保持每个数据集的训练模块数不变,本研究通过稍微改变每个训练模块中的模糊规则数来观察 H-TSK-FS 的分类性能.表 2 和表 3 中的“均值(标准差)”表示多次实验的结果.不难发现,对于 5 个数据集,H-TSK-FS 比零阶和一阶 TSK 模糊分类器的性能要好,分别达到 95.96%,94.71%,85.94%,51.88%和 60.86%的最佳平均训练精度.从表 2 中可以看出,H-TSK-FS 分类性能是最好的.从训练精度/测试精度来看,H-TSK-FS 表明了在选择用的 5 个数据集上证明它优于其他分类器.另一方面,从平均训练精度和测试精度来看,H-TSK-FS 在 5 个数据集上赢了一阶 TSK 模糊分类器,但是低于零阶 TSK 模糊分类器.此外,在大多数情况下,H-TSK-FS 的测试精度优于零阶和一阶 TSK 模糊分类器.这也意味着 H-TSK-FS 具有良好的泛化性能.

**Table 2** Fuzzy rules and classification accuracies

表 2 模糊规则和分类准确率

Dataset	FURIA			C4.5			H-TSK-FS		
	Rules	Training (%)	Testing (%)	Rules	Training (%)	Testing (%)	Rules	Training (%)	Testing (%)
MUS	10.50	94.85 (0)	93.58 (0)	-	95.11 (0.01)	95.03 (0)	9.00	95.96 (5.26)	95.48 (2.23)
SKI	450.00	94.59 (0)	92.83 (0)	-	93.99 (0)	93.04 (0)	425.00	94.71 (1.21)	93.27 (2.12)
HAY	4.00	86.25 (0)	77.50 (0.01)	-	85.90 (0)	84.05 (0)	3.75	85.94 (1.62)	76.58 (2.81)
HAP	15.50	50.42 (0.02)	48.73 (0.05)	-	49.52 (0.01)	49.05 (0.01)	12.75	51.88 (3.45)	50.41 (2.85)
KDD	1200.75	59.62 (0)	57.83 (0)	-	58.76 (0.01)	57.89 (0.01)	945.75	60.86 (2.99)	59.38 (3.72)
Mean	336.15	77.15 (0)	74.09 (0.01)	-	76.66 (0.01)	75.81 (0)	279.25	77.87 (2.91)	75.02 (2.75)

**Table 3** Average training time and test time of the 5 classifiers

表 3 5 个分类器的平均训练时间和测试时间

Datasets	Zero-order TSK fuzzy classifier		First-order TSK fuzzy classifier		FURIA		C4.5		H-TSK-FS	
	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
MUS	48.01 (0.09)	0.06	64.52 (1.97)	0.27	-	-	-	-	57.51 (12.77)	0.22
SKI	946.59 (75.61)	54.60	2.5e+04 (69.29)	75.74	-	-	-	-	2.1e+04 (12.53)	69.21
HAY	0.09 (0)	0	0.62 (0.02)	0.01	-	-	-	-	0.11 (0)	0
HAP	922.59 (10.77)	0.91	1 231.45 (98.56)	1.72	-	-	-	-	1 207.43 (78.77)	1.55
KDD	5.6e+04 (345.62)	69.52	8.8e+04 (596.85)	77.95	-	-	-	-	3.4e+04 (123.59)	1 285.90
Mean	11 583.46 (86.42)	1.09	22 859.32 (10.69)	31.14	-	-	-	-	11 253.01 (45.53)	271.38

接下来,研究 H-TSK-FS 随着特征融合数量的变化而发生的性能变化.表 4 列出了每个数据集多次实验的训练精度和测试精度.实验结果表明,在大多数情况下,H-TSK-FS 可通过特征融合实现较好的分类性能.下面将报道更多关于融合特征的实验结果.例如,HAP 数据集中有 561 个特征.通过第 1 次融合,H-TSK-FS 分别获得了 47.92%,45.85%的训练和测试精度.由于一阶 TSK 模糊分类器得到精度是 48.49%高于 47.92%,并且大于零阶 TSK 模糊分类器相应的精度 43.51%,因此,可以考虑第 2 次融合操作.H-TSK-FS 分别获得了 51.29%和 49.81%的训练精度和测试精度.由于 51.29%大于 48.49%,H-TSK-FS 继续考虑第 3 次融合,从而分别获得 51.88%和 50.41%的训练精度和测试精度,这意味着经过 3 次融合特征操作后 H-TSK-FS 的训练精度没有明显提高.此时,H-TSK-FS 比零阶和一阶 TSK 模糊分类器具有明显的优越性.对于 HAY 数据集,首先进行第 1 次融合,H-TSK-FS 获得的训练和测试精度与一阶 TSK 模糊分类器都非常接近,但优于一阶 TSK 模糊分类器.因此,H-TSK-FS 继续进行第 2 次融合操作,且获得比零阶和一阶 TSK 模糊分类器更好的训练精度和测试精度.然而,当 H-TSK-FS 实现第 3 次、第 4 次融合操作后,所获得的训练和测试精度保持基本不变.在这种情况下,我们不会执行更多的融合操作.

**Table 4** Training & testing accuracies of H-TSK-FS after several feature-fusions (%)  
**表 4** 多次融合特征后 H-TSK-FS 的训练精度和测试精度 (%)

Datasets	The 1st feature-fusion		The 2nd feature-fusion		The 3rd feature-fusion	
	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
MUS	92.52 (2.65)	89.65	93.85 (2.01)	90.41	94.88 (2.32)	91.50
SKI	91.50 (0.99)	89.67	92.56 (1.04)	90.75	94.71 (1.21)	93.27
HAY	81.09 (0.98)	77.80	83.96 (1.22)	81.77	83.14 (1.52)	80.94
HAP	48.95 (2.62)	47.85	50.92 (2.12)	47.98	51.88 (3.45)	50.41
KDD	56.85 (2.52)	55.64	59.82 (2.15)	54.87	59.41 (0.99)	57.45
Datasets	The 4th feature-fusion		The 5th feature-fusion		The 6th feature-fusion	
	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
MUS	94.02 (1.19)	90.58	95.96 (5.26)	95.48	-	-
SKI	-	-	-	-	-	-
HAY	85.94 (1.62)	76.58	-	-	-	-
HAP	-	-	-	-	-	-
KDD	60.86 (2.10)	59.38	-	-	-	-

根据表 5 可以发现,H-TSK-FS 比一阶 TSK 模糊分类器运行更快,但比零阶 TSK 模糊分类器慢。

**Table 5** Training & testing time of H-TSK-FS after several feature-enhancements (s)  
**表 5** 多次融合特征后 H-TSK-FS 的训练时间和测试时间 (s)

Datasets	The 1st feature-fusion		The 2nd feature-fusion		The 3rd feature-fusion	
	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
MUS	42.59 (2.36)	0.01	45.85 (2.12)	0.02	47.89 (2.55)	0.02
SKI	1.5e+04 (11.52)	51.62	1.9e+04 (12.50)	52.69	2.2e+04 (10.56)	53.62
HAY	0.05 (0)	0	0.07 (0)	0	0.09 (0)	0
HAP	966.92 (52.63)	1.20	1 025.63 (45.61)	1.92	1256.92 (46.52)	2.11
KDD	2.9e+04 (117.50)	956.84	3.0e+04 (121.62)	1 011.59	3.5e+04 (117.81)	1 295.51
Datasets	The 4th feature-fusion		The 5th feature-fusion		The 6th feature-fusion	
	Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
MUS	49.51 (2.51)	0.02	60.28 (2.10)	0.02	-	-
SKI	-	-	-	-	-	-
HAY	0.11 (0)	0	-	-	-	-
HAP	-	-	-	-	-	-
KDD	3.6e+04 (118.52)	1 302.58	-	-	-	-

通常,H-TSK-FS 的训练时间和测试时间随着融合操作数量的增多而不断增加.已有实验结果可以表明,H-TSK-FS 对于二分类/多分类任务来说是一个理想选择.然而,由于融合特征数对分类准确性的影响较大,因此,如何为每个数据集上的 H-TSK-FS 确定适当数量的融合特征,仍然是未来一个有趣的研究课题。

**3.2 关于现实世界的案例:Bank-Marketing数据集**

本小节使用 Bank-Marketing 数据集<sup>[19,20]</sup>进一步说明 H-TSK-FS 的分类性能和可解释性,它由 22 881 个样本点组成,这些样本点均按照从 2008 年 5 月~2010 年 11 月的先后顺序分别记录数据.本数据集共有 16 个特征,分别表示为 F\_1,F\_2,...,F\_16.

本小节所有实验组织、参数设置和上述相同.在本实验模糊规则设定范围为 20~200.由于 H-TSK-FS 的可解释性包括 H-TSK-FS 的相应结构和模糊规则.根据实验,对于 Bank-Marketing 数据集,H-TSK-FS 在该数据集上的精度为 90.54%.3 个对比实验的精度、运行时间的实验结果总结在表 6 和表 7 中,其中,“-”表示不可接受的时间(比如,运行超过 4h).

**Table 6** Accuracies and number of fuzzy rules obtained for Bank-Marketing dataset  
**表 6** 对于 Bank-Marketing 数据集获得的精度和模糊规则数

Zero-order TSK fuzzy classifier			First-order TSK fuzzy classifier			H-TSK-FS		
Rules	Training (%)	Testing (%)	Rules	Training (%)	Testing (%)	Rules	Training (%)	Testing (%)
150	88.64 (0.37)	87.96	120	88.93 (0.25)	88.01	85	90.54 (1.20)	85.67

**Table 7** Training and testing time on Bank-Marketing dataset (s)**表 7** 在 Bank-Marketing 数据集上的训练时间和测试时间 (s)

Zero-order TSK fuzzy classifier		First-order TSK fuzzy classifier		H-TSK-FS	
Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
21.48 (0.1)	0.03	349.91 (3.07)	0.70	171.11 (2.63)	1.51

从表 6 可以看出,H-TSK-FS 确实比零阶和一阶 TSK 模糊分类器的性能好.从表 7 展示的训练时间可以看出:由于其结构比较简单,H-TSK-FS 比一阶 TSK 模糊分类器运行得更快,但比零阶 TSK 模糊分类器更慢.另外,为了便于观察模糊规则的可解释性,我们从 H-TSK-FS 获得的所有模糊规则中随机选取 8 条规则,然后在表 8 中对其进行总结.

**Table 8** Rule description**表 8** 规则说明

	IF												THEN output y (class label)
Fea <sub>i</sub>	1	2	3	4	5	...	12	13	14	15	16	Y-1	is
Rule 1	1	4	3	6	2	...	4	5	2	6	4	1	0.705 6 (+1)
Rule 2	1	3	5	1	2	...	3	2	6	2	2	3	0.251 0 (+1)
Rule 3	2	2	4	1	5	...	1	5	3	2	3	2	-0.292 8 (-1)
Rule 4	6	5	3	4	2	...	2	1	4	3	2	3	0.301 3 (+1)
Rule 5	5	1	2	2	1	...	5	3	2	2	4	4	0.862 5 (+1)
Rule 6	2	6	4	1	2	...	5	2	1	3	5	4	0.081 2 (+1)
Rule 7	5	1	5	2	5	...	1	4	5	5	3	3	0.559 3 (+1)
Rule 8	4	1	1	2	4	...	2	5	3	1	4	5	-0.778 1 (-1)

在表 8 中,为了描述方便,我们将 very low、low、medium、high、very high 和 Don't involve 分别用 1,2,3,4,5,6 来标识.比如,可以很容易地将表 8 中的规则 1 表示为

IF F<sub>1</sub> is very low AND F<sub>2</sub> is high AND F<sub>3</sub> is medium AND F<sub>4</sub> is Don't involve AND F<sub>5</sub> is low AND ... AND F<sub>12</sub> is high AND F<sub>13</sub> is very high AND F<sub>14</sub> is low AND F<sub>15</sub> is Don't involve AND F<sub>16</sub> is high AND F<sub>Y1</sub> is very low

THEN  $y=0.7056 (+1)$

其中,F<sub>Y1</sub> 表示 H-TSK-FS 第 1 训练模块输出的融合特征.

显然,这样的模糊规则具有较高的可解释性.

#### 4 总 结

与现有的分层模糊分类器构造方式不同,本研究通过栈式结构、极限学习机以及特征融合手段构造一种特殊的分层 TSK 模糊分类器 H-TSK-FS.H-TSK-FS 通过将多个零阶 TSK 模糊分类器按照一定的方式叠加组合在一起.这种训练模式使得原来训练样本、当前层训练样本点信息以及部分决策信息(当前层已有训练模块中最逼近真实值的输出)一起被投影至下一个训练模块的输入空间中,并作为其融合特征.前一个训练模块的可解释的输出,可以打开原始输入空间的流形结构,从而可以实现预期增强的分类性能.换句话说,当前训练模块的部分输出既被投影到下一个训练模块输入空间中,同时也作为下一个训练模块输入空间的融合特征.这种训练方式对下一个训练模块实际上起到一种双层保护的作用,以此来提高整个系统的分类性能和泛化性能.利用 ELM,每个训练模块都可以快速获得模糊规则的后件参数,提高整个模糊系统的分类性能.对于每个模糊规则,通过一定程度范围内随机选取输入特征、随机选取相应的高斯隶属函数,由此得到每个训练模块的输出.所有中间层模糊规则以及 H-TSK-FS 的输出具有强的可解释性.最后,实验数据集和应用案例也表明了 H-TSK-FS 是一个较好的分类模型.但是在实际的应用场景中,如何适当地设置相关的参数(比如每个训练模块中的规则数、训练层数等)则是我们接下来要开展的工作.

## References:

- [1] Deng ZH, Choi KS, Chung FL, Wang ST. Scalable TSK fuzzy modeling for very large datasets using minimal-enclosing-ball approximation. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2011,19(2):210–226.
- [2] Jiang YZ, Deng ZH, Chung FL, Wang GJ, Qian PJ, Choi KS, Wang ST. Recognition of epileptic EEG signals using a novel multiview TSK fuzzy system. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2017,25(1):3–20.
- [3] Zhang XX, LI HX, Cheng C, Ma SW. Transfer learning based 3D fuzzy multivariable control for an RTP system. *Applied Intelligence*, 2020,50(3):812–829.
- [4] Juang CF, Lai MG, Zeng WT. Evolutionary fuzzy control and navigation for two wheeled robots cooperatively carrying an object in unknown environments. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2015,45(9):1731–1743.
- [5] Deng ZH, Xu P, Xie LX, Choi KS, Wang ST. Transductive joint-knowledge-transfer TSK FS for recognition of epileptic EEG signals. *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2018,26(8):1481–1494.
- [6] Shi Y, Mizumoto M. Some considerations on conventional neuro-fuzzy learning algorithms by gradient descent method. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000,112(1):51–63.
- [7] Kala R, Deepa P. Adaptive fuzzy hexagonal bilateral filter for brain MRI denoising. *Multimedia Tools and Applications*, 2020, 79(21-22):15513–15530.
- [8] Wang GM, Jia QS, Qiao JF, Bi J, Liu CX. A sparse deep belief network with efficient fuzzy learning framework. *Neural Networks*, 2020,121:430–440.
- [9] Kanungo T, Mount DM, Netanyahu NS, Piatko CD, Silverman R, Wu AY. An efficient  $k$ -means clustering algorithm: Analysis and implementation. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002,24(7):881–892.
- [10] Chaira T. A novel intuitionistic fuzzy  $C$  means clustering algorithm and its application to medical images. *Applied Soft Computing*, 2011,11(2):1711–1717.
- [11] Wang LX. Analysis and design of hierarchical fuzzy systems. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1999,7(5):617–624.
- [12] Saravanan B, Mohanraj V, Senthilkumar J. A fuzzy entropy technique for dimensionality reduction in recommender systems using deep learning. *Soft Computing*, 2019,23(8):2575–2583.
- [13] Yang CH, Chuang LY, Lin YD. An improved fuzzy set-based multifactor dimensionality reduction for detecting epistasis. *Artificial Intelligence in Medicine*, 2020,102:Article No.101768.
- [14] Wang SG, Deng CW, Lin WS, Huang GB, Zhao BJ. NMF-based image quality assessment using extreme learning machine. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2017,47(1):232–243.
- [15] Chaira T. A novel intuitionistic fuzzy  $C$  means clustering algorithm and its application to medical images. *Applied Soft Computing*, 2011,11(2):1711–1717.
- [16] Wang ST, Chung FL, Wu J, Wang J. Least learning machine and its experimental studies on regression capability. *Applied Soft Computing*, 2014,21(1):677–684.
- [17] Wang ST, Jiang YZ, Chung FL, Qian PJ. Feedforward kernel neural networks, generalized least learning machine, and its deep learning with application to image classification. *Applied Soft Computing*, 2015,37(1):125–141.
- [18] 2011. <http://hdl.handle.net/1822/14838>
- [19] 2011. <http://www3.dsi.uminho.pt/pcortez/bib/2011-esm-1.txt>
- [20] Kuncheva LI. How good are fuzzy if-then classifiers. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2000,30(4):501–509.



周塔(1980—),男,博士,主要研究领域为模式识别,数据挖掘.



蒋亦樟(1988—),男,博士,CCF 高级会员,主要研究领域为模式识别,系统建模.



邓赵红(1981—),男,博士,教授,博士生导师,CCF 杰出会员,主要研究领域为模式识别,数据挖掘.



王士同(1964—),男,硕士,教授,博士生导师,CCF 专业会员,主要研究领域为模式识别,人工智能.

www.jos.org.cn

www.jos.org.cn