

令 $er_0, er_1, \dots, er_{l_A}, ex_2, ex_3, \dots, ex_{n_A}$ 是 A 的临时私钥, A 计算:

$$X = g^{s_A}, (U_i = g^{a_i} h_{\rho_A(i)}^{-r_i}, D_i = g^{r_i}, 1 \leq i \leq l_A (\text{令集合 } \{U, D\} = \{(U_i, D_i), 1 \leq i \leq l_A\})).$$

A 发送消息 $EPK_A = (X, \{U, D\}, M_A, \rho_A)$ 给 B .

Step 2. B 接收到 A 发送的消息 EPK_A 后, 判断自己的属性集合 S_B 是否满足访问结构 (M_A, ρ_A) : 若不满足, 协议终止; 若 S_B 满足访问结构 (M_A, ρ_A) , B 选取访问结构 AS_B, AS_B 对应的 LSSS 矩阵记为 M_B, M_B 的规模是 $l_B \times n_B, M_B$ 的行向量与属性之间的一一对应关系记为 ρ_B .

B 随机选取 $er'_0, er'_1, \dots, er'_{l_B}, ex'_2, ex'_3, \dots, ex'_{n_B} \in Z_p$, 计算:

$$\begin{aligned} s_B &= H_1(K_B, L_B, \{K_{B,j}, \forall j \in S_B\}, er'_0), \\ t'_i &= H_1(K_B, L_B, \{K_{B,j}, \forall j \in S_B\}, er'_i), 1 \leq i \leq l_B, \\ x'_k &= H_1(K_B, L_B, \{K_{B,j}, \forall j \in S_B\}, ex'_k), 2 \leq k \leq n_B. \end{aligned}$$

令 $v' = (s_B, x'_2, x'_3, \dots, x'_{n_B}) \in (Z_p)^{n_B}$, 计算 $\lambda'_i = v' \cdot M_B(i)$, 其中, $M_B(i)$ 是矩阵 M_B 的第 i 行, $i=1, \dots, l_B$.

令 $er'_0, er'_1, \dots, er'_{l_B}, ex'_2, ex'_3, \dots, ex'_{n_B}$ 是 B 的临时私钥, B 计算:

$$Y = g^{s_B}, (V_i = g^{a_i} h_{\rho_B(i)}^{-r'_i}, E_i = g^{r'_i}, 1 \leq i \leq l_B (\text{令集合 } \{V, E\} = \{(V_i, E_i), 1 \leq i \leq l_B\})).$$

B 发送消息 $EPK_B = (Y, \{V, E\}, M_B, \rho_B)$ 给 A .

Step 3. A 接收到 EPK_B 后, 判定属性集合 S_A 是否满足访问结构 (M_B, ρ_B) , 若不满足, 协议终止; 否则, 按照以下方式计算共享密钥:

令 $I_A = \{i: \rho_B(i) \in S_A\}$, 计算 $\{w_A(i) \in Z_p\}_{i \in I_A}$, 使得 $\sum_{i=1}^{l_B} w_A(i) \cdot M_B(i) = (1, 0, 0, \dots, 0)$, $M_B(i)$ 是矩阵 M_B 的第 i 行, $i=1, \dots, l_B$.

计算:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (g_T^\alpha)^{s_A}, \\ \sigma_2 &= e(Y, K_A) / \left(\left(\prod_{i \in I_A} e(V_i, L_A) e(E_i, K_{A, \rho_B(i)}) \right)^{w_A(i)} \right), \\ \sigma_3 &= Y^{s_A}. \end{aligned}$$

最后, 计算出共享密钥 $K_{AB} = H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B)$.

B 收到 EPK_A , 并且在 Step 2 中已经判断出自己的属性集合 S_B 满足访问结构 (M_A, ρ_A) , 则 B 按如下方式计算共享密钥.

令 $I_B = \{i: \rho_A(i) \in S_B\}$, 计算 $\{w_B(i) \in Z_p\}_{i \in I_B}$, 使得 $\sum_{i=1}^{l_A} w_B(i) \cdot M_A(i) = (1, 0, 0, \dots, 0)$, $M_A(i)$ 是矩阵 M_A 的第 i 行, $i=1, \dots, l_A$.

计算:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= e(X, K_B) / \left(\left(\prod_{i \in I_B} e(U_i, L_B) e(D_i, K_{B, \rho_A(i)}) \right)^{w_B(i)} \right), \\ \sigma_2 &= (g_T^\alpha)^{s_B}, \\ \sigma_3 &= X^{s_B}. \end{aligned}$$

最后, 计算出共享密钥 $K_{BA} = H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B)$.

4.2 协议的正确性

根据双线性对的性质, A 计算:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= (g_T^\alpha)^{s_A}, \\
 \sigma_2 &= e(Y, K_A) / \left(\prod_{i \in I_A} (e(V_i, L_A) e(E_i, K_{A, \rho_B(i)}))^{w_A(i)} \right) \\
 &= e(g^{s_B}, g^\alpha) e(g^{s_B}, g^{at_A}) / \left(\prod_{i \in I_A} e(g^{a\lambda_i}, g^{t_A})^{w_A(i)} e(h_{\rho_B(i)}^{-r_i}, g^{t_A})^{w_A(i)} e(g^{r_i}, h_{\rho_B(i)}^{t_A})^{w_A(i)} \right) \\
 &= e(g^{s_B}, g^\alpha) e(g^{s_B}, g^{at_A}) / e(g^a, g^{t_A})^{\sum_{i \in I_A} \lambda_i w_A(i)} \\
 &= e(g^{s_B}, g^\alpha) e(g^{s_B}, g^{at_A}) / e(g^a, g^{t_A})^{s_B} \\
 &= e(g, g)^{\alpha s_B} \\
 &= (g_T^\alpha)^{s_B}, \\
 \sigma_3 &= Y^{s_A} = g^{s_A s_B}. \\
 K_{AB} &= H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B) = H((g_T^\alpha)^{s_A}, (g_T^\alpha)^{s_B}, g^{s_A s_B}, EPK_A, EPK_B) \tag{1}
 \end{aligned}$$

同理, B 计算:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= e(X, K_B) / \left(\prod_{i \in I_B} (e(U_i, L_B) e(D_i, K_{B, \rho_A(i)}))^{w_B(i)} \right) \\
 &= e(g^{s_A}, g^\alpha g^{at_B}) / \left(\prod_{i \in I_B} (e(g^{a\lambda_i} h_{\rho_A(i)}^{-r_i}, g^{t_B}) e(g^{r_i}, h_{\rho_A(i)}^{t_B}))^{w_B(i)} \right) \\
 &= e(g^{s_A}, g^\alpha) e(g^{s_A}, g^{at_B}) / \left(\prod_{i \in I_B} e(g^{a\lambda_i}, g^{t_B})^{w_B(i)} e(h_{\rho_A(i)}^{-r_i}, g^{t_B})^{w_B(i)} e(g^{r_i}, h_{\rho_A(i)}^{t_B})^{w_B(i)} \right) \\
 &= e(g^{s_A}, g^\alpha) e(g^{s_A}, g^{at_B}) / e(g^a, g^{t_B})^{\sum_{i \in I_B} \lambda_i w_B(i)} \\
 &= e(g^{s_A}, g^\alpha) e(g^{s_A}, g^{at_B}) / e(g^a, g^{t_B})^{s_A} \\
 &= (g_T^\alpha)^{s_A}, \\
 \sigma_2 &= (g_T^\alpha)^{s_B}, \\
 \sigma_3 &= X^{s_B} = g^{s_A s_B}. \\
 K_{BA} &= H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B) = H((g_T^\alpha)^{s_A}, (g_T^\alpha)^{s_B}, g^{s_A s_B}, EPK_A, EPK_B) \tag{2}
 \end{aligned}$$

由公式(1)和公式(2)可知, $K_{AB} = K_{BA}$.

4.3 协议的安全性

定理 1. 若 GCPBDHE 假设和 CDH 假设同时成立, 并且 H, H_1 是随机预言机, 则本文提出的 ABAKE 协议在 ABeCK 模型下具有选择安全性.

协议的安全性证明过程见附录.

4.4 协议对比

本节将已有的 ABAKE 协议与本文的协议进行对比, 对比结果见表 1.

Table 1 Comparison of protocols
表 1 协议的对比

方案	消息长度	计算复杂性	安全模型
文献[4]	$(S +2)$ 个 G 上的点	$(S +2)P + (S +2)E_1 + 1E_2$	BR&标准模型
文献[7]	$(S +1)$ 个 G 上的点和 1 个 G_T 上的点	$(S)P + (S +3)E_1 + (S)E_2$	CK&标准模型
文献[8]	$(l \times n_{\max} + 1)$ 个 G 上的点	$(n_{\max} + S + 1)P + (l \times (n_{\max} + n) + 2 S)E_1 + 2E_2 + (l \times n_{\max} + 1)H$	eCK&RO 模型
本文协议	$(2l+1)$ 个 G 上的点	$(2 S +1)P + (3l+1+2 S)E_1 + 2E_2 + (l \times n + 1)H$	eCK&RO 模型
文献[11]	$(2l+4)$ 个 G 上的点	$(2 S +2)P + (3l+5)E_1 + 2E_2 + H + 3Ext$	CK+&标准模型

其中, n_{\max} 表示系统中 LSSS 矩阵的列的最大规模; $l \times n$ 表示 LSSS 矩阵的规模; $|S|$ 表示用户属性集的规模; P 表示双线性映射; E_1 表示 G 上的指数运算; E_2 表示 G_T 上的指数运算; H 表示 Hash 运算, 需要指出的是, 若协议中采取了不同的 Hash 运算, 例如 t_1 次 H_1 运算和 t_2 次 H 运算, 这里简记为 (t_1+t_2) 次 H 运算; Ext 表示随机提取器的计算复杂度。

一般情况下, $n_{\max} > 2$. 因此, 由表 1 可以看出: 与文献[8]相比, 同样在 AbeCK&RO 模型下, 本文提出的协议降低了消息长度; 同时, 在 $n_{\max} \geq |S|$ 的情况下, 也降低了计算复杂度。

5 结束语

本文对 GCDH 假设进行了扩展, 提出了 GCPBDHE 假设, 提出了基于属性的认证密钥协商协议. 在 GCPBDHE 假设和 CDH 假设成立的条件下, 证明了该协议在 ABeCK 模型下是安全的. 如何设计安全强度和效率更高的 ABAKE 协议, 是下一步要解决的问题.

致谢 审稿专家和编辑老师为本文提出了宝贵的修改建议, 在此表示衷心的感谢.

References:

- [1] Shamir. Identity-Based cryptosystems and signature schemes. In: Proc. of the CRYPTO'84. Santa Barbara: Springer-Verlag, 1984. 47–53. [doi: 10.1007/3-540-39568-7_5]
- [2] Sahai A, Waters B. Fuzzy identity-based encryption. In: Proc. of the EUROCRYPT 2005. Aarhus: Springer Press, 2005. 457–473. [doi: 10.1007/11426639_27]
- [3] Wang H, Xu QL, Ban T. A provably secure two-party attribute-based key agreement protocol. In: Proc. of the 5th Int'l Conf. on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing. IEEE Press, 2009. 1042–1045. [doi: 10.1109/IIH-MSP.2009.92]
- [4] Wang H, Xu QL. Revocable attribute-based key agreement protocol without random oracles. Journal of Networks, 2009,4(8): 787–794. [doi: 10.4304/jnw.4.8.787-794]
- [5] Wang H, Xu QL. Two-Party attribute-based key agreement protocol in the standard model. In: Proc. of the 2009 Int'l Symp. on Information Processing (ISIP 2009). Huangshan: Springer-Verlag, 2009. 325–328.
- [6] Gorantla MC, Boyd C, Nieto JMG. Attribute-Based authenticated key exchange. In: Proc. of the 15th Australasian Conf. on Information Security and Privacy (ACISP 2010). Sydney: Springer-Verlag, 2010. 300–317. [doi: 10.1007/978-3-642-14081-5_19]
- [7] Ren YJ, Wang JD, Zhuang Y, Tan CH, Fang LM. Attribute-Based authenticated key agreement protocol. Journal of Lanzhou University (Nature Sciences), 2010,46(2):103–110 (in Chinese with English abstract).
- [8] Yoneyama K. Strongly secure two-pass attribute-based authenticated key exchange. In: Proc. of the Pairing-Based Cryptography. Yamanaka Hot Spring: Springer-Verlag, 2010. 147–166. [doi: 10.1007/978-3-642-17455-1_10]
- [9] Waters B. Ciphertext-Policy attribute-based encryption: An expressive, efficient, and provably secure realization. In: Proc. of the 14th Int'l Conf. on Practice and Theory in Public Key Cryptography (PKC2011). Taormina: Springer-Verlag, 2011. 53–70. [doi: 10.1007/978-3-642-19379-8_4]
- [10] Wei JH, Hu XX, Liu WF. Attribute-Based authenticated key exchange protocol in multiple attribute authorities environment. Journal of Electronics & Information Technology, 2012,34(2):451–456 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00701]
- [11] Li Q, Feng DG, Zhang LW, Gao ZG. Enhanced attribute-based authenticated key agreement protocol in the standard model. Chinese Journal of Computers, 2013,36(10):2156–2167 (in Chinese with English abstract).
- [12] Okamoto T, Pointcheval D. The gap-problems: A new class of problems for the security of cryptographic schemes. In: Proc. of the 4th Int'l Conf. on Practice and Theory in Public Key Cryptography (PKC 2001). Taormina: Springer-Verlag, 2011. 104–118. [doi: 10.1007/3-540-44586-2_8]
- [13] Beimel A. Secure schemes for secret sharing and key distribution [Ph.D. Thesis]. Israel Institute of Technology, Technion, Haifa, Israel, 1996.

附中文参考文献:

- [7] 任勇军,王建东,庄毅,谭沧海,方黎明.基于属性的认证密钥协商协议.兰州大学学报(自然科学版),2010,46(2):103-110.
- [10] 魏江宏,胡学先,刘文芬.多属性机构环境下的属性基认证密钥协商协议.电子与信息学报,2012,34(2):451-456. [doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00701]
- [11] 李强,冯登国,张立武,高志刚.标准模型下增强的基于属性的认证密钥协商协议.计算机学报,2013,36(10):2156-2167.

附录: 定理 1 的证明

证明:令 A 是 ABAKE 协议的攻击者, S 是该协议的模拟者, S 的目的是利用 A 解决 CDH 问题或 GCPBDHE 问题.证明该定理的思路是:针对本文设计的 ABAKE 协议,若 A 在多项式时间内能以一个不可忽略的优势区分出测试会话 sid^* 的会话密钥和随机选取的会话密钥,则 S 就能在多项式时间内以不可忽略的优势解决 CDH 问题或 GCPBDHE 问题.

令 $\Pr[Suc]$ 表示 A 攻击成功的概率,即,对 sid^* 的会话密钥给出正确判决的概率.

令:

- $AskH$ 表示事件: A 对 sid^* 对应的 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B)$ 进行 H 函数查询;
- \overline{AskH} 表示事件: A 未对 sid^* 的 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B)$ 进行 H 函数查询.

由于 $\Pr[Suc \wedge \overline{AskH}] = 1/2$, 因此得到公式(3)成立:

$$\Pr[Suc] = \Pr[Suc \wedge AskH] + \Pr[Suc \wedge \overline{AskH}] = \Pr[Suc \wedge AskH] + 1/2 \quad (3)$$

令:

- $AskS$ 表示事件: A 在进行 *StaticReveal* 查询或 *MasterReveal* 查询之前,对 $SK_p = (K_p, L_p, \{K_{p,j}, \forall j \in S_p\})$ 进行 H_1 查询;
- \overline{AskS} 表示 $AskS$ 的补事件.

由公式(3)可得:

$$\begin{aligned} \Pr[Suc] &= \Pr[Suc \wedge AskH] + 1/2 \\ &= \Pr[Suc \wedge AskH \wedge AskS] + \Pr[Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS}] + 1/2. \end{aligned}$$

由于测试会话一定是一个新鲜会话,并且根据攻击者 A 的攻击行为,我们定义以下事件:

- (1) 事件 E_1 : 测试会话 sid^* 没有匹配会话 $\overline{sid^*}$, 攻击者对满足访问结构 AS_A 的属性集合 S 进行了 *StaticReveal(S)* 查询;
- (2) 事件 E_2 : 测试会话 sid^* 没有匹配会话 $\overline{sid^*}$, 攻击者对测试会话 sid^* 进行了 *EphemeralReveal(sid^*)* 查询;
- (3) 事件 E_3 : 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, 攻击者对满足访问结构 AS_A 的属性集合 S 进行了 *StaticReveal(S)* 查询,并且对满足访问结构 AS_B 的属性集合 S 进行了 *StaticReveal(S)* 查询;或者进行了 *MasterReveal* 查询;
- (4) 事件 E_4 : 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, 攻击者进行了 *EphemeralReveal(sid^*)* 和 *EphemeralReveal(\overline{sid^*})* 查询;
- (5) 事件 E_5 : 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, 攻击者对满足访问结构 AS_B 的属性集合 S 进行了 *StaticReveal(S)* 查询;并且进行了 *EphemeralReveal(\overline{sid^*})* 查询;
- (6) 事件 E_6 : 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, 攻击者对满足访问结构 AS_A 的属性集合 S 进行了 *StaticReveal(S)* 查询;并且进行了 *EphemeralReveal(sid^*)* 查询.

根据 $E_1 \sim E_6$ 定义可知:

$$Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} = \bigcup_{i=1}^6 (Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_i) \tag{4}$$

由公式(3)和公式(4)得到:

$$\begin{aligned} \Pr[Suc] &= \Pr[Suc \wedge AskH \wedge AskS] + \Pr[Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS}] + 1/2 \\ &= \Pr[Suc \wedge AskH \wedge AskS] + \Pr\left[\bigcup_{i=1}^6 (Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_i)\right] + 1/2 \\ &\leq \Pr[Suc \wedge AskH \wedge AskS] + \sum_{i=1}^6 \Pr[(Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_i)] + 1/2. \end{aligned}$$

令:

$$\begin{aligned} p_0 &= \Pr[Suc \wedge AskH \wedge AskS], \\ p_i &= \Pr[Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_i], 1 \leq i \leq 6, \end{aligned}$$

则有:

$$\Pr[Suc] \leq \sum_{i=0}^6 p_i + 1/2 \tag{5}$$

首先假设执行该密钥协商协议的系统用户个数是 N , 每个用户至多进行 L 次密钥协商. 下面分析 $p_i, i=0, 1, \dots, 6$ 与 S 解决 GCPBDHE 困难问题和 CDH 困难问题的成功率之间的关系.

(1) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge AskS$

模拟者 S 随机选择两个用户 A 和 B , 并且以 $1/(N^2L)$ 的概率猜测 A 的第 $i_A \in [1, L]$ 次会话是攻击者 A 选取的测试会话, 将该测试会话记为 sid^* . 在事件 $AskS$ 中, 允许攻击者 A 在进行 *StaticReveal* 查询或 *MasterReveal* 查询之前执行 SK_A 的 H_1 查询, 这说明攻击者在进行 *StaticReveal* 查询或 *MasterReveal* 查询之前已经得到了 A 的长期私钥 SK_A .

模拟者 S 在系统设置中随机选取 $\alpha' \in Z_p$, 令 $g_T^\alpha = e(g^\alpha, g^{\alpha'})e(g, g)^{\alpha'}$, 即 $\alpha = \alpha' + a^{q+1}$, 则模拟者 S 在接收到攻击者申请的 SK_A 的 H_1 查询请求时, 模拟者 S 得到了 $SK_A = (K_A, L_A, \{K_{A,j}, \forall j \in S_A\})$.

由于 $K_A / L_A^{\alpha'} = g^\alpha = g^{\alpha' + a^{q+1}}$, 因此, S 利用 $e((K_A / L_A^{\alpha'}), g^s) / e(g^{\alpha'}, g^s)$ 可以计算出 $e(g, g)^{\alpha^{q+1}s}$.

因此:

$$\Pr[S \text{ 解决 GCPBDHE 困难问题}] \geq p_0 / (N^2L).$$

(2) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_i$

在事件 $Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_i$, 模拟者 S 已知:

$$\begin{aligned} &g, g^s, g^a, \dots, g^{(a^q)}, g^{(a^{q+2})}, \dots, g^{(a^{2q})}, \forall j \in \{1, 2, \dots, q\}, \\ &g^{s \cdot b_j}, g^{a/b_j}, \dots, g^{(a^q/b_j)}, g^{(a^{q+2}/b_j)}, \dots, g^{(a^{2q}/b_j)}, \forall j, k \in \{1, 2, \dots, q, k \neq j\}, \\ &g^{(a \cdot s \cdot b_k/b_j)}, g^{(a^2 \cdot s \cdot b_k/b_j)}, \dots, g^{(a^q \cdot s \cdot b_k/b_j)}, \end{aligned}$$

并且接收到攻击者 A 给出的挑战访问结构 (M_A^*, ρ_A^*) 和 (M_B^*, ρ_B^*) , 其中, M_A^* 是 $l_A^* \times n_A^*$ 规模的矩阵, M_B^* 是 $l_B^* \times n_B^*$ 规模的矩阵. S 对方案进行如下模拟:

• 系统建立

S 随机选取 $\alpha' \in Z_p$, 令 $g_T^\alpha = e(g^\alpha, g^{\alpha'})e(g, g)^{\alpha'}$, 则 $\alpha = \alpha' + a^{q+1}$. 该系统用户最多有 U 个属性, 对属性集中的每个属性 x , 随机选取 $z_x \in Z_p$. 令集合 $A_x = \{i: \rho_A^*(i) = x, 1 \leq i \leq l_A^*\}$, 模拟者 S 定义 h_x :

$$h_x = g^{z_x} \prod_{i \in A_x} g^{aM_{A_i,1}^*/b_i} \cdot g^{a^2M_{A_i,2}^*/b_i} \cdot \dots \cdot g^{a^{n_A^*}M_{A_i,n_A^*}^*/b_i},$$

其中, $M_{A_i,j}^*$ 是 M_A^* 矩阵的第 i 行 j 列的元素. 需要说明的是: 若集合 A_x 是空集, 则 $h_x = g^{z_x}$.

假设系统中有 N 个用户, 每个用户最多进行 L 次密钥协商. 模拟者 S 随机选择用户 A, B , 并且以 $1/N^2L$ 猜测 A 的第 $i_A \in [1, L]$ 次密钥协商是攻击者攻击的测试会话, 将该测试会话记为 sid^* . S 按以下方式模拟 A 的第 i_A 次

会话发送的消息 EPK_A :

令 $X=g^s$, S 随机选择 $r_1, r_2, \dots, r_{l_A}^s, x_2, x_3, \dots, x_{n_A}^s \in Z_p$, 则分享的秘密向量为

$$v = (s, sa + x_2, sa^2 + x_3, \dots, sa^{n-1} + x_{n_A}^s) \in (Z_p)^{n_A}.$$

对于任意的 $i \in \{1, \dots, n_A^*\}$, 定义 $R_i = \{k : \rho_A^*(k) = \rho_A^*(i), k = 1, 2, \dots, l_A^*, \text{且 } k \neq i\}$, 计算:

$$U_i = h_{\rho_A^*(i)}^{r_i} \left(\prod_{j=2, \dots, n_A^*} (g^a)^{M_{A_i, j}^* x_j} \right) (g^{b_i s})^{-z_{\rho_A^*(i)}} \left(\prod_{k \in R_i} \prod_{j=1, \dots, n_A^*} (g^{a^j \cdot s \cdot (b_j / b_k)})^{M_{A_i, j}^*} \right),$$

$$D_i = g^{-r_i} g^{-s b_i},$$

其中, $M_{A_i, j}^*$ 是 M_A^* 矩阵的第 i 行 j 列的元素.

$EPK_A = (X, \{U, D\}, M_A^*, \rho_A^*)$ 是用户 A 在会话 sid^* 中发出的消息.

• 模拟过程

为了回答攻击者对 H_1, H 的查询, S 建立两个列表 L_{H_1} 和 L_H ; 为了回答攻击者对 $SessionReveal$ 的查询, S 建立列表 L_K .

① $H_1(K_P, L_P, \{K_{P, j}, \forall j \in S_P\}, x)$: 如果存在 $(K_P, L_P, \{K_{P, j}, \forall j \in S_P\}, *) \in L_{H_1}$, S 返回相应查询值; 否则, S 随机选取 $x' \in Z_p$, 将 x' 返回给攻击者, 并在 L_{H_1} 中记录 $(K_P, L_P, \{K_{P, j}, \forall j \in S_P\}, x')$.

② $H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_P, EPK_{\bar{P}})$:

(a) 如果存在 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_P, EPK_{\bar{P}}, *) \in L_H$, S 返回相应查询值;

(b) 如果不存在 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_P, EPK_{\bar{P}}, *) \in L_H$, S 判断 P 是否是 A 、 \bar{P} 是否是 B 、该会话是否为 A 的第 i_A 次会话, 若都成立, 接着调用 $DBDH$ 随机预言机, 若:

$$DBDH(X, g^a, g^{a^q}, \sigma_1 / e(X, g^{a'})) = 1,$$

$$DBDH(Y, g^a, g^{a^q}, \sigma_2 / e(Y, g^{a'})) = 1,$$

$$e(X, Y) = e(g, \sigma_3)$$

都成立, 则 S 终止, 并且输出 $\sigma_1 / e(X, g^{a'})$ (此时, $\sigma_1 / e(X, g^{a'}) = e(g, g)^{a^{q+1} s}$, $s_A = s$);

(c) 如果不存在 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_P, EPK_{\bar{P}}, *) \in L_H$, 调用 $DBDH$ 随机预言机, 若:

$$DBDH(X, g^a, g^{a^q}, \sigma_1 / e(X, g^{a'})) = 1 \text{ (即 } \sigma_1 / e(X, g^{a'}) = e(g, g)^{a^{q+1} s_P} \text{),}$$

$$DBDH(Y, g^a, g^{a^q}, \sigma_2 / e(Y, g^{a'})) = 1 \text{ (即 } \sigma_2 / e(X, g^{a'}) = e(g, g)^{a^{q+1} s_{\bar{P}}} \text{),}$$

$$e(X, Y) = e(g, \sigma_3)$$

都成立, 则生成一个随机数 $K \in \{0, 1\}^k$ 返回给攻击者, 并在 L_H 中记录:

$$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_P, EPK_{\bar{P}}, K).$$

③ $Send(I, S_P, S_{\bar{P}})$: 若 $P=A$, 并且该会话是 A 的第 i_A 次会话, S 将 EPK_A 返回给攻击者; 否则, S 按照协议执行过程生成 EPK_P 返回给用户, 并记录 $(S_P, S_{\bar{P}}, EPK_P)$.

④ $SessionReveal(sid)$: 模拟者查询 L_K , 若攻击者申请 sid^* 的会话密钥, 则 S 失败终止; 若 sid 在 L_K 列表中, 则 S 将列表中的会话密钥 K 返回给攻击者; 若 sid 不在 L_K 列表中, 查询 L_H , 将 H 中 sid 对应的 K 返回给用户, 并将 (sid, K) 记录在列表 L_K 中.

⑤ $EphemeralReveal(sid)$: 若攻击者申请 sid^* 的临时私钥, 则 S 失败终止; 否则, S 返回给攻击者 $er_0, er_1, \dots, er_l, ex_2, ex_3, \dots, ex_n \in Z_p$, 其中, l, n 分别是访问结构对应的矩阵 M 的行和列数.

⑥ $StaticReveal(S_P)$: 在事件 E_1 中, 用户属性集合 S_P 不满足访问结构 M_A^* , 因此, 模拟者可以找到向量:

$$w = (w_1, \dots, w_{n_A}^s) \in (Z_p)^{n_A},$$

其中, $w_1 = -1$; 并且对于任意满足条件 $\rho_A^*(i) \in S_P$ 的行标识 i , 满足条件 $w \cdot M_A^*(i) = 0$. 模拟者选取一个随机数 $r \in Z_p$,

模拟者令 $t = r + w_1 a^q + w_2 a^{q-1} + \dots + w_{n_A}^* a^{q-n_A+1}$.

利用已知的 $g^a, \dots, g^{(a^q)}$, 计算出 $L_p = g^r \prod_{i=1, \dots, n_A}^* (g^{a^{q+1-i}})^{w_i} = g^t, K_p = g^{a'} g^{ar} \prod_{i=2, \dots, n_A}^* (g^{a^{q+1-i}})^{w_i} = g^{a'} g^{at}$.

$\forall x \in S_p$, 令集合 $A_x = \{i: \rho_A^*(i) = x, i=1, 2, \dots, l_A^*\}$, 模拟者计算 $K_{p,x}$:

$$K_{p,x} = L_p^{z_s} \prod_{i \in A_x} \prod_{j=1, \dots, n_A}^* \left(g^{(a^j/b_j)r} \prod_{\substack{k=1, \dots, n_A \\ k \neq j}}^* (g^{a^{q+1+j-k}/b_j})^{w_k} \right)^{M_{i,j}^*}.$$

若 A_x 是空集, 则模拟者令 $K_{p,x} = L_p^{z_s}$.

⑦ *MasterReveal*: S 失败终止.

⑧ *Test(sid)*: 若测试会话不是 sid^* , S 失败终止; 否则, S 随机生成 $\xi \in \{0, 1\}^k$, 将 ξ 返回给攻击者.

在事件 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_1$ 中, 若攻击者 \mathcal{A} 攻击成功, 则攻击者必然查询了 $H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B)$. 因此, 根据步骤②中情况(b)的分析, 攻击者利用 $\sigma_1/e(X, g^{a'})$ 可以计算出 $e(g, g)^{a^{q+1}s}$. 因此,

$$\Pr[S \text{ 解决 GCPBDHE 问题}] \geq p_1/(N^2L).$$

(3) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_2$

在事件 E_2 中, 测试会话 sid^* 不存在匹配会话 $\overline{sid^*}$. \mathcal{A} 可以查询 *EphemeralReveal*(sid^*), 但不能查询满足访问结构 (M_B, ρ_B) 的长期私钥和满足访问结构 (M_A, ρ_A) 的长期私钥, 或者不能查询系统主私钥. 由于 H_1 是随机预言机, 并且 H_1 的输入包括属性集对应的长期私钥, 故 \mathcal{A} 以一个可以忽略的概率得到正确的 $s_A, r_1, r_2, \dots, r_{l_A}^*, x_2, x_3, \dots, x_{n_A}^*$. 因此与 $Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_1$ 事件中 S 的模拟过程相似, 同样得到模拟者 S 的成功率:

$$\Pr[S \text{ 解决 GCPBDHE 问题}] \geq p_2/(N^2L).$$

(4) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge \overline{AskS} \wedge E_3$

在事件 E_3 中, 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$. \mathcal{A} 可以查询 *MasterReveal*, 或者可以同时查询满足访问结构 (M_B, ρ_B) 的长期私钥和满足访问结构 (M_A, ρ_A) 的长期私钥, 但是不允许查询 *EphemeralReveal*(sid^*) 和 *EphemeralReveal*($\overline{sid^*}$). 模拟者 S 以 $1/(N^2L)$ 的概率猜测测试会话是 sid^* , 即: 会话双方是 A, B , 并且是 A 的第 i_A 次会话. 模拟者 S 的目的是解决 CDH 问题, 即: 模拟者已知 (g^b, g^c) , 求解 g^{bc} . S 模拟的方案在系统建立和私钥生成阶段与真实方案相同, S 在生成 EPK_A 和 EPK_B 的过程中嵌入 g^b, g^c , 具体方法如下:

\mathcal{A} 随机选择 $er_1, \dots, er_{l_A}, ex_2, ex_3, \dots, ex_{n_A} \in Z_p$, 计算:

$$r_i = H_1(K_A, L_A, \{K_{A,j}, \forall j \in S_A\}, er_i), 1 \leq i \leq l_A,$$

$$x_k = H_1(K_A, L_A, \{K_{A,j}, \forall j \in S_A\}, ex_k), 2 \leq k \leq n_A.$$

令秘密向量 $v = (b, x_2, x_3, \dots, x_{n_A}) \in (Z_p)^{n_A}$, 则有:

$$\lambda_i = v \cdot M_A(i) = bM_{A,1} + x_2M_{A,2} + \dots + x_{n_A}M_{A,n_A},$$

其中, $M_A(i)$ 是 M_A 的第 i 行, $i=1, \dots, l_A$. 令:

$$X = g^b, \left(U_i = (g^b)^{aM_{A,1}} \left(\prod_{j=2}^{n_A} (g^a)^{x_2M_{A,j}} \right) h_{\rho_A(i)}^{-r_i}, D_i = g^{r_i} \right), 1 \leq i \leq l_A \text{ (令集合 } \{U, D\} = \{(U_i, D_i), 1 \leq i \leq l_A\} \text{)}.$$

\mathcal{A} 发送消息 $EPK_A = (X, \{U, D\}, M_A, \rho_A)$ 给 B .

B 随机选取 $er'_1, \dots, er'_{l_B}, ex'_2, ex'_3, \dots, ex'_{n_B} \in Z_p$, 计算:

$$r'_i = H_1(K_B, L_B, \{K_{B,j}, \forall j \in S_B\}, er'_i), 1 \leq i \leq l_B,$$

$$x'_k = H_1(K_B, L_B, \{K_{B,j}, \forall j \in S_B\}, ex'_k), 2 \leq k \leq n_B.$$

令秘密向量 $v' = (c, x'_2, x'_3, \dots, x'_{n_B})$, 计算:

$$\lambda'_i = v' \cdot M_B(i),$$

其中, $M_B(i)$ 是矩阵 M_B 的第 i 行, $i=1, \dots, l_B$. B 计算:

$$Y = g^c, \left(V_i = (g^c)^{aM_{B,i}} \left(\prod_{j=2}^{n_B} (g^a)^{x_2 M_{B,i,j}} \right) h_{\rho_B(i)}^{-r_i'}, E_i = g^{r_i'} \right), 1 \leq i \leq l_B (\text{令集合 } \{V, E\} = \{(V_i, E_i), 1 \leq i \leq l_B\}).$$

B 发送消息 $EPK_B = (Y, \{V, E\}, M_B, \rho_B)$ 给 A .

在事件 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_3$ 中, 攻击者必然输入正确的 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, EPK_A, EPK_B$ 查询 H 预言机, 因此, 攻击者可以求解出 $g^{bc} = \sigma_3$, 得到:

$$\Pr[S \text{ 解决 CDH 问题}] \geq p_3 / (N^2 L).$$

(5) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_4$

在事件 E_4 中, 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, A 查询 $EphemeralReveal(sid^*)$ 和 $EphemeralReveal(\overline{sid^*})$, 但不允许查询满足访问结构 (M_B, ρ_B) 的长期私钥和满足访问结构 (M_A, ρ_A) 的长期私钥, 也不允许查询系统主私钥.

由于 H_1 是随机预言机, 因此, A 只能以可以忽略的概率得到正确的 $\{s_A, r_i, x_j (1 \leq i \leq l_A, 2 \leq j \leq n_A)\}$ 和 $\{s_B, r_i', x_j' (1 \leq i \leq l_A, 2 \leq j \leq n_A)\}$. 与 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_3$ 事件中 S 的模拟过程相似, 得到模拟者 S 的成功率:

$$\Pr[S \text{ 解决 CDH 问题}] \geq p_4 / (N^2 L).$$

(6) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_5$

在事件 E_5 中, 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, A 查询满足访问结构 (M_B, ρ_B) 的属性集对应的长期私钥和 $EphemeralReveal(\overline{sid^*})$, 不允许查询满足访问结构 (M_A, ρ_A) 的属性集对应的长期私钥和 $EphemeralReveal(sid^*)$, 也不允许查询 $MasterReveal$. 由于 H_1 是随机预言机, 因此, A 只能以可以忽略的概率得到正确的 $\{s_A, r_i, x_j (1 \leq i \leq l_A, 2 \leq j \leq n_A)\}$ 和 $s_B, r_i', x_j' (1 \leq i \leq l_A, 2 \leq j \leq n_A)$. 与 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_3$ 事件中 S 的模拟过程相似, 得到模拟者 S 的成功率:

$$\Pr[S \text{ 解决 CDH 问题}] \geq p_5 / (N^2 L).$$

(7) 事件 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_6$

在事件 E_6 中, 测试会话 sid^* 存在匹配会话 $\overline{sid^*}$, A 查询 $EphemeralReveal(sid^*)$ 和满足访问结构 (M_A, ρ_A) 的属性集对应的长期私钥, 不查询满足访问结构 (M_B, ρ_B) 的属性集对应的长期私钥和 $EphemeralReveal(\overline{sid^*})$, 不查询 $MasterReveal$. 由于 H_1 是随机预言机, 因此, A 只能以可以忽略的概率得到正确的 $\{s_A, r_i, x_j (1 \leq i \leq l_A, 2 \leq j \leq n_A)\}$ 和 $s_B, r_i', x_j' (1 \leq i \leq l_A, 2 \leq j \leq n_A)$. 与 $Suc \wedge AskH \wedge AskS \wedge E_3$ 事件中 S 的模拟过程相似, 模拟者 S 的成功率:

$$\Pr[S \text{ 解决 CDH 问题}] \geq p_6 / (N^2 L).$$

针对上述 7 个事件的分析结果, 得到以下两个结论.

结论 1. $\Pr[S \text{ 解决 GCPBDHE 困难问题}] \geq \max\{p_0, p_1, p_2\} / (N^2 L)$.

结论 2. $\Pr[S \text{ 解决 CDH 困难问题}] \geq \max\{p_3, p_4, p_5, p_6\} / (N^2 L)$.

假设攻击者 A 攻击成功, 则下面不等式成立:

$$\Pr[Suc] \geq 1/2 + \varepsilon \quad (6)$$

由公式(5)和公式(6)得到: $\sum_{i=0}^6 p_i \geq \varepsilon$.

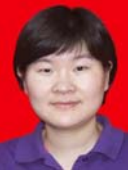
又由于 $7 * \max\{p_i, i=0, 1, \dots, 6\} \geq \sum_{i=0}^6 p_i$, 因此得到: $\max\{p_i, i=0, 1, \dots, 6\} \geq \varepsilon/7$.

由于 $\Pr[S \text{ 解决 GCPBDHE 困难问题}] \geq \max\{p_0, p_1, p_2\} / (N^2 L)$, 若 $\max\{p_i, i=0, 1, \dots, 6\} \in \{p_0, p_1, p_2\}$, 则 $\Pr[S \text{ 解决 GCPBDHE 困难问题}] \geq \varepsilon / (7N^2 L)$, 这与 GCPBDHE 假设是矛盾的;

由于 $\Pr[S \text{ 解决 CDH 困难问题}] \geq \max\{p_3, p_4, p_5, p_6\} / (N^2 L)$, 若 $\max\{p_i, i=0, 1, \dots, 6\} \in \{p_3, p_4, p_5, p_6\}$, 则 $\Pr[S \text{ 解决 CDH 困难问题}] \geq \varepsilon / (7N^2 L)$, 这与 CDH 假设是矛盾的.

根据上述分析, 若 GCPBDHE 假设和 CDH 假设同时成立, 并且 H_1, H 是随机预言机, 本文提出的 ABAKE 协议在 ABeCK 模型下具有选择安全性.

下面粗略分析模拟者 S 的计算复杂度.为了描述方便,记调用一次 H_1 预言机的计算复杂度为 T_{H_1} ,DBDH 预言机的计算复杂度为 T_{DBDH} ,消息 EPK 的计算复杂度为 T_{EPK} ,对运算的计算复杂度为 T_e ,用户长期私钥的计算复杂度为 T_{SK} ,用户临时私钥以及系统主私钥的计算复杂度相对较小,忽略不计.由于每个事件中 S 的计算复杂度的具体表达式都非常复杂,因此,我们这里只给出了一个粗略的上界,即:事件(1)中, S 的计算复杂度小于 $N^2L(T_{H_1} + 2T_{DBDH}) + 4T_e$;在事件(2)~事件(7)中, S 的计算复杂度都小于 $N^2L(T_{H_1} + 2T_{DBDH} + T_{EPK}) + N \cdot T_{SK}$,在假设 $T_{H_1}, T_{DBDH}, T_{EPK}, T_e$ 和 T_{SK} 都是多项式时间的条件下, S 的计算复杂度也是多项式时间的.



高海英(1978-),女,河南沈丘人,博士,副教授,主要研究领域为密码理论.