

## 基于自适应网格变形的图像编辑算法<sup>\*</sup>

金勇, 吴庆标<sup>+</sup>, 刘利刚

(浙江大学 数学系, 浙江 杭州 310027)

### Image Editing Algorithms Based on Adaptive Mesh Deformation

JIN Yong, WU Qing-Biao<sup>+</sup>, LIU Li-Gang

(Department of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: E-mail: qbwu@zju.edu.cn

**Jin Y, Wu QB, Liu LG. Image editing algorithms based on adaptive mesh deformation. *Journal of Software*, 2012, 23(5): 1325-1334. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3998.htm>**

**Abstract:** This paper presents a generic framework for manipulating the images based on adaptive mesh deformation, which allows users to move, scale, rotate, and deform the salient objects in the image and retarget the image into other regions with arbitrary boundary shapes. The image is embedded into a triangular mesh and the manipulation is formulized into a quadratic energy minimization problem. The triangles corresponding to the salient objects are constrained by specific transformations with respect to the deformation types of the objects such as translation, scaling, or rotation etc. The solution to the energy optimization can be obtained by solving one or several sparse linear systems. Experimental results show that the algorithm is effective, robust, and efficient and can be integrated into other image processing tools.

**Key words:** adaptive mesh; image editing; image retargeting; rigid transformation; energy optimization

**摘要:** 提出一套基于自适应网格变形的图像编辑算法框架,包括图像中特征物的平移、旋转和变形,以及保持特征物的任意几何边界图像适应.该算法将图像表示为基于图像特征的自适应三角网格,由此将图像编辑问题转换为带约束的网格变形问题.网格变形由一个二次型能量函数所控制,特征物的平移、旋转和变形可以表述为该能量优化问题的约束;代表特征物的三角网格在网格变形过程中只允许发生刚性变换.该能量优化问题的全局最优解可以通过求解 1 个或多个稀疏方程组得到.实验结果表明,该算法效果理想、鲁棒性好、运行效率高,可以有效地应用于图像处理软件中.

**关键词:** 自适应网格;图像编辑;图像适应;刚性变换;能量优化

**中图法分类号:** TP391      **文献标识码:** A

图像编辑一直是图像处理中的基本问题,包括图像特征物的平移、旋转和变形以及保持特征物的任意几何边界图像适应.图像特征物的平移、旋转和变形在平面动画以及图像渐变中有着一系列的应用;图像适应是指将图像映射到任意几何边界而同时保护图像特征物体的问题.图像适应广泛应用于艺术设计系统中,同时是三

\* 基金项目: 国家自然科学基金(10871178, 61070071); 国家重点基础研究发展计划(973)(2011CB302400, 2011JB105000); 国家科技重大专项(2009ZX07424-001); 中央高校基本科研业务费专项资金(2010QNA3039)

收稿时间: 2010-08-18; 定稿时间: 2011-01-31

维造型系统中复杂边界纹理映射的有效工具。

图像编辑问题的关键在于操纵图像以达到各自目标的同时尽可能地保持住图像中的特征物,作为补偿,允许其他图像区域发生更多的变形或扭曲.用户可以控制图像特征物的目标位置、旋转角度、控制点的拖拽位置以及图像边界的变形,由此计算出符合用户交互操作而同时图像特征物在视觉上有较少人工痕迹的目标图像.

散乱点插值方法(scattered data interpolation)一直是过去图像编辑问题的热门方法.此类方法通过选取若干锚点以及设定控制顶点的目标坐标来操纵图像变形,目标图像由选取的全局函数插值得到.Ruprecht 等人<sup>[1]</sup>使用径向基函数以及局部有界的径向基函数作为插值函数;Arad 等人<sup>[2]</sup>使用高次基函数作为插值函数.由于散乱点插值方法大多使用基于像素点的显式计算方法,所以运行效率较高,但是应用局限于图像局部变形操作,且此类方法并不考虑特征物的保护.

Seam Carving 方法由 Avidan 等人<sup>[3]</sup>于 2007 年提出,Seam 为一条从图像边界一端到另一端的当前显著度最低的八联通折线,通过迭代地去除 Seam,达到将图像调整到目标尺寸并且保护图像特征物的目的.Rubinstein 等人<sup>[4]</sup>随后使用前向能量改进了 Seam 的选取方法,使得目标图像在调整尺寸后有更好的连续性.Rubinstein 等人<sup>[5]</sup>进而提出同时使用不同的尺寸调整方法处理图像适应问题,以减少原始图像与目标图像的差异性.Seam Carving 方法适用于特征物不突出或者多个特征物的图像,其结果非常依赖 Seam 选取的可靠性,容易丢失特征物.

网格变形方法(mesh deformation)使用四边形网格或三角网格表述图片,在图像编辑中被广泛采用.Lee 等人<sup>[6]</sup>尝试采用双变量三次样条以控制网格变形,得到  $C^2$  连续的图像变形结果;Beier 等人<sup>[7]</sup>允许用户使用直线交互变形目标;Igarashi 等人<sup>[8]</sup>提出使用三角网格表述图像的特征物,在变形过程中,代表特征物的三角形尽可能地只允许发生刚性变换;类似地,Schaefer 等人<sup>[9]</sup>采用移动最小二乘法来控制表述图像的正方形网格的变形.Karni 等人<sup>[10]</sup>定义变形能量以控制图像变形和图像适应,使用局部/全局的方法求解能量极小问题.Gal 等人<sup>[11]</sup>提出一种保持特征物的图像任意几何边界适应方法.时健等人<sup>[12]</sup>提出一种三角网格参数化的方处理图像适应问题的方法;Jin 等人<sup>[13]</sup>提出了以非均匀缩放控制三角形网格变形处理图像适应问题,并且解决了目标图像重叠的问题.使用网格来操纵图像变形和图像适应,具有高效、易于操作的优点.然而现有算法很少考虑网格变形的连续性,会产生一些目标图像的明显不连续的人工痕迹,并且有相当一部分网格变形方法存在着鲁棒性问题.

有效的图像编辑方法应该在图像变形以达到目的的同时保护图像的特征物,目标图像应该有较少的人工痕迹,并且效率应尽可能地高以及鲁棒性应尽可能地好.针对现有方法存在的不足,本文提出一种基于自适应三角网格变形的图像编辑算法框架.本文方法根据图像特征计算代表图像的自适应三角网格,采用与三角形仿射变换有关的能量函数控制网格变形,代表特征物的三角网格在网格变形过程中只允许发生刚性变换.而相邻网格在变形过程中发生的仿射变换应尽可能地相似.该能量优化问题的全局最优解可以通过求解 1 个或多个稀疏线性方程组得到.

本文算法使用统一框架可以同时处理图像特征物的平移、旋转和变形问题以及图像的任意几何边界适应问题,主要有以下优点:算法考虑了三角网格变形的连续性,所以变形后的目标图像比较自然;自适应网格使用加密的网格捕捉特征物,使用稀疏的网格表示图像的非重要区域,由此,特征物的变形有较大的自由度,同时,算法的效率也得以保证;由于算法只涉及稀疏方程组的求解,所以鲁棒性好.

## 1 自适应网格变形

### 1.1 问题描述

给定源图像  $\mathcal{I}_p$ , 其长方形边界为  $\mathcal{B}_p$ . 图像特征物可以由用户交互选择或自动生成, 特征物集合记为  $\mathcal{O}$ , 特征物体记为  $O \in \mathcal{O}$ . 图像编辑的目标可以表述如下: 特征物平移目标为将各个特征物平移目标向量  $A = \{a_O, \forall O \in \mathcal{O}\}$ ; 特征物旋转目标为将各个特征物旋转目标弧度  $R = \{\theta_O, \forall O \in \mathcal{O}\}$ ; 特征物变形目标为将一系列控制顶点集合  $\mathcal{L}$  从原始位置拖拽到目标位置  $q_{\mathcal{L}} = \{q_v^{\mathcal{L}}, \forall v \in \mathcal{L}\}$ , 其中,  $v$  为顶点集合  $\mathcal{L}$  中的顶点, 几何边界图像适应的目标为将图像

映射到目标几何边界 $\mathcal{B}_q$ ,为源图像 $\mathcal{I}_p$ 构造对应的三角网格 $\mathcal{M}_p$ ,我们通过计算与 $\mathcal{M}_p$ 同拓扑而不同坐标的目标网格 $\mathcal{M}_q$ 来达到各种图像编辑和图像适应的目的,目标图像 $\mathcal{I}_q$ 容易通过目标网格 $\mathcal{M}_q$ 得到.由此将图像编辑的问题转换为操纵原网格 $\mathcal{M}_p$ 变形到目标网格 $\mathcal{M}_q$ 的问题.直观上,在网格变形过程中,代表特征物的三角形应该只允许发生刚性变换,而作为补偿,其他代表图像非重要区域的三角形允许发生相对较大的扭曲.

### 1.2 自适应三角网格的生成

图像的特征物可以由用户提供特征面罩(feature mask)得到,也可以由图像的显著图(saliency map)<sup>[14]</sup>计算得到.特征面罩,如图 1(b)所示,为用户使用选择工具选取特征物体得到,如套锁或磁性套锁<sup>[15]</sup>.图像的每个像素点由此获得一个数值 $\sigma$ , $\sigma=1$ 表示像素点在特征物区域, $\sigma=0$ 表示像素点在非特征物区域.显著图<sup>[14]</sup>,如图 1(c)所示,通常用来检测图像的显著区域.在此,图像特征物通常在图像的重要区域位置,因此可以使用显著图来代替特征面罩以得到特征物信息,与特征面罩稍有区别.显著图分配给每个像素点一个 $\sigma \in [0,1]$ 的数值,数值越高,显著度越高.

至此,特征面罩或显著图总是给每个像素点分配一个特征数值 $\sigma \in [0,1]$ ,数值越高,说明该像素越可能代表图像的特征物.

自适应的三角网格希望在图像的特征物处采用加密的网格,而同时在图像非重要区域使用稀疏的网格.设定密网格边长间距为 $l_{\min}$ ,稀网格边长间距为 $l_{\max}$ ,通常, $l_{\max}=3 \cdot l_{\min}$ .与 Jin 等人<sup>[13]</sup>和时健等人<sup>[12]</sup>构造三角网格的方法相似,首先使用 Canny 算子<sup>[16]</sup>检测特征物的轮廓,如图 1(d)所示,以 Canny 算子检测出的轮廓像素点和图像边界点为优先选择,以 $\sigma l_{\min}+(1-\sigma)l_{\max}$ 为采集半径在图像上采集作为三角网格的控制顶点,其中,Canny 算子的采集半径总是使用密网格间距 $l_{\min}$ ,图 1(e)显示了从 Canny 轮廓(白色顶点)和图像边界(灰色顶点)获取的网格顶点;在得到网格顶点后,使用约束 Delaunay 三角化<sup>[17]</sup>构造得到三角网格 $\mathcal{M}_p$ ,如图 1(f)所示.对于三角网格 $\mathcal{M}_p$ ,以 $\mathcal{T}$ 表示所有属于网格的三角形的集合,以 $\mathcal{V}$ 表示所有属于网格的网格顶点的集合,以 $\mathcal{B}$ 表示三角网格的边界.

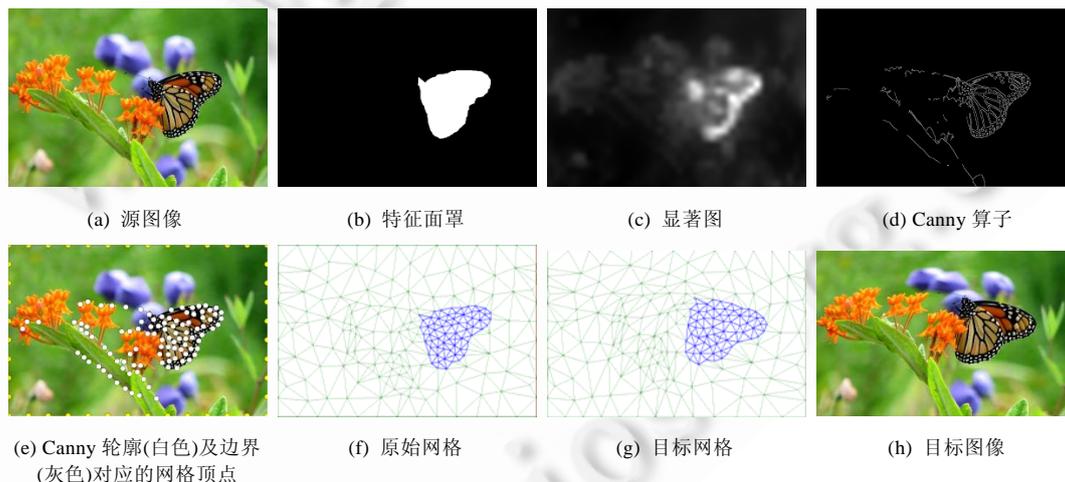


Fig.1 Flow chart of the algorithm

图 1 算法流程图

每个三角形  $t$  的特征数值 $\sigma_t$ 为该三角形所包含的所有像素特征数值的算术平均值,若 $\sigma_t$ 超过设定的极限(0.6~0.8),则将三角形标记为特征三角形,见图 1(f)中的深色三角形,记所有特征三角形的集合为 $\mathcal{T}^*$ .

将相邻的特征三角形归并起来,去除三角形数量较少的归并集合,即可得到特征物集合.每个特征物由若干个特征三角形来表示,特征物集合 $\mathcal{O}$ 可以表示为 $\mathcal{O} = \left\{ O = \bigcup_{t \in O} t, \forall O \in \mathcal{O} \right\}$ .源网格 $\mathcal{M}_p$ 的所有顶点坐标 $p$ 记为

$p = \{p_v = (p_v^x, p_v^y)^T, v \in \mathcal{V}\}$ , 欲计算的目标网格顶点  $q$  未知, 记为  $q = \{q_v = (q_v^x, q_v^y)^T\}, \forall v \in \mathcal{V}$ .

在网格  $\mathcal{M}_p$  构造完成以后, 根据图像编辑的目标计算各自的优化问题, 以求得到目标网格  $\mathcal{M}_q$ , 如图 1(g) 所示, 目标图像可以很容易地通过目标网格和源图像得到, 图 1(h) 中的特征物蝴蝶顺时针旋转  $30^\circ$ , 且放大 1.2 倍. 图 1 显示了本算法的流程.

### 1.3 网格变形能量

本文算法使用与 Jin 等人<sup>[13]</sup>相似的变形能量函数来控制网格的变形, 以达到一系列图像编辑的目的. 该能量函数形式为

$$E = \lambda \sum_{t \in \mathcal{T}} S_t \|J_t(q) - A_t\|_F^2 + \mu \sum_{s, t \in \mathcal{T}} S_{st} \|A_s - A_t\|_F^2 \quad (1)$$

其中,  $S_t$  为原始网格三角形  $t_p$  的面积,  $S_{st} = \frac{S_s + S_t}{2}$ ;  $\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数;  $J_t(q)$  为三角形  $t_p \in \mathcal{M}_p$  变换到  $t_q \in \mathcal{M}_q$  实际发生的仿射变换中代表旋转和缩放的部分, 为一个  $2 \times 2$  的 Jacobian 矩阵; 同时,  $J_t(q)$  可以表示为目标三角形  $t_q$  中顶点坐标的线性组合. 不同于 Jin 等人<sup>[13]</sup>仅能够应用于图像适应的非均匀放缩矩阵,  $A_t = \begin{bmatrix} a_t & b_t \\ c_t & d_t \end{bmatrix}$  为三角形  $t_p$  变形到  $t_q$  期望发生的仿射变换矩阵, 在实际网格变形过程中, 某些三角形的期望仿射变换矩阵  $A_t$  可以部分确定, 以此满足各种编辑需求. 比如, 边界处的三角形的期望变换矩阵  $A_t$  中的两个变量可以确定, 而代表特征物的三角形的期望变换矩阵  $A_t$  只允许是刚性变换, 或是确定的旋转矩阵, 甚至是单位矩阵  $I$ .

虽然矩阵范数的选择有很多, 但是采用 Frobenius 范数得到的能量函数(1)为完全平方项形式, 有利于能量函数的极小值求解. 同时, Frobenius 范数确保对应的两个矩阵近乎相等. 网格变形能量(1)的最小化使得为各个三角形发生的实际变换  $J_t(q)$  尽可能地接近期望变换  $A_t$ , 以此实现对应的编辑目的. 同时, 相邻三角形的期望变换矩阵  $A_t$  应该尽可能地接近. 由此得到的网格变换比较连续, 得到的目标图像会更加自然.

根据 Pinkall 等人<sup>[18]</sup>的结果, 网格变形能量  $E$  的前半部分  $\sum_{t \in \mathcal{T}} S_t \|J_t(q) - A_t\|_F^2$  可以写成显式形式:

$$E_a = \frac{1}{2} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{i=0}^2 \cot \theta_i^t \left\| (q_i^t - q_{i+1}^t) - A_t (p_i^t - p_{i+1}^t) \right\|_F^2 \quad (2)$$

其中,  $\theta_i^t$  是三角形  $t$  中与边  $(p_i^t, p_{i+1}^t)$  相对的角(上标均对 2 取余).

观察公式(1)、公式(2), 网格变形能量  $E$  是关于目标网格坐标顶点  $q = \{q_v, v \in \mathcal{V}\}$  和三角形期望变换矩阵  $A = \{A_t, t \in \mathcal{T}\}$  的二次型函数. 不同的网格变形问题可以由在不同的约束条件下求解能量极小问题得到:

$$(q, A) = \operatorname{argmin}_{(q, A)} E(q, A) \quad (3)$$

虽然我们同时求解  $q$  和  $A$ , 但最终只对网格顶点坐标  $q$  感兴趣,  $A$  只是作为辅助变量.

## 2 网格变形约束和能量求解

本节将提出网格变形过程中的各种约束, 而不同的图像编辑目标可以表述为若干约束的组合, 本节最后将介绍两种在不同约束下求解能量极小问题(3)的方法.

### 2.1 网格变形约束

#### 2.1.1 顶点坐标约束

边界顶点坐标约束: 在图像特征物的平移、旋转和变形问题中, 网格边界点的坐标是不变的, 即  $\mathcal{B}_q = \mathcal{B}_p$ ; 图像适应对应的网格边界的坐标应该是连续几何边界  $\mathcal{B}_q$  的离散. 总之, 网格变形过程中网格边界点的目标坐标  $q^{\mathcal{B}} = \{q_v^{\mathcal{B}}, v \in \mathcal{B}\}$  已知, 所以, 边界顶点坐标约束可以表示为

$$q_v = q_v^{\mathcal{B}}, \forall v \in \mathcal{B} \quad (4)$$

控制顶点坐标约束: 特征物变形问题中, 希望将一系列控制顶点集合  $\mathcal{L}$  拖拽到目标位置  $q^{\mathcal{L}} = \{q_v^{\mathcal{L}}, \forall v \in \mathcal{L}\}$ ,

所以控制顶点坐标约束可以表示为

$$q_v = q_v^c, \forall v \in \mathcal{L} \quad (5)$$

物体平移约束:在特征物平移问题中,特征物的目标位置已知,特征物的坐标可以表示为所包含的网格顶点的平均坐标  $C_p^O = \frac{1}{n_O} \sum_{v \in O} p_v$ ,  $n_O$  为属于特征物  $O$  的网格顶点个数.其特征物的目标网格坐标为  $C_q^O = \frac{1}{n_O} \sum_{v \in O} q_v$ , 其期望坐标为  $C_p^O + a_O$ , 所以,特征物平移约束可以表述为

$$C_q^O = C_p^O + a_O, \forall O \in \mathcal{O} \quad (6)$$

### 2.1.2 三角形期望变换约束

边界三角形约束:因为网格边界点的目标已知,由此,边界三角形的期望变换矩阵  $A_t$  中的两个变量可以计算出来.假设三角形  $t \in \mathcal{B}$ , 其边界网格边为  $(v_t^1, v_t^2)$ , 两顶点目标网格坐标  $q_{v_t^1}, q_{v_t^2}$  已知.

若该边界三角形属于图像左、右边界  $\mathcal{B}_l$ , 则其期望变换矩阵  $A_t$  中的变量  $b_t, d_t$  可以确定为

$$b_t = \frac{q_{v_t^1}^x - q_{v_t^2}^x}{p_{v_t^1}^y - p_{v_t^2}^y}, d_t = \frac{q_{v_t^1}^y - q_{v_t^2}^y}{p_{v_t^1}^x - p_{v_t^2}^x}, \forall t \in \mathcal{B}_l \quad (7)$$

若该边界三角形属于图像上下边界  $\mathcal{B}_r$ , 则其期望变换矩阵  $A_t$  中的变量  $a_t, c_t$  可以确定为

$$a_t = \frac{q_{v_t^1}^x - q_{v_t^2}^x}{p_{v_t^1}^x - p_{v_t^2}^x}, c_t = \frac{q_{v_t^1}^y - q_{v_t^2}^y}{p_{v_t^1}^y - p_{v_t^2}^y}, \forall t \in \mathcal{B}_r \quad (8)$$

特征三角形约束:在图像平移和旋转的问题中,三角形的所发生的期望变换矩阵可以确定,特征三角形约束可以表示为

$$A_t = \begin{bmatrix} \cos \theta_t & -\sin \theta_t \\ \sin \theta_t & \cos \theta_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_O & 0 \\ 0 & \beta_O \end{bmatrix}, \forall t \in \mathcal{O} \in \mathcal{O} \quad (9)$$

其中,  $\beta_O$  为三角形所属于的特征物的放缩因子,特征物  $O$  可以通过控制放缩因子  $\beta_O$  放大或缩小.若特征物体仅做平移操作,则  $\theta_t=0$ ;若特征物体做旋转操作,则  $\theta_t$  为该三角形所属于的特征物  $O$  的目标旋转弧度  $\theta_O$ .

刚性约束:在特征物变形和图像适应的问题中,我们无法如特征物旋转和平移处理过程中确定特征三角形的期望变换矩阵,但是,为了保持特征物不变形,代表特征物的特征三角形应该尽可能地只发生刚性变换,即尽可能地只发生旋转.故刚性约束可以写成

$$A_t = \begin{bmatrix} u_t & v_t \\ -v_t & u_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{O_t} & 0 \\ 0 & \beta_{O_t} \end{bmatrix}, u_t^2 + v_t^2 = 1, \forall t \in \mathcal{O}_t \in \mathcal{O} \quad (10)$$

其中,  $\begin{bmatrix} u_t & v_t \\ -v_t & u_t \end{bmatrix}$  无法确定,但要求是正交阵.

## 2.2 图像编辑问题和求解

提出各种网格变形约束后,图像编辑问题可以转化为在不同约束条件下求解能量极小问题(3):

- 特征物平移问题:在顶点约束(4)、约束(6)、三角形期望变换约束(7)~约束(9)下求解能量极小问题(3).
- 特征物旋转问题:在顶点约束(4)、三角形期望变换约束(7)~约束(9)下求解能量极小问题(3).
- 特征物变形问题:在顶点约束(4)、约束(5)、三角形期望变换约束(7)、约束(8)、约束(10)下求解能量极小问题(3).
- 图像适应问题:在顶点约束(4)、三角形期望变换约束(7)、约束(8)、约束(10)下求解能量极小问题(3).

若无刚性约束(10),如特征物平移和旋转问题,能量函数(1)为  $q$  和  $A$  的二次函数.将未知变量  $q$  和  $A$  统一记为未知向量  $z$ ,则能量函数(1)可以写成

$$E = \|Cz\|^2 \quad (11)$$

其中,  $C$  是由公式(1)得到的已知稀疏矩阵.由此,能量极小问题(3)的解可以通过求解一个稀疏线性方程组来

得到.

若存在刚性约束(10),如特征物平移和图像适应问题,由于刚性约束(10)并非确定的线性约束,使能量极小问题(3)无法通过求解一个线性方程组得到.为此,采用与 Liu 等人<sup>[19]</sup>相似的局部/全局方法,以迭代求解该能量极小问题.在计算初始目标网格坐标后,迭代方法分为局部和全局两部分:局部步骤计算特征三角形的最优朝向,全局步骤计算所有网格顶点的目标坐标.以下为局部/全局方法的具体步骤:

- (1) 初始化:去掉刚性约束(10),在顶点约束(4)、约束(5)、三角形期望变换约束(6)、约束(7)下求解能量极小问题(3),只需求解一个稀疏方程组,即可得到所有目标网格顶点的初始坐标.
- (2) 局部步骤:为获取各个特征三角形的应该发生的旋转,根据前一步迭代的目标网格顶点的坐标  $q$ ,容易计算其实际 Jacobian 矩阵  $J_t(q)$ ,由 Gower J 等人<sup>[20]</sup>的 Procrustes 分析, $J_t(q)$ 的旋转分量可由 SVD 分解得到,利用 SVD 分解, $J_t(q)$ 可以写成  $J_t(q) = U_t \Sigma_t V_t^T$ ,其中, $U_t$ 和  $V_t$ 为正交阵, $\Sigma_t$ 为对角阵. $J_t(q)$ 的旋转分量为  $U_t V_t^T$ ,为了防止发生翻转,还需确保分解后  $U_t V_t^T$  的行列式为正.实际上,在 SVD 分解中,可以由交叉协方差矩阵  $N_t(q) = \sum_{i=0}^2 \cot \theta_i^t (q_i^t - q_i^{t+1})(p_i^t - p_i^{t+1})^T$  来代替  $J_t(q)$ ,以计算其旋转分量.
- (3) 全局步骤:由局部步骤中得到旋转矩阵  $U_t V_t^T$ ,可以计算出特征三角形的期望变换矩阵:

$$A_t = U_t V_t^T \cdot \begin{bmatrix} \beta_0 & 0 \\ 0 & \beta_0 \end{bmatrix}, \forall t \in O \in \mathcal{O},$$

以此代替刚性约束(10)求解能量极小问题(3),只需求解一个稀疏线性方程组即可得到新的目标网格顶点的坐标  $q$ ,以此作为下一步迭代的初值.迭代若干步后即可得到最终目标网格坐标.

本节的求解算法可以分别求解特征物平移和旋转以及特征物变形和图像适应的问题,但有时从线性系统得到的目标三角网格可能发生翻转.为此,我们可以采用 Jin 等人<sup>[13]</sup>提出的防止网格翻转的方法,在最后一步迭代时(特征物平移和旋转即第 1 步)加入两组线性不等式约束,以防止三角网格的翻转.由此,将求解能量极小问题(3)转化为一个二次规划问题,容易得到其全局最优解.最终得到的目标网格将严格不存在翻转情况.

### 3 实例和数据

本文所有实例的计算在一台双核 1.75GHz 处理器以及 2GB 内存的 PC 机上运行.我们使用 Intel MKL<sup>[21]</sup>求解能量极小问题中的稀疏线性方程组.网格变形的单步迭代时间大约在 20ms~80ms,局部/全局方法一般在 2次~5 次迭代即可达到目标精度.由于运行效率只取决于网格的尺寸,所以本算法可以胜任各种尺寸图像的编辑问题.

在此阐明本文的一些参数.密网格边长间距为  $l_{\min}$  取为 10 像素~20 像素,稀网格边长间距为  $l_{\max}$  取为 30~100 像素.公式(1)中的  $\lambda$  取为 1.0, $\mu$  取为 0.5.公式(8)、公式(10)中的  $\beta_0$  可以用来控制各个特征物的缩放比例,图 2 给出了将图像映射到扇形边界的例子,作为特征物的鱼被完全保持,同时可以放缩至不同的尺寸.

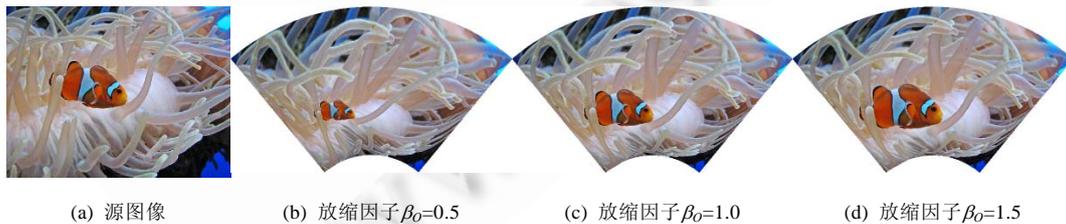


Fig.2 Feature scaling in image retargeting

图 2 图像适应中特征物的放缩

图 3 显示了特征物平移和旋转的目标网格和目标图像,图 3(b)中的贝壳向上平移了一段距离,图 3(c)中的贝

壳顺时针旋转 45°,图 3(d)中的贝壳同时向上平移了一段距离,顺时针旋转 45°,并且放大到 1.2 倍.图 4 为特征物变形的示例,对冲浪手的手臂进行拖拽,其中,深色顶点为控制顶点的原始位置,浅色顶点为控制顶点的目标位置,单个的浅色顶点为锚点,即该控制顶点原始位置与目标位置重合.图 5 为图像圆形边界适应的示例,作为图像特征物体的老人和小孩在目标图像中都得到了很好的保持.以上例子中同时给出了原始网格和目标网格,以作参考.

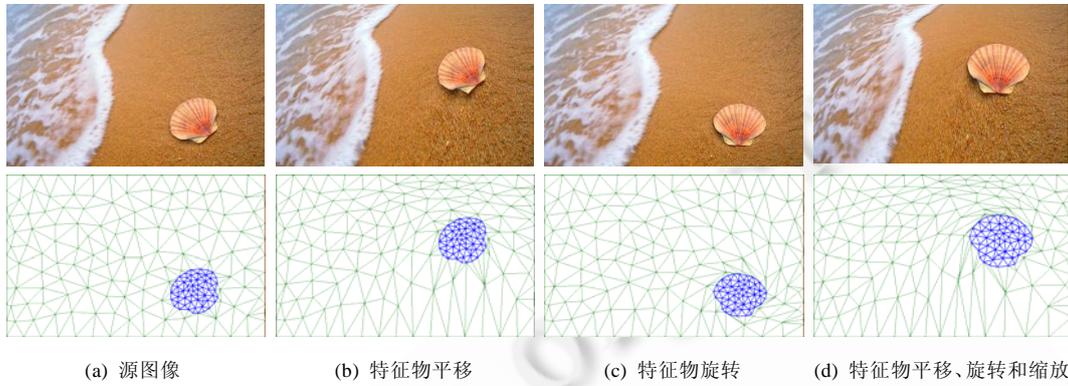


Fig.3 Transition and rotation of features

图 3 特征物平移和旋转

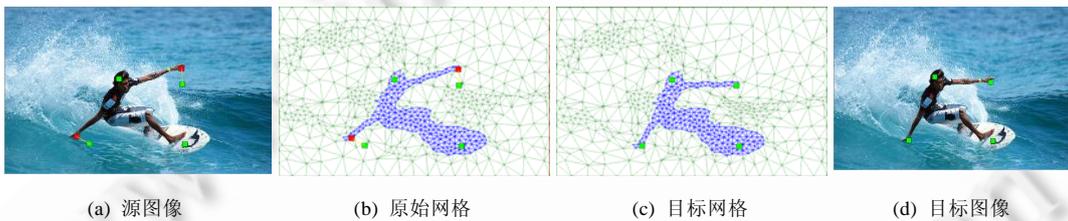


Fig.4 Deformation of features

图 4 特征物变形

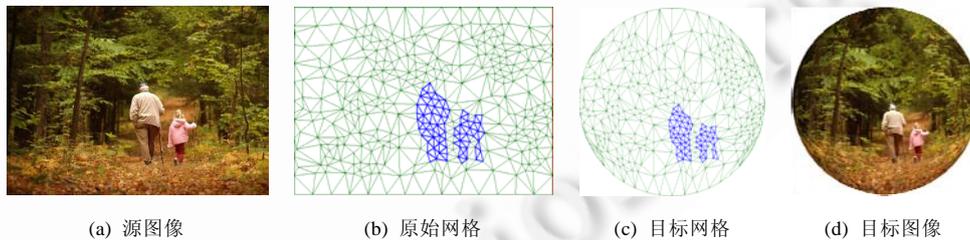


Fig.5 Image retargeting for circle boundary

图 5 图像圆形边界适应

图 6 为本文方法在图像适应中的应用和标准映射与 Gal 等人<sup>[11]</sup>方法的比较,图像特征物狮子和体操运动员在标准映射中都发生了明显的扭曲.本文方法和 Gal 等人<sup>[11]</sup>的方法都较好地保持住了图像特征物.进一步地,与 Gal 等人<sup>[11]</sup>的方法相比,作为图像非重要区域,图 6 第 1 行中的栅栏和地平线、第 2 行背景中的地平线和跳马落板都在本方法中得到了更为自然的变形.

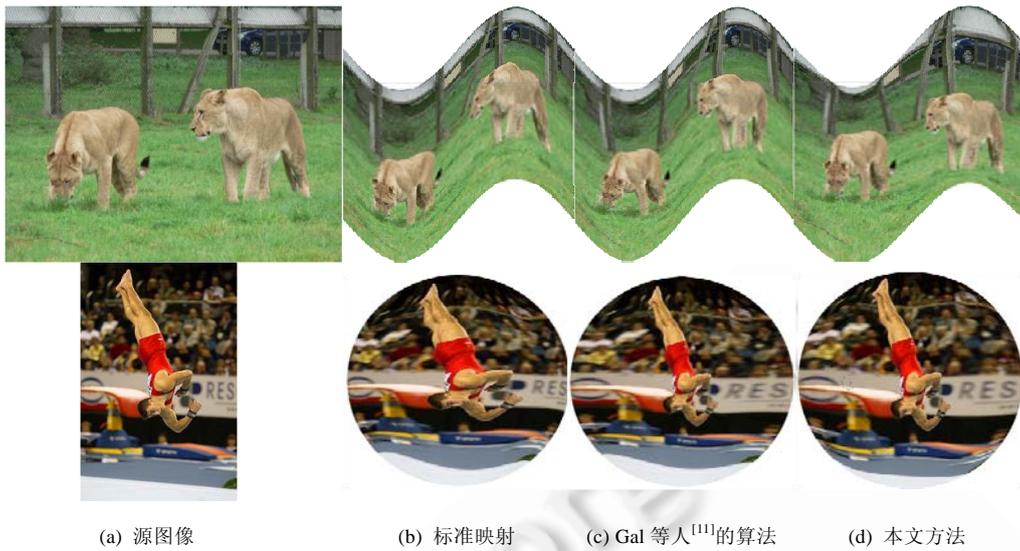


Fig.6 Comparison of image retargeting algorithms  
图 6 图像适应方法比较

本文方法可以统一框架处理图像特征物平移、旋转、变形和图像适应问题.图 7 中显示了每一幅图像使用同一网格同时处理这些问题.其中,原始图片中的深色顶点为特征物变形控制顶点,浅色顶点为锚点.由此可见,本方法较为灵活,同时计算成本较低.

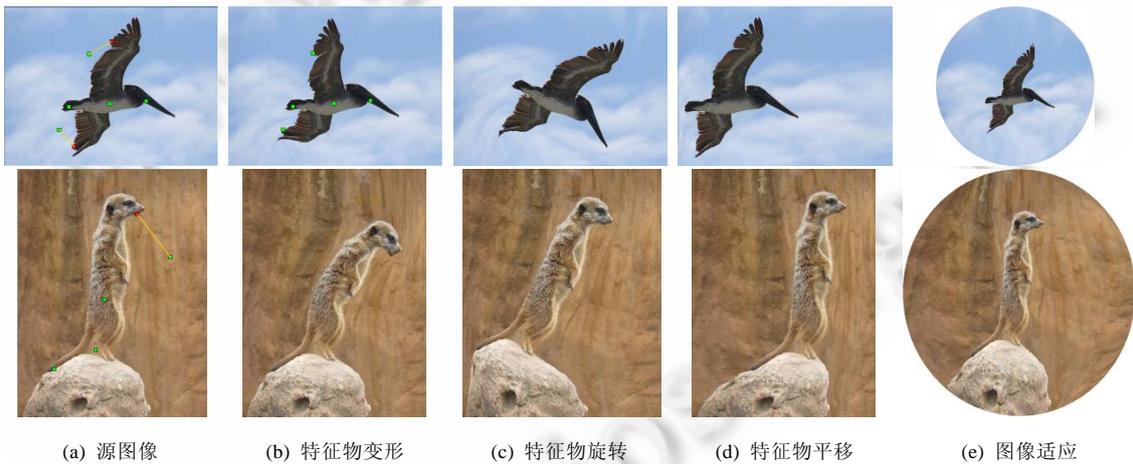


Fig.7 Generic framework for image editing and retargeting  
图 7 图像编辑和图像适应统一框架

表 1 给出了部分示例的参数,包括图像尺寸、稀网格间距、密网格间距、网格尺寸、迭代次数和运行时间.由于线性系统中的稀疏矩阵可以预先设定,所以运行时间仅计算网格变形的时间.可见,本算法效率较高,可以有效地应用于现有的图像处理软件中.

Table 1 Parameters and running time

表 1 参数和运行时间

图号	图像尺寸	$l_{\min}$	$L_{\max}$	网格尺寸	编号	编辑类型	迭代次数	运行时间(ms)
图 2	796×524	15	50	213V/374T	(b)	特征物平移	1	47
					(c)	特征物旋转	1	21
					(d)	特征物平移、旋转	1	47
图 3	1024×686	15	50	525V/673T	(d)	特征物变形	4	418
图 4	600×429	15	40	328V/616T	(d)	图像适应	2	187
图 5	455×341	15	30	271V/488T	(d)	图像适应	3	156

#### 4 结束语

本文提出一套基于自适应网格变形的图像编辑算法框架,可以同时处理图像中特征物的平移、旋转和变形,并保持特征物的几何边界图像适应.自适应的三角网格可以有效地捕捉特征物,并且提高算法效率.用于控制网格变形的能量极小问题,可以通过求解一个稀疏线性方程组或以局部/全局方法求解多个稀疏线性方程组得到.本算法效果理想、鲁棒性好、运行效率高,可以有效应用于现有图像处理软件.

未来的工作包括对图像中的一些特征几何曲线(如直线或圆弧)进行编辑的问题,以及任意几何边界图像适应问题中如何引导特征几何曲线发生适当的变换,以达到减少目标图像人工痕迹的目的.另外,如何更好地控制图像非重要区域的连续变形也是今后的工作之一.

#### References:

- [1] Ruprecht D, Müller H. Image warping with scattered data interpolation. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1995,15(2): 37–43. [doi: 10.1109/38.365004]
- [2] Arad N, Reisfeld D. Image warping using few anchor points and radial functions. *Computer Graphics Forum*, 1995,14(1):35–46. [doi: 10.1111/1467-8659.1410035]
- [3] Avidan S, Shamir A. Seam carving for content-aware image resizing. *ACM Trans. on Graphics*, 2007,26(3):267–276. [doi: 10.1145/1276377.1276390]
- [4] Rubinstein M, Shamir A, Avidan S. Improved seam carving for video retargeting. *ACM Trans. on Graphics*, 2008,27(3):1–9. [doi: 10.1145/1360612.1360615]
- [5] Rubinstein M, Shamir A, Avidan S. Multioperator media retargeting. *ACM Trans. on Graphics*, 2009,28(3):1–11. [doi: 10.1145/1531326.1531329]
- [6] Lee SY, Chwa KY, Shin SY. Image metamorphosis using snakes and free-form deformations. In: Mair SG, Cook R, eds. *Proc. of the ACM SIGGRAPH*. Los Angeles: ACM Press, 1995. 439–448. [doi: 10.1145/218380.218501]
- [7] Beier T, Neely S. Feature-Based image metamorphosis. In: Thomas JJ, ed. *Proc. of the ACM SIGGRAPH*. Chicago: ACM Press, 1992. 35–42. [doi: 10.1145/133994.134003]
- [8] Igarashi T, Moscovich T, Hughes JF. As-Rigid-as-Possible shape manipulation. *ACM Trans. on Graphics*, 2005,24(3):1134–1141. [doi: 10.1145/1073204.1073323]
- [9] Schaefer S, McPhail T, Warren J. Image deformation using moving least squares. *ACM Trans. on Graphics*, 2006,25(3):533–540.
- [10] Karni Z, Freedman D, Gotsman C. Energy-Based image deformation. *Computer Graphics Forum*, 2009,28(5):1257–1268. [doi: 10.1111/j.1467-8659.2009.01503.x]
- [11] Gal R, Sorkine O, Cohen-Or D. Feature-Aware texturing. In: Heidrich W, Akenine-Moller T, eds. *Proc. of the Eurographics Symp. on Rendering*. Nicosia: Eurographics Association, 2006. 297–303. [doi: 10.2312/EGWR/EGSR06/297-303]
- [12] Shi J, Guo YW, Du ZL, Zhang FY, Peng QS. A mesh parameterization-based image retargeting method. *Journal of Software*, 2008, 19:19–30 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/2008s103.htm>
- [13] Jin Y, Liu LG, Wu QB. Nonhomogeneous scaling optimization for realtime image resizing. *The Visual Computer*, 2010,26(6-8): 769–778. [doi: 10.1007/s00371-010-0472-8]

- [14] Harel J, Koch C, Perona P. Graph-Based visual saliency. In: Schölkopf B, Platt J, Hoffman T, eds. Proc. of the Neural Information Processing Systems (NIPS). Vancouver: MIT Press, 2006. 545–552.
- [15] Adobe photoshop. <http://www.photoshop.com>
- [16] Canny J. A computational approach to edge detection. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986,8(6): 679–698. [doi: 10.1109/TPAMI.1986.4767851]
- [17] Seidel R. Constrained delaunay triangulations and voronoi diagrams with obstacles. Technical Report, Report 260, Graz: Graz University of Technology, 1988. 178–191.
- [18] Pinkall U, Polthier K. Computing discrete minimal surfaces and their conjugates. Experimental Mathematics, 1993,2(1):15–36.
- [19] Liu LG, Zhang L, Xu Y, Gotsman C, Gortler SJ. A local/global approach to mesh parameterization. Computer Graphics Forum, 2008, 27(5):1495–1504. [doi: 10.1111/j.1467-8659.2008.01290.x]
- [20] Gower JC, Dijksterhuis GB. Procrustes Problems. London: Oxford University Press, 2004.
- [21] Intel math kernel library. <http://developer.intel.com>

#### 附中文参考文献:

- [12] 时健,郭延文,杜振龙,张福炎,彭群生.一种基于网格参数化的图像适应方法.软件学报,2008,19:19–30. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/2008s103.htm>



金勇(1985—),男,上海人,博士生,主要研究领域为数字几何处理,计算机辅助几何设计.



刘利刚(1975—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为数字几何处理,计算机辅助几何设计,计算机图形学,图像处理.



吴庆标(1963—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为图形与图像处理,数值计算方法,高性能并行计算,计算机模拟.