软件学报 ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software,2015,26(8):1937−1945 [doi: 10.13328/j.cnki.jos.004694]

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel: +86-10-62562563

溯因推理问题的碰集求解方法*

余 泉[1,2,3], 李承乾[1], 申宇铭[4], 王 驹[5]

[1](中山大学 计算机科学系,广东 广州 510006)
[2](黔南民族师范学院 数学系,贵州 都匀 558000)
[3](广西可信软件重点实验室(桂林电子科技大学),广西 桂林 541004)
[4](广东外语外贸大学 思科信息学院,广东 广州 510420)
[5](广西师范大学 计算机科学与信息工程学院,广西 桂林 541004)
通讯作者: 余泉, E-mail: yuquan1704@163.com

摘 要: 溯因推理为归纳与演绎推理之外的另一种重要的推理形式,在人工智能等领域有着广泛的应用.通俗地讲,溯因推理是从观察(结果)去推断原因的推理过程.不同于以往的研究思路,通过使用本原蕴含式和素蕴含,证明了可以把命题逻辑和命题模态逻辑系统 S5 中求溯因问题的极小解释转化为求对应集合的极小碰集问题.给出了求解溯因问题的一种新方法.
关键词: 极小碰集;溯因推理;本原蕴含式;素蕴含
中图法分类号: TP181

中文引用格式: 余泉,李承乾,申宇铭,王驹.溯因推理问题的碰集求解方法.软件学报,2015,26(8):1937−1945. http://www.jos.org.cn/1000-9825/4694.htm
英文引用格式: Yu Q, Li CQ, Shen YM, Wang J. Method of solving abductive reasoning problem via hitting set. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2015,26(8):1937−1945 (in Chinese). http://www.jos.org.cn/1000-9825/4694.htm

Method of Solving Abductive Reasoning Problem via Hitting Set

YU Quan[1,2,3], LI Cheng-Qian[1], SHEN Yu-Ming[4], WANG Ju[5]

[1](Department of Computer Science, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)
[2](Department of Mathematics, Qiannan Normal College for Nationalities, Duyun 558000, China)
[3](Guangxi Key Laboratory of Trusted Software (Guilin University of Electronic Technology), Guilin 541004, China)
[4](Cisco School of Informatics, Guangdong University of Foreign Studies, Guangzhou 510420, China)
[5](School of Computer Science and Information Engineering, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

Abstract: As important type of reasoning besides induction and deduction, abduction has been widely used in many areas, such as AI. Generally speaking, abductive reasoning is the process of inferring causes from the observations. Unlike past research, which uses prime implicate and prime implicant, this study proves that seeking minimal interpretation of abductive problem for propositional logic and propositional modal logic system S5 can be reduced to the problem of seeking minimal hitting set in the corresponding set, and presents a new method for solving abductive problems.
Key words: minimal hitting set; abductive reasoning; prime implicate; prime implicant

推理是数理逻辑重要的研究对象,逻辑中最主要的 3 种推理形式包括演绎推理、归纳推理和溯因推理.通俗地讲,解释观测事实(或已知结果)的推理过程就是溯因(abduction),这种推理属于非单调推理.类似的例子一

* 基金项目: 国家自然科学基金(61103169, 61463044); 贵州省科技厅项目((2011)LKZ7038, [2014]7421); 贵州省省长基金((2012)47); 广西可信软件重点实验室研究课题(kx201330); 北京大学高可信软件技术重点实验室开放课题(HCST201302)
收稿时间: 2012-11-22; 修改时间: 2013-06-26; 定稿时间: 2014-07-07

直在我们的日常生活或者科学研究中重复着,以现实生活中的医学诊断为例,当医生看到患者的病症后,他会根据自己的知识(疾病和症状间因果关系)推断出可能的病因.最早提出溯因这个概念的人是逻辑学家 C.S. Pierce,此后,溯因推理得到不断的发展,已经成为自然科学发现的一种重要方法学.

溯因推理在人工智能的许多领域都得到了很好的应用,如诊断[1]、规划识别、程序调试、规划等[2].人们在不同的逻辑系统中讨论了溯因推理,如命题逻辑[3]、模态逻辑系统[4,5]、一阶逻辑[6]、描述逻辑[7−10]等.Paul[11]与 McIlraith[12]分别从不同角度对人工智能中的溯因推理做了较好的综述.在以往的工作中,求解溯因问题用的主要方法有使用真值维护系统(ATMS)、子句维护系统(CMS)与归结方法[5,12,13].Eiter 和 Gottlob 对求解溯因问题的复杂性作了很好的分类总结[14],从他们的文章结果可以发现,多数情况下的溯因问题的复杂性都在 Pspace 中.近期的工作主要是 Fellows 等人研究了命题逻辑中的溯因推理问题的参数复杂性[15].基于此,Pfandler 等人[16]研究了溯因问题的后门(backdoor),利用某些溯因问题实例的结构属性,给出了一些从溯因问题到 SAT 问题的固定参数易处理转换算法.然后,使用 SAT 求解器来求解这些溯因问题实例.

Reiter 首先提出使用 HS-Tree 求解碰集的方法[1].他证明了冲突集的碰集即为诊断,所以计算碰集就变成了基于模型诊断问题中诊断求解非常重要的一步.Greiner 等人[17]对 Reiter 的方法进行改进,提出的结合非循环图的 HS-DAG 方法保证了极小碰集求解的完备性.由于计算集合簇的极小碰集是一个 NP-hard 问题,同时也是一个非常有研究价值的问题,所以如何提高求解效率,已成为众多研究人员的关注点.Reiter 的方法已经有了很多较好的改进[18−27].

Rymon 首次给出了 Prime Implicate 与极小碰集之间的关系.我们将应用 Rymon 的研究结果,通过逻辑证明,将命题逻辑和命题模态逻辑系统 S5 中求解溯因问题的极小溯因解释问题转化为求解对应集合簇的极小碰集问题,从而实现使用现有的碰集求解的高效算法来求解溯因问题.

1 准备知识

1.1 命题模态逻辑系统S5

定义 1. 设 $P=\{p_1,p_2,\ldots\}$表示所有命题原子组成的集合,则命题模态逻辑合适公式的生成法则为

$$\varphi::=p|\bot|\neg\varphi|\varphi\wedge\phi|\Box\varphi,$$

其中,$p\in P$.模态词$\Box$的对偶$\Diamond$定义为$\Diamond=\neg\Box\neg$.$\vee$可用$\neg,\wedge$定义.

定义 2. 命题模态逻辑的一个模型为 $M=(W,R,v)$,其中,W 称为可能世界集,每一个可能世界可以理解为对所有的命题原子的一次赋值;R 称为可达关系,表示可能世界之间的关系;v 称为赋值函数,它是从 P 到 2^W 的映射.对 P 的任意原子 $p_i,P(p_i)\in 2^W$,表示所有使得 p_i 为真的可能世界的集合.

定义 3. 给定命题模态逻辑的一个模型 $M=(W,R,v)$,合式公式ϕ在可能世界 w 中的真值归纳地定义如下:

(1) $M,w\vDash p_i$,当且仅当 $w\in P(p_i)$;

(2) $M,w\vDash\neg\varphi$,当且仅当 $M,w\nvDash\varphi$;

(3) $M,w\vDash\varphi\wedge\phi$,当且仅当 $M,w\vDash\phi$ 且 $M,w\vDash\varphi$;

(4) $M,w\vDash\Box\varphi$,当且仅当$\forall v$,若 wRv,则 $M,w\vDash\varphi$;

(5) $M,w\vDash\Diamond\varphi$,当且仅当$\exists v$,满足 wRv 且 $M,w\vDash\varphi$.

注:对于一个合式公式φ,如果存在一个模型 M 的一个可能世界 w,使得 $M,w\vDash\varphi$,则称公式φ是可满足的.模态逻辑系统 S5 的任何模型 $M=(W,R,v)$的可达关系都为等价关系.

注:命题原子或者命题原子的否定称为文字,我们称模态词$\Box$与$\Diamond$后面紧跟着文字形成的公式为最简 1 度模态公式.有限多个文字或者最简 1 度模态公式的合取式(析取式)被称为文字知识简单合取式(文字知识简单析取式),我们在下文中称文字知识简单合取式(文字知识简单析取式)为模态简单合取式(模态简单析取式).有限多个模态简单合取式(模态简单合取式析取式)的析取(合取)称为文字知识析取范式(文字知识合取范式),我们在下文中称文字知识析取范式(文字知识合取范式)为模态析取范式(模态合取范式).

1.2 模态逻辑系统中的溯因推理

溯因推理作为一种推理形式,在命题逻辑、一阶逻辑、命题模态逻辑与描述逻辑等逻辑系统中都有相应的定义,主要刻画了由背景理论推不出当前的观察,需要向理论中加入相应的逻辑公式,加入的公式称为对观察相对于理论的一个解释.由于我们讨论的是模态逻辑系统 S5 中的溯因推理问题,所以下面我们给出命题模态逻辑系统 S5 和命题逻辑中关于溯因推理的主要概念.

定义 4(命题模态逻辑系统 S5 溯因问题). 命题模态逻辑系统 S5 的一个溯因问题为一个二元组$\langle\Sigma,\alpha\rangle$,使得$\Sigma\nvDash\alpha$,其中,$\Sigma$为背景理论,是命题模态逻辑的一个析取范式;$\alpha$为观察,是一个文字或者最简 1 度模态公式.

定义 5(命题模态逻辑系统 S5 的溯因解释). 一个命题模态逻辑系统 S5 的溯因问题$\langle\Sigma,\alpha\rangle$的解释为$\Pi$,是一个模态简单合取式,满足:$\Sigma\cup\Pi\vDash\alpha$并且$\Sigma\cup\Pi\nvDash\perp$.

令 $Lits(\Pi)$表示Π含的原子所组成的集合,对于两个模态简单合取式Π与$\bar{\Pi}$,我们说Π比$\bar{\Pi}$要简单(记为$\Pi\prec\bar{\Pi}$),当且仅当$Lits(\Pi)\subset Lits(\bar{\Pi})$;我们说$\Pi$为$\alpha$关于$\Sigma$的极小溯因解释,当且仅当不存在$\alpha$关于$\Sigma$的比$\Pi$简单的解释$\bar{\Pi}$.由于解释$\Pi$为模态简单合取式,从而如果$\Pi\prec\bar{\Pi}$,则$\Pi$为$\bar{\Pi}$的子公式.将上述两个定义稍加修改,就得到了命题逻辑中的相应的定义:

定义 6(命题逻辑的溯因问题). 命题逻辑的一个溯因问题为一个二元组$\langle\Sigma,\alpha\rangle$,使得$\Sigma\nvDash\alpha$,其中,$\Sigma$为背景理论,是命题逻辑的一个析取范式;$\alpha$为观察,是一个文字.

定义 7(溯因解释). 一个命题逻辑的溯因问题$\langle\Sigma,\alpha\rangle$的解释为$\Pi$,是一个简单合取式,满足:$\Sigma\cup\Pi\vDash\alpha$并且$\Sigma\cup\Pi\nvDash\perp$.

1.3 碰集与极小碰集

本节我们将给出碰集、极小碰集、命题逻辑中一个合适公式φ的合取范式CNF_φ与析取范式DNF_φ的碰集与极小碰集和命题模态逻辑系统 S5 中φ的合取范式$MCNF_\varphi$与析取范式$MDNF_\varphi$的碰集与极小碰集.

定义 8(集簇的碰集). 设$F=\{S_1,\dots,S_n\}$为集合簇,称 H 为 F 的一个碰集,如果 H 满足:

(1) $H\subseteq\bigcup_{S\in F}S$;

(2) 对每一个 $S\in F$,都有 $H\cap S\neq\varnothing$.

注:如果 H 为 F 的一个碰集,并且 H 的任何一个真子集合都不是 F 的碰集,则 H 为 F 的一个极小碰集.由定义可以看出,一个集合簇的碰集与极小碰集都不唯一.下面我们用一个例子来说明.

例 1:设集簇 $F=\{S_1,S_2\}$,其中,$S_1=\{1,2,3\}$,$S_2=\{3,4\}$,则 F 的极小碰集有:$\{3\},\{4,1\},\{4,2\}$.

定义 9(CNF_φ的碰集与极小碰集). 设φ为命题逻辑的合式公式,CNF_φ为φ的合取范式,CNF_φ的碰集是把CNF_φ的每一个简单析取项中的所有文字组成集合,所有简单析取项对应的集合收集起来得到一个集簇,该集簇的每一个碰集即为 CNF_φ的碰集,该集簇的每一个极小碰集即为 CNF_φ的极小碰集.

注:DNF_φ,$MCNF_\varphi$与 $MDNF_\varphi$的碰集与极小碰集可类似 CNF_φ的碰集与极小碰集定义.另外,CNF_φ,DNF_φ,$MCNF_\varphi$与 $MDNF_\varphi$的碰集与极小碰集都不唯一,我们使用这样的记号说明特指其中的一个.下面我们用一个例子来说明 CNF_φ的碰集与极小碰集.

例 2:设$\varphi=(p\wedge q)\vee(\neg q\to r)$,则容易算出 $CNF_\varphi=(p\vee q\vee r)\wedge(q\vee r)$.根据定义,求 CNF_φ的碰集与极小碰集等价于求$\{\{p,q,r\},\{q,r\}\}$的碰集与极小碰集.容易看出,$\{q\},\{r\}$为 CNF_φ的极小碰集.

注:很容易用反例说明下列论断是错误的:

对任意φ,$HS(CNF_\varphi)=HS(DNF_\varphi)$,$HS(MCNF_\varphi)=HS(MDNF_\varphi)$,其中,$HS(F)$表示 F 所有的极小碰集组成的集合.

定义 10(理论 T 的合取范式与析取范式). 假设 T 为一个命题逻辑(命题模态逻辑)的理论,则 $CNF_T(MCNF_T)$表示将理论 T 的所有合适公式先合取,再求合取后的公式的合取范式得到的合适公式,称为理论 T 的合取范式;对应的,$DNF_T(MDNF_T)$表示将理论 T 的所有合适公式先合取,再求合取所得公式的析取范式得到的合适公式,称为理论 T 的析取范式.容易验证:T 可满足,当且仅当 $CNF_T(MCNF_T)$可满足.理论 T 可满足指的是存在一个赋值,使得理论 T 中所有的合适公式在此赋值下为真.

注:$CNF_T(MCNF_T)$,$DNF_T(MDNF_T)$的碰集与极小碰集相同于 CNF_φ的碰集与极小碰集定义.

2 模态逻辑系统 S5 中的溯因推理

2.1 命题逻辑与命题模态逻辑系统S5中极小碰集与本原蕴含式的关系

本节我们将给出素蕴含(prime implicant)和本原蕴含式(prime implicate),并在命题逻辑和命题模态逻辑系统 S5 中讨论它们与极小碰集之间的关系.

说明:下文中的 $k(\bar{k})$ 或为简单合取式(模态简单合取式)或为简单析取式(模态简单析取式),当我们谈到集合 $k(\bar{k})$ 时,指的是将 $k(\bar{k})$ 中的文字或者最简 1 度模态公式收集起来组成的集合.

定义 11(prime implicant). 设Σ为某一逻辑系统(命题逻辑、一阶逻辑、命题模态逻辑等)中的理论,k 为该逻辑中的一个简单合取式,k 为Σ的 Prime Implicant,当且仅当以下两条同时成立:

(1) $k\vDash\Sigma$;

(2) 对于任意的 $\bar{k}$, 如果 $\bar{k}\vDash\Sigma$ 并且 $k\vDash\bar{k}$, 则 $\bar{k}\vDash k$.

定义 12(prime implicate). 设Σ为某一逻辑系统(命题逻辑、一阶逻辑、命题模态逻辑等)中的理论,k 为该逻辑中的一个简单析取式,k 为Σ的 Prime Implicate,当且仅当以下两条同时成立:

(1) $\Sigma\vDash k$;

(2) 对于任意的 $\bar{k}$, 如果 $\Sigma\vDash\bar{k}$ 并且 $\bar{k}\vDash k$, 则 $k\vDash\bar{k}$.

注:以上两个定义中的Σ为合适公式的集合或者为单独的一个合适公式;另外一点要注意的是,定义 11 中的 k 为简单合取式,而定义 12 中的 k 为简单析取式.容易验证:k 为Σ的 Prime Implicant(prime implicate),当且仅当 $k\vDash\Sigma(\Sigma\vDash k)$,并且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$, 满足 $\bar{k}\vDash\Sigma(\Sigma\vDash\bar{k})$. 另外,这里定义的模态逻辑中的素蕴含和本原蕴含式是较为受限的,我们可以将其称为弱知识素蕴含和弱知识本原蕴含式.但下文中我们将弱知识去掉,统一使用素蕴含和本原蕴含式.

Rymon 首次给出了 Prime Implicate 与极小碰集之间的关系[28],但是证明过于简要.他指出,可以通过求解极小碰集来求 Prime Implicate 和 Prime Implicant,但实际上,他只给出了 Prime Implicate 与极小碰集之间的关系定理(Theorem 2.3).我们将用两个定理来说明命题逻辑公式的 Prime Implicate 和 Prime Implicant 与极小碰集的关系定理有所区别,并且将给出详细的证明.

定理 1[28]. 设 CNF_φ为命题逻辑的合适公式φ的合取范式,k 为有限多个文字的合取,则 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant,当且仅当 k 为 CNF_φ的极小碰集.

证明:($\Leftarrow$) 设 k 为 CNF_φ的一个碰集,我们首先验证 $k\vDash CNF_\varphi$.对任意的赋值 v,k^v=1.由于 k 为 CNF_φ的一个碰集,所以对于CNF_φ中的每一个合取项,k中至少存在1个文字在该合取项中出现.从而,该合取项在赋值 v 下为真.进而有 $CNF_\varphi^v=1$,从而有 $k\vDash CNF_\varphi$.

下面我们证明极小性,即,k 为 CNF_φ的极小碰集,则 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant.我们使用反证法.假设 k 为 CNF_φ的极小碰集,但 k 不是 CNF_φ的 Prime Implicant,则存在 k 的一个非平凡子公式 $\bar{k}$ 为 CNF_φ的 Prime Implicant.可知,$\bar{k}$ 满足:(1) $\bar{k}\vDash CNF_\varphi$; (2) $\bar{k}\subset k$. 由条件(2)以及 k 为 CNF_φ的极小碰集知,$\bar{k}$ 不是 CNF_φ的碰集.即,存在 CNF_φ的一个合取项(简单析取式)σ_i,满足σ_i 中的所有文字组成的集合与 $\bar{k}$ 的交集为空集,从而 $\bar{k}\wedge\neg\sigma_i$ 可满足.即,存在一个赋值 v,使得 $(\bar{k}\wedge\neg\sigma_i)^v=1$. 即, $(\bar{k})^v=1$, 且 $\sigma_i^v=0$. 即,赋值 v 满足 $(\bar{k})^v=1$ 且 $CNF_\varphi^v=0$. 此结论与 $\bar{k}\vDash CNF_\varphi$ 矛盾,所以 k 为 CNF_φ的极小碰集,则 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant.

($\Rightarrow$) 假设 k 为 CNF_φ的 Implicant,下面证明 k 为 CNF_φ的碰集.我们使用反证法.假设 k 不是 CNF_φ的碰集,则存在 CNF_φ的一个合取项σ_i,使得 k 与σ_i 中的文字组成的集合的交集为空.令 $\bar{k}=k\wedge\neg\sigma_i$. 因为 k 与σ_i 中的文字组成的集合的交集为空,所以 $\bar{k}=k\wedge\neg\sigma_i$ 可满足.由以上假设及条件可知,$\bar{k}\vDash k\vDash CNF_\varphi\vDash\sigma_i$, 从而 $k\vDash\sigma_i$.即,对于任意的赋值 v,如果 k^v=1,则 $\sigma_i^v=1$. 另一方面,由 $k\wedge\neg\sigma_i$ 可满足,知道存在一个赋值 v',使得$(k\wedge\neg\sigma_i)^{v'}$=1,即,$k^{v'}$=1,且

$\sigma_i^{v'}=0$. 于是产生矛盾,所以 k 为 CNF_φ的 Implicant,则 k 为 CNF_φ的碰集.

下面我们证明极小性.即,假设 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant,证明 k 为 CNF_φ的极小碰集.我们使用反证法.假设 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant,但 k 不是 CNF_φ的极小碰集.即,存在 k 的一个真子集 $\bar{k}$ 为 CNF_φ的极小碰集,从而 $\bar{k}$ 为 CNF_φ的 Prime Implicant.与 $\bar{k}$ 为 k 的一个真子集和 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant 矛盾,所以 k 为 CNF_φ的 Prime Implicant 时,k 为 CNF_φ的极小碰集. □

定理 2. 设 DNF_φ为命题逻辑的合适公式φ的析取范式,k 为有限多个文字的析取,则 k 为 DNF_φ的 Prime Implicate,当且仅当 k 为 DNF_φ的极小碰集.

证明:($\Leftarrow$) 假设 k 为 DNF_φ的碰集,下面证明 $DNF_\varphi\vDash k$.对于任意的赋值 v,若 $DNF_\varphi^v=1$,则至少存在 DNF_φ的 1 个析取项(简单合取式)σ_i,使得 $\sigma_i^v=1$,即,σ_i的每一个文字在赋值 v 下都为真.由于 k 为 DNF_φ的碰集,从而 k 中至少出现σ_i中的 1 个文字,所以 $k^v=1$,从而有 $DNF_\varphi\vDash k$.

下面我们证明极小性,即,k 为 DNF_φ的极小碰集,则 k 为 DNF_φ的本原蕴含式.我们使用反证法.假设 k 为 DNF_φ的极小碰集,但 k 不是 DNF_φ的本原蕴含式,则存在 k 的一个非平凡子公式 $\bar{k}$ 为 DNF_φ的本原蕴含式.于是,$\bar{k}$ 满足:(1) $DNF_\varphi\vDash\bar{k}$; (2) $\bar{k}\subset k$. 由条件(2)及 k 为 DNF_φ的极小碰集可知,$\bar{k}$ 不是 DNF_φ的碰集.即,存在 DNF_φ的一个析取项(简单合取式)σ_i,满足σ_i中的所有文字组成的集合与 $\bar{k}$ 的交集为空集,从而 $\neg\bar{k}\wedge\sigma_i$ 可满足.即,存在一个赋值 v,使得 $(\neg\bar{k}\wedge\sigma_i)^v=1$, 即, $\bar{k}^v=0$ 且 $\sigma_i^v=1$. 即,赋值 v 满足 $\bar{k}^v=0$ 且 $DNF_\varphi^v=1$. 此结论与 $DNF_\varphi\vDash\bar{k}$ 矛盾,所以 k 为 DNF_φ的极小碰集,则 k 为 DNF_φ的本原蕴含式.

($\Rightarrow$) 假设 $DNF_\varphi\vDash k$,下面证明 k 为 DNF_φ的碰集.我们使用反证法.假设 k 不是 DNF_φ的碰集,则存在着 DNF_φ的一个析取项(简单合取式)σ_i,使得σ_i与 k 中所有文字组成的集合的交集为空集,从而$\neg k\wedge\sigma_i$ 可满足.即,存在一个赋值 v,使得 $(\neg\bar{k}\wedge\sigma_i)^v=1$,即,$k^v=0$ 且 $\sigma_i^v=1$.即,存在一个赋值 v,使得 $k^v=0$ 且 $DNF_\varphi^v=1$.与 $DNF_\varphi\vDash k$ 矛盾.

下面我们证明极小性.假设 k 为 DNF_φ的本原蕴含式,现证明 k 为 DNF_φ的极小碰集.我们使用反证法.假设 k 为 DNF_φ的本原蕴含式,但 k 不是 DNF_φ的极小碰集.即,存在 k 的一个真子集 $\bar{k}$ 为 DNF_φ的极小碰集,从而 $\bar{k}$ 为 DNF_φ的本原蕴含式.与 $\bar{k}$ 为 k 的一个真子集和 k 为 DNF_φ的本原蕴含式矛盾.

所以 k 为 DNF_φ的本原蕴含式时,k 为 DNF_φ的极小碰集. □

注:对于命题逻辑中的一个理论 T,同样具有上述两个定理,而且证明与上述两个定理的证明完全相同.即,我们有以下的两个定理:

定理 3. 设 CNF_T为命题逻辑的理论 T 的合取范式,k 为有限多个文字的合取,则 k 为 CNF_T的 Prime Implicant,当且仅当 k 为 CNF_T的极小碰集.

定理 4. 设 DNF_T为命题逻辑的理论 T 的析取范式,k 为有限多个文字的析取,则 k 为 DNF_T的 Prime Implicate,当且仅当 k 为 DNF_T的极小碰集.

对于命题模态逻辑系统 S5 中的一个合适公式或者一个理论 T,同样具有类似于定理 1~定理 4 的 4 个定理.即,我们有以下的 4 个定理.

定理 5. 设 $MCNF_\varphi$为命题模态逻辑系统 S5 的合适公式φ的合取范式,k 为有限多个文字或者最简 1 度模态公式的合取式,则 k 为 $MCNF_\varphi$的 Prime Implicant,当且仅当 k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集.

证明:($\Leftarrow$) 设 k 为 $MCNF_\varphi$的一个碰集,我们首先验证 $k\vDash MCNF_\varphi$.对任意的赋值 v,假设 $k^v=1$.由于 k 为 $MCNF_\varphi$的一个碰集,所以对于 $MCNF_\varphi$中的每一个合取项,k 中至少存在 1 个文字或最简 1 度模态公式在该合取项中出现.从而,该合取项在赋值 v 下为真.进而有 $MCNF_\varphi^v=1$, 从而有 $k\vDash MCNF_\varphi$.

下面我们证明极小性,即,若 k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集,则 k 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含.我们使用反证法.假设 k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集,但 k 不是 $MCNF_\varphi$的素蕴含,则存在 k 的一个非平凡子公式 $\bar{k}$ 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含.于是,$\bar{k}$ 满足:(1) $\bar{k}\vDash MCNF_\varphi$; (2) $\bar{k}\subset k$. 由条件(2)以及 k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集可知,$\bar{k}$ 不是 $MCNF_\varphi$的碰集,从而存在 $MCNF_\varphi$的一个合取项(文字知识简单析取式)σ_i,满足σ_i中的所有文字或最简 1 度模态公式组成的集合与 $\bar{k}$ 的交

集为空集,从而 $\bar{k}\wedge\neg\sigma_i$ 可满足.即,存在一个赋值 v,使得 $(\bar{k}\wedge\neg\sigma_i)^v=1$.即,$\bar{k}^v=1$ 且 $\sigma_i^v=0$.即,赋值 v 满足 $\bar{k}^v=1$ 且 $MCNF_\varphi^v=0$.此结论与 $\bar{k}\vDash MCNF_\varphi$ 矛盾,所以 k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集,则 k 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含.

($\Rightarrow$) 假设 $k\vDash MCNF_\varphi$,下面证明 k 为 $MCNF_\varphi$的碰集.我们使用反证法.假设 k 不是 $MCNF_\varphi$的碰集,则存在 $MCNF_\varphi$的一个合取项σ_i,使得 k 与σ_i中的文字或最简 1 度模态公式组成的集合的交集为空.令 $\bar{k}=k\wedge\neg\sigma_i$,因为 k 与σ_i 中的文字或最简 1 度模态公式组成的集合的交集为空,所以 $\bar{k}=k\wedge\neg\sigma_i$ 可满足.由以上假设及条件知道 $\bar{k}\vDash k\vDash MCNF_\varphi\vDash\sigma_i$,从而 $k\vDash\sigma_i$.即,对于任意的赋值 v,如果 $k^v=1$,则 $\sigma_i^v=1$.另一方面,由 $k\wedge\neg\sigma_i$ 可满足,知道存在一个赋值 v',使得$(k\wedge\neg\sigma_i)^{v'}=1$.即,$k^{v'}=1$ 且 $\sigma_i^{v'}=0$.于是产生矛盾,所以 k 为 $MCNF_\varphi$的碰集.

下面证明极小性.假设 k 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含,现证明 k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集.我们使用反证法.假设 k 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含,但 k 不是 $MCNF_\varphi$的极小碰集.即,存在 k 的一个真子集 $\bar{k}$ 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集,从而 $\bar{k}$ 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含.与 $\bar{k}$ 为 k 的一个真子集和 k 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含矛盾.

所以 k 为 $MCNF_\varphi$的素蕴含时,k 为 $MCNF_\varphi$的极小碰集. □

定理 6. 设 $MDNF_\varphi$为命题模态逻辑系统 S5 的合适公式φ的析取范式,k 为有限多个文字或者最简 1 度模态公式的析取式,则 k 为 $MDNF_\varphi$的 Prime Implicate,当且仅当 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集.

证明:($\Leftarrow$) 假设 k 为 $MDNF_\varphi$的碰集,现证 $MDNF_\varphi\vDash k$.对于任意的赋值 v,若 $MDNF_\varphi^v=1$,则至少存在 $MDNF_\varphi$的 1 个析取项(文字知识简单合取式)σ_i,使得 $\sigma_i^v=1$,即,σ_i的每一个文字或最简 1 度模态公式在赋值 v 下都为真.由于 k 为 $MDNF_\varphi$的碰集,从而 k 中至少出现σ_i中的 1 个文字或最简 1 度模态公式,所以 $k^v=1$,从而有 $MDNF_\varphi\vDash k$.

下面我们证明极小性,即,若 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集,则需要证明 k 为 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式.我们使用反证法.假设 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集,但 k 不是 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式,则存在 k 的一个非平凡子公式 $\bar{k}$ 为 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式.于是,$\bar{k}$ 满足:(1) $MDNF_\varphi\vDash\bar{k}$;(2) $\bar{k}\subset k$.由条件(2)及 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集可知,$\bar{k}$ 不是 $MDNF_\varphi$的碰集.即,存在 $MDNF_\varphi$的一个析取项(文字知识简单合取式)σ_i,满足σ_i中的所有文字或最简 1 度模态公式组成的集合与 $\bar{k}$ 的交集为空集,从而 $\neg\bar{k}\wedge\sigma_i$ 可满足.即,存在一个赋值 v,使得 $(\neg\bar{k}\wedge\sigma_i)^v=1$.即,$\bar{k}^v=0$ 且 $\sigma_i^v=1$.即,赋值 v 满足 $\bar{k}^v=0$ 且 $MDNF_\varphi^v=1$.此结论与 $MDNF_\varphi\vDash\bar{k}$ 矛盾.

所以 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集,则 k 为 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式.

($\Rightarrow$) 假设 $MDNF_\varphi\vDash k$,下面证明 k 为 $MDNF_\varphi$的碰集.我们使用反证法.假设 k 不是 $MDNF_\varphi$的碰集,则存在着 $MDNF_\varphi$的一个析取项(文字知识简单合取式)σ_i,使得σ_i与 k 中所有文字或最简 1 度模态公式组成的集合的交集为空集,从而$\neg k\wedge\sigma_i$ 可满足.即,存在一个赋值 v,使得 $(\neg\bar{k}\wedge\sigma_i)^v=1$.即,$k^v=0$ 且 $\sigma_i^v=1$.即,存在一个赋值 v,使得 $k^v=0$ 且 $MDNF_\varphi^v=1$.与 $MDNF_\varphi\vDash k$ 矛盾.

下面证明极小性.假设 k 为 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式,需证明 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集.我们使用反证法.假设 k 为 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式,但 k 不是 $MDNF_\varphi$的极小碰集.即,存在 k 的一个真子集 $\bar{k}$ 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集,从而 $\bar{k}$ 为 $MDNF_\varphi$的弱知识本原蕴含式.与 $\bar{k}$ 为 k 的一个真子集和 k 为 $MDNF_\varphi$的弱知识本原蕴含式矛盾.

所以 k 为 $MDNF_\varphi$的本原蕴含式时 k 为 $MDNF_\varphi$的极小碰集. □

定理 7. 设 $MCNF_T$为命题模态逻辑系统 S5 的理论 T 的合取范式,k 为有限多个文字或者最简 1 度模态公式的合取式,则 k 为 $MCNF_T$ 的 Prime Implicant,当且仅当 k 为 $MCNF_T$ 的极小碰集

定理 8. 设 $MDNF_T$为命题模态逻辑系统 S5 的理论 T 的析取范式,k 为有限多个文字或者最简 1 度模态公式的析取式,则 k 为 $MDNF_T$ 的 Prime Implicate,当且仅当 k 为 $MDNF_T$ 的极小碰集.

2.2 命题逻辑和模态逻辑系统S5中极小溯因解释与本原蕴含式的关系

本节中,我们将首先给出命题逻辑和模态逻辑系统 S5 中极小溯因解释与本原蕴含式的关系,主要体现在以下的两个定理上:

定理 9. 设$\langle\Sigma,\alpha\rangle$为命题逻辑的一个溯因问题,$k$ 为一个简单合取式,则 k 为α的关于Σ的极小溯因解释($\Sigma\wedge$

$k\vDash\alpha$且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\wedge\bar{k}\vDash\alpha$), 当且仅当$\neg k\vee\alpha$为$\Sigma$的 Prime Implicate($\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\vDash\neg\bar{k}\vee\alpha$).

证明:我们先验证$\Sigma\wedge k\vDash\alpha$,当且仅当$\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$.

($\Rightarrow$) 假设$\Sigma\wedge k\vDash\alpha$,下面证明$\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$.

由 $\Sigma,k\vdash\Sigma,\Sigma,k\vdash k$ 有 $\Sigma,k\vdash\Sigma\wedge k$. 另外, 由 $\Sigma\wedge k\vDash\alpha$, 根据完备性定理有 $\Sigma\wedge k\vdash\alpha$. 因此, $\Sigma,k\vdash\alpha$. 于是, $\Sigma\vdash k\rightarrow\alpha$. 即, $\Sigma\vdash\neg k\vee\alpha$. 根据可靠性定理有$\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$.

($\Leftarrow$) 假设$\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$,下面证明$\Sigma\wedge k\vDash\alpha$.

由$\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$有$\Sigma\vDash k\rightarrow\alpha$,根据完备性定理有$\Sigma\vdash k\rightarrow\alpha$.于是,由$\Sigma,k\vdash\Sigma$有$\Sigma,k\vdash k\rightarrow\alpha$.从而,根据$\Sigma,k\vdash k$ 有$\Sigma,k\vdash\alpha$.另外一方面,$\Sigma\wedge k\vDash k,\Sigma\wedge k\vDash\Sigma$,根据完备性定理有$\Sigma\wedge k\vdash k,\Sigma\wedge k\vdash\Sigma$,从而我们有$\Sigma\wedge k\vdash\alpha$.由可靠性定理有$\Sigma\wedge k\vDash\alpha$.

下面我们证明 k 为α的关于Σ的极小溯因解释,当且仅当$\neg k\vee\alpha$为Σ的本原蕴含式.

($\Rightarrow$) 我们使用反证法.假设$\Sigma\wedge k\vDash\alpha$且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\wedge\bar{k}\vDash\alpha$ 时结论不成立,即,存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\vDash\neg\bar{k}\vee\alpha$. 由上述证明有 $\Sigma\wedge\bar{k}\vDash\alpha$, 即,存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\wedge\bar{k}\vDash\alpha$.

与前提矛盾.从而假设不成立.

($\Leftarrow$) 我们同样使用反证法.假设$\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\vDash\neg\bar{k}\vee\alpha$ 时结论不成立,即,存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\wedge\bar{k}\vDash\alpha$. 由上述证明有 $\Sigma\vDash\neg\bar{k}\vee\alpha$, 存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\vDash\neg\bar{k}\vee\alpha$. 与条件矛盾.从而假设不成立. □

定理 10. 设$\langle\Sigma,\alpha\rangle$为命题模态逻辑的一个溯因问题,$k$ 为一个模态简单合取式,则 k 为α的关于Σ的极小溯因解释($\Sigma\wedge k\vDash\alpha$且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\wedge\bar{k}\vDash\alpha$), 当且仅当$\neg k\vee\alpha$为$\Sigma$的 Prime Implicate($\Sigma\vDash\neg k\vee\alpha$且不存在 k 的非平凡子公式 $\bar{k}$ 满足 $\Sigma\vDash\neg\bar{k}\vee\alpha$).

注:该定理的证明与上述定理的证明相似.

2.3 命题逻辑和模态逻辑系统S5中极小溯因解释与极小碰集的关系

有了以上的准备,我们可以得到命题逻辑与命题模态逻辑系统 S5 中的溯因问题的极小溯因解释和极小碰集之间的两个关系定理,以下的两个定理为本文的核心结论.

定理 11. 设$\langle\Sigma,\alpha\rangle$为命题逻辑的一个溯因问题,$k$ 为一个简单合取式,则 k 为α的关于Σ的极小溯因解释,当且仅当$\neg k\vee\alpha$为Σ的极小碰集.

证明:该定理是定理 4 与定理 9 的直接推论. □

定理 12. 设$\langle\Sigma,\alpha\rangle$为命题模态逻辑 S5 的一个溯因问题,$k$ 为一个模态简单合取式,则 k 为α的关于Σ的极小溯因解释,当且仅当$\neg k\vee\alpha$为Σ极小碰集.

证明:该定理是定理 8 与定理 10 的直接推论. □

注:有了定理 11,我们可以将求命题逻辑中的溯因推理问题的极小溯因解释转化为求解溯因问题的背景理论的极小碰集.有了定理 12,我们可以将求解命题模态逻辑中溯因推理问题的极小溯因解释转化为求解溯因问题的背理论的极小碰集.下面我们给出命题逻辑中求解溯因推理问题的极小溯因解释的算法的伪代码,命题模态逻辑中求解溯因推理问题的极小溯因解释的算法的伪代码与命题逻辑的伪代码基本相同.

算法 1. 计算命题逻辑的一个溯因问题$\langle\Sigma,\alpha\rangle$的所有极小溯因解释.

输入:$\Sigma.\alpha$.

输出:$MI_{\langle\Sigma,\alpha\rangle}$(表示溯因推理问题$\langle\Sigma,\alpha\rangle$的所有极小溯因解释组成的集合).

Step 1. 调用 *MHS* 函数求解Σ的所有的极小碰集.储存在 MHS_{Σ}中.

Step 2. 从 MHS_{Σ}选出含有α作为元素的所有的极小碰集,选出来的所有极小碰集记为 $TMHS_{\Sigma}$.

Step 3. 从 $TMHS_{\Sigma}$的每一个元素中去掉α后,将余下的所有文字求否定后合取,如果合取的结果不为矛盾式,则存储在 $MI_{\langle\Sigma,\alpha\rangle}$中,待循环结束后输出 $MI_{\langle\Sigma,\alpha\rangle}$.

注:Step 1 中的函数 *MHS* 是用来求解集合Σ的极小碰集的,此方面的工作做得较多,而且效率也较高,我们可

以使用现成的算法[17−27].如可以使用的是张立明等人的算法[27],该算法是目前已知文献中最好的算法.对于Step 2,因为 $TMHS_\Sigma$为Σ的所有的极小碰集组成的集合,所以 $TMHS_\Sigma$非空,即,α至少在 1 个碰集中出现.原因是,α作为观察至少会在Σ中的1个公式中出现,否则,α的极小溯因解释即为α,已经不存在研究的意义.另外,选择含有α作为元素的所有的极小碰集,是使用了溯因解释中的相关性原则.Step 3 中要求去掉矛盾式,是使用了溯因解释中非矛盾的原则.另外,上述算法的正确性与完备性由定理 11 保证.

3 结束语

正如前文所述,溯因推理在人工智能的许多领域都得到了很好的应用.据我们所知,目前的文献主要从理论上定义了不同逻辑中的溯因推理[3−5,13,28,29]、讨论各种溯因推理问题的复杂度[8,14],而且求解溯因解释主要使用逻辑的归结方法.我们证明了可以把命题逻辑和命题模态逻辑系统 S5 中求溯因问题的极小解释转化为求极小碰集,给出了求解溯因问题的一种新方法,可以使用求解碰集的高效算法来计算溯因问题.基于我们的理论证明,我们设计了算法 1.基于本文的思路,在描述逻辑中、其他命题模态逻辑系统以及受限的一阶逻辑中的溯因解释的求解算法及求解器,是值得研究的问题.另外,我们将在以后的工作中找一些例子或者设计一些例子进行实验.

References:

[1] Reiter R. A theory of diagnosis from first principles. Artificial Intelligence, 1987,32(1):57−95. [doi: 10.1016/0004-3702(87)90062-2]

[2] Eshghi K. Abductive planning with event calculus. In: Proc. of the 5th Int'l Conf. on Logic Programming. 1988. 562−579.

[3] Pople Jr HE. On the mechanization of abductive logic. In: Proc. of the 3rd Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI-73). 1973. 147−152.

[4] Levesque H. A knowledge-level account of abduction. In: Proc. of the llth Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. Detroit: Morgan Kaufmann Publishers, 1989. 1061−1067.

[5] Mayer MC, Pirri F. Propositional abduction in modal logic. Logic Journal of the IGPL, 1995,3(6):907−919. [doi: 10.1093/jigpal/3.6.907]

[6] Mayer MC, Pirri F. First-Order abduction via tableau and sequent calculi. Logic Journal of the IGPL1, 1993,1(1):99−117. [doi: 10.1093/jigpal/1.1.99]

[7] Du JF, Qi GL, Shen YD, Pan JZ. Towards practical ABox abduction in large OWL DL ontologies. In: Proc. of the AAAI 2011. San Francisco: AAAI Press, 2011. 1160−1165.

[8] Bienvenu M. Complexity of abduction in the EL family of lightweight description logics. In: Proc. of the 11th Int'l Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR 2008). AAAI Press, 2008. 220−230.

[9] Hubauer T, Lamparter S, Pirker M. Automata-Based abduction for tractable diagnosis. In: Proc. of the DL 2010 Workshop. CEUR-WS.org, 2010. 360−371.

[10] Klarman S, Endriss U, Schlobach S. Abox abduction in the description logic ALC. Journal of Automated Reasoning, 2011,46(1): 43−80. [doi: 10.1007/s10817-010-9168-z]

[11] Paul G. Approaches to abductive reasoning: An overview. Artificial Intelligence Review, 1993,7(2):109−152. [doi: 10.1007/BF00849080]

[12] McIlraith S. Logic-Based abductive inference. Technical Report, KSL-98-19, Stanford: Knowledge Systems Laboratory, Stanford University, 1998.

[13] Chen R, Jiang YF, Lin L. Study of abductive reasoning: State of the art and problems. Computer Science, 2003,30(5):23−26 (in Chinese with English abstract).

[14] Eiter T, Gottlob G. The complexity of logic-based abduction. Journal of ACM, 1995,42(1):3−42. [doi: 10.1145/200836.200838]

[15] Fellows MR, Pfandler A, Rosamond FA, Rummele S. The parameterized complexity of abduction. In: Proc. of the AAAI 2012. AAAI Press, 2012. 743−749.

[16] Pfandler A, Rummele S, Szeider S. Backdoors to abduction. In: Proc. of the 23rd Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. AAAI Press, 2013. 1046−1052.

[17] Greiner R, Smith BA, Wilkerson RW. A correction to the algorithm in Reiter's theory of diagnosis. Artificial Intelligence, 1989, 41(1):79−88. [doi: 10.1016/0004-3702(89)90079-9]

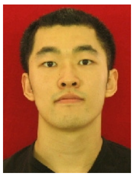
[18] Wotawa F. A variant of Reiter's hitting set algorithm. Information Processing Letters, 2001,79(1):45−51. [doi: 10.1016/S0020-0190(00)00166-6]
[19] Ouyang DT, Ouyang JH, Cheng XC, Liu J. A method of computing hitting set in model based diagnosis. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004,25(4):605−608 (in Chinese with English abstract).
[20] Zhao XF, Ouyang DT. A method of combining SE-tree to compute all minimal hitting sets. Progress in Natural Science, 2006,16(2):169−174. [doi: 10.1080/10020070612331343209]
[21] Jiang YF, Lin L. Computing the minimal hitting sets with binary HS-tree. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2002,13(12):2267−2274 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/13/2267.htm
[22] Jiang YF, Lin L. The computation of hitting sets with Boolean formulas. Chinese Journal of Computers, 2003,26(8):919−924 (in Chinese with English abstract).
[23] Zhang N, Sun JG, Zhao XF, Ouyang DT. Computing minimal hitting sets with genetic algorithm. Journal of Guangxi Normal University: Natural Science Edition, 2006,24(4):62−65 (in Chinese with English abstract).
[24] Huang J, Chen L, Zou P. Computing minimal diagnosis by compounded genetic and simulated annealing algorithm. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2004,15(9):1345−1350 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/1345.htm
[25] Lin L. Computing minimal hitting sets with logic array in model-based diagnosis. Journal of Jinan University, 2002,22(1):24−27 (in Chinese with English abstract).
[26] Lin L. Computing minimal hitting sets with from first principles with RHS-tree. Microelectronics & Computer, 2002,19(2):7−10 (in Chinese with English abstract).
[27] Zhang LM, Ouyang DT, Zeng HL. Computing the minimal hitting sets based on dynamic maximum degree. Journal of Computer Research and Development, 2011,48(2):209−215 (in Chinese with English abstract).
[28] Rymon R. An SE-tree-based prime implicant generation algorithm. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 1994,11(1-4):351−366. [doi: 10.1007/BF01530750]
[29] Li ZS, Jiang YF. An retrospect and prospect on model-based diagnostic reasoning. Computer Science, 1998,25(6):54−57 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献:

[13] 陈荣,姜云飞,林笠.溯因推理研究:现状与问题.计算机科学,2003,30(5):23−26.
[19] 欧阳丹彤,欧阳继红,程晓春,刘杰.基于模型诊断中计算碰集的方法.仪器仪表学报,2004,25(4):605−608.
[21] 姜云飞,林笠.用对分 HS 树计算最小碰集.软件学报,2002,13(12):2267−2274. http://www.jos.org.cn/1000-9825/13/2267.htm
[22] 姜云飞,林笠.用布尔代数方法计算最小碰集.计算机学报,2003,26(8):919−924.
[23] 张楠,孙吉贵,赵相福,欧阳丹彤.求极小碰集的遗传算法.广西师范大学学报:自然科学版,2006,24(4):62−65.
[24] 黄杰,陈琳,邹鹏.一种求解极小诊断的遗传模拟退火算法.软件学报,2004,15(9):1345−1350. http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/1345.htm
[25] 林笠.基于模型诊断中用逻辑数组计算最小碰集.暨南大学学报,2002,22(1):24−27.
[26] 林笠.递归建立 HS 树计算最小碰集.微电子学与计算机,2002,19(2):7−10.
[27] 张立明,欧阳丹彤,曾海林.基于动态极大度的极小碰集求教方法.计算机研究与发展,2011,48(2):209−215.
[29] 李占山,姜云飞.基于模型诊断推理的回顾与展望.计算机科学,1998,25(6):54−57.

余泉(1979－),男,贵州思南人,博士,副教授,主要研究领域为模态逻辑,描述逻辑,多智能主体认知规划.

申宇铭(1976－),男,博士,教授,CCF 会员,主要研究领域为模态逻辑,描述逻辑.



李承乾(1989－),男,硕士,主要研究领域为局部搜索,SAT 问题.

王驹(1950－),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为数理逻辑,人工智能.