

## 全局各向异性四边形主导网格重建方法\*

朱为鹏<sup>1,2</sup>, 高成英<sup>3,4+</sup>, 罗笑南<sup>1,4,5</sup>

<sup>1</sup>(中山大学 信息科学与技术学院 国家数字家庭工程技术研究中心, 广东 广州 510006)

<sup>2</sup>(上海应用技术学院 计算机科学与信息工程学院, 上海 201418)

<sup>3</sup>(中山大学 软件学院, 广东 广州 510006)

<sup>4</sup>(广东省数字家庭互动应用工程实验室, 广东 广州 510006)

<sup>5</sup>(中山大学 深圳研究院 深圳市数字生活网络与内容服务重点实验室, 广东 深圳 518057)

### Global Anisotropic Quad-Dominant Remeshing

ZHU Wei-Peng<sup>1,2</sup>, GAO Cheng-Ying<sup>3,4+</sup>, LUO Xiao-Nan<sup>1,4,5</sup>

<sup>1</sup>(National Engineering Research Center of Digital Life, School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)

<sup>2</sup>(School of Computer Science and Information Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China)

<sup>3</sup>(School of Software, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)

<sup>4</sup>(Guangdong Engineering Laboratory of Digital Home Interactive Applications, Guangzhou 510006, China)

<sup>5</sup>(Research Institute of Sun Yat-Sen University in Shenzhen, Shenzhen Key Laboratory of Digital Living Network and Content Service, Shenzhen 518057, China)

+ Corresponding author: E-mail: mcsgcy@mail.sysu.edu.cn

Zhu WP, Gao CY, Luo XN. Global anisotropic quad-dominant remeshing. *Journal of Software*, 2012, 23(5): 1305-1314. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3988.htm>

**Abstract:** This paper proposes an anisotropic quad-dominant remeshing algorithm suitable for meshes of arbitrary topology. It takes an approach to the challenging problem of obtaining an anisotropic quad-dominant mesh. The method consists of operations that sample surface geometry by dense principle curvature lines and sort curvature-lines by variations of surface normal and volume related to them. The anisotropic sampling of curvature lines is then obtained by implementing a prioritization scheme of curvature lines elimination. The strategy is simple and straightforward to implement. It is flexible to produce anisotropic quad-dominant meshes ranging from dense to coarse too. The resulting meshes exhibit better anisotropic distribution than comparable methods while maintaining high geometric fidelity.

**Key words:** quad-dominant mesh; remeshing; anisotropic sampling; mesh coarsening

**摘要:** 四边形网格的结构特点要求网格单元满足全局一致性,难以取得网格质量与表达效率之间的平衡.为此,

\* 基金项目: 国家自然科学基金(U0935004, U1135003, 61100080); 国家重点基础研究发展计划(973)(2011CB302204); 国家科技支撑计划(2011BAH27B01, 2011BHA16B08); 广东省重大科技专项(2011A080401007); 省部产学研结合科技创新平台项目(2011A091000032); 中山大学青年教师培育基金(2009-62000-3161033)

收稿时间: 2010-09-14; 修改时间: 2010-11-03; 定稿时间: 2011-01-21

CNKI 网络优先出版: 2011-05-26 13:28, <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2560.tp.20110526.1328.003.html>

提出一种基于全局的各向异性四边形主导网格重建方法,可生成网格质量好且冗余程度低的四边形网格.重建过程以主曲率线为基本采样单元,首先计算模型表面的主曲率场并对主曲率场积分,得到密集的主曲率线采样;再根据贪心算法,利用几何形体自身的各向异性找出冗余度最高的主曲率线并予以删除;如此循环,直至达到理想的采样密度.该重建方法适用于任意拓扑网格模型,所得到的各向异性四边形主导网格在网格模型分辨率下降时,由于始终保留重要主曲率线,从而可以更好地保持模型特征.同时,在基于贪心算法的渐进式主曲率线删除过程中,可产生分辨率连续可调的四边形主导网格.

**关键词:** 四边形主导网格;重新网格化;各向异性采样;网格疏化

**中图法分类号:** TP391      **文献标识码:** A

近年来,在仿真应用、三维动画、有限元分析、自由曲面造型等领域,四边形网格(包括纯四边形网格和四边形主导网格)得到了越来越多的应用,并引起了研究人员极大的兴趣.因为四边形网格可构造沿着主曲率方向分布的网格边,与三角形网格相比,能够更自然地反映几何形体的形状变化,符合人们对形状的自然感知,在仿真应用、三维动画、自由曲面造型等领域具有不可替代的优势.同时,基于经典微分几何理论的研究结果<sup>[1]</sup>表明,四边形网格可以提供精度更高的表面逼近<sup>[2]</sup>,并更好地控制网格噪声<sup>[3]</sup>.

但是,与三角形网格较自由的拓扑连接关系不同,四边形网格的连接更为规则,这种规则连接的结构特点要求网格满足全局一致性.对于三角形网格,操作局部区域所产生的影响可被限制在有限范围内.例如,删除三角形网格中的一条边(边折叠),只需考虑该操作对与其直接相连的三角形的影响.相反,删除四边形网格中的一条边则需要更多的全局性考虑,该操作所产生的影响有可能扩散到较大的邻域.这使得提高四边形网格的表达效率比较困难.

与此同时,尽管近年来计算机的CPU和GPU的运算能力有很大的提升,但网格模型的多边形数量过大仍然是制约计算机图形处理性能的主要瓶颈之一.尤其是四边形网格模型的应用领域均涉及密集的几何计算,因此迫切需要在保证网格质量的前提下,提高四边形网格的表达效率.

最优逼近理论的研究表明<sup>[4,5]</sup>,兼顾质量与效率的三维网格模型,其网格边沿主曲率方向分布,并且网格单元的长宽比(aspect ratio)与几何形体表面的各向异性相符.符合各向异性的三维网格自动提取了几何形体的语义结构,可以大幅度提高网格模型的表达效率.

本文研究如何构造高质量和高效率的四边形主导网格,提出一种直接、有效和灵活各向异性四边形主导网格的重建方法.

已有的各向异性四边形网格重建方法首先选取种子点,根据种子点附近区域的局部各向异性确定如何抽取主曲率线,再将所得主曲率线上的点作为新的种子点.如此循环,得到满足预定采样密度的按各向异性分布的主曲率线族.

本文采用逆向思维,首先对几何形体表面用密集的主曲率线充分采样,然后利用各向异性找出冗余度最高的主曲率线并予以删除.这种逆向删除的方式确保网格模型分辨率下降时,始终保留其重要主曲率线,从而更好地保持了模型特征.此外,在根据各向异性确定主曲率线的分布密度时,本文方法综合考虑了整条主曲率线附近区域的情况,克服了仅由种子点区域的局部几何特性决定主曲率线密度的片面性和随意性.同时,在基于贪心算法的渐进式主曲率线删除过程中,可产生分辨率连续可调的四边形主导网格.

## 1 相关工作

四边形网格不能基于三维扫描技术直接获取,只能通过建模软件手工设计或者对三角形网格重采样生成.近年来,关于如何生成高品质的四边形主导网格的相关研究非常多,在这方面比较全面的综述文章见文献[6,7].一般来说,四边形主导网格生成方法大致可分为3类:基于直接参数化的方法、基于全局参数化的方法和直接四边形化方法.

基于直接参数化的方法把三角形网格模型映射到参数域,然后对参数域进行四边形网格化,映射到三维空

间得到新的四边形网格.由于存在较大参数化误差,所得的四边形网格往往存在较大的角度或面积变形.此外,对于封闭或亏格大于 0 的模型,需要对模型进行分割,导致曲面片扭曲和拼接等问题<sup>[8-11]</sup>,由此引出一系列改进工作<sup>[12-14]</sup>.

基于全局参数化的方法则直接在流形上进行参数化,以此引导重新网格化过程.网格模型上的主曲率方向场及其衍生的各种正交向量场是绝大部分基于全局参数化方法进行重采样的依据.因为主曲率方向场能够较好地反映模型结构,并能为四边形网格生成提供几何结构上的引导.如 Ray 等人提出的非线性四边形主导网格重建方法<sup>[15]</sup>,使四边形网格在参数域上正交于给定的主曲率场.Dong 等人<sup>[16]</sup>用调和标量场得到正交的梯度场和等参场,生成两组正交流线后得到四边形主导网格.在文献<sup>[17]</sup>中,Huang 等人进一步对曲面上的标量场进行分析,通过谱分解得到高质量的纯四边形网格,但仍须对四边形面片进行参数化以获得多分辨率表示.Tong 等人<sup>[18]</sup>根据用户预定义的奇异点分布,用离散调和形式得到一对标量场,得到两组正交等值线后生成新网格.通过仿射变换来进一步优化四边形面片的分布,Bommes 等人<sup>[19]</sup>有效地改善了这种全局参数化方法的保角性.Kalberer 等人<sup>[20]</sup>将正交向量场映射到分支覆盖空间上的单向量场,提出了一种线性的四边形主导网格重建方法.基于混合整数的方法<sup>[21]</sup>将四边形网格化问题分解成两个步骤:建立正交向量场和全局参数化,并将这两个步骤均归结为混合整数问题,求解得到高质量的四边形网格.

直接四边形化的方法则在流形上根据主曲率向量场导出主曲率线,最终实现四边形网格重采样.如 Allize 等人<sup>[14]</sup>提出的各向异性四边形网格化算法,在模型的各向异性区域,根据预定的采样密度,逐条导出各向异性分布的主曲率线,据此生成各向异性四边形网格,在球面或平面区域则均匀布点,生成三角形网格,最终得到各向异性的四边形主导网格.Marinov 和 Kobbelt<sup>[22]</sup>对这种方法进行扩展,使其可以应用于任意拓扑结构的网格模型.来煜坤等人<sup>[23]</sup>则在主曲率向量场的引导下,采用循环松弛算法增量调整三角形网格上点和边,使其沿主曲率线分布,然后合并三角形网格,生成包含  $T$  点的四边形主导网格.

总体而言,与基于直接参数化的方法相比,基于全局参数化的四边形网格化方法有效地控制了参数化误差,最大程度地避免了面片的扭曲和拼接,可生成高质量的四边形主导网格.而直接四边形化方法由于采用局部几何特征决定具有全局一致性的四边形网格面片分布,对四边形主导网格的质量有不利影响.在生成较稀疏的四边形主导网格时,容易造成模型几何特征的缺失.此外,由于缺乏全局信息的参考,这类方法通常难以处理奇异点附近区域.但与基于参数化的方法相比,直接四边形化方法为网格面片的大小和分布提供了更灵活的控制方式,可在一定程度上实现对几何模型各向异性采样.

## 2 逆向的各向异性四边形主导网格重建

为了兼顾四边形网格的质量与表达效率,本文综合基于全局参数化的方法与直接四边形化方法的优势,提出了一种逆向的各向异性四边形主导网格重建算法.图 1 给出了算法的主要步骤:首先,对于任意拓扑结构的三角形网格模型,计算模型表面的主曲率场,即每个顶点处的曲率大小和方向;根据主曲率场,计算模型各顶点处的全局参数坐标,使得在该参数坐标下,参数曲线网即模型的主曲线网;在此基础上,对模型进行均匀密集的主曲率线采样;然后,用基于各向异性的误差评价标准对所有主曲率线排序,每次删除一条对模型几何特征影响最小的主曲率线,如此循环直至达到预设的几何误差阈值;同时,随着冗余度相对较高的主曲率线逐步被删除,主曲率线由均匀分布转化为按照各向异性分布;最后,将这些曲率线的交点定义为采样顶点,采样顶点间的主曲率线段定义为网格边,即可形成各向异性的四边形主导网格,如图 1(e)所示.

### 2.1 主曲率场计算

设二维流形  $M$  上有  $m$  个顶点,以序号  $1, 2, \dots, m$  进行标记.顶点  $i$  处的曲率为过该点所有法曲率  $k_{n_i}$  中的最大值  $K \max_i$  与最小值  $K \min_i$ ,对应的法平面方向为主方向. $u$  是定义在  $M$  上记录曲面各向异性值的标量函数,则  $u$  在  $M$  的第  $i$  个顶点处的函数值  $U_i$  如下:

$$U_i = (K \max_i / K \min_i) - 1 \quad (1)$$

$U_i$  记录了曲面在这一点沿不同方向弯曲程度的不同.显然,各向异性越大的区域,主曲率方向越明显;反之亦然.在脐点处,曲面沿各个方向的弯曲程度相同, $u$  对应的函数值为 0,主曲率方向可为任意方向.



Fig.1 Framework of our algorithm

图 1 算法主要框架

要重建高质量的四边形网格,建立一个光滑而精确的主曲率场是关键.但对于绝大多数离散的三角形网格模型来说,要达到这样的要求并不容易.首先,在离散主曲率的计算过程中,往往需要用户指定一个参数,确定离散点附近参考邻域的大小.选取较大的参考邻域使得算法运行稳定,同时又会造成结果模糊;但如果邻域范围过小,则可能出现退化或发生计算错误.其次,在各向异性值较小的区域,主曲率场的计算易出现较大偏差,特别是在脐点处,各向异性值为 0,主曲率失去定义.

为了保证离散主曲率的计算精度,同时尽量减少自定义参数的输入,本文采用基于面加权的主曲率计算方法<sup>[24]</sup>.无须指定邻域范围,直接采用最小邻域范围:网格顶点的 1-ring 区域,得到初始的主曲率场.虽然采用最小邻域,这种基于面加权的主曲率计算方法却能保证算法运行稳定,因为其摒弃了传统的点加权形式.模拟网格曲面法向量的计算过程,首先计算顶点处所有直接相邻面对应的主曲率场,然后计算这些邻域面主曲率场的加权平均,作为顶点  $i$  处的曲率场,即

$$H_i = \sum_{f_j \in Neighbor_i} \omega_{ij} H_{f_j} \quad (2)$$

其中, $Neighbor_i$  为所有与顶点  $i$  直接相邻的三角形面片的集合, $f_j$  是集合  $Neighbor_i$  中任一三角形面片. $\omega_{ij}$  是顶点  $i$  的相邻面片  $f_j$  对应的权系数,由三角形面片  $f_j$  做基于质心的 Voronoi 划分后,取最靠近顶点  $i$  处的面积占总面积的比例求得.将三角形面片  $f_i$  视为离散曲面的局部切平面,则  $H_{f_j}$  是离散曲面在该切点处对应的曲面第 2 基本形式.将三角形面片  $f_i$  的 3 条边视为局部切平面上的 3 个切向量,根据微分几何理论,代入公式  $H_{f_j} e = D_e n$ ,可以得到一个关于  $H_{f_j}$  的方程组.对于各向异性区域的顶点,计算出  $H_{f_j}$  行列式的特征值和特征向量即可得到顶点处的主曲率  $i$  大小和方向.

关于如何得到二维流形  $M$  表面光滑的主曲率场,近年来专家提出了很多方法<sup>[25-27]</sup>,主要解决途径包括加权拟合、特征点插值、向量场光滑等等.

本文改进了文献[27]中提出的加权拟合方法,以顶点处的各向异性值为权重,对主曲率场进行加权拟合,目标函数见公式(3).其中, $\alpha$  为主曲率方向  $\vec{k}$  与经过顶点  $i$  的一条边  $\vec{e}_i$  在切平面上的投影方向  $\vec{H}_i$  之间的夹角:

$$F = \sum_{i \in M} U_i \|(\cos \alpha_i, \sin \alpha_i) - (\cos \alpha_i^0, \sin \alpha_i^0)\|^2 \quad (3)$$

最小化目标函数,拟合求得各顶点处的  $(\cos \alpha_i, \sin \alpha_i)$  值,据此计算出主曲率向量场如下:

$$\vec{K}_i = \cos \alpha_i \vec{H}_i + \sin \alpha_i \vec{H}_i \times \vec{N}_i \quad (4)$$

$$\vec{K}_i^\perp = \vec{N}_i \times \vec{K}_i \quad (5)$$

经过加权拟合操作后,在各向异性值较小的区域,主曲率场方向受到各向异性值较大区域的修正,主曲率场的连续性与精度均得到提升.

对于包含较多各向同性区域的网格模型,为了保证主曲率场的连续性,可利用网格面片的连续性作为约束条件,对拟合所得的主曲率场作进一步光滑处理<sup>[15]</sup>.

## 2.2 主曲率线网的生成

主曲率线是曲面表面总与一个主方向相切的曲线,它们是主曲率场的积分曲线.曲面上经过每个非脐点都有两条主曲率线,它们相交成直角.这些主曲率线在网格模型表面构成了一个正交的曲率线网.正交主曲率线网的构建是大部分三维模型四边形网格化算法的基础.

本步骤求取主曲率线的目的是对模型表面进行均匀密集的主曲率线采样,作为下一步以主曲率线作为采样单元,并对其进行分析和删减的基础.因此,对所求取的主曲率线有两个要求:(1) 主曲率线分布应尽量均匀,并保持较小的距离;(2) 应控制奇异点的数量,减少主曲率线上无谓的分支,保持主曲率线的完整性.

在已知网格模型表面离散主曲率场的前提下,为了求取满足以上条件的主曲率线网格,本文借鉴周期全局参数化方法<sup>[15]</sup>,根据已知的主曲率场构造一个复流形参数域 $\{\varphi_T\}=\{(\theta_T, \phi_T)\}$ ,使得参数域坐标轴方向处处与主曲率方向一致,即

$$\nabla \theta_T = \overline{K_T}; \nabla \phi_T = \overline{K_T}^\perp \quad (6)$$

为保证主曲率线尽量均匀分布,以上计算用到主曲率向量场时,首先需做归一化处理,使得 $\|\overline{K_T}\|=\|\overline{K_T}^\perp\|=1$ .与此同时,为了控制奇异点的数量,使得主曲率线保持较好的连续性,需尽量减小主曲率场的旋度,因此还要对公式(6)进行旋度修正,令向量场 $v$ 使得向量场 $v\overline{K}$ 旋度最小: $\text{curl}(v\overline{K})=0$ ,则

$$\nabla \theta_T = v_T \overline{K_T}; \nabla \phi_T = v_T \overline{K_T}^\perp \quad (7)$$

此外,为了保证对输入模型的充分采用,还需根据模型尺寸采用形状因子控制采样间隔,即在公式(7)的基础上引入参数 $h$ ,用于控制相邻主曲率线之间的距离,参数 $h$ 的缺省值设置为网格模型包络体的最大棱长的1/100:

$$\nabla \theta_T = hv_T \overline{K_T}; \nabla \phi_T = hv_T \overline{K_T}^\perp \quad (8)$$

对应的能量方程如下:

$$F_T = (\|\nabla \theta_T - hv_T \overline{K_T}\|^2 + \|\nabla \phi_T - hv_T \overline{K_T}^\perp\|^2) A_T \quad (9)$$

其中, $A_T$ 为对应三角形面片的面积.

为了便于计算,可做以下近似,记 $F_T$ 由顶点 $v_i, v_j, v_k$ 和3条边 $e_{ij}, e_{jk}, e_{ki}$ 组成,则 $F_T \approx F_{e_{ij}} + F_{e_{jk}} + F_{e_{ki}}$ ,其中,

$$F_{e_{ij}} = (\nabla \theta^{e_{ij}} - hv_T \overline{K_{e_{ij}}})^2 + (\nabla \phi^{e_{ij}} - hv_T \overline{K_{e_{ij}}}^\perp)^2 = ((\theta_i - \theta_j) - hv_T \overline{K_i} \cdot \overline{e_{ij}})^2 + ((\phi_i - \phi_j) - hv_T \overline{K_i}^\perp \cdot \overline{e_{ij}})^2 \quad (10)$$

通过最小化能量方程 $F = \sum_{T \in M} F_T$ ,可计算出每个顶点处的参数坐标.最后,在参数域内求三角形面片与等参线的交线,即可得到网格模型表面的离散主曲率线.

## 2.3 离散主曲率线分析

以上求得的复流形参数域 $\{\varphi_T\}=\{(\theta_T, \phi_T)\}$ 的等参线在输入三角形网格模型表面形成了仅由顶点和边组成的初始主曲率线网,如图2所示.

该离散主曲率线网的顶点包含两种情况:(1) 主曲率线与三角形网格边的交点,度为2;(2) 主曲率线之间的交点,度为3或4.度为2的点在进一步处理中可直接忽略.度为4的点则全部视为主曲率线 $L$ 的中间结点.对于度为3的点,需要分两种情况来处理:图2中,在从上到下的深色主曲率线上,度为3的结点可直接忽略;在从左到右的深色主曲率线上,度为3的结点则视为主曲率线上的首、尾结点.

经过处理后,离散主曲率线网只包含度为3或4的结点.所得的离散曲率线分为封闭主曲率线和开放主曲率线两种类型,其中,封闭主曲率线上所有结点度均为4,主曲率线首尾相接;开放主曲率线则从一个度为3的结点开始,经过一系列度为4的中间结点,在另一个度为3的结点处结束.所有结点 $v$ 处,均有两条互相垂直的主曲率线经过.主曲

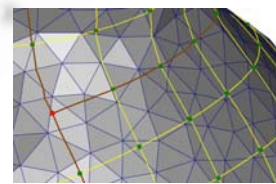


Fig.2 Analysis of the discrete principal curvature lines net

图2 离散主曲率线网分析

率线  $L$  上结点  $v$  的邻边中,与  $L$  接近垂直的两条邻边对应的顶点分别记为结点  $v$  的左、右结点  $\{v_l, v_r\}$ .

根据以上分析,对于每一个主曲率线上的结点,可用结构体  $\{v, l_1, l_2\}$  来记录其基本信息.其中,  $v$  记录结点的几何位置和邻接情况;  $l_1, l_2$  则分别是两个浮点数,用以记录经过该点两条主曲率线的重要程度,当主曲率线未提取时,设置其初始值为-1.存储主曲率线的数据结构均可设计为一个单链表,其中,主曲率线链表  $ListLine$  的每一个结点信息为主曲率线上对应结点的指针.主曲率线链表的集合形成一个新的单链表,记为  $List\_Net$ ,其结点信息则为对应主曲率线链表的指针.

计算经过度为 4 的结点  $v$  处的一条主曲率线的算法如下:

**算法 1.** 单条主曲率线的提取.

输入:离散主曲率线网的顶点表  $T_v$  和边表  $T_e$ ,主曲率线起点  $v_i$ (经过  $v_i$  的主曲率线至少有 1 条未提取).

输出:经过点  $v_i$  的单条主曲率线表  $ListLine_{v_i}$ .

1. 将主曲率线起点  $v_i$  的指针作为  $ListLine_i$  的首结点指针  $v_0$ .
2. 计算结点  $v_0$  的 4 个相邻结点.
3. 如果经过  $v_0$  两条主曲率线都未提取(起点  $v_0$  的  $l_1, l_2$  的值均为-1),则任选一个相邻结点的指针作为  $ListLine_i$  的第 2 个结点指针  $v_1$ .
4. 如果经过  $v_0$  的一条主曲率线已经提取完毕(起点  $v_0$  的  $l_1$  的值不为-1,  $l_2$  的值为-1),则选取  $v_0$  的相邻结点中  $l_1, l_2$  的值均不等于起点  $v_i$  的  $l_1$  的值的结点作为  $ListLine_i$  的第 2 个结点指针  $v_1$ .
5. 依次计算主曲率线  $ListLine_i$  上沿  $v_0, v_1$  方向与结点  $v_1$  邻接的下一个结点指针  $v_{next}$ ;将  $v_{next}$  指针加入  $ListLine_i$ ,直至主曲率线首尾相接,或  $v_{next}$  为空.
6. 如果  $ListLine_i$  未封闭,则依次计算主曲率线上沿  $v_1, v_0$  方向与结点  $v_0$  邻接的上一个结点  $v_{before}$ ;将  $v_{before}$  指针加入  $ListLine_i$ ,直至  $v_{before}$  为空.

从无序的主曲率线网中提取主曲率线链表的算法如下:

**算法 2.** 主曲率线链表集的建立.

输入:离散主曲率线网的顶点表  $T_v$  和边表  $T_e$ .

输出:以单链表数据结构组织的所有主曲率线集合  $List\_Net$ .

1. 遍历顶点表  $T_v$ ,建立每个顶点  $v$  的结构信息  $\{v, l_1, l_2\}$ ,设定所有顶点的初始  $l_1, l_2$  的值为-1,建立空链表  $List\_Net$ .
2. 遍历顶点表  $T_v$ ,对  $T_v$  中所有度为 4 且  $l_1, l_2$  的值有 1 个或 1 个以上不为-1 的结点  $v_i$ :
  - (1) 按算法 1 计算经过该点的主曲率线  $ListLine_{v_i}$ .
  - (2) 计算主曲率线  $ListLine_{v_i}$  的重要程度度量  $E_{v_i}$ .
  - (3) 遍历主曲率线  $ListLine_{v_i}$  上的所有结点,如结点的  $l_1$  的值为-1,则设置  $l_1$  的值为  $E_{v_i}$ ;否则,设置  $l_2$  的值为  $E_{v_i}$ .
  - (4) 将指向主曲率线链表  $ListLine_i$  的指针加入主曲率线网链表  $List\_Net$ .
3. 重复上述过程,直至满足条件的结点集为空.

#### 2.4 主曲率线的各向异性分布

曲面表面的各向异性是指从曲面上某一点出发,沿不同方向移动相同距离,法向量的改变量不同.显然,沿法向量改变大的方向应布置较多的采样点,而沿法向量改变小的方向可布置较少的采样点.本节对均匀分布的离散主曲率线进行各向异性分析,就是为了达到这一目的,实现主曲率线根据曲面表面各向异性分布,从而提高网格模型的表达效率.

令离散主曲率线由结点  $v_0, v_1, \dots, v_i, v_{i+1}, \dots, v_n$  组成,当  $L$  经过网格模型表面法向量非常小的区域时,主曲率线  $L$  需满足以下条件:

- (1)  $L$  上所有结点  $v$  的左、右结点  $\{v_l, v_r\}$  的夹角  $\alpha \approx \pi$ ;
- (2) 删去主曲率线  $L$  仅带来非常小的体积变化.

综合以上分析,可给主曲率线  $L$  定义一个标志其重要程度的算子  $E(L)$ 如下:

$$E(L) = \alpha_n (1 - e^{-E_n(L)}) + \alpha_v (1 - e^{-E_v(L)}) \quad (11)$$

其中,  $\alpha_n, \alpha_v$  为用户定义的权因子,分别对应法向量改变值和体积改变值的权重,其和为 1.

$E_n(L)$  记录了整条主曲率线  $L$  附近区域的法向量改变情况,记为

$$E_n(L) = \sum_{i=0}^m E_n(v_i) / (m+1), v_i \in L \quad (12)$$

其中,

$$E_n(v) = \pi - \cos^{-1}(\overline{v_l v} \cdot \overline{v_r v} / |\overline{v_l v}| |\overline{v_r v}|) \quad (13)$$

$E_v(L)$  记录了主曲率线  $L$  的删除产生的网格模型体积改变情况,记为

$$E_v(L) = \sum_{i=0}^m E_v(v_i), v_i \in L \quad (14)$$

其中,

$$E_v(v) = \overline{v_l v} \cdot \overline{v_r v} / |\overline{v_{next} v}| / V_{box} \quad (15)$$

$V_{box}$  为输入网格模型包络体的体积.

依次对主曲率线网链表  $List\_Net$  中的所有主曲率线计算  $E(L)$  值,然后采用贪心算法找出  $E(L)$  值最小的主曲率线,予以删除.再更新主曲率线网链表和对应的  $E(L)$  值,继续删除  $E(L)$  值最小的主曲率线.如此循环,直到达到预定的采样密度或预设的几何误差阈值.

最后,将所有主曲率线上的结点定义为新网格的采样顶点,采样顶点间的主曲率线段定义为新网格的网格边,即可生成各向异性四边形主导网格模型.

### 3 实验结果与分析

算法的实现基于 CGAL 图形库和 Graphite 实验平台,计算机为 Intel 双核 1.86GHz,内存 512M,Windows XP 操作系统.模型质量从两方面来评价:奇异点数量和度为 4 的顶点所占的比例.选取的比较对象为原始模型、本文算法得到的四边形主导网格模型及 Allize 算法<sup>[14]</sup>、来煜坤算法<sup>[23]</sup>得到的四边形主导网格模型以及 Marinov 算法<sup>[22]</sup>得到的四边形网格模型.

本文一共给出 5 个模型(如图 1、图 3~图 6 所示)各向异性四边形网格化的实验数据,见表 1.从表 1 可以看出,生成的基网格顶点数越多,所花费的时间越长.原始网格的规模和复杂程度也是影响时间效率的重要因素.

我们还对上述 5 个模型的重新网格化质量做了分析,相关数据见表 2.

从图 4 和表 2 的数据可以看出,与 Allize 等人提出的直接各向异性四边形主导网格生成算法相比,本文算法在网格质量和网格效率两方面均具有比较明显的优势:在图 4(c)中深色区域,本文算法实现了效率较高的网格边各向异性分布,因此在网格模型特征保持较好的前提下,与 Allize 算法相比,通过本文算法得到的网格模型,采样元素数量仅为其 23%;同时,较好地解决了 Allize 算法因局部抽取主曲率线,从而在图 4(d)中深色区域出现的奇异点聚集问题,四边形面片的比例反而从 78.3% 提高到 91.2%.

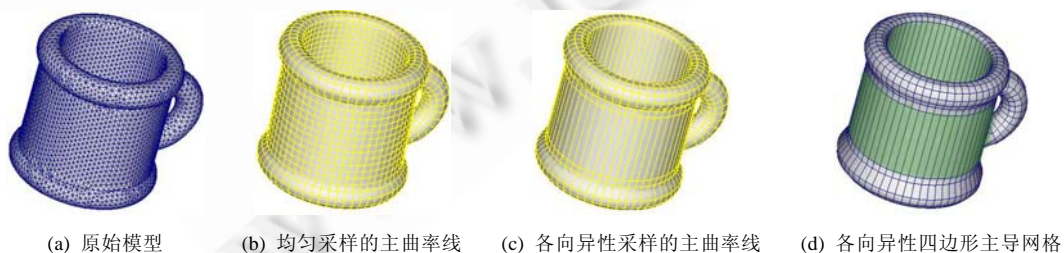


Fig.3 Remeshing of cup model

图 3 Cup 模型的网格重建

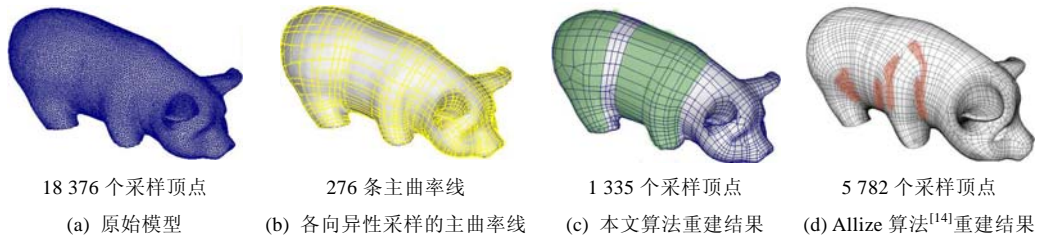
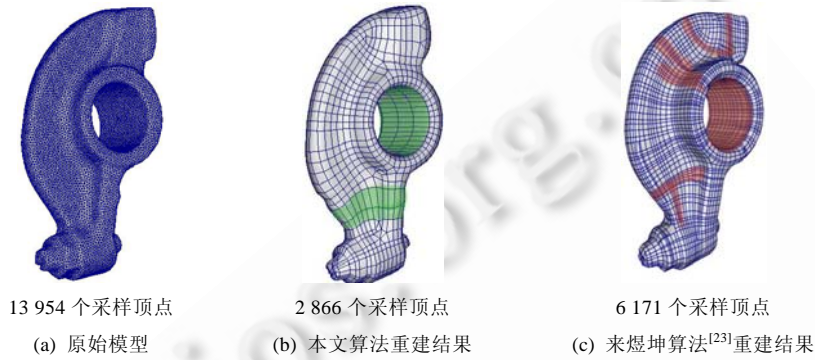
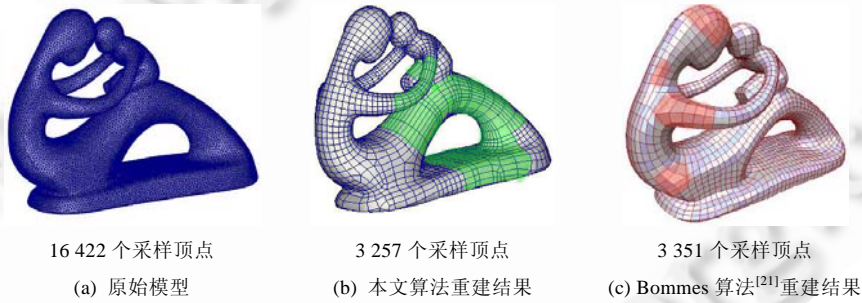
Fig.4 Remeshing of pig model by our method and Allize method<sup>[14]</sup>图 4 本文算法和 Allize 算法<sup>[14]</sup>对 pig 模型的重新网格化Fig.5 Remeshing of rockarm model by our method and Lai YK method<sup>[23]</sup>图 5 本文算法和来煜坤算法<sup>[23]</sup>对 rockarm 模型的重新网格化Fig.6 Remeshing of fertility model by our method and Bommes method<sup>[21]</sup>图 6 本文算法和 Bommes 算法<sup>[21]</sup>对 fertility 模型的重新网格化

Table 1 Efficiency of our algorithm

表 1 本文算法效率

模型名称	输入顶点数	亏格数	建立场的时间(s)	生成主曲率线的时间(s)	各向异性网格化时间(s)	输出顶点数
Elephant (Fig.1)	24 955	1	4.23	35.25	5.72	1 861
Cup (Fig.3)	5 668	1	0.34	3.12	0.86	368
Pig (Fig.4)	18 376	0	2.86	18.34	2.19	1 355
Rockarm (Fig.5)	13 954	1	2.17	12.56	2.07	2 866
Fertility (Fig.6)	16 422	4	3.16	19.54	2.95	3 257



Table 2 Mesh quality of our algorithm

表 2 本文算法模型质量

模型名称	本文算法结果分析				对比算法结果分析			
	顶点数	面片数	奇异点数量	四边形面片比例(%)	顶点数	面片数	奇异点数量	四边形面片比例(%)
Elephant (Fig.1)	1 861	1 752	183	89.7	—	—	—	—
Cup (Fig.3)	368	377	12	98.3	—	—	—	—
Pig (Fig.4)	1 355	1 261	129	91.2	5 782	5 335	432	78.3
Rockarm (Fig.5)	2 866	2 731	166	96.4	6 171	6 132	41	99.36
Fertility (Fig.6)	3 257	3 193	102	93.7	3 351	3 357	68	100

从图 5 和表 2 的数据可以看出,与来煜坤算法相比,由于实现了网格面片的各向异性分布(见图 5(b)中深色区域),本文算法的网格表达效率优势明显.在网格模型特征保持较好的前提下,采样元素数量仅为来煜坤算法的 48%.但奇异点数量从 41 增加到 166,同时,四边形面片比例也略有下降.

从图 6 和表 2 的数据可以看出,与 Bommers 算法相比,在输出模型的网格规模相当的前提下(本文算法模型输出采样顶点略少),本文算法由于采用各向异性分布,在模型底座、手臂和腿部的轴向方法分布较少的网格边,将更多的网格边分布在法向量变化大的方向,如手臂的径向方向等,所得的网格模型明显光滑得多.但在四边形面片比例和奇异点控制上,Bommers 算法具有优势.

#### 4 结 论

本文提出了一种全局各向异性四边形主导网格生成算法.由于采用逆向主曲率线删除的方式,可确保网格模型分辨率下降时,始终保留其重要主曲率线,从而更好地保持了模型特征.此外,在根据各向异性确定主曲率线的分布密度时,本文方法综合考虑了整条主曲率线附近区域的情况,避免了仅由种子点区域的局部几何特性决定主曲率线密度的片面性和随意性,为探索重建质量与效率兼顾的四边形主导网格模型提供了一种新思路.

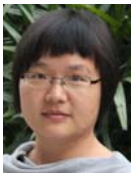
算法还存在需要改进之处:目前没有考虑初始主曲率线采样与模型的尖锐特征不重合的情况,有可能造成模型上尖锐特征缺失.提高初始主曲率线的采样密度可部分地解决该问题,但会大幅提高计算量.此外,在各向同性区域,主曲率场的加权拟合和光滑操作有可能造成奇异点数量偏多,导致该区域网格元素质量不是很好.

需要进一步从理论上探讨在任意拓扑网格模型表面建立高精度光滑主曲率场的问题,并在主曲率线采样的基础上引入特征线约束,从而更好地保持初始网格模型上尖锐特征,提高重建网格模型的质量.

#### References:

- [1] Manfredo Do Carmo MP. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice-Hall, 1976.
- [2] Cohen-Steiner D, Alliez P, Desbrun M. Variational shape approximation. ACM Trans. on Graphics, 2004,23(3):905-914. [doi: 10.1145/1015706.1015817]
- [3] Botsch M, Kobbelt L. Resampling feature and blend regions in polygonal meshes for surface anti-aliasing. Computer Graphics Forum, 2001,20(3):402-410. [doi: 10.1111/1467-8659.00533]
- [4] Simpson RB. Anisotropic mesh transformations and optimal error control. Applied Numerical Mathematics, 1994,14(1-3): 183-198. [doi: 10.1016/0168-9274(94)90025-6]
- [5] D'azevedo EF. Are bilinear quadrilaterals better than linear triangles? SIAM Journal on Scientific Computing, 2000,22(1):198-217. [doi: 10.1137/S106482759630406X]
- [6] Alliez P, Ucelli G, Gotsman C, Attene M. Recent advances in remeshing of surfaces. Research Report, AIM@SHAPE Network of Excellence, 2005.
- [7] Hormann K, Lévy B, Sheffer A. Mesh parameterization: Theory and practice. In: Proc. of the SIGGRAPH 2007. Courses Notes, ACM SIGGRAPH, 2007. [doi: 10.1145/1281500.1281510]
- [8] Alliez P, Meyer M, Desbrun M. Interactive geometry remeshing. ACM Trans. on Graphics, 2002,21(3):347-354. [doi: 10.1145/566654.566588]
- [9] Alliez P, de Verdiere EC, Devillers O, Isenburg M. Isotropic surface remeshing. In: Proc. of the Shape Modeling Int'l Washington. IEEE Computer Society, 2003. 49-58. [doi: 10.1109/SMI.2003.1199601]

- [10] Gu XF, Gortler SJ, Hoppe H. Geometry images. *ACM Trans. on Graphics*, 2002,21(3):355–361. [doi: 10.1145/566654.566589]
- [11] Sander PV, Wood ZJ, Gortler SJ, Snyder J, Hoppe H. Multi-Chart geometry images. In: *Proc. of the Eurographics/ACM SIGGRAPH Symp. on Geometry Processing*. Aachen: Eurographics Association, 2003. 146–155.
- [12] Marinov M, Kobbelt L. A robust two-step procedure for quad-dominant remeshing. *Computer Graphics Forum*, 2006,25(3): 537–546. [doi: 10.1111/j.1467-8659.2006.00973.x]
- [13] Marinov M, Kobbelt L. Direct anisotropic quad-dominant remeshing. In: *Proc. of the 12th Pacific Conf. on Computer Graphics and Applications*. 2004. 207–216. [doi: 10.1109/PCCGA.2004.1348351]
- [14] Alliez P, Cohen-Steiner D, Devillers O, Lévy B, Desbrun M. Anisotropic polygonal remeshing. *ACM Trans. on Graphics*, 2003, 22(3):485–493. [doi: 10.1145/882262.882296]
- [15] Ray N, Li WC, Lévy B, Sheffer A, Alliez P. Periodic global parameterization. *ACM Trans. on Graphics*, 2006,25(4):1460–1485. [doi: 10.1145/1183287.1183297]
- [16] Dong S, Bremer PT, Garland M, Pascucci V, Hart JC. Spectral surface quadrangulation. In: *Proc. of the SIGGRAPH 2006. ACM SIGGRAPH, 2006*. 1057–1066. [doi: 10.1145/1179352.1141993]
- [17] Huang J, Zhang MY, Ma J, Liu XG, Kobbelt L, Bao HJ. Spectral quadrangulation with orientation and alignment control. *ACM Trans. on Graphics*, 2008,27(5):1–9. [doi: 10.1145/1409060.1409100]
- [18] Tong Y, Alliez P, Cohen-Steiner D, Desbrun M. Designing quadrangulations with discrete harmonic forms. In: *Proc. of the SGP Eurographics Association*. 2006. 201–210.
- [19] Bommes D, Vossemer T, Kobbelt L. Quadrangular parameterization for reverse engineering. In: *Proc. of the MMCS 2008. LNCS 5862, 2010*. 55–69. [doi: 10.1007/978-3-642-11620-9\_5]
- [20] Kälberer F, Nieser M, Polthier K. Quadcover-surface parameterization using branched coverings. *Computer Graphics Forum*, 2007, 26(3):375–384.
- [21] Bommes D, Zimmer H, Kobbelt L. Mixed-Integer quadrangulation. *ACM Trans. on Graphics*, 2009,28(3):1–10. [doi: 10.1145/1576246.1531383]
- [22] Marinov M, Kobbelt L. Direct anisotropic quad-dominant remeshing. In: *Proc. of the Computer Graphics and Applications, 12th Pacific Conf. (PG 2004)*. Washington: IEEE Computer Society, 2004. 207–216. [doi: 10.1109/PCCGA.2004.1348351]
- [23] Lai YK, Kobbelt L, Hu SM. An incremental approach to feature aligned quad dominant remeshing. In: *Proc. of the 2008 ACM Symp. on Solid and Physical Modeling (SPM 2008)*. 2008. 137–145. [doi: 10.1145/1364901.1364921]
- [24] Rusinkiewicz S. Estimating curvatures and their derivatives on triangle meshes. In: *Proc. of the Symp. on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission, Vol.28*. 2006. 197–206. [doi: 10.1109/3DPVT.2004.54]
- [25] Zhang E, Mischaikow K, Turk G. Vector field design on surfaces. *ACM Trans. on Graphics*, 2006,25(4):1294–1326. [doi: 10.1145/1183287.1183290]
- [26] Palacios J, Zhang E. Rotational symmetry field design on surfaces. *ACM Trans. on Graphics*, 2007,26(3):55. [doi: 10.1145/1276377.1276446]
- [27] Ray N, Vallet B, Li WC, Lévy B. N-Symmetry direction field design. *ACM Trans. on Graphics*, 2008,27(2):1–13. [doi: 10.1145/1356682.1356683]



朱为鹏(1979—),女,湖北黄冈人,硕士,主要研究领域为数字几何处理,计算机图形学.



罗笑南(1963—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为图形图像处理,三维仿真 CAD 技术,数字家庭技术.



高成英(1972—),女,博士,副教授,主要研究领域为计算机辅助几何设计,图形图像处理与传输.