软件学报 ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software,2019,30(12):3683−3693 [doi: 10.13328/j.cnki.jos.005596]

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel: +86-10-62562563

描述逻辑 ALC 中关于伪子概念极小改变的 R-演算*

王雨晖[1,2,3], 眭跃飞[1,2]

[1](中国科学院 计算技术研究所 智能信息处理重点实验室,北京 100190)
[2](中国科学院大学 计算机与控制学院,北京 100049)
[3](中国再保险(集团)股份有限公司 信息技术中心,北京 100033)
通讯作者: 王雨晖, E-mail: yhwang_ict@qq.com

摘　要: AGM 公设是用于信念修正的(被一个单一信念修正),而 DP 公设是用于迭代修正的(被一个有限的信念序列修正).李未给出了对于 R-构型(configuration)$\Delta|\Gamma$的 R-演算,其中,Δ是一个原子公式或原子公式否定的集合,而Γ是一个有限的公式集合.为了在修正过程中能够保留断言中尽可能多的信息,将考虑一种新的极小改变的定义:伪子概念极小改变($\preceq$-极小改变),其中,$\preceq$是一种伪子概念的关系;之后,在此基础上给出一种新的 R-演算 T^{DL},它是关于$\preceq$-极小改变可靠和完备的,使得$\Delta|\Gamma$在 T^{DL} 中可以被约减为一个理论$\Delta\cup\Theta$(记作$\vdash_{T^{DL}} \Delta\,|\,\Gamma \Rightarrow \Delta,\Theta$)当且仅当$\Theta$是$\Gamma$关于$\Delta$的一个$\preceq$-极小改变.

关键词: 描述逻辑;信念修正;R-演算;伪子概念;$\preceq$-极小改变
中图法分类号: TP18

中文引用格式: 王雨晖,眭跃飞.描述逻辑 ALC 中关于伪子概念极小改变的 R-演算.软件学报,2019,30(12):3683−3693. http://www.jos.org.cn/1000-9825/5596.htm

英文引用格式: Wang YH, Sui YF. R-calculus for pseudo-subconcept-minimal change in description logic ALC. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2019,30(12):3683−3693 (in Chinese). http://www.jos.org.cn/1000-9825/5596.htm

R-calculus for Pseudo-subconcept-ninimal Change in Description Logic ALC

WANG Yu-Hui[1,2,3], SUI Yue-Fei[1,2]

[1](Key Laboratory of Intelligent Information Processing, Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)
[2](School of Computer and Control Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)
[3](Information Technology Center, China Reinsurance (Group) Corporation, Beijing 100033, China)

Abstract: The AGM postulates are for the belief revision (revision by a single belief), and the DP postulates are for the iterated revision (revision by a finite sequence of beliefs). Li gave an R-calculus for R-configurations $\Delta|\Gamma$, where Δ is a set of atomic formulas or the negations of atomic formulas, and Γ is a finite set of formulas. With an idea to preserve as much as possible information of statements to be revised, another definition of the minimal change is considered: pseudo-subconcept-minimal ($\preceq$-minimal) change, where $\preceq$ is the pseudo-subconcept relation, and then give a new R-calculus T^{DL} which is sound and complete with respect to $\preceq$-minimal change such that $\Delta|\Gamma$ is reduced to a theory $\Delta\cup\Theta$ in T^{DL} (denoted by $\vdash_{T^{DL}} \Delta\,|\,\Gamma \Rightarrow \Delta,\Theta$) if and only if Θ is a $\preceq$-minimal change of Γ by Δ.

Key words: description logics; belief revision; R-calculus; pseudo-subconcepts; $\preceq$-minimal change

* 基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)(2005CB321901); 软件开发环境国家重点实验室开放课题(SKLSDE-2010KF-06)
Foundation item: National Program on Key Basic Research Project (973)(2005CB321901); Open Fund of the State Key Laboratory of Software Development Environment (SKLSDE-2010KF-06)
收稿时间: 2017-12-26; 修改时间: 2018-03-17; 采用时间: 2018-05-01

信念修正是接受一个新信念和更新我们已有信念的过程,它的发展是哲学以及后来的计算机科学所需要的.在计算机科学中,为了更新数据库,Doyle[1]提出了保真系统(truth maintenance systems),自此,信念修正成为人工智能中的一个重要分支;而在哲学中,信念逻辑中的逻辑研究也需要考虑人类信念是如何更新和修正的.

由 Alchourrón,Gärdenfors 和 Makinson[2−4]提出的 AGM 公设是一个修正算子应该满足的基本条件集合,它是用公式 A 去修正理论 K,使得如果 $K\circ A\Rightarrow K'$,则 K'是 $K\cup\{A\}$的极大协调子集.

李未[5]给出了基于一阶逻辑[6]的 Gentzen-型推导系统 R-演算,用来将 R-构型(configuration)$\Delta|\Gamma$归约到协调理论$\Delta\cup\Theta$.$\Delta\cup\Theta$是$\Delta\cup\Gamma$的极大协调子集,其中,Γ是协调公式集合,而Δ是协调的原子或原子公式否定的集合.在这里,$\Delta|\Gamma$相当于迭代修正$\Gamma\circ\Delta$.因此,推导系统给出了具体的修正算子,并且证明是满足 AGM 公设的.

对于描述逻辑 ALC,存在这样的 R-演算 S^{DL}[7]:其中 R-构型$\Delta|\Gamma$可以被归约为理论$\Delta\cup\Theta$(记为$\vdash_{S^{DL}} \Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$),当且仅当$\Theta$是$\Gamma$关于$\Delta$的一个集合包含极小改变($\subseteq$-极小改变)(记为$\vDash_{S^{DL}} \Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$).这里,$\Theta$是$\Gamma$的子理论,并且它与$\Delta$是极大的、协调的(maximal consistent)(不是极大协调的(maximally consistent)),即:对任何理论Ξ满足$\Theta\subset\Xi\subseteq\Gamma$,$\Xi$与$\Delta$是不协调的.在这里,我们用$\Delta,\Theta$来表示$\Delta\cup\Theta$.因此,R-演算 S^{DL} 关于$\subseteq$-极小改变是可靠的和完备的.

$\subseteq$-极小改变[8−10]是关于集合包含关系的,即:如果$\Delta|\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$在 R-演算中是可证的,则$\Theta$是$\Gamma$关于$\Delta$的一个极小改变,如果对于任意的公式 $A\in\Gamma$,$\Theta\cup\Delta\nvdash A$ 都蕴含有$\Theta\cup\Delta\vdash\neg A$.因此,我们称$\Theta$是$\Gamma$关于$\Delta$的$\subseteq$-极大协调子集.

针对$\subseteq$-极小改变和 R-演算 S^{DL},我们来看具体的例子.已知 Tony 是一位男生,性格开朗,四肢健全,即:在我们的知识库当中,存在着这样一条断言($Havingarms\sqcap Havinglegs$)(Tony).然而一次突发的事故让 Tony 失去了双腿,也使得关于 Tony 产生了一条新的事实断言$\neg Havinglegs$(Tony).因此,我们就需要对于原有知识库中的断言做出修正.而按照之前 R-演算 S^{DL} 当中的修正规则,我们将得到如下修正:

$$\vdash_{S^{DL}} \neg Havinglegs(\text{Tony})\mid(Havingarms\sqcap Havinglegs)(\text{Tony})\Rightarrow\neg Havinglegs(\text{Tony}).$$

可以看到,经过修正后的知识库中将只剩下断言$\neg Havinglegs$(Tony),即 Tony 依然是有胳膊的断言没有了,这当然不是我们想要的.直观地,我们应当获得这样的修正:

$$\neg Havinglegs(\text{Tony})|(Havingarms\sqcap Havinglegs)(\text{Tony})\Rightarrow\neg Havinglegs(\text{Tony}),Havingarms(\text{Tony}).$$

显然,S^{DL} 中的规则 $(S_{\sqcap})$ 是会删除掉Γ中过多的有效信息的.

因此在本文中,我们将考虑另一种极小改变的定义:

伪子公式极小改变($\preceq$-极小改变),其中,$\preceq$是伪子公式关系,如同子公式关系(subformula relation)$\leq$;

而公式 A 是另一个公式 B 的伪子公式(pseudo-subformula of B),如果删除 B 中某些子公式可以得到 A.

在描述逻辑中,我们也有类似地对于极小改变的定义[11].在描述逻辑中,我们有概念的次子概念(para-subconcepts)和伪子概念(pseudo-subconcepts),对应于子公式和伪子公式,并且基于此,我们给出关于$\preceq^{DL}$-极小改变可靠和完备的 R-演算 T^{DL}.需要注意的是,这里的极小改变并不是关于描述逻辑中的断言,而是关于概念的.比如,概念集合 X 是概念集合 Y 关于概念集合 Z 的一个$\preceq^{DL}$-极小改变.具体地,我们定义:

对于概念的伪子概念极小改变($\preceq^{DL}$-极小改变),其中,$\preceq^{DL}$ 是伪子概念关系,既不同于描述逻辑中的子概念关系$\sqsubseteq$,也不同于次子概念(para-subconcept)关系(对应于传统逻辑中的子公式关系),其中,

概念 C 是另一个概念 D 的伪子概念,如果通过删除 D 中若干个原子概念符号可以得到 C.

显然,新的极小改变将使我们在修正的过程中,可以将修正的最小单元降到原子概念级,可以做到在修正的过程中只剔除掉那些与新事实产生矛盾的原子概念,从而可以最大限度地保留原有断言中的有效信息.

相应地,我们也将给出如下的 R-演算:

R-构型$\Delta|\Gamma$在 R-演算 T^{DL} 中可以被归约为理论$\Delta\cup\Theta$(记为$\vdash_{T^{DL}} \Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$,即$\Delta|\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$在 Gentzen 型推导系统 T^{DL} 中是可证的),当且仅当Θ是Γ关于Δ的$\preceq^{DL}$-极小改变(记作$\vDash_{T^{DL}} \Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$).这是对于 T^{DL} 的可靠性定理和完备性定理.

作为结果,对于上面的修正,我们在 T^{DL} 将会获得如下修正:

$\vdash_{\mathrm{S}^{\mathrm{DL}}} \neg Havinglegs(\mathrm{Tony}) \mid (Havingarms \sqcap Havinglegs)(\mathrm{Tony}) \Rightarrow \neg Havinglegs(\mathrm{Tony})$;

$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \neg Havinglegs(\mathrm{Tony}) \mid (Havingarms \sqcap Havinglegs)(\mathrm{Tony}) \Rightarrow \neg Havinglegs(\mathrm{Tony}), Havingarms(\mathrm{Tony})$.

本文第 1 节给出描述逻辑 ALC 的基本定义,并且定义了简化的 ALC 的逻辑语言和语义.第 2 节定义了$\preceq$-极小改变及其相关概念和命题.第 3 节给出了关于断言 $C(a)$的 R-演算,并证明了对于$\Delta|C(a)$的推导规则是可靠和完备的.第 4 节给出了关于理论的 R-演算 T^{DL}(对于断言集合Γ的推导规则集合),使得推导规则集合是关于$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变可靠和完备的.最后总结全文并提出下一步工作设想.

1 预备知识

1.1 描述逻辑ALC

描述逻辑 ALC 由下列的逻辑语言、语法和语义组成.

描述逻辑 ALC 的逻辑语言包括下列符号.

- (个体)常量符号:$c_0,c_1,\ldots$;
- 原子概念符号: $A_0,A_1,\ldots$;
- 角色符号: $R_0,R_1,\ldots$;
- 概念构造子:$\neg,\sqcap,\sqcup,\exists,\forall$,以及
- 包含关系:$\sqsubseteq$,和
- 辅助(auxiliary)符号:(,).

概念定义为

$$C::=A|\neg C|C_1\sqcap C_2|C_1\sqcup C_2|\exists R.C|\forall R.C.$$

原始断言定义为

$$\theta::=C(c)|R(c,d).$$

其中,$R(c,d)$和 $A(c)$被称为原子的.

模型 $\boldsymbol{M}$ 是一个序对(U,I),其中,U 是非空集合($\boldsymbol{M}$ 的论域),并且 I 是一个解释,使得:

- 对任何常量符号 $c,I(c)\in U$;
- 对任何原子概念符号 $A,I(A)\subseteq U$;
- 对任何角色 $R,I(R)\subseteq U^2$.

概念 C 的解释 C^I 是 U 的一个子集,使得:

$$C^I=\begin{cases} I(A), & \text{如果} C=A \\ U-C_1^I, & \text{如果} C=\neg C_1 \\ C_1^I\cap C_2^I, & \text{如果} C=C_1\sqcap C_2 \\ C_1^I\cup C_2^I, & \text{如果} C=C_1\sqcup C_2 \\ \{a\in U:\mathbf{E}b((a,b)\in I(R)\,\&\,b\in C^I)\}, & \text{如果} C=\exists R.C \\ \{a\in U:\mathbf{A}b((a,b)\in I(R)\Rightarrow b\in C^I)\}, & \text{如果} C=\forall R.C \end{cases}.$$

在语法中,我们使用$\neg,\wedge,\rightarrow,\forall,\exists$来表示逻辑联结词和量词;而在语义中,我们用$\sim,\&,\Rightarrow,\mathbf{A},\mathbf{E}$ 去表示相应的联结词和量词.

断言ϕ在 $\boldsymbol{M}$ 中是满足的,记为 $\boldsymbol{M}\vDash\phi$或者 $I\vDash\phi$,如果:

$$\begin{cases} I(c)\in C^I, & \text{如果}\phi=C(c) \\ (I(c),I(d))\in I(R), & \text{如果}\phi=R(c,d). \\ C^I\subseteq D^I, & \text{如果}\phi=C\sqsubseteq D \end{cases}$$

1.2 伪子公式和$\preceq$-极小改变

子公式是传统逻辑中的基本概念.

定义 1.2.1(子公式). 给定公式 A,公式 B 是 A 的子公式,记为 $B\leqslant A$,如果要么 $A=B$,要么:

(i) 如果 $A=\neg A_1$,则 $B\leqslant A_1$;

(ii) 如果 $A=A_1\vee A_2$ 或者 $A_1\wedge A_2$ 则要么 $B\leqslant A_1$,要么 $B\leqslant A_2$.

例如,设 $A=(p\vee q)\wedge(r\vee s)$,则:

$$p\vee q,r\vee s\leqslant A;$$

并且

$$p\wedge r,q\wedge r,p\wedge(r\vee s)\leqslant A.$$

定义 1.2.2(伪子公式). 给定公式 $A[B_1,\ldots,B_n]$,其中,$[B_1]$是 B_1 在 A 中的一个出现,公式 $B=A[\lambda,\ldots,\lambda]=A[B_1/\lambda,\ldots,{}_n/\lambda]$,其中,$B_i(i=1,\ldots,n)$的出现被空公式$\lambda$替换,称为 A 的伪子公式,记为 $B\preceq A$.

例如,设 $A=(p\vee q)\wedge(r\vee s)$,则:

$$p\vee q,r\vee s,p\wedge r,q\wedge r,p\wedge(r\vee s)\preceq A.$$

命题 1.2.3. 对任何公式 A_1,A_2,B_1 以及 B_2:

(i) $B_1\leqslant A_1$ 蕴含 $B_1\leqslant A_1\vee A_2$,并且 $B_1\leqslant A_1\wedge A_2$;

(ii) $B_1\preceq A_1$ 和 $B_2\preceq A_2$ 蕴含$\neg B_1\preceq\neg A_1,B_1\vee B_2\preceq A_1\vee A_2$ 以及 $B_1\wedge B_2\preceq A_1\wedge A_2$.

证明:

(i) $B_1\leqslant A_1$ 蕴含 $B_1\leqslant A_1\vee A_2$,并且 $B_1\leqslant A_1\wedge A_2$:

- 对于公式 $A_1\vee A_2$:

根据定义 1.2.1 可知:如果有 $B_1\leqslant A_1$,那么就有 $B_1\leqslant A_1\vee A_2$,即公式 B_1 就是公式 $A_1\vee A_2$ 的子公式.

- 对于公式 $A_1\wedge A_2$:

同样根据定义 1.2.1 可知:如果有 $B_1\leqslant A_1$,那么就有 $B_1\leqslant A_1\wedge A_2$,即公式 B_1 就是公式 $A_1\wedge A_2$ 的子公式.

(ii) $B_1\preceq A_1$ 和 $B_2\preceq A_2$ 蕴含$\neg B_1\preceq\neg A_1,B_1\vee B_2\preceq A_1\vee A_2$ 以及 $B_1\wedge B_2\preceq A_1\wedge A_2$:

- 对于公式$\neg B_1\preceq\neg A_1$:

根据定义 1.2.2,假设公式 $A_1=A[D_1,\ldots,D_{m1}]$,而公式 $B_1=A_1[D_1/\lambda,\ldots,D_{n1}/\lambda]$,即公式 B_1 是在公式 A_1 的基础上,对其中出现的公式 $D_1,\ldots,D_{n1}$ 分别用空公式λ做替换后得到的,因此,我们可以得到$\neg A_1=\neg A_1[D_1,\ldots,D_{m1}]$,而$\neg B_1=\neg A_1[D_1/\lambda,\ldots,D_{n1}/\lambda]$,即$\neg B_1\preceq\neg A_1$.

- 对于公式 $B_1\vee B_2\preceq A_1\vee A_2$:

同理,假设公式 $A_1=A_1[D_1,\ldots,D_{m1}],A_2=A_2[E_1,\ldots,E_{m2}]$,而 $B_1=A_1[D_1/\lambda,\ldots,D_{n1}/\lambda],B_2=A_2[E_1/\lambda,\ldots,E_{n2}/\lambda]$,令公式 $A=A_1\vee A_2$,即 $A=A[D_1,\ldots,D_{m1},E_1,\ldots,E_{m2}]$,令公式 $B=B_1\vee B_2$,即 $B=A[D_1/\lambda,\ldots,D_{n1}/\lambda,E_1/\lambda,\ldots,E_{n2}/\lambda]$,所以 $B_1\vee B_2\preceq A_1\vee A_2$.

- 对于公式 $B_1\wedge B_2\preceq A_1\wedge A_2$:

假设公式 $A_1=A_1[D_1,\ldots,D_{m1}],A_2=A_2[E_1,\ldots,E_{m2}]$,而 $B_1=A_1[D_1/\lambda,\ldots,D_{n1}/\lambda],B_2=A_2[E_1/\lambda,\ldots,E_{n2}/\lambda]$,令公式 $A=A_1\wedge A_2$,即 $A=A[D_1,\ldots,D_{m1},E_1,\ldots,E_{m2}]$,令公式 $B=B_1\wedge B_2$,即 $B=A[D_1/\lambda,\ldots,D_{n1}/\lambda,E_1/\lambda,\ldots,E_{n2}/\lambda]$,所以 $B_1\wedge B_2\preceq A_1\wedge A_2$.

定义 1.2.4($\preceq$-极小改变). 理论Θ是Γ关于Δ的一个$\preceq$-极小改变,记为$\vDash_{\mathrm{T}}\Delta|\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$,如果:

(i) $\Gamma\preceq\Theta$,即:对每个公式 $A\in\Theta$,存在一个公式 $B\in\Gamma$,使得 $A\preceq B$;

(ii) $\Theta\cup\Delta$是协调的;并且

(iii) 对任何理论Ξ,满足$\Theta\prec\Xi\preceq\Gamma,\Xi\cup\Delta$是不协调的.

1.3 伪子概念和$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变

在描述逻辑中,概念 C 是另一个概念 D 的子概念,记为 $C\sqsubseteq D$,它为真,如果对任何解释 $I,C^I\subseteq D^I$.次子概念对应于传统逻辑中的子公式.

定义 1.3.1(次子概念). 给定概念 C,概念 D 是 C 的一个次子概念,记为 $D\leqslant C$,如果要么 $C=D$,要么:

(i) 如果 $C=\neg C_1$,则 $D\leqslant C_1$;

(ii) 如果 $C=C_1\sqcap C_2$ 或者 $C_1\sqcup C_2$,则要么 $D\leqslant C_1$,要么 $D\leqslant C_2$.

例如,设 $C=(A_1\sqcup A_2)\sqcap(A_3\sqcup A_4)$,则:

$$A_1\sqcup A_2,A_3\sqcup A_4\leqslant C;$$

并且

$$A_1\sqcap A_3,A_2\sqcap A_3,A_1\sqcap(A_3\sqcup A_4)\nleqslant C.$$

定义 1.3.2(伪子概念). 给定概念 $C[D_1,\ldots,D_n]$,其中,$[D_1]$是 D_1 在 C 中的一个出现,概念 $D=C[\lambda,\ldots,\lambda]=C$ $D_1/\lambda,\ldots,D_n/\lambda]$,其中,$D_i$ 的出现被空概念λ所替换,称为 C 的一个伪子概念,记为 $D\preceq C$.

例如,设 $C=(A_1\sqcup A_2)\sqcap(A_3\sqcup A_4)$,则:

$$A_1\sqcup A_2,A_3\sqcup A_4,A_1\sqcap A_3,A_2\sqcap A_3,A_1\sqcap(A_3\sqcup A_4)\preceq C.$$

命题 1.3.3. 对任何概念 C_1,C_2,D_1 以及 D_2:

(i) $D_1\preceq C_1$ 蕴含 $D_1\leqslant C_1\sqcup C_2$,并且 $D_1\leqslant C_1\sqcap C_2$;

(ii) $D_1\preceq C_1$ 以及 $D_2\preceq C_2$ 蕴含$\neg D_1\preceq\neg C_1,D_1\sqcup D_2\preceq C_1\sqcup C_2$ 和 $D_1\sqcap D_2\preceq C_1\sqcap C_2$.

证明:

(i) $D_1\preceq C_1$ 蕴含 $D_1\leqslant C_1\sqcup C_2$,并且 $D_1\leqslant C_1\sqcap C_2$:

- 对于概念 $C_1\sqcup C_2$:

根据定义 1.3.1 可知:如果有 $D_1\leqslant C_1$,那么就有 $D_1\leqslant C_1\sqcup C_2$,即概念 D_1 就是概念 $C_1\sqcup C_2$ 的一个次子概念.

- 对于概念 $C_1\sqcap C_2$:

同样根据定义 1.3.1 可知:如果有 $D_1\leqslant C_1$,那么就有 $D_1\leqslant C_1\sqcap C_2$,即概念 D_1 就是概念 $C_1\sqcap C_2$ 的一个次子概念.

(ii) $D_1\preceq C_1$ 以及 $D_2\preceq C_2$ 蕴含$\neg D_1\preceq\neg C_1,D_1\sqcup D_2\preceq C_1\sqcup C_2$ 和 $D_1\sqcap D_2\preceq C_1\sqcap C_2$:

- 对于概念$\neg D_1\preceq C_1$:

根据定义 1.3.2,假设概念 $C_1=C_1[A_1,\ldots,A_{m1}]$,而概念 $D_1=C_1[A_1/\lambda,\ldots,A_{n1}/\lambda]$,即概念 D_1 是在概念 C_1 的基础上,对其中出现的概念 $A_1,\ldots,A_{n1}$ 分别用空概念λ做替换后得到的,因此,我们可以得到$\neg C_1=\neg C_1[A_1,\ldots,A_{m1}]$,而$\neg D_1=\neg C_1[A_1/\lambda,\ldots,A_{n1}/\lambda]$,即$\neg D_1\preceq\neg C_1$.

- 对于概念 $D_1\sqcup D_2\preceq C_1\sqcup C_2$:

同理,假设概念 $C_1=C_1[A_1,\ldots,A_{m1}],C_2=C_2[B_1,\ldots,B_{m2}]$,而 $D_1=C_1[A_1/\lambda,\ldots,A_{n1}/\lambda],D_2=C_2[B_1/\lambda,\ldots,B_{n2}/\lambda]$,令概念 $C=C_1\sqcup C_2$,即 $C=C[A_1,\ldots,A_{m1},B_1,\ldots,B_{m2}]$,令概念 $D=D_1\sqcup D_2$,即 $D=C[A_1/\lambda,\ldots,A_{n1}/\lambda,B_1/\lambda,\ldots,B_{n2}/\lambda]$,所以 $D_1\sqcup D_2\preceq C_1\sqcup C_2$.

- 对于概念 $D_1\sqcap D_2\preceq C_1\sqcap C_2$:

假设概念 $C_1=C_1[A_1,\ldots,A_{m1}],C_2=C_2[B_1,\ldots,B_{m2}]$,而 $D_1=C_1[A_1/\lambda,\ldots,A_{n1}/\lambda],D_2=C_2[B_1/\lambda,\ldots,B_{n2}/\lambda]$,令概念 $C=C_1\sqcap C_2$,即 $C=C[A_1,\ldots,A_{m1},B_1,\ldots,B_{m2}]$,令概念 $D=D_1\sqcap D_2$,即 $D=C[A_1/\lambda,\ldots,A_{n1}/\lambda,B_1/\lambda,\ldots,B_{n2}/\lambda]$,所以 $D_1\sqcap D_2\preceq C_1\sqcap C_2$.

定义 1.3.4($\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变). 理论Θ是Γ关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,记为$\vDash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}}\Delta\,|\,\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$,如果:

(i) $\Theta\preceq\Gamma$,即:对每个断言 $C(a)\in\Theta$,存在一个概念 D,使得 $C\preceq D$ 并且 $D(a)\in\Gamma$;

(ii) $\Theta\cup\Delta$是协调的;并且

(iii) 对任何理论Ξ,满足$\Theta\prec\Xi\preceq\Gamma$,$\Xi\cup\Delta$是不协调的.

2 关于单个断言的 R-演算 T^{DL}

关于单个断言 $C(a)$的 R-演算 T^{DL}:

$$(T^{A})\ \frac{\Delta\nvdash\neg B(a)}{\Delta\,|\,B(a)\Rightarrow\Delta,B(a)}\qquad (T_{A})\ \frac{\Delta\vdash\neg B(a)}{\Delta\,|\,B(a)\Rightarrow\Delta}$$

$$(T^{\sqcap})\ \frac{\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a)}{\Delta\,|\,(C_1\sqcap C_2)(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a)\,|\,C_2(a)}$$

$$(T_1^{\sqcup})\ \frac{\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a)\quad D_1\neq\bot}{\Delta\,|\,(C_1\sqcup C_2)(a)\Rightarrow\Delta,(D_1\sqcup C_2)(a)}$$

$$(T_2^{\sqcup})\ \frac{\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a)\quad D_1=\bot\quad \Delta\,|\,C_2(a)\Rightarrow\Delta,D_2(a)\quad D_2\neq\bot}{\Delta\,|\,(C_1\sqcup C_2)(a)\Rightarrow\Delta,(C_1\sqcup D_2)(a)}$$

$$(T_3^{\sqcup})\ \frac{\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a)\quad \Delta\,|\,C_2(a)\Rightarrow\Delta,D_2(a)\quad D_1=\bot=D_2}{\Delta\,|\,(C_1\sqcup C_2)(a)\Rightarrow\Delta,\lambda}$$

$$(T^{\forall})\ \frac{\Delta\,|\,C_1(c)\Rightarrow\Delta,D_1(c)}{\Delta\,|\,(\forall R.C_1)(a)\Rightarrow\Delta,(\forall R.D_1)(a)}$$

$$(T^{\exists})\ \frac{\Delta\,|\,C_1(d)\Rightarrow\Delta,D_1(d)}{\Delta\,|\,(\exists R.C_1)(a)\Rightarrow\Delta,(\exists R.D_1)(a)}$$

其中,$B(a)$是对于某个原子概念 A 的断言 $A(a)$或$\neg A(a)$.

为了理解规则($T^{\forall}$),假设存在常量符号 $a_1,\dots,a_n$ 和 C 的伪子概念 $D_1,\dots,D_n$,使得 $R(a,a_1),\dots,R(a,a_n)\in\Delta$,并且:

$$\begin{aligned}&\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a_1)\Rightarrow\Delta,D_1(a_1),\\&\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a_2)\Rightarrow\Delta,D_2(a_2),\\&\dots\\&\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a_n)\Rightarrow\Delta,D_n(a_n).\end{aligned}$$

设 D 是关于$\preceq$-极小的概念,使得对每个 $i\leqslant n,D\sqsubseteq D_i$,则:

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,(\forall R.C)(a)\Rightarrow\Delta,(\forall R.D)(a).$$

对偶地,对规则($T^{\exists}$),设 D 是关于$\preceq$-极大的概念,使得对每个 $i\leqslant n,D_i\sqsubseteq D$,则:

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,(\exists R.C)(a)\Rightarrow\Delta,(\exists R.D)(a)\ .$$

定义 2.1. $\Delta|C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)$是 T^{DL}-可证的,记为$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)$,若存在断言序列$\{\theta_1,\dots,\theta_m\}$,使得:

$$\begin{aligned}&\theta_1=\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta\,|\,C_2(a),\\&\dots\\&\theta_m=\Delta\,|\,C_m(a)\Rightarrow\Delta,D(a);\end{aligned}$$

并且对每个 $j<m,\Delta|C_j(a)\Rightarrow\Delta|C_{j+1}(a)$是一条公理或是由此前的断言通过一个推导规则得到的.

定理 2.2(可靠性定理). 对任何断言集合Δ和断言 $C(a),D(a)$:

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)\text{ 蕴含 }\models_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)\ .$$

证明:我们对 C 的结构作归纳来证明定理.

假设$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)$.

- $C=B$,其中,$B::=A|\neg A$,则由(T^{A})和(T_{A}):

$$D(a)=\begin{cases}A(a), & 如果C=A且\Delta\nvdash\neg A(a)\\ \neg A(a), & 如果C=\neg A且\Delta\nvdash A(a).\\ \lambda, & 否则\end{cases}$$

并且显然,$D(a)$是 $C(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.

- $C=C_1\sqcap C_2$,则由 $(T^{\sqcap})$

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a),$$
$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta,C_1(a)\,|\,C_2(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a),D_2(a).$$

并且由归纳假设,$D_1(a)$是 $C_1(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,并且 $D_2(a)$是 $C_2(a)$关于$\Delta\cup\{C_1(a)\}$的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.因此,$(D_1\sqcap D_2)(a)$是$(C_1\sqcap C_2)(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.

- $C=C_1\sqcup C_2$,则有以下 3 种情况

(i) 如果$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a)$ 并且$D_1\neq\perp$,则由 $(\sqcup_1^T)$,$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,(C_1\sqcup C_2)(a)\Rightarrow\Delta,(D_1\sqcup C_2)(a)$ 并且由归纳假设,$D_1(a)$是 $C_1(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,并且$(D_1\sqcup C_2)(a)$是$(C_1\sqcup C_2)(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变;

(ii) 如果:

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a),D_1=\perp,$$
$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C_2(a)\Rightarrow\Delta,D_2(a),D_2\neq\perp.$$

则由 $(\sqcup_2^T)$,$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,(C_1\sqcup C_2)(a)\Rightarrow\Delta,(D_1\sqcup D_2)(a)$,并且由归纳假设,$D_2(a)$是 $C_2(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,并且$(C_1\sqcup D_2)(a)$是$(C_1\sqcup C_2)(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变;

(iii) 如果:

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C_1(a)\Rightarrow\Delta,D_1(a),$$
$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C_2(a)\Rightarrow\Delta,D_2(a),$$
$$D_1=D_2=\perp.$$

则由 $(\sqcup_3^T)$,$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,(C_1\sqcup C_2)(a)\Rightarrow\Delta,\lambda$,并且由归纳假设,$\perp$是 $C_1(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,并且也是 $C_2(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.因此,λ是$(C_1\sqcup C_2)(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.

- $C=\forall R.C_1$.

则由$(T^{\forall})$,$\Delta|C_1(c)\Rightarrow\Delta,D_1(c)$,并且由归纳假设,$D_1(c)$是 $C_1(c)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.因此,$(\forall R.D_1)(a)$是$(\forall R.C_1)(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.

- $C=\exists R.C_1$.

则由$(T^{\exists})$,$\Delta|C_1(d)\Rightarrow\Delta,D_1(d)$,并且由归纳假设,$D_1(d)$是 $C_1(d)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.因此,$(\exists R.D_1)(a)$是$(\exists R.C_1)(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.

定理 2.3(完备性定理). 对任何断言集合Δ和断言 $C(a)$,$D(a)$:

$$\vDash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)\ 蕴含\ \vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a).$$

证明:我们基于 C 的结构作归纳来证明定理.

假设$\vDash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\,|\,C(a)\Rightarrow\Delta,D(a)$.

- $C=B$,其中,$B::=A|\neg A$,则由$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变的定义:

$$D(a)=\begin{cases}A(a), & 如果C=A且\Delta\nvdash\neg A(a)\\ \neg A(a), & 如果C=\neg A且\Delta\nvdash A(a).\\ \lambda, & 否则\end{cases}$$

并且由(T^{A})和(T_A),我们有:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid B(a) \Rightarrow \Delta, D(a).$$

- $C=C_1\sqcap C_2$.

则存在断言 $D_1(a)$和 $D_2(a)$使得 $D_1(a)$是 $C_1(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,而 $D_2(a)$是 $C_2(a)$关于$\Delta\cup\{D_1(a)\}$的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.由归纳假设,我们有:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_1(a) \Rightarrow \Delta, D_1(a),$$
$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta, C_1(a) \mid C_2(a) \Rightarrow \Delta, C_1(a), C_2(a).$$

并且由 ($T^{\sqcap}$) ,我们得到:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid (C_1 \sqcap C_2)(a) \Rightarrow \Delta, (D_1 \sqcap D_2)(a).$$

- $C=C_1\sqcup C_2$,则:
  - (i) 要么存在一个断言 $D_1(a)\neq\lambda$,使得 $D_1(a)$是 $C_1(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,使得($D_1\sqcup C_2$)是($C_1\sqcup C_2$)(a)关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变;
  - (ii) 要么存在一个断言 $D_2(a)\neq\lambda$,使得 $D_2(a)$是 $C_2(a)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,因而($C_1\sqcup D_2$)是($C_1\sqcup C_2$)(a)关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变;
  - (iii) 要么λ是($C_1\sqcup C_2$)(a)关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.

由归纳假设,我们有下列式子之一:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_1(a) \Rightarrow \Delta, D_1(a), D_1 \neq \bot;$$
$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_2(a) \Rightarrow \Delta, D_2(a), D_2 \neq \bot;$$
$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_1(a) \Rightarrow \Delta, \lambda; \vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_2(a) \Rightarrow \Delta, \lambda.$$

并且由 ($T_1^{\sqcup}$),($T_2^{\sqcup}$) 和 ($T_3^{\sqcup}$) 之一,我们得到:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid (C_1 \sqcup C_2)(a) \Rightarrow \Delta, (D_1 \sqcup D_2)(a).$$

- $C=\forall R.C_1$.

则存在一个断言 $D_1(c)$,使得 $D_1(c)$是 $C_1(c)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.由归纳假设,我们有:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_1(c) \Rightarrow \Delta, D_1(c).$$

并且由($T^{\forall}$),我们得到:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid (\forall R.C_1)(a) \Rightarrow \Delta, (\forall R.D_1)(a)\ .$$

- $C=\exists R.C_1$.

则存在一个断言 $D_1(d)$,使得 $D_1(d)$是 $C_1(d)$关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.由归纳假设,我们有:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid C_1(d) \Rightarrow \Delta, D_1(d).$$

并且由($T^{\exists}$),我们得到:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{\mathrm{DL}}} \Delta \mid (\exists R.C_1)(a) \Rightarrow \Delta, (\exists R.D_1)(a).$$

3 关于$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变的 R-演算 T^{DL}

3.1 R-演算T^{DL}

一个断言集合Γ的 R-演算 T^{DL}:

$$(T^{A})\ \frac{\Delta\nvdash\neg B(a)}{\Delta\mid B(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,B(a)\mid\Gamma}\qquad(T_{A})\ \frac{\Delta\vdash\neg B(a)}{\Delta\mid B(a),\Gamma\Rightarrow\Delta\mid\Gamma}$$

$$(T^{\sqcap})\ \frac{\Delta\mid C_1(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,D_1(a)\mid\Gamma}{\Delta\mid(C_1\sqcap C_2)(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,D_1(a)\mid C_2(a),\Gamma}$$

$$(T_1^{\sqcup})\ \frac{\Delta\mid C_1(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,D_1(a)\mid\Gamma\quad D_1\neq\bot}{\Delta\mid(C_1\sqcup C_2)(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,(D_1\sqcup C_2)(a)\mid\Gamma}$$

$$(T_2^{\sqcup})\ \frac{\Delta\mid C_1(a),\Gamma\Rightarrow\Delta\mid\Gamma\quad\Delta\mid C_2(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,D_2(a)\mid\Gamma\quad D_2\neq\bot}{\Delta\mid(C_1\sqcup C_2)(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,(C_1\sqcup D_2)(a)\mid\Gamma}$$

$$(T_3^{\sqcup})\ \frac{\Delta\mid C_1(a),\Gamma\Rightarrow\Delta\mid\Gamma\quad\Delta\mid C_2(a),\Gamma\Rightarrow\Delta\mid\Gamma}{\Delta\mid(C_1\sqcup C_2)(a),\Gamma\Rightarrow\Delta\mid\Gamma}$$

$$(T^{\forall})\ \frac{\Delta\mid C_1(c),\Gamma\Rightarrow\Delta,D_1(c)\mid\Gamma}{\Delta\mid(\forall R.C_1)(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,(\forall R.D_1)(a)\mid\Gamma}$$

$$(T^{\exists})\ \frac{\Delta\mid C_1(d),\Gamma\Rightarrow\Delta,D_1(d)\mid\Gamma}{\Delta\mid(\exists R.C_1)(a),\Gamma\Rightarrow\Delta,(\exists R.D_1)(a)\mid\Gamma}$$

定义 3.1.1. $\Delta|\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$是 $\mathrm{T^{DL}}$-可证的,记为$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$,如果存在一个断言序列$\{S_1,\ldots,S_m\}$,使得:

$$S_1=\Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta_1\mid\Gamma_1,$$
$$\ldots$$
$$S_m=\Delta_{m-1}\mid\Delta_{m-1}\Rightarrow\Delta,\Theta;$$

并且对每个 $i<m,S_{i+1}$ 是一条公理或是由此前的断言通过 $\mathrm{T^{DL}}$ 中的一个推导规则得到的.

定理 3.1.2(可靠性定理). 对任何断言集合Θ,Δ和有限断言集合Γ,如果$\Delta|\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$是 $\mathrm{T^{DL}}$-可证的,则Θ是Γ关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变.即:

$$\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta\ \text{蕴含}\ \vDash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta.$$

定理 3.1.3(完备性定理). 对任何断言集合Θ,Δ和有限断言集合Γ,如果Θ是Γ关于Δ的一个$\preceq^{\mathrm{DL}}$-极小改变,则$\Delta|\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta$是 $\mathrm{T^{DL}}$-可证的.即:

$$\vDash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta\ \text{蕴含}\vdash_{\mathrm{T^{DL}}}\Delta\mid\Gamma\Rightarrow\Delta,\Theta.$$

3.2 实 例

首先来看本文开篇的那个例子.

例 3.2.1:假设信念集合Γ={(*Havingarms*⊓*Havinglegs*)(Tony)},而修正断言集合Δ={¬*Havinglegs*(Tony)}.显然,$\Delta\cup\Gamma$是不协调的,因此,我们需要用 R-演算 $\mathrm{T^{DL}}$ 中的规则来对其进行修正:

$$\Delta|\Gamma\Rightarrow\neg Havinglegs(\mathrm{Tony})|(Havingarms\sqcap Havinglegs)(\mathrm{Tony}).$$

由于断言中只包含有概念构造子⊓,所以我们将使用 $\mathrm{T^{DL}}$ 中的规则 $(T^{\sqcap})$ 来进行修正:

$$\neg Havinglegs(\mathrm{Tony})\mid Havingarms(\mathrm{Tony})\Rightarrow\neg Havinglegs(\mathrm{Tony}),Havingarms(\mathrm{Tony}),$$
$$\neg Havinglegs(\mathrm{Tony}),Havingarms(\mathrm{Tony})\mid Havinglegs(\mathrm{Tony})\Rightarrow\neg Havinglegs(\mathrm{Tony}),Havingarms(\mathrm{Tony}),$$
$$\neg Havinglegs(\mathrm{Tony})\mid(Havingarms\sqcap Havinglegs)(\mathrm{Tony})\Rightarrow\neg Havinglegs(\mathrm{Tony}),Havingarms(\mathrm{Tony}).$$

即:

$$\Delta|\Gamma\Rightarrow\neg Havinglegs(\mathrm{Tony}),Havingarms(\mathrm{Tony}).$$

此外,规则 $(T^{\sqcap})$ 也表明,修正是依赖于Γ中断言的次子概念的次序.

例 3.2.2:假设信念集合Γ_1={(*Married*⊓*HasChild*)(Jack)},而修正断言集合Δ={(¬*Married*⊓*HasChild*)(Jack)},其中,断言 *Married*(Jack)表示 Jack 已经结婚了,*HasChild*)(Jack)表示 Jack 是有孩子的,那么我们将有以下推理:

$$\Delta|\Gamma_1\Rightarrow(\neg Married\sqcup\neg HasChild)(\mathrm{Jack}))|(Married\sqcap HasChild)(\mathrm{Jack}).$$

利用规则 ($T^{\sqcap}$) 进行修正:

$$(\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}) \mid Married(\text{Jack}) \Rightarrow (\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}), Married(\text{Jack}),$$
$$(\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}), Married(\text{Jack}) \mid HasChild(\text{Jack}) \Rightarrow (\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}), Married(\text{Jack}),$$
$$\equiv (Married \sqcap \neg HasChild)(\text{Jack}).$$

即:

$$\Delta|\Gamma_1 \Rightarrow (Married \sqcap \neg HasChild)(\text{Jack}).$$

而如果信念集合$\Gamma_2=\{(HasChild \sqcap Married)(\text{Jack})\}$,那么我们将有下列推理:

$$(\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}) \mid HasChild(\text{Jack}) \Rightarrow (\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}), HasChild(\text{Jack}),$$
$$(\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}), HasChild(\text{Jack}) \mid Married(\text{Jack}) \Rightarrow (\neg Married \sqcup \neg HasChild)(\text{Jack}), HasChild(\text{Jack}),$$
$$\equiv (\neg Married \sqcap HasChild)(\text{Jack}).$$

即:

$$\Delta|\Gamma_2 \Rightarrow (\neg Married \sqcap HasChild)(\text{Jack}).$$

4 总结与展望

本文给出了描述逻辑 *ALC* 中关于伪子概念($\preceq^{DL}$-)极小改变的 R-演算 T^{DL},解决了修正过程中误删有效信息的问题,使得在修正的过程中可以保留下尽可能多的有效信息.但修正过程中是否存在信息冗余的问题呢?

对于断言$((bird \sqcap canfly) \sqcup (mammal \sqcap canwalk))(a)$,其中,$bird(a)$:$a$ 是鸟,$mammal(a)$:a 是哺乳动物,$canfly(a)$:a 会飞,$canwalk(a)$:a 会走.当出现新的断言$\{\neg bird(a), \neg canwalk(a)\}$时,我们将有如下修正:

$$\neg bird(a), \neg canwalk(a) \mid ((bird \sqcap canfly) \sqcup (mammal \sqcap canwalk))(a) \Rightarrow$$
$$\neg bird(a), \neg canwalk(a), (canfly \sqcup (mammal \sqcap canwalk))(a)$$

显然,这是等价于$\neg bird(a), \neg canwalk(a), (canfly \sqcup mammal)(a)$的.

同样地,在 T^{DL} 中,我们还会有这样的推导:

$$\vdash_{\mathrm{T}^{DL}} \neg C(a), \neg E(a) \mid ((C \sqcup D) \sqcap (E \sqcup F))(a) \Rightarrow \neg C(a), \neg E(a), ((C \sqcup D) \sqcap (E \sqcup F))(a).$$

而这显然也是与$\neg C(a), \neg E(a), (D \sqcap F)(a)$逻辑等价的.因此,我们希望下一步能够给出一种关于推导的极小改变($\vdash$-极小改变),其中一个理论Θ是Γ关于Δ的一个$\vdash$-极小改变:如果Θ与Δ是协调的;$\Gamma \vdash \Theta$,并且对于任意理论Ξ满足$\Gamma \vdash \Xi \vdash \Theta$且$\Theta \nvdash \Xi$,$\Xi$都是与$\Delta$非协调的.但是由于推导关系$\vdash$在所有理论集合上是稠密的,即对任何理论$\Gamma_1, \Gamma_2$,如果$\Gamma_1 \vdash \Gamma_2$ 并且$\Gamma_2 \nvdash \Gamma_1$,则一定存在一个理论$\Gamma$,使得$\Gamma_1 \vdash \Gamma \vdash \Gamma_2$ 并且$\Gamma_2 \nvdash \Gamma \nvdash \Gamma_1$,所以不可能找到这样的$\vdash$-极小改变.因此,我们将考虑一种新的 R-演算,它具有与$\vdash$-极小改变尽可能接近的性质: $\vdash_{\preceq}$ -极小改变.

此外,为了获得更好的表达能力,描述逻辑在 *ALC* 的基础上,通过进一步增加构造子的方式还得到了一些重要的扩展.因此,我们下一步还将考虑扩展 R-演算到包含数量限制($\geqslant nR$ 和$\leqslant nR$)的描述逻辑 *ALCN* 和带有角色构造子的描述逻辑 *ALCR* 中,分别针对数量限制和角色构造子给出修正规则.而由于 *ALC* 中都是原子角色,即没有角色的否定形式,因而在 *ALC* 中对量词$\forall R.C$ 和$\exists R.C$ 进行修正时,并不考虑角色 R 在其中的作用.但是在引入了角色构造子之后,角色也有了它的补、交、并的形式,因此,我们在给出 *ALCR* 中对于角色构造子修正规则的同时,也需要注意原先对于量词的修正规则同样需要修改.

References:

[1] Doyle J. A truth maintenance system. Artificial Intelligence, 1979,12:231−272.

[2] Alchourrón CE, Gärdenfors P, Makinson D. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. The Journal of Symbolic Logic, 1985,50(2):510−530.

[3] Hansson SO. A textbook of belief dynamics: Theory change and database updating. History & Philosophy of Logic, 1999,21(3): 242−243.

[4] Hansson SO. Ten philosophical problems in belief revision. Journal of Logic and Computation, 2003,13:37–49.

[5] Li W. R-calculus: An inference system for belief revision. The Computer Journal, 2007,50(4):378–390.

[6] Takeuti G. Proof theory. In: Barwise J, ed. Handbook of Mathematical Logic. North Holland, 1982.

[7] Wang YH, Cao CG, Sui YF. R-calculus for the primitive statements in description logic ALC. In: Proc. of the Int'l Conf. on Knowledge Science. Cham: Engineering and Management Springer, 2017. 106–116.

[8] Katsuno H, Mendelzon AO. Propositional knowledge base revision and minimal change. Artificial Intelligence, 1991,52:263–294.

[9] Rott H, Williams MA, eds. Frontiers in Belief Revision. Springer Netherlands, 2001. 451.

[10] Satoh K. Nonmonotonic reasoning by minimal belief revision. In: Proc. of the Int'l Conf. on 5th Generation Computer Systems. Tokyo, 1988. 455–462.

[11] Baader F, Calvanese D, McGuinness DL, Nardi D, Patel-Schneider PF. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

王雨晖(1989－),男,陕西西安人,博士,主要研究领域为人工智能-信念修正,R-演算,大规模知识处理.

眭跃飞(1963－),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能-知识表示,R-演算,多值逻辑,数理逻辑-递归论.