

伪球滤波和边缘检测^{*}

王志衡, 吴福朝⁺

(中国科学院 自动化研究所 模式识别国家重点实验室,北京 100080)

Pseudosphere Filter and Edge Detection

WANG Zhi-Heng, WU Fu-Chao⁺

(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-10-82614521, E-mail: fcwu@nlpr.ia.ac.cn, http://nlpr-web.ia.ac.cn/

Wang ZH, Wu FC. Pseudosphere filter and edge detection. Journal of Software, 2008,19(4):803-816.
<http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/803.htm>

Abstract: An image filter called the pseudosphere filter is presented in this paper. An edge-preserving parameter is introduced besides a scale parameter in the pseudosphere filter, and thus a better trade-off between image smoothing and edge locating can be obtained by using it. A pseudosphere-based edge detector is built by replacing the Gaussian filter in the classic Canny edge detector with the pseudosphere filter. Experimental results show that, by comparing with the classic Canny edge detector, in the case of having the same smoothness, pseudosphere-based edge detector offers a better precision for edge locating.

Key words: tractrix filter; pseudosphere filter; edge detector

摘要: 提出了一种图像滤波器——伪球滤波器.在伪球滤波器中,除了尺度参数外,还引入了边缘保持参数,因而它能较好地解决传统滤波器的平滑性能与边缘定位精度之间的矛盾.以伪球滤波器取代经典 Canny 边缘检测算子中的高斯滤波器,得到一种基于伪球的边缘检测算子.模拟图像和真实图像的实验结果表明,与经典的 Canny 边缘检测算子相比,在具有相当平滑性的条件下,基于伪球的边缘检测算子对边缘定位具有更高的精度.

关键词: 拽物线滤波;伪球滤波;边缘检测算子

中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A

边缘检测是图像处理中最为经典和基础的问题之一,常见的边缘检测算子(如 Robert,LOG,Canny 等)基本上都是基于一阶或者二阶微分的.为了减小噪音的影响,一般在利用差分模板对数字图像进行边缘增强之前,首先对其进行滤波(平滑),高斯滤波是最为常见的选择.但是,滤波在平滑图像的同时也使图像损失了部分边缘信息,因而影响了边缘的定位精度.平滑性和定位精度成为所有滤波器和边缘检测算子相互矛盾的两个性能要求,这也是导致边缘检测成为最困难的问题之一的主要内在原因.

中值滤波^[1,2]是最简单且常用的滤波方法之一,它具有一定的在保持边缘定位精度条件下去除图像中噪音的能力.频域变换为图像的内容分析提供了有力的工具,通过整体变换进行噪音估计与局部变换进行边缘分析

^{*} Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60575019 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA01Z116 (国家高技术研究发展计划(863))

Received 2006-09-02; Accepted 2006-12-06

相结合,能够同时达到平滑噪音和保持边缘的目的^[3-5].Lindeberg^[6]分析了边缘检测算子的平滑性和定位精度之间的矛盾,认为选取合适的尺度是取得较好折衷效果的有效步骤,并通过在尺度空间内搜索使边缘强度达到极大值的位置来自动为图像选取合适的局部尺度参数,在一定程度上缓和了这一矛盾,Rivera^[7]从图像复原的角度利用边缘保持正则化的方法对这一问题进行了深入探讨.Gijbels^[8]将灰度图视为图像曲面,通过估计其表面的不连续性并采用局部线性核平滑的方法,在保持图像边缘的同时,能够有效地去除平滑区域的噪音.还有许多文献从其他角度对这一问题进行了研究^[9,10].

针对滤波器的平滑性与边缘保持性这一矛盾,本文从滤波器的核函数入手,引入了数学上具有良好几何特性的拽物线函数,并针对其在中心处没有定义的缺陷,通过构造双二次曲线与其光滑对接,使其处处二阶可微并具备了良好的滤波性质.在拽物线滤波器中,除了尺度参数外,还引入了边缘保持参数.边缘保持参数的引入使其能够相对独立地调整平滑性能和边缘定位性能.将 1D 拽物线滤波器推广到 2D 图像上,我们得到 2D 伪球滤波器(伪球为拽物线的旋转曲面).相对于高斯滤波器,伪球滤波器在保持平滑性的条件下能够获得更高的边缘定位精度.Pellegrino^[11]和Nguyen^[12]等人通过实验系统地比较了常见的边缘检测算子的性能,并指出,大多数情况下,Canny 算子^[13]具有最好的性能.但基于高斯函数的Canny算子同样具有平滑性和定位精度之间的矛盾.为改进其性能,我们用伪球作为核函数取代经典Canny算子中使用的高斯函数,形成了一种能够克服这种矛盾的新型边缘检测算子,称为基于伪球的边缘检测算子.

本文的主要贡献在于:1) 补充定义了拽物线和伪球在原点处及其附近邻域内的值,使其具有良好的数学性质(处处二阶可微);2) 发现了它们具有十分优良的滤波性能,构造了相应的滤波器并成功地应用于图像处理领域;3) 利用伪球取代高斯函数作为核函数,形成了一种比经典 Canny 边缘检测算子具有更高定位精度的边缘检测算子——基于伪球的边缘检测算子.

本文第 1 节介绍拽物线和 1D 拽物线滤波器,并比较拽物线滤波器和高斯滤波器的性能.第 2 节介绍伪球曲面和伪球滤波器,第 3 节分析伪球的偏微分和伪球边缘检测器,并提出基于伪球的边缘检测算子,通过模拟图像和真实图像实验比较基于伪球的边缘检测算子和经典 Canny 算子的性能.第 4 节给出结论.

1 拽物线和 1D 拽物线滤波器

1.1 拽物线

拽物线^[14]是一条平面曲线(如图 1 所示),其方程为

$$t(x) = \sigma \log \left(\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2}}{|x|} \right) - \sqrt{\sigma^2 - x^2}, 0 < |x| \leq \sigma (\sigma > 0) \quad (1)$$

拽物线有下述性质:

(1) 在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 内,除中心外,拽物线有任意阶连续导函数,并且不难计算:

$$\left(\frac{dt}{dx} \right)^2 = \frac{\sigma^2 - x^2}{x^2}, 0 < |x| \leq \sigma \quad (2)$$

计算过程可参考附录 1 中的式(26),这是拽物线的微分方程.

(2) 令 $P(x_0, y_0)$ 是拽物线上的任意一点, Q 是 P 点的切线与 t 轴的交点,则 P 点与 Q 点之间的距离

$$\|P - Q\| = \sqrt{x_0^2 t g^2 \theta + x_0^2} = \sqrt{x_0^2 (dt/dx)|_{x=x_0}^2 + x_0^2} = \sigma \quad (3)$$

因此,拽物线上任意一点沿该点切线到 t 轴的距离总是等于 σ .

(3) 拽物线在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 上(绝对)可积与平方可积,并且有

$$a = \int_{-\sigma}^{\sigma} t(x) dx = \frac{\pi \sigma^2}{2} \quad (4)$$

即拽物线与 x 轴围成的面积是半径为 σ 的圆的面积的一半*。

(4) 由性质 3,拽物线与任何有界函数的 $f(x)$ 的卷积总存在:

$$\hat{f}(x) = t(x) \times f(x) = \int_{-\sigma}^{\sigma} t(u) f(x-u) du \tag{5}$$

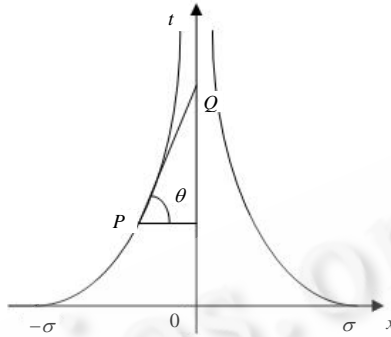


Fig.1 Tractrix

图 1 拽物线

1.2 1D拽物线滤波器

根据拽物线性质 4,拽物线可作为一维连续信号滤波器的核函数.但是,拽物线在中心处的值为无穷大,具有冲激效应,如果直接将拽物线作为一维信号滤波器的核函数,其响应信号与原信号基本相同,不能获得理想的滤波效果.为了使得拽物线具有滤波性能,我们必须补充定义拽物线在中心处的值.为此,可以通过下述方式来实现:选取一个充分小的中心对称区间 $[-\epsilon, \epsilon]$ ($\epsilon > 0$) 和一个关于中心对称的光滑曲线 q ,使得拽物线和曲线 q 在区间的两个端点处能够光滑地拼接.

在本文中,我们选择 q 为双二次函数:

$$q(x) = ax^4 + bx^2 + c, x \in [-\epsilon, \epsilon] \tag{6}$$

并使得它与拽物线在两个端点 ϵ 和 $-\epsilon$ 处有相同的值和相同的 1,2 阶导数,即满足下述约束:

$$q(\epsilon) = t(\epsilon), q'(\epsilon) = t'(\epsilon), q''(\epsilon) = t''(\epsilon) \tag{7}$$

如果式(7)得到满足,则必然有

$$q(-\epsilon) = t(-\epsilon), q'(-\epsilon) = t'(-\epsilon), q''(-\epsilon) = t''(-\epsilon).$$

通过解约束方程组(7)(求解过程见附录 1),我们得到:

$$a = \frac{2\sigma^2 - \epsilon^2}{8\epsilon^4 \sqrt{\sigma^2 - \epsilon^2}}, b = \frac{3\epsilon^2 - 4\sigma^2}{4\epsilon^2 \sqrt{\sigma^2 - \epsilon^2}}, c = \frac{3\epsilon^2 - 2\sigma^2}{8\sqrt{\sigma^2 - \epsilon^2}} + \sigma \log \left(\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \epsilon^2}}{\epsilon} \right) \tag{8}$$

这样,我们就确定了一个双二次函数 q ,它能与拽物线在区间 $[-\epsilon, \epsilon]$ 的两个端点处进行光滑的拼接.

令

$$T(x) = \begin{cases} q(x), & 0 \leq x \leq \epsilon \\ t(x), & \epsilon \leq x \leq \sigma \\ 0, & x > \sigma \end{cases} \tag{9}$$

对 $T(x)$ 进行归一化可得

* 拽物线与其关于 x 轴的对称部分在一起所构成的图形称为伪圆,伪圆是一个无界图形,但它的面积与半径为 σ 的圆的面积相等.

$$TF(x) = \frac{1}{S}T(x), -\infty < x < \infty \tag{10}$$

其中, $S = \int_{-\sigma}^{\sigma} T(x)dx$ 是归一化常数.

以函数(10)为核函数的滤波器称为 1D 拽物线滤波器, 记为 TF(tractrix filter). 对任何一维信号 $f(x)$, 滤波器 TF 的响应信号是核函数(10)与 $f(x)$ 卷积:

$$\hat{f}(x) = TF(x) \times f(x) = \int_{-\sigma}^{\sigma} TF(u)f(x-u) \tag{11}$$

在滤波器 TF 中, 有两个可供调节的参数 σ 与 ε . σ 称为尺度参数, 它决定了核函数的支撑区间的大小; ε 称为边缘控制参数(一维信号的“边缘”是指信号的尖点或具有较大曲率的点), 它决定了响应信号保持原信号边缘的能力. 当 ε 固定时, σ 越大, 响应信号 $\hat{f}(x)$ 越平滑; 当 σ 固定时, ε 越小, 响应信号保持边缘的能力越强(如图 2 所示).

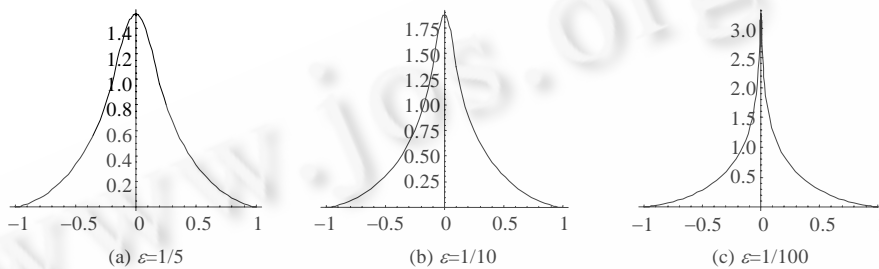


Fig.2 Tractrix filter (TF) ($\sigma=1$)
图 2 拽物线滤波器 TF($\sigma=1$)

1.3 离散拽物线滤波器

对于数字信号的滤波, 需要离散滤波器. 由第 1.2 节的连续型拽物线滤波器, 我们可以构造相应的离散拽物线滤波器. 令 $\{TF_j | j=1, 2, \dots, N+1\}$ 是来自核函数 $TF(x)$ 在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 的抽样, 以它为模板的离散滤波器称为离散型拽物线滤波器. 对任何一维离散信号 $\{f(i)=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, 离散滤波器 TF 的响应信号是 TF_j 与 f_j 的离散卷积:

$$\hat{f}(i) = TF_i \times f_i = (1/s) \sum_{j=1}^{2N+1} TF_j f_{i-(N+j-1)} \tag{12}$$

其中, $s = \sum_{j=1}^{2N+1} TF_j$ 是归一化常数.

离散滤波器 TF 的模板 TF_j 取决于抽样方式, 在本文中, 我们以均匀抽样的方式来构造模板, 即在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 上等步长抽取核函数 $TF(x)$ 的 $2N+1$ 个点形成序列作为模板 TF_j :

$$TF_j = TF(\sigma(j-N-1)/N), j=1, 2, \dots, 2N+1 \tag{13}$$

1.4 模拟实验

实验目的是检验 1D 拽物线滤波器的平滑噪音能力和保持信号边缘能力, 并与高斯滤波器进行比较. 拽物线滤波器的核尺度取 $\sigma=1$, 边缘控制参数 ε 分别取 $10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$. 离散模板 TF_i 是来自于 $TF(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的均匀抽样(步长为 $1/25$): $TF_i = TF((i-12-1)/12)$. 我们取两个高斯滤波器与之比较: 1) 高斯滤波器的核尺度被选择为使其中心处的值等于拽物线滤波器中心处的值(称作等高高斯滤波器); 2) 高斯滤波器的核尺度被选择为拽物线滤波器的尺度参数的 $1/3$ (高斯函数在 3 倍标准差处衰减至 $e^{-4.5} \approx 0.011$, 此时, 高斯函数和拽物线函数几乎具有相当的宽度, 此滤波器称作等宽高斯滤波器). 3 个核函数的形状对比如图 3 所示. 实验中, 所使用的离散信号来自于下面连续信号在区间 $[-8, 8]$ 的均匀抽样(步长为 $1/25$)(如图 4(a)中虚线所示):

$$g(x) = \frac{x \sin(3\pi x / 2)}{2}$$

实验中加入均值为 0、方差为 0.1 高斯噪声(如图 4(a)实线所示).

图 4 所示为实验结果.图 4(b)~图 4(h)中虚线表示原始信号,实线表示不同滤波器对加噪声后的信号进行滤波的结果:图 4(c)~图 4(e)分别是参数为 $\epsilon=0.1,0.01,0.001$ 的拽物线滤波的结果,图 4(f)~图 4(h)是对应的 3 个等高高斯滤波的结果,图 4(b)是对应的等宽高斯滤波的结果.其中,error 表示滤波后的信号与原始信号在极值位置(边缘)处的绝对误差的平均值,用于衡量滤波器的边缘保持性能.可以看出:1) 拽物线滤波器的边缘控制参数越小,平滑噪声的能力越差,保持边缘的能力越强;2) 相对于等高高斯滤波器,拽物线滤波器具有更好的噪声平滑性能;3) 相对于等宽高斯滤波器,拽物线滤波器具有更好的边缘保持性能(相对原始信号边缘处的损失(error)要小).总之,拽物线滤波器在噪声平滑和边缘保持两个矛盾的方面具有更好的性能表现.

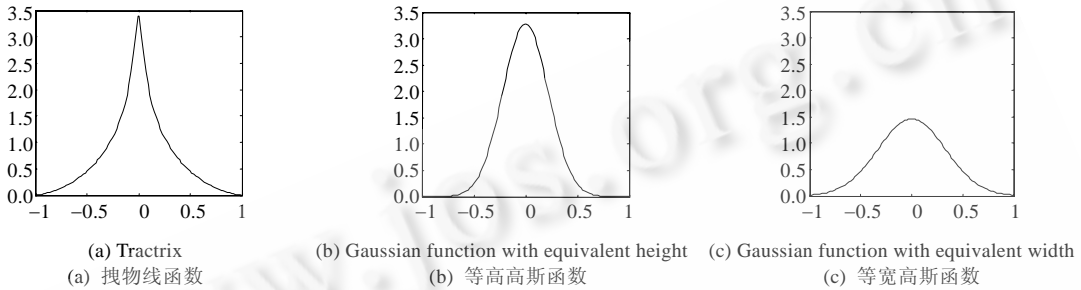


Fig.3 Shape contrast of kernel functions of three filters

图 3 实验中 3 个滤波器核函数形状对比

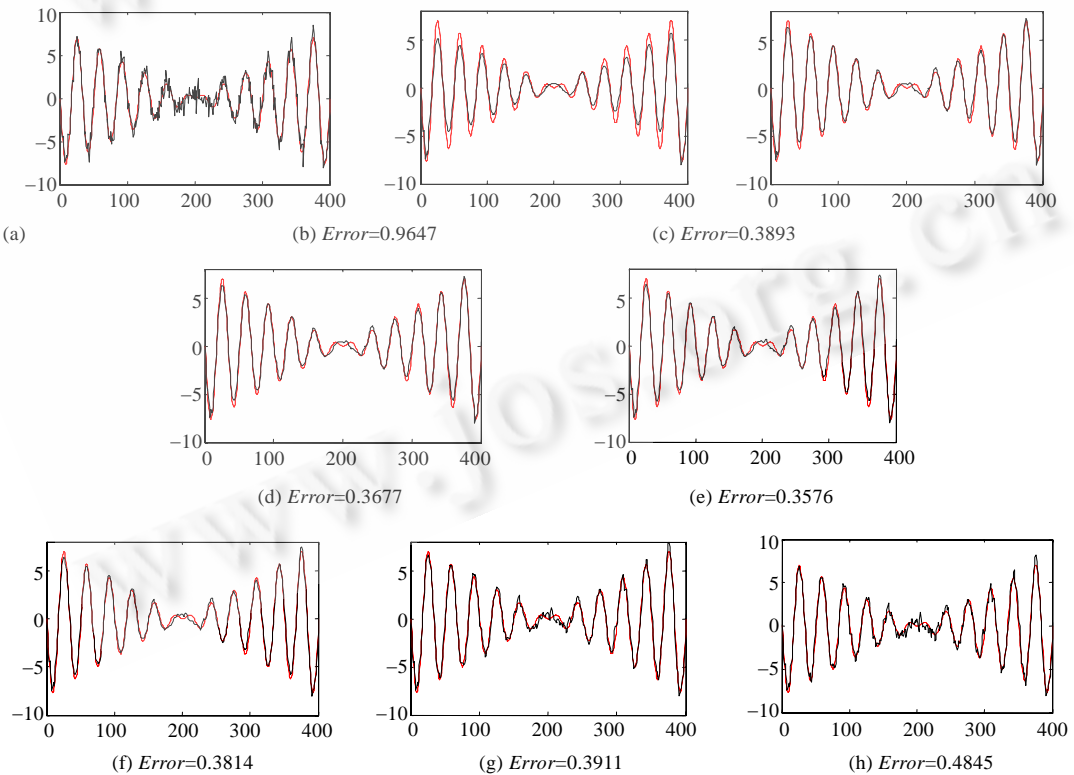


Fig.4 Results of tractrix filtering and Gaussian filtering

图 4 拽物线滤波器与高斯滤波器的比较

2 伪球和 2D 伪球滤波器

2.1 伪球曲面

伪球^[14]是抛物线(式(1))绕其对称轴旋转所形成的旋转曲面(如图 5(a)所示),其方程为

$$P(x, y) = \sigma \log \left[\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right] - \sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}, 0 < x^2 + y^2 \leq \sigma^2 \quad (14)$$

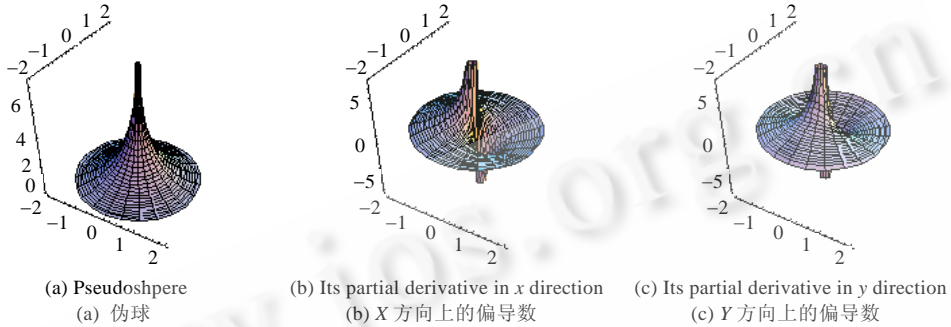


Fig.5 Pseudosphere and its partial derivatives

图 5 伪球及其偏导数

伪球有下述性质:

(1) 伪球函数在中心处无定义: $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} P(x, y) = +\infty$.

(2) 伪球函数在区域 $G = \{(x, y) | 0 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2\}$ 上(绝对)可积,且 $V = \iint_G P(x, y) dx dy = \frac{\pi \sigma^3}{3}$ ^[14],即伪球的体积是以半径为 σ 的球体的体积的 1/4.因此,伪球函数与任何有界函数的积在区域 G 上总是可积的.

(3) 伪球函数在区域 $G^o = \{(x, y) | 0 < x^2 + y^2 < \sigma^2\}$ 上有任意阶连续偏导数(图 5(b)、图 5(c)所示为其两个一阶偏导数).

(4) 伪球曲面的显著几何特征是在每一点的高斯曲率恒等于常数 $-1/\sigma^2$ ^[14].

2.2 伪球滤波器

与构造抛物线滤波器类似,如果将伪球直接作为 2D 信号滤波器的核函数,则其滤波响应信号与原信号基本相同,不能获得滤波效果.考虑抛物线滤波器核函数 $TF(x)$ (式(9))的旋转面:

$$PS(x, y) = TF(\sqrt{x^2 + y^2}) = \begin{cases} q(\sqrt{x^2 + y^2}), & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \varepsilon^2 \\ t(\sqrt{x^2 + y^2}), & \varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > \sigma^2 \end{cases} \quad (15)$$

对上式进行归一化,有

$$PSF(x, y) = \frac{1}{K} PS(x, y) \quad (16)$$

其中, $K = \iint_{x^2 + y^2 \leq \sigma^2} PS(x, y) dx dy$ 为归一化常数.

以函数(16)为二元核函数的滤波器称为伪球滤波器(pseudosphere filter,简称 PSF).对任何 2D 信号 $f(x, y)$,滤波器 PSF 的响应信号为

$$\hat{f}(x, y) = PSF(x, y) \times f(x, y) = \iint PSF(u, v) f(x - u, y - v) du dv \quad (17)$$

与 1D 滤波器 TF 相同,在伪球滤波器 PSF 中,参数 σ 称为尺度参数,参数 ε 称为边缘控制参数.当 ε 固定时, σ 越大,响应信号 $\hat{f}(x, y)$ 越平滑;当 σ 固定时, ε 越小,响应信号保持边缘的能力越强(如图 6 所示).

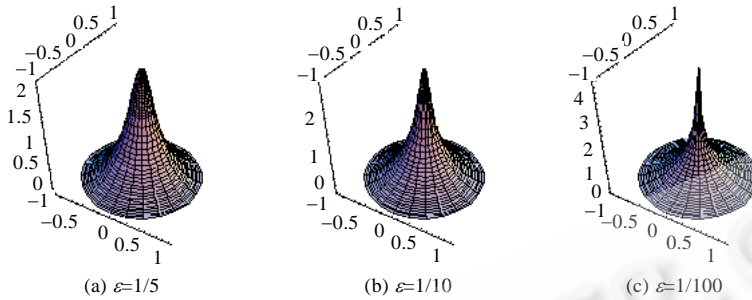


Fig.6 Pseudosphere filter PSF ($\sigma=1$)

图 6 伪球滤波器 PSF($\sigma=1$)

2.3 离散伪球滤波器

与构造离散抛物线滤波器类似,我们可以根据连续型伪球滤波器构造相应的离散型伪球滤波器.令 $\{PSF_{ij}|i,j=1,2,\dots,2N+1\}$ 是来自二元核函数 $PSF(x,y)$ 在区域 $[-\sigma,\sigma] \times [-\sigma,\sigma]$ 内的均匀抽样,即

$$PSF_{ij}=PSF(\sigma(i-N-1)/N,\sigma(j-N-1)/N),i,j=1,2,\dots,2N+1 \quad (18)$$

以 $\{PSF_{ij}\}$ 为模板的二维离散滤波器称为离散型伪球滤波器.对任何二维离散信号 $\{f_{ij}|i,j=0,\pm 1,\pm 2,\dots\}$,离散型伪球滤波的响应信号是 PSF_{ij} 与 f_{ij} 离散卷积(模板 PSF_{ij} 经过归一化):

$$\hat{f}_{ij} = PSF_{ij} \times f_{ij} = (1/k) \sum_{u=1}^{2N+1} \sum_{v=1}^{2N+1} PSF_{uv} f_{i-(N+u-1),j-(N+v-1)} \quad (19)$$

其中, $k = \sum_{u=1}^{2N+1} \sum_{v=1}^{2N+1} PSF_{uv}$ 是归一化常数.

3 伪球和 2D 伪球滤波器

3.1 伪球滤波器的偏微分

伪球滤波器 $PSF(x,y)$ (式(16))处处一阶可导,并且在 X,Y 两个方向上的偏导数(其两个方向上的偏导函数分别如图 5(b)、图 5(c)所示)分别为(求解过程见附录 2):

$$PSX(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} PSF(x, y) = \frac{1}{K} \cdot \begin{cases} 4ax^3 + 4axy^2 + 2bx, & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \varepsilon^2 \\ -\frac{x\sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}}{x^2 + y^2}, & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > \sigma^2 \end{cases} \quad (20)$$

其中, $K = \iint_{x^2+y^2 \leq \sigma^2} PS(x, y) dx dy$.

$$PSY(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} PSF(x, y) = \frac{1}{K} \cdot \begin{cases} 4ay^3 + 4ax^2y + 2by, & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \varepsilon^2 \\ -\frac{y\sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}}{x^2 + y^2}, & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > \sigma^2 \end{cases} \quad (21)$$

其中, $K = \iint_{x^2+y^2 \leq \sigma^2} PS(x, y) dx dy$.

与构造其他边缘检测器的方法类似,只要对式(20)、式(21)进行抽样,即可获得两个方向上的边缘检测模板:

$$PSX_{ij}=PSX(\sigma(i-N-1)/N,\sigma(j-N-1)/N) \quad (22)$$

$$PSY_{ij}=PSY(\sigma(i-N-1)/N,\sigma(j-N-1)/N) \tag{23}$$

其中, $i, j=1, 2, \dots, 2N+1$. 式(22)、式(23)称为 X, Y 方向上的伪球边缘检测器.

3.2 基于伪球的边缘检测算子

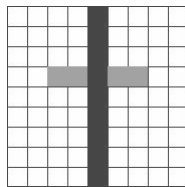
经典的Canny算子^[13]主要由 4 个步骤组成:首先用高斯滤波器平滑图像;接着用高斯一阶偏导的有限差分来计算梯度的幅值和方向;然后对梯度幅值进行非极大值抑制(non-maximum suppression,简称NMS);最后用双阈值算法检测和连接边缘.为了提高算法的边缘保持性能(定位精度),我们分别用伪球滤波器和伪球边缘检测器代替高斯滤波器和高斯边缘检测器,即先用模板 PSF_{ij} (式(18))对图像进行平滑,接着用两个伪球边缘检测算 PSX_{ij}, PSY_{ij} (式(22)、式(23))计算梯度的幅值和方向,然后进行非极大值抑制、双阈值检测和连接,形成了基于伪球的边缘检测算子.

3.3 模拟图像实验

定量比较边缘检测算子的性能,文献中已经提出了许多方法^[12,15-17].本文参考Nguyen在文献[12]中提出的方法,侧重比较算法的平滑性能和定位精度.在文献[12]中,Nguyen共定义了 6 种误差来定量衡量算法的性能.为了方便比较,参考Nguyen的定义,这里定义滤波误差和定位误差来分别衡量算法的平滑性和定位精度.以下定义中,像素支撑区域是指沿垂直于理想边缘方向,边缘像素两边的一定大小的区域(如图 7(a)中较暗部分所示),支撑区域内检测出的边缘像素称为有效边缘像素,反之则称为无效边缘像素.

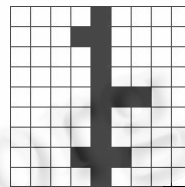
滤波误差:主要由边缘冗余(像素的支撑区域内检测出多个边缘点,如图 7(b)所示)和噪音冗余(支撑区域外存在假边缘,如图 7(c)所示)两种情况造成.图像的滤波误差定义为边缘冗余像素与噪音冗余像素的总数与理想边缘像素总数的比值.

定位误差:主要由边缘像素丢失(在像素的支撑区域内没有检测出边缘点,如图 7(d)所示)和边缘像素错位(检测出的像素位置与理想位置有偏差,如图 7(e)所示)两种情况造成.像素丢失时该像素的误差定义为支撑区域的半径,像素错位时该像素的误差定义为像素检测位置与理想位置的距离.图像的定位误差定义为各像素误差的总和与理想边缘像素总数的比值.



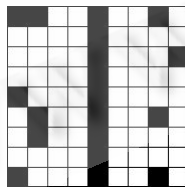
(a) Ideal edge (the gray pixels denote the support region of one edge pixel)

(a) 理想边缘(较暗的表示支撑区域)



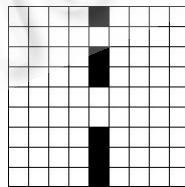
(b) Redundance of edge pixels

(b) 边缘冗余



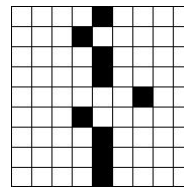
(c) Noise redundance

(c) 噪音冗余



(d) Loss of edge pixels

(d) 像素丢失



(e) Displacement of edge pixels

(e) 像素错位

Fig.7 Definition of several errors

图 7 几种误差定义

实验图像:我们采用Nguyen^[12]所设计的合成图像(如图 8(a)所示),实验中加入均值为 0、方差为 0.1 的高斯噪音(图像的像素取值范围归一化为[0,1]),图像大小为 256×256.图中从左到右在 40,80,160,200,240 处分别有 5 个不同类型边缘,依次分别为阶跃型边缘、台阶型边缘、倒台阶型边缘、脉冲型边缘、倒脉冲型边缘(具体见文献[12]).其中,阶跃型边缘根据下式产生:

$$I(x, y) = \begin{cases} c \left(1 - \frac{1}{2} e^{-\mu(x - Loc_{edge})} \right), & x \leq Loc_{edge} \\ \frac{c}{2} e^{-\mu(x - Loc_{edge})}, & x > Loc_{edge} \end{cases} \quad (24)$$

其中, Loc_{edge} 控制边缘的位置, μ 控制边缘的陡峭程度, c 控制边缘的高度. 台阶型边缘和脉冲型边缘由两个阶跃型边缘获得: $I(x, y) + aI(x - \Delta, y)$, $a > 0$ 时表示台阶型边缘; $a < 0$ 时表示脉冲型边缘.

实验结果: 图 9 为实验结果比较. 图 9(a)、图 9(b) 分别表示滤波误差和定位误差. 其中, 纵轴坐标表示误差, 横轴坐标表示 σ 依次增大的 10 个采样点的标号. 对于经典 Canny 算子, 对应 σ 分别取 1.0, 1.2, 1.4, ..., 2.8, 对于基于伪球的边缘检测算子, 对应 σ 分别取 3.0, 3.6, 4.2, ..., 8.4. 两图中的 4 条曲线分别对应经典 Canny 算子 (classic Canny, 简称 CC) 的结果和 $\varepsilon = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$ 时基于伪球的边缘检测算子 (pseudosphere-based Canny, 简称 PsC) 的结果. 显然, 随着边缘保持参数 ε 的减小, 基于伪球的边缘检测算子的定位精度有所提高, 但平滑噪音的能力有所下降. 在噪音误差相当的情况下 (横轴坐标大于 6 时), 基于伪球的边缘检测算子的定位精度明显优于经典的 Canny 算子.

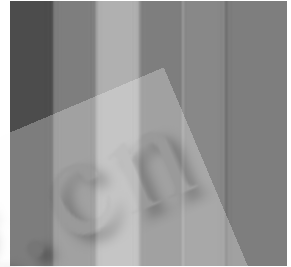


Fig.8 Synthetic image
图 8 模拟图像

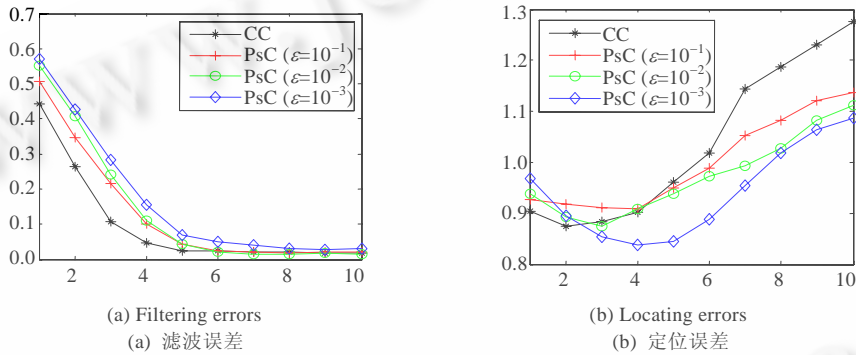


Fig.9 Performance contrast between the pseudosphere-based detector (PsC) and the classic Canny detector (CC)
图 9 基于伪球的边缘检测算子 (PsC) 与经典 Canny 算子 (CC) 的性能比较

3.4 真实图像实验

如图 10(a) 所示为一幅教堂图像, 图 10(b)~图 10(d) 为分别用基于伪球的边缘检测算子、等高高斯 Canny 算子 (高斯核函数的尺度参数被选择为使其中心和伪球的中心高度相等)、等宽高斯 Canny 算子 (高斯核函数的尺度参数被选择为伪球的尺度参数的 1/3) 对其进行边缘检测的结果. 其中, $\sigma_p = 3.0, \varepsilon = 0.1$, 模板大小为 15×15 .



(a) Church image
(a) 教堂图像
(b) The result of pseudosphere based edge detector
(b) 基于伪球的边缘算子检测结果
(c) The result of Canny detector with equivalent height
(c) 等高高斯 Canny 算子检测结果
(d) The result of Canny detector with equivalent width
(d) 等宽高斯 Canny 算子检测结果

Fig.10 Results contrast on church image
图 10 教堂图像及其边缘检测结果对比

显然,基于伪球的边缘检测算子(如图 10(b)所示)和等宽高斯 Canny 算子(如图 10(d)所示)在平滑微小细节方面的表现相当,而等高高斯 Canny 算子(如图 10(c)所示)对微小细节的平滑效果较差.为比较三者的定位精度,我们将图 10 中拐角处(每幅图中的 6 个方框)的细节分别放大(如图 11 所示).可以看出,图 10(b)、图 10(c)(基于伪球的边缘检测算子和等高高斯 Canny 算子)的定位精度相当,并且高于图 10(d)(等宽高斯 Canny 算子)的定位精度.实验结果表明,基于伪球的边缘检测算子在平滑噪音和定位精度两方面能够同时取得更好的效果.

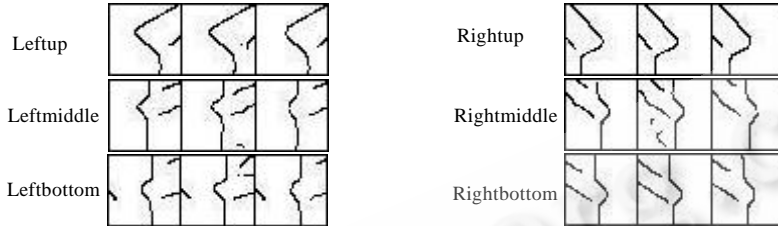


Fig.11 Details in Fig.10(b)~图 10(d) (parts in rectangle zoomed in)

图 11 图 10(b)~图 10(d)中细节(长方形框内)的放大比较图示

3.5 其他实验结果

如图 12 所示为其他 3 组实验结果比较,其中,图 12(a)、图 12(d)、图 12(g)为原始图像,图 12(b)、图 12(e)、图 12(h)为经典高斯 Canny 算子的检测结果,图 12(c)、图 12(f)、图 12(i)为基于伪球边缘检测算子的检测结果(通过调节其尺度参数和边缘保持参数,使其检测结果在平滑性方面的表现和经典 Canny 算子相当).可以看出,图 12(c)、图 12(f)、图 12(i)分别相对于图 12(b)、图 12(e)、图 12(h)在边缘的保持上效果更好.

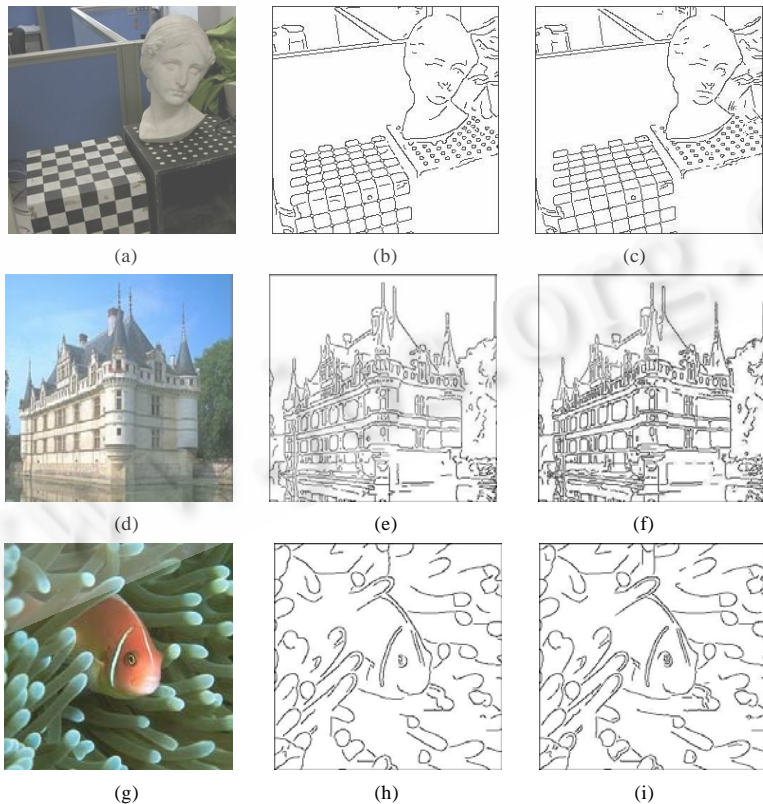


Fig.12 Results contrast

图 12 实验结果对比

3.6 讨 论

1) 算法复杂度.尽管伪球函数的公式表达相对比较复杂,但是,数字图像滤波实际上是图像与相应的离散模板进行卷积,一旦计算出滤波所需要的模板,算法的复杂度和计算量便与函数本身的复杂程度没有任何关系.模板的计算几乎不需要时间开销,因此,基于伪球的算法与基于高斯函数的算法具有完全相同的算法复杂度.

2) 边缘保持参数.伪球滤波器的边缘保持参数的引入,使相对独立地调整滤波性能和边缘定位性能成为可能,增加了其灵活性.但由于它增加了需要调整的参数,所以在工程实现上比其他滤波器更为复杂.在要求高精度边缘的场合,伪球滤波器是一种好的选择.

3) 本文补充定义后的伪球函数具有处处二阶可微的性质,使得在利用高斯函数作为核函数的许多场合,同样能够采用伪球作为核函数(伪球在其他方面的应用有待进一步研究).从某种意义上说,伪球函数可以作为高斯函数的一种补充.

4 结 论

模拟图像和真实图像的实验结果表明,伪球滤波和基于伪球的边缘检测,相对于高斯滤波和边缘检测,在对噪音具有相当平滑能力的条件下,对边缘具有更高的定位精度.其通过调整尺度参数和边缘控制参数,能够在平滑性和定位精度两方面同时达到较好的结果.在对精度要求较高的情况下(如三维重建、场景测量等),基于伪球的算法具有明显的优势.

References:

- [1] Gonzalez RC, Woods RE. Digital Image Processing. 2nd ed., Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002.
- [2] Senel HG, Peters II RA, Dawant B. Topological median filters. IEEE Trans. on Image Processing, 2002,11(2):89-104.
- [3] Chan SG, Yu B, Vetterli M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising. IEEE Trans. on Image Processing, 2000,9(9):1522-1531.
- [4] Portilla J, Strela V, Wainwright MJ, Simoncelli EP. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. IEEE Trans. on Image Processing, 2003,11(12):1338-1351.
- [5] Foi A, Dabov K, Katkovnik V, Egiazarian K. Shape-Adaptive DCT for denoising and image reconstruction. In: Dougherty ER, Astola JT, Egiazarian KO, Nasrabadi NM, Rizvi SA, eds. Proc. of the SPIE Electronic Imaging 2006, Vol. 6064. 2006. 203-214. <http://adsabs.harvard.edu/abs/2006SPIE.6064.203F>
- [6] Lindeberg T. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection. Int'l Journal of Computer Vision, 1998,2(30):117-154.
- [7] Rivera M, Marroquin JL. Adaptive Rest condition potentials: First and second order edge-preserving regularization. Computer Vision and Image Understanding, 2002,88(2):76-93.
- [8] Gijbels I, Lambert A, Qiu P. Edge-Preserving image denoising and estimation of discontinuous surfaces. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006,28(7):1075-1087.
- [9] Barash D, Comaniciu D. A common framework for nonlinear diffusion, adaptive smoothing, bilateral filtering and mean shift. Image and Vision Computing, 2004,22(1):73-81.
- [10] Starck JL, Candes E, Donoho DL. The curvelet transform for image denoising. IEEE Trans. on Image Processing, 2002,11(6):670-684.
- [11] Pellegrino FA. Edge detection revisited. IEEE Trans. on System Man and Cybernetics, 2004,34(3):1500-1517.
- [12] Nguyen TB, Ziou D. Contextual and non-contextual performance evaluation of edge detectors. Pattern Recognition Letters, 2000,21(9):805-816.
- [13] Canny JF. A computational approach to edge detection. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986,8(6):679-698.
- [14] Klingenberg W. A Course in Differential Geometry. New York: Springer-Verlag, 1977.

- [15] Health M, Sarkar S, Sanocki T, Bowyer KW. A robust visual method for assessing the relative performance of edge-detection algorithms. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997,19(12):1338-1359.
- [16] Ziou D, Tabbone S. Edge detection techniques-an overview. *Int'l Journal of Pattern Recognition and Image Analysis*, 1998,8(4): 537-559.
- [17] Shin MC, Goldgof DB, Bowyer KW, Nikiforou S. Comparison of edge detection algorithms using a structure from motion task. *IEEE Trans. on System Man and Cybernetics, Part B*, 2001,31(4):589-601.

附录 1. 式(8)的推导

由于拽物线 $t(x)$ 与双二次曲线 $q(x)$ 都是关于 y 轴对称的,只需在 $x>0$ 时求解方程组(7)即可.
 $x>0$ 时,拽物线的各阶导数为

$$t(x) = \sigma \log \left(\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2}}{x} \right) - \sqrt{\sigma^2 - x^2} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} t'(x) &= \frac{\partial t}{\partial x} = \sigma \frac{x}{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2}} \frac{-x}{\sqrt{\sigma^2 - x^2}} x - \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right) \frac{-x}{\sqrt{\sigma^2 - x^2}} \\ &= -\frac{\frac{\sigma x^2}{\sqrt{\sigma^2 - x^2}} + \sigma \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right)}{x \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right)} \frac{-x}{\sqrt{\sigma^2 - x^2}} = \frac{-\sigma x}{\sqrt{\sigma^2 - x^2} \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right)} - \frac{\sigma}{x} \frac{-x}{\sqrt{\sigma^2 - x^2}} \end{aligned} \quad (26)$$

$$= \frac{-\sigma x + x \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right)}{\sqrt{\sigma^2 - x^2} \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right)} - \frac{\sigma}{x} = \frac{x}{\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - x^2} \right)} - \frac{\sigma}{x} = -\frac{\sqrt{\sigma^2 - x^2}}{x}$$

$$t''(x) = \frac{\partial t'}{\partial x} = -\frac{\frac{-x}{\sqrt{\sigma^2 - x^2}} - \sqrt{\sigma^2 - x^2}}{x^2} = \frac{\sigma^2}{x^2 \sqrt{\sigma^2 - x^2}} \quad (27)$$

$x>0$ 时,双二次曲线的各阶导数为

$$q(x) = ax^4 + bx^2 + c, q'(x) = 4ax^3 + 2bx, q''(x) = 12ax^2 + 2b \quad (28)$$

将式(25)~式(28)带入文中方程组(7)可得:

$$\begin{cases} \sigma \log \left(\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon} \right) - \sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2} = a\varepsilon^4 + b\varepsilon^2 + c & \text{(I)} \\ -\frac{\sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon} = 4a\varepsilon^3 + 2b\varepsilon & \text{(II)} \\ \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}} = 12a\varepsilon^2 + 2b & \text{(III)} \end{cases} \quad (29)$$

从式(29)(II)、式(29)(III)中消去 b 可得:

$$\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}} \varepsilon + \frac{\sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon} = 12a\varepsilon^3 - 4a\varepsilon^3 \quad (30)$$

整理可得:

$$a = \frac{2\sigma^2 - \varepsilon^2}{8\varepsilon^4 \sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}} \quad (31)$$

将式(31)带入式(29)(II),整理可得:

$$b = \frac{3\varepsilon^2 - 4\sigma^2}{4\varepsilon^2\sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}} \quad (32)$$

将式(31)、式(32)带入式(29)(I),整理可得:

$$c = \frac{3\varepsilon^2 - 2\sigma^2}{8\sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}} + \sigma \log\left(\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon}\right) \quad (33)$$

附录 2. 式(20)、式(21)的推导(式(16)的偏微分)

利用式(9)、式(15)将式(16)展开,可得

$$PSF(x, y) = \frac{1}{K} PS(x, y) = \frac{1}{K} \begin{cases} q(x, y) \\ t(x, y) \\ 0 \end{cases} = \frac{1}{K} \begin{cases} a(x^2 + y^2)^2 + b(x^2 + y^2) + c, & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \varepsilon^2 \\ \sigma \log\left(\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) - \sqrt{\sigma^2 - x^2 + y^2}, & \varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > \sigma^2 \end{cases} \quad (34)$$

其中, $K = \iint_{x^2+y^2 \leq \sigma^2} PS(x, y) dx dy$ 为归一化常数.

① 当 $0 \leq x^2 + y^2 \leq \varepsilon^2$ 时,

$$PSX(x, y) = \frac{1}{K} \frac{\partial q(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{K} (2a(x^2 + y^2)2x + 2bx) = \frac{1}{K} (4ax^3 + 4axy^2 + 2bx) \quad (35)$$

② 当 $\varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2$ 时,

为简化表达,令

$$A(x, y) = \sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}, B(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (36)$$

则

$$A'_x = \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{-x}{\sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}} = \frac{-x}{A}, B'_x = \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{x}{B} \quad (37)$$

于是,伪球的一阶偏微分:

$$PSX(x, y) = \frac{1}{K} \frac{\partial t(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{K} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \log\left(\frac{A + \sigma}{B}\right) - A \right) = \frac{1}{K} \left(\sigma \frac{B}{A + \sigma} \frac{(A + \sigma)'_x B - B'_x (A + \sigma)}{B^2} - A'_x \right) \quad (38)$$

$$= -\frac{1}{K} \frac{\sigma A B'_x + \sigma^2 B'_x + A A'_x B}{(A + \sigma) B}$$

将式(37)带入式(38):

$$PSX(x, y) = -\frac{1}{K} \frac{\sigma A \frac{x}{B} + \sigma^2 \frac{x}{B} + A \frac{-x}{A} B}{(A + \sigma) B} = -\frac{1}{K} \frac{Ax}{B^2(A + \sigma)} \left(\sigma + \frac{\sigma^2 - B^2}{A} \right) \quad (39)$$

由式(36)可得:

$$\sigma^2 - B^2 = A^2 \quad (40)$$

将式(40)带入式(39):

$$PSX(x, y) = -\frac{1}{K} \frac{Ax}{B^2(A + \sigma)} \left(\sigma + \frac{A^2}{A} \right) = -\frac{1}{K} \frac{Ax}{B^2} = -\frac{x\sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}}{K(x^2 + y^2)} \quad (41)$$

③ 当 $x^2 + y^2 > \sigma^2$ 时,

$$PSX(x, y) = 0 \quad (42)$$

综合①,②,③,可得:

$$PSX(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} PSF(x, y) = \frac{1}{K} \begin{cases} 4ax^3 + 4axy^2 + 2bx, & 0 \leq x^2 + y^2 \leq \varepsilon^2 \\ x\sqrt{\sigma^2 - (x^2 + y^2)}, & \varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq \sigma^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > \sigma^2 \end{cases} \quad (43)$$

其中, $K = \iint_{x^2+y^2 \leq \sigma^2} PS(x, y) dx dy$.

同理,可推导出式(21).



王志衡(1983—),男,河南新郑人,博士生,主要研究领域为图像内容理解,特征提取.



吴福朝(1957—),男,研究员,博士生导师,主要研究领域为计算机视觉,图像处理,人工智能.



全国第 15 届计算机辅助设计与图形学(CAD/CG 2008)学术会议

征 文 通 知

由中国计算机学会主办、辽宁师范大学承办的全国第 15 届计算机辅助设计与图形学学术会议(CAD/CG' 2008)将于 2008 年 07 月 22 日在中国大连举行。本次会议内容包括中国计算机学会计算机辅助设计与图形学专业委员会恢复学术活动 30 周年纪念座谈、大会学术报告、计算机辅助设计与图形学热点问题专题研讨、最新成果和应用系统演示,并将邀请国内外学术界和产业界的著名专家、学者到会作特邀报告。会议录用的部分优秀论文将推荐至《计算机学报》、《计算机研究与发展》、《计算机辅助设计与图形学学报》、《工程图学学报》、《软件学报》(增刊)、《中国图象图形学报》、《系统仿真学报》。大会录用论文将由正式出版社出版。热诚欢迎一切从事计算机辅助设计与图形学研究、应用及软件开发的专家、学者和专业技术人员踊跃投稿。

一、会议论文主题包括(但不限于)

计算机辅助设计(CAD)	计算机辅助几何设计
几何造型与处理	计算机集成制造
虚拟设计与制造	网络化制造
电子设计自动化(EDA)	图形学基础理论与算法
科学计算可视化	虚拟现实多媒体技术
计算机动画	真实感图形
非真实感图形	数字媒体技术与数字内容处理
图形图像融合技术人机交互技术	工程图形及应用
计算机图形仿真、及与计算机辅助设计与图形学的相关领域	

二、重要日期

截稿日期: 2008 年 4 月 20 日

三、联系方式

投稿邮箱: cadcg2008@lnnu.edu.cn

电话/传真: 0411-82158874

联系人: 孙晓鹏 博士

相关网址: <http://www.cadcg2008.lnnu.edu.cn>