ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software, Vol.18, No.1, January 2007, pp.1−10
DOI: 10.1360/jos180001

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel/Fax: +86-10-62562563

一种扩展了价格信息的时间 Petri 网*

刘显明+, 李师贤, 李文军, 潘 理

(中山大学 计算机科学系,广东 广州 510275)

A Time Petri Net Extended with Price Information

LIU Xian-Ming+, LI Shi-Xian, LI Wen-Jun, PAN Li

(Department of Computer Science, SUN Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-20-34027144, Fax: +86-20-84112236, E-mail: ecopnlab@yahoo.com.cn

Liu XM, Li SX, Li WJ, Pan L. A time Petri net extended with price information. *Journal of Software*, 2007, 18(1):1−10. http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/1.htm

Abstract: Performance and cost analysis are the two main purposes of business process modeling, where the Petri net extended with time information is an effective tool for performance analysis, but not for cost analysis. This paper proposes a time Petri net extended with price information—Price Time Petri Net. Firstly, this paper associates a price with a time transition, and gives the semantics for price time Petri net in terms of priced timed transition systems. Then it defines a priced state class as an extension of state class, and discusses the soundness and completeness for this extension. An algorithm is given to prove that the minimum-cost reachability problem for bounded price time Petri net is decidable. Finally, this paper gives an example and draws a conclusion that incorporating price information in time Petri net and applying price time Petri net to business process management are feasible.
Key words: time Petri net; price; priced timed transition system; state class; business process management

摘 要: 性能和成本分析是业务流程建模的主要目的,扩展了时间信息的 Petri 网能够有效地进行性能分析,但是对成本分析却无能为力.提出一种扩展了价格信息的时间 Petri 网——价格时间 Petri 网.首先为时间变迁扩展价格参数,并使用价格时间变迁系统给出价格时间 Petri 网的语义;然后提出计价状态类的概念,并证明为状态类扩展累积成本的合理性和完备性;进而给出一种算法来证明有界价格时间 Petri 网的最小成本可达问题是可判定的;最后给出一个应用例子并得出结论:为时间 Petri 网扩展价格信息并将其应用于业务流程管理领域是可行的.
关键词: 时间 Petri 网;价格;价格时间变迁系统;状态类;业务流程管理
中图法分类号: TP301 文献标识码: A

---

* Supported by the National Research Foundation for the Doctoral Program of Higher Education of China under Grant No.20030558004 (国家教育部博士点基金); the Natural Science Foundation of Guangdong Province of China under Grant No.04009863 (广东省自然科学基金); the Industrial Research Projects of the Science and Technology Plan of Guangdong Province of China under Grant No.2003A1030403 (广东省科技攻关计划)

Received 2005-11-03; Accepted 2006-04-03

Petri 网是一个经典的并发模型,由 Petri 博士于 1962 年提出.目前,Petri 网已经在协议分析验证、硬件系统、嵌入式系统、柔性制造系统、业务过程等广泛领域得到应用[1].从 Petri 网发展的历史可以看到,自从时间概念被引入 Petri 网以后[2],越来越多的研究人员开始将 Petri 网用于实际系统的建模、分析和效率的检验,比如说通信协议[3]、工作流设计[4,5]等等.可见,为 Petri 网扩展时间信息极大地增强了 Petri 网的实用性.此外,研究人员还为 Petri 网扩展了颜色和层次等属性,这些扩展,使 Petri 网的分析和描述能力不断增强,应用领域不断增加.

当我们把注意力集中到近年发展迅速的业务流程管理技术上时发现,van der Aalst 和 Reijers 等人关于工作流管理和建模方面的文献[4,5]中指出:他们已经将扩展了时间信息的 Petri 网成功地用于工作流建模主要目的之一的“模拟和分析”,而对另一个主要目的“成本和预算分析”并没有作深入研究,这是因为目前的 Petri 网还不能方便地建模与价格信息有关的系统[5].所以,我们产生了这样的想法:如果能够将价格和时间信息有效地在 Petri 网中表示出来,那么,这种 Petri 网将会成为对业务流程进行成本/时间分析的一种可能的工具.

文献[6]提出一种价格 Petri 网,是为解决这一问题所做的初步尝试.在为 Petri 网扩展价格信息的研究过程中,我们注意到刘卫东及林闯提出面向网格用户应用的价格时间 Petri 网(price timed Petri net)[7],他们的工作中没有讨论最小成本可达问题.此外,在时间自动机(timed automata)领域也有相关工作.Alur 等人提出了权重时间自动机(weighted timed automata)[8];Behrmann 和 Larsen 也同时提出了价格时间自动机(priced timed automata)[9,10],他们为位置和边联系一个 price 参数,这里,price 表示的主要是能量或者货币,例如使用价格时间自动机建立系统的时间和能量模型.显然,也可以用 price 表示业务流程领域的价格,时间自动机领域的工作从另一个方面说明了为时间 Petri 网(time Petri net)扩展价格信息的必要性和可能性.

下面由一个例子开始讨论.图 1 显示了一个价格时间 Petri 网(price time Petri net,简称 PTPN)的例子,由 3 个位置和两个变迁组成.变迁 t_i 的参数包括时间约束$[\alpha_i,\beta_i]$和价格参数(μ_i,v_i).其中:α_i,β_i 分别表示最早实施时间和最迟实施时间,μ_i 表示变迁的使能价格;v_i 则表示变迁的实施价格.将变迁的价格参数分为两部分的原因是变迁的使能和实施都会花费相应的成本.例如:若变迁 t_0 在时刻 x 成功实施以后,花费的成本为$\mu_0\times x+v_0$,其中的使能成本为$\mu_0\times x$,实施成本为 v_0.而此时,变迁 t_1 花费的使能成本为$\mu_1\times x$.下面做一个简单的计算:首先观察到图 1 中位置 p_0 含有两个托肯,此时系统处于初始状态,累积成本为 0.当变迁 t_0 在时刻 2 实施以后,一个托肯从位置 p_0 移到位置 p_1,此时,累积成本为 2×1+10+2×2=16.请注意,这里的累积成本包括 3 部分:一是变迁 t_0 实施延迟 2 个时间单位花费的使能成本 2×1;二是变迁 t_0 一次实施花费的实施成本 10;三是变迁 t_1 延迟 2 个时间单位花费的使能成本 2×2.虽然变迁 t_1 并未成功实施,但由于它参与了流程执行,也会花费一定成本,这符合实际业务流程中的情况.

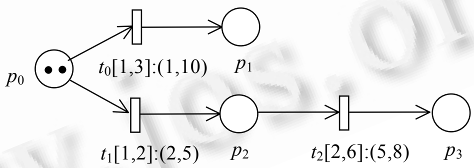

Fig.1 A simple price time Petri net

图 1 一个简单的价格时间 Petri 网

本文第 1 节讨论时间 Petri 网的基本定义.第 2 节提出一种价格时间 Petri 网,将价格和变迁联系起来,给出价格时间 Petri 网的语法,并使用价格时间变迁系统(priced timed transition system,简称 PTTS)给出了价格时间 Petri 网的语义.第 3 节提出一种扩展了累积成本的计价状态类,进而讨论价格时间 Petri 网最小成本可达问题的可判定性.第 4 节是应用实例,使用价格时间 Petri 网对一个业务流程进行建模并分析流程的成本/时间特性.第 5 节是结束语以及将来的工作.

1 基本定义

定义 **1**. 一个时间 Petri 网是一个七元组 $TPN=(P,T,B,F,\alpha,\beta,m_0)$,其中,(1) $P=\{p_1,p_2,\ldots,p_m\}$是有穷、非空的位置集;$T=\{t_1,t_2,\ldots,t_n\}$是有穷、非空的变迁集,且 $P\cap T=\varnothing$;$B:T\times P\rightarrow N$ 是向后关联函数;$F:P\times T\rightarrow N$ 是向前关联函数.

(2) $\alpha:T\to Q^+$是最早实施时间函数;$\beta:T\to(Q^+\cup\{\infty\})$是最迟实施时间函数;(3) $m_0:P\to N$ 是初始标识.

一个时间 Petri 网的标识是一个映射 $M:P\to N$.一个标识由向量$(M(p_1),M(p_2),\ldots,M(p_n))$表示,第 i 个元素表示位置 p_i 中的托肯数.如果 $M(p)>=B(t)$,则称变迁 $t\in T$ 在标识 M 下是使能的,用 $t\in enable(M)$表示.在标识 M 下,变迁 t_i 实施到达后继标识 $M'=M-B(t_i)+F(t_i)$,可将 M'记为 $M[t_i\rangle$;如果变迁 t_i 实施使得变迁 t_k 成为新的使能变迁,记为:$t_k\in newly\_en(M,t_i)$.这里,$newly\_en$ 中的变迁满足两个条件:(1) 在标识 M 下是不使能的;(2) 在后继标识 M'下是使能的.可以形式化地记为 $newly\_en(M)=enable(M[t_i\rangle]-enable(M)$.对于所有的变迁 $t\in T$,定义一个函数 $g:t\to R^+$, $g(t)$表示变迁 t 最近一次使能以后流逝的时间.如果变迁 $t\notin enable(M)$,则令 $g(t)=0$.g_0 是初始状态时的空值,对所有的 $t\in enable(M)$,$g_0(t)=0$.$g+d$ 表示所有使能变迁流逝的时间都增加了 d 个时间单位.一个时间 Petri 网的具体状态表示为(m,g),初始状态为(m_0,g_0).

定义 **2**. 一个时间 Petri 网 TPN 的语义定义为一个时间变迁系统 $TTS_{TPN}=(F,f_0,\to)$,其中:(1) $F=N^P\times(R^+)^T$;(2) $f_0=(m_0,g_0)$;(3) $\to\in F\times(R^+\cup T)\times F$ 为变迁关系,包括连续和离散的变迁关系.

(a) 连续的变迁关系: $\forall d\in R^+,(m,g)\xrightarrow{d}(m,g+d)$ iff $\forall t\in enable(m)\Rightarrow(g(t)+d)\le\beta(t)$.

(b) 离散的变迁关系: $\forall t\in T,(m,g)\xrightarrow{t}(m',g')$ iff $\begin{cases}t\in enable(m),m'=m[t\rangle,\alpha(t)\le g(t)\le\beta(t)\\ \forall s\in T,g'(s)=\begin{cases}0, & \text{if } s\in newly\_en(m,t)\\ g(s), & \text{otherwise}\end{cases}\end{cases}$.

该语义模型保证了下面的性质:(1) 任何变迁都在其时间间隔中实施;(2) 任何变迁的持续使能时间不会超过它的时间上界;(3) 新使能变迁的实施时间间隔由该变迁的最早和最迟实施时间决定;(4) 变迁实施不计时间.这里给出的时间 Petri 网语义基于最通用的 Merlin 模型[11].

一个时间 Petri 网的行为被定义为一个时间变迁序列ω.$\omega=(t_1,d_1)(t_2,d_2)\ldots(t_n,d_n)$.这里,$(t_i,d_i)$表示变迁 t_i 在延迟 d_i 个时间单位后实施,$\sum_{j=1}^{n}d_j$ 为ω实施后总的延迟时间.如果有一个时间变迁序列ω能从 m_0 导出 m_i,则称标识 m_i 是可到达的.

定义 **3**. 一个时间 Petri 网 TPN 可接受的时间语言为它所有的时间变迁序列的集合.

本节中定义的风格与文献[12]中的风格保持一致.

2 价格时间 Petri 网

如果只考虑系统中实体间的逻辑关系,价格信息是不重要的;但当我们处理以成本最小为目标的系统时,价格信息将显得尤为重要.所以,本节尝试在时间 Petri 网中增加价格信息.如何有效地将价格信息引入时间 Petri 网是定义价格时间 Petri 网的关键.下面讨论本文采用的扩展方式:(1) 在何处引入价格.一个 Petri 网由位置、变迁、弧和托肯组成,因此把价格引入位置、变迁、弧或托肯都是可能的.为保持网的易理解性,我们选择将价格引入到变迁上;(2) 引入价格的类型.借鉴价格时间自动机的价格函数概念[9],在本文中引入变迁的使能价格函数μ和实施价格函数 v.μ_i 表示变迁 t_i 处于使能状态下延迟一个时间单位花费的成本,v_i 则表示变迁 t_i 一次实施花费的成本.将价格分为使能价格和实施价格两部分是为了细化价格建模.如果应用模型中不需要使能价格函数,则可将所有变迁的使能价格设为 0.当然,价格函数也可以有其他形式,例如,固定价格、随机价格等.

首先讨论价格时间 Petri 网的语法.

定义 **4**. 一个价格时间 Petri 网是一个九元组 $PTPN=(P,T,B,F,\alpha,\beta,\mu,v,m_0)$,其中:(1) $(P,T,B,F,\alpha,\beta,m_0)$是一个时间 Petri 网;(2) $\mu:T\to Q^+$是变迁的使能价格函数,$v:T\to Q^+$是变迁的实施价格函数.

接下来讨论价格时间 Petri 网的语义,这里引入价格时间变迁系统的概念[10].

定义 **5**. 一个价格时间变迁系统 $PTTS$ 是一个偶对$(S,Cost)$,其中:$S=(F,f_0,\to)$是一个时间变迁系统;$Cost$ 是一个从$\to$映射到 R^+的成本函数.

一个成本为 $Cost(f\xrightarrow{d}f')$ 的变迁 $f\xrightarrow{d}f'$ 记作 $f\xrightarrow{d,p}f'$,其中,$p=Cost(f\xrightarrow{d}f')$,并且成本是可累加的.如果有 $f\xrightarrow{d}f'$, $f'\xrightarrow{d'}f''$,且 $d,d'\in R^+$,那么,$Cost(f\xrightarrow{d+d'}f'')=Cost(f\xrightarrow{d}f')+Cost(f'\xrightarrow{d'}f'')$.

定义 **6**. 一个价格时间 Petri 网 $PTPN$ 的语义定义为一个价格时间变迁系统 $PTTS_{PTPN}=((F,f_0,\to),Cost)$,其

中:(1) $F=N^P\times(R^+)^T$;(2) $f_0=(m_0,g_0)$;(3) $\rightarrow\in F\times(R^+\cup T)\times R^+\times F$ 为变迁关系,包括连续和离散的变迁关系.

(a) 连续的变迁关系: $\forall d\in R^+,(m,g)\xrightarrow{d,p_d}(m,g+d)$ iff $\begin{cases}\forall t\in enable(m)\Rightarrow(g(t)+d)\le\beta(t)\\ p_d=Cost((m,g)\xrightarrow{d}(m,g+d))=\sum\limits_{\forall s\in enable(m)}\mu(s)\times d\end{cases}$;

(b) 离散的变迁关系: $\forall t\in T,(m,g)\xrightarrow{t,p_t}(m',g')$ iff $\begin{cases}t\in enable(m),m'=m[t\rangle,\alpha(t)\le g(t)\le\beta(t)\\ \forall s\in T,g'(s)=\begin{cases}0, & \text{if } s\in newly\_en(m,t)\\ g(s), & \text{otherwise}\end{cases}\\ p_t=Cost((m,g)\xrightarrow{t}(m',g'))=\nu(t)\end{cases}$.

该语义模型显然保证了 Merlin 模型的所有时间性质,并为离散和连续的变迁分别联系了一个成本函数.这保证了:(1) 随着时间的流逝,花费的使能成本为所有使能变迁的使能成本之和;(2) 任何变迁每实施一次花费的实施成本等于该变迁的实施价格.

正如一个时间 Petri 网的行为被定义为一个时间变迁序列一样,一个价格时间 Petri 网的行为被定义为一个价格时间变迁序列$\delta=(t_1,d_1,p_1)(t_2,d_2,p_2)\dots(t_n,d_n,p_n)$.其中,$(t_i,d_i,p_i)$表示变迁 t_i 在延迟 d_i 个时间单位后实施,成本为 $p_i=p_{d_i}+p_{t_i}$.这里,p_{d_i} 为使能成本,p_{t_i} 为实施成本.所以,$\sum_{j=1}^n d_j$ 为δ实施后的总延迟时间,$\sum_{j=1}^n p_j$ 为δ实施后的总成本.如果有一个价格时间变迁序列δ能够从 m_0 导出 m_i,则称标识 m_i 是可到达的.例如,对于如图 1 所示的模型:变迁序列$(t_1,1,8)(t_0,1,16)(t_2,2,18)$实施后到达标识 $m=(0101)$,并且总延迟时间为 4,总成本为 42;同样地,变迁序列$(t_0,1,13)(t_1,1,7)(t_2,2,18)$实施后也到达标识 $m=(0101)$,并且总延迟时间为 4,总成本为 38.这两个变迁序列实施后总成本不同的原因主要在于变迁 t_2 的使能时间不同.

定义 **7**. 一个价格时间 Petri 网 *PTPN* 可接受的(价格)时间语言为其所有的(价格)时间变迁序列的集合.

下面讨论价格时间 Petri 网和时间 Petri 网的关系.首先给出子类的定义,再给出一个定理证明时间 Petri 网是价格时间 Petri 网的子类,即价格时间 Petri 网扩充了经典时间 Petri 网的建模能力.

定义 **8**. 如果一个 A 类 Petri 网可接受的所有语言都能够被一个 B 类 Petri 网所接受,那么称 A 类 Petri 网是 B 类 Petri 网的子类[12].

定理 **1**. *TPN* 是 *PTPN* 的子类.

证明:令τ是一个 $TPN=(P,T,B,F,\alpha,\beta,m_0)$.由定义 2 可知:$\tau$是一个时间变迁系统 $TTS_{TPN}=(F,f_0,\rightarrow)$,假设$\tau$能接受的时间语言为 L.

现在构造一个τ',τ'是一个 $PTPN=(P,T,B,F,\alpha,\beta,\mu,\nu,m_0)$.由定义 6 可知:$\tau'$是一个价格时间变迁系统 $PTTS_{PTPN}=((F,f_0,\rightarrow),Cost)$,假设$\tau'$能够接受的价格时间语言为 L'.

显然,对于 L 中任意一个时间变迁序列$\omega=(t_1,d_1)(t_2,d_2)\dots(t_n,d_n)$,在 L'中唯一对应一个价格时间变迁序列$\delta=(t_1,d_1,p_1)(t_2,d_2,p_2)\dots(t_n,d_n,p_n)$.那么,$\tau'$也能接受时间语言 L.因为一个 $PTPN\,\tau'$能够接受一个 $TPN\,\tau$可接受的所有语言 L,所以可证 *TPN* 是 *PTPN* 的子类. □

3 状态空间计算

状态空间分析是 Petri 网的一种主要分析方法,状态空间爆炸则一直是困扰研究人员的问题.时间 Petri 网领域的经典解决办法是 Berthomieu 等人提出的状态类方法[11].因为该方法只保持线性时间性质,所以,Yoneda 等人又提出原子状态类方法,Berthomieu 等人也提出强原子状态类方法[13].这些改进的方法可以保持分支时间性质.Lime 等人则构造了一种状态类自动机[14],可显著减少时钟数量.显然,现有的方法无法表示价格和成本的概念,所以,我们提出一种扩展了累积成本的计价状态类方法.该方法的主要思想是:根据一个状态类的时间约束,可计算出一个实施变迁的实施成本与所有使能变迁的使能成本之和是一个成本区间,那么,自然可以为每个状态类扩展一个累积成本区间,记录从初始状态类到达该状态类花费的最小和最大成本.

3.1 状态类方法

首先给出时间 Petri 网状态类的定义和状态类图的计算方法[12],再以此为基础讨论在价格时间 Petri 网中如

何为状态类扩展累积成本.

定义 **9**. 对于一个 *TPN*,一个状态类 C 是一个二元组(M,D),其中:M 是一个标识;D 是状态类的实施域.实施域中的不等式有两种类型:

$$\begin{cases}\alpha_i \le \theta_i \le \beta_i, & \forall t_i \in enable(M) \\ -\gamma_{kj} \le \theta_j - \theta_k \le \gamma_{jk}, & \forall t_j, t_k \in enable(M) \wedge j \ne k\end{cases}.$$

这里,θ_i是使能变迁 t_i 相对于当前状态类的实施时间;γ_{jk}是变迁 t_j 和变迁 t_k 实施时间差的最大可能值.

直观地说,一个状态类包括了两个变迁实施之间的所有可达状态.一个状态类中的所有状态有着同样的标识 M,并由一组不等式 D 定义了在 M 下使能变迁 t_i 的实施时间θ_i的约束关系.

定义 **10**. 对于一个 *TPN* 的状态类 $C=(M,D)$,变迁 t_f 被称为可实施的,当且仅当满足条件

$$\alpha_f \le \min\nolimits_{t_j \in enable(M)} \beta_j,$$

记作 $t_f \in firable(M,D)$.在时间 Petri 网中,使能只是对于标识而言的.一个变迁是可实施的,除了要满足使能条件以外,还要满足时间条件.

定义 **11**. 给定一个状态类 $C=(M,D)$和可实施变迁 t_f,变迁 t_f 的实施会到达下一个状态类 $C'=(M',D')$.C'按照下面的规则来计算:

$M'=M[t_i\rangle$.

D'由下列步骤计算,记为 $next(D,t_f)$:

(1) 对所有在 M'下继续使能的变迁 t_i:$\theta_i=\theta_f+\theta_i'$,且令所有的 $\theta_i' \ge 0$;

(2) 对所有在 M'下不使能的变迁 t_j:去掉所有相关的约束;

(3) 对所有在 M'下新使能的变迁 t_k:增加 $\alpha(t_k) \le \theta_k' \le \beta(t_k)$以及相应的约束关系.

3.2 计价状态类

这里给出成本区间的定义,然后讨论计价状态类的定义和计价状态类图的计算以及相关的性质.

定义 **12**. 令 $c=[a,b]$,若 $a,b \in Q^+$且 $a \le b$,则 c 是一个成本区间.用 CI 表示所有成本区间的集合.设 $c_1,c_2 \in CI$, $c_1=[a,b], x \in Q^+$.用$\downarrow c_1=a, \uparrow c_1=b, c_1+c_2=[\downarrow c_1+\downarrow c_2, \uparrow c_1+\uparrow c_2], c_1+x=[\downarrow c_1+x, \uparrow c_1+x], c_1 \times x=[\downarrow c_1 \times x, \uparrow c_1 \times x]$表示成本区间的一元和二元运算.由上可知:$c_1+c_2, c_1+x, c_1 \times x$ 也是成本区间.

定义 **13**. 对于一个 *PTPN*,一个扩展了累积成本的计价状态类 EC 是一个三元组(M,D,PD),其中:M 和 D 的意义与定义 9 相同;$PD=[\zeta,\eta]$是状态类的成本区间.

定义 **14**. 给定一个扩展了累积成本的计价状态类 $EC=(M,D,PD)$和可实施变迁 t_f,变迁 t_f 的实施会到达下一个计价状态类 $EC'=(M',D',PD')$.M'和 D'的计算与定义 11 一样,PD'按照下面的规则来计算,记为 $next(PD,t_f)$:

$$PD' = PD + \sum\nolimits_{t_i \in enable(M)} \mu(t_i) \times [\alpha_f, \min\nolimits_{t_j \in enable(M)} \beta_j] + \nu(t_f).$$

定义 **15**. 对于一个 *PTPN*,扩展了累积成本的计价状态类图 ECG 是一个变迁系统 $TS_{ECG}=(EC,ec_0,\rightarrow)$,其中:

(1) $EC=N^P \times R^T \times CI$;

(2) $ec_0=(m_0,d_0,pd_0)$;

(3) $\rightarrow \in EC \times T \times EC$ 为变迁关系,定义如下:

$$(M,D,PD) \xrightarrow{t_f} (M',D',PD') \text{ iff } \begin{cases} M' = M[t_f\rangle \\ t_f \in firable(M,D) \\ D' = next(D,t_f) \\ PD' = next(PD,t_f) \end{cases}.$$

例如,对于如图 1 所示的模型:初始的计价状态类为 $ec_0=((2000)(1 \le \theta_0 \le 3, 1 \le \theta_1 \le 2, -1 \le \theta_0-\theta_1 \le 2),[0,0])$,首先,变迁 t_0 实施到达计价状态类 $ec_1=((1100),(0 \le \theta_1 \le 1),[13,16])$;然后,$t_1$ 实施到达计价状态类 $ec_2=((0110),(2 \le \theta_2 \le 6),[18,23])$;最后,$t_2$ 实施到达计价状态类 $ec_3=((0101),[36,61])$.

为状态类扩展了累积成本以后,应当讨论计价状态类的合理性和完备性.合理性意味着按照定义 15 计算出的任何计价状态类都带有一个成本区间;完备性意味着从初始计价状态类到达任何计价状态类的总成本肯定

落在这个成本区间内.

定理 **2**. 假如一个计价状态类(M_n,D_n,PD_n)由$(M_0,D_0,[0,0])$可达,则 PD_n 一定是一个成本区间;并且从$(M_0,D_0,[0,0])$到达(M_n,D_n,PD_n)的任意一个变迁实施序列的总成本肯定落在 PD_n 内.

证明:用数学归纳法证明合理性.由前提可知,从$(M_0,D_0,[0,0])$出发有一个变迁实施序列 $t_0t_1\ldots t_{n-1}$ 到达(M_n,D_n,PD_n).首先考虑 $n=0$ 的情况,即$(M_n,D_n,PD_n)=(M_0,D_0,[0,0])$.此时,定理成立.假设定理在 $n\le k-1$ 的情况下成立,那么 PD_k 是成本区间;现在考虑 $n=k$ 的情况,即根据 PD_k 来计算 PD_{k+1}.由定义 14 可知,

$$PD_{k+1}=PD_k+\sum\nolimits_{t_i\in enable(M_k)}\mu(t_i)\times[\alpha_k,\min\nolimits_{t_j\in enable(M_k)}\beta_j]+v(t_k)\ .$$

由定义 10 可知,$[\alpha_k,\min_{t_j\in enable(M_k)}\beta_j]$是一个成本区间;又已知 PD_k 是成本区间,v 是正有理数,则根据成本区间的二元运算可知,PD_{k+1} 是成本区间.

同样地,用数学归纳法证明完备性.当 $n=0$ 时,总成本 $AC_0=0$,定理成立.假设定理在 $n\le k-1$ 的情况下成立,那么,变迁序列 $t_0t_1\ldots t_{k-1}$ 实施后的总成本 AC_{k-1} 肯定落在 PD_k 内;现在考虑 $n=k$ 的情况:由定义 14 可知,变迁 t_k 实施花费的总成本 C_k 肯定落在成本区间 $\sum_{t_i\in enable(M_k)}\mu(t_i)\times[\alpha_k,\min_{t_j\in enable(M_k)}\beta_j]+v(t_k)$ 内.那么,$AC_{k-1}+C_k$ 肯定落在 $PD_k+\sum_{t_i\in enable(M_k)}\mu(t_i)\times[\alpha_k,\min_{t_j\in enable(M_k)}\beta_j]+v(t_k)$ 内.可知变迁序列 $t_0t_1\ldots t_k$ 实施后的总成本 AC_k 肯定落在 PD_{k+1} 内. □

累积成本的引入可能会产生一个无限的状态空间,这是因为累积成本的增长是无限的.已知一个有界 TPN 的标识和状态类的个数是有限的(文献[11]中的引理 5),所以,一个有界 $PTPN$ 的标识 M 和实施域 D 的数量也是有限的.但是,因为计价状态类 $EC=(M,D,PD)$中累积成本 PD 的数量可能是无限的,所以,$EC=(M,D,PD)$的数量也可能是无限的.

3.3 最小成本可达问题

接下来讨论如何解决因累积成本的引入而带来的问题.参考文献[9]中价格时间自动机状态空间计算的算法,提出一种价格时间 Petri 网的状态空间计算方法.该方法的核心思想是:当一个计价状态类带有的累积成本不断增加时,将其记为无穷大,因为只要记录每个计价状态类带有的最小成本,就可以求解模型的最小成本.而对于面向业务流程管理领域的价格时间 Petri 网模型来说,最关键的就是求解最小成本.采用这种方法,可能并不需要计算整个状态空间就得到最小成本.这里给出成本覆盖的概念和状态空间构造算法.

定义 **16**. 设 $ec_i=(m_i,d_i,pd_i)$和 $ec_j=(m_j,d_j,pd_j)$是一个 $PTPN$ 的两个计价状态类,如果满足条件

$$(m_j=m_i)\wedge(firable(m_j,d_j)=firable(m_i,d_i))\wedge(\downarrow pd_j>\downarrow pd_i),$$

也就是说,ec_j 成本覆盖 ec_i,并将计价状态类 ec_j 带有的累积成本 pd_j 记为 κ.这里,引入成本覆盖的动机与经典 Petri 网可达性分析中引入标记覆盖[15]和时间 Petri 网可达性分析中引入 k 接近算子(k-approx operator)[16]的动机是相似的.

算法 **1**. 状态空间构造算法.

输入:目标标识 m_g.

输出:最小成本 min$cost$.

(1) 未处理节点集合 $waiting=\{(m_0,d_0,pd_0)\}$;已处理节点集合 $passed=\varnothing$;min$cost=\infty$.

(2) 如果 $waiting\neq\varnothing$,从 $waiting$ 中取出一个(m_i,d_i,pd_i);如果 $waiting=\varnothing$,算法终止.

(3) 如果 $m_i=m_g$,且 $pd_i<$min$cost$,则 min$cost=pd_i$.

(4) 将(m_i,d_i,pd_i)放入集合 $passed$;如果 $pd_i\neq\kappa$,则根据定义 15 计算后继节点(m_i',d_i',pd_i'):

如果(m_i',d_i',pd_i')等于 $passed\cup waiting$ 中某个(m_k,d_k,pd_k),则不做任何动作;

如果(m_i',d_i',pd_i')成本覆盖了 $passed\cup waiting$ 中某个(m_k,d_k,pd_k),且 $passed\cup waiting$ 中没有节点(m_k,d_k,κ),则在 $waiting$ 中增加一个(m_j,d_j,pd_j),且 $m_j=m_i'$,$d_j=d_i'$,$pd_j=\kappa$;否则不做任何动作;

如果(m_i',d_i',pd_i')既不等于也不成本覆盖 $passed\cup waiting$ 中某个(m_k,d_k,pd_k),则在 $waiting$ 中增加一个(m_j,d_j,pd_j),且 $m_j=m_i'$,$d_j=d_i'$,$pd_j=pd_i'$.

(5) 回到步骤(2).

因为对每个计价状态类(m,d,pd)计算出最小成本以后就不再需要将更多的节点放入集合 *waiting* 中,所以,算法 1 的最坏时间复杂度由标识的数量和同时使能变迁的最大数量来决定.已知位置的数量 x,位置的容量 k 以及变迁的数量 y,那么,将算法的复杂度记为 $O(k^x \times y!)$.最后,证明最小成本可达问题是可判定的.

引理 **1**. 对于一个有界的价格时间 Petri 网,算法 1 一定会终止.

证明:已知一个有界 *TPN* 的标识和状态类的个数是有限的,所以,一个有界 *PTPN* 的标识 M 和实施域 D 的数量是有限的.引入成本覆盖的概念后,PD 的数量也是有限的.显然,$EC=(M,D,PD)$的数量是有限的.那么,算法 1 就一定会终止. □

引理 **2**. 当算法 1 终止时,min*cost* 一定是 m_g 的最小成本.

证明:用反证法.假设有一个 $c<\text{min}cost\neq\kappa$ 是 m_g 的最小成本,那么根据算法 1,则在状态空间构造过程中肯定会将($m_g,d,\text{min}cost$)写成(m_g,d,κ).这与假设条件矛盾.所以当算法 1 终止时,min*cost* 一定是 m_g 的最小成本. □

定理 **3**. 有界价格时间 Petri 网的最小成本可达问题是可判定的.

证明:综合引理 1 和引理 2 即可得证. □

4 在业务流程管理中的应用

本节使用价格时间 Petri 网对一个业务流程进行建模,并分析该流程的成本/时间特性.图 2 是对一个业务流程建立的模型.表 1 给出了各个变迁和位置的含义.

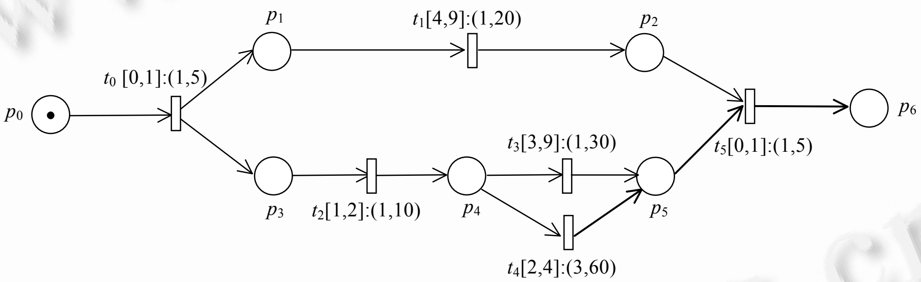

Fig.2 The PTPN model of a business process

图 2 一个业务流程的价格时间 Petri 网模型

Table 1 The discription of places and transitions

表 **1** 变迁和位置的含义

Place	Explanation	Transition	Explanation	Time-Constraint	Price
p_0	Business is ready to start	t_0	One business is divided into two subtasks	[0,1]	(1,5)
p_1	Business is processing subtask *A*	t_1	Subtask *A* is processed	[4,9]	(1,20)
p_2	Subtask *A* is accomplished	t_2	Subtask *B* is initialized	[1,2]	(1,10)
p_3	Business is initializing subtask *B*	t_3	Subtask *B* is using resource 1	[3,9]	(1,30)
p_4	Business is processing subtask *B*	t_4	Subtask *B* is using resource 2	[2,4]	(3,60)
p_5	Subtask *B* is accomplished	t_5	Business is composed	[0,1]	(1,5)
p_6	Business is accomplished				

请注意:该业务流程中,子任务 A 和 B 是并发的,并且子任务 B 在资源 1 或资源 2 上执行是冲突的,这样的业务流程比较适合采用价格时间 Petri 网进行建模和分析.对这个价格时间 Petri 网模型的分析可从两方面去做:

(1) 逻辑和时间分析.如果抛开变迁上的时间约束和价格参数,图 2 就是一个只考虑业务流程逻辑关系的经典 Petri 网模型.从图 2 可以得出的结论是:要执行一项业务,必须首先将其分解为子任务 A,B;然后分别执行两个子任务;最后将 A,B 合成,从而完成业务.其中:子任务 B 的执行可以同时使用资源 1 和资源 2,只有完成子任务 B 的那个资源才被认为有效地参与了业务流程.

当为变迁加上时间约束时,图 2 就是一个时间 Petri 网模型,可以使用状态类方法对模型作可达性分析,进而

检查一个业务流程的时间特性.例如:当变迁 t_0 实施以后,变迁 t_1 和 t_2 同时进入使能状态.因为时间约束的关系,只有变迁 t_2 是可实施的.也就是说,子任务 B 的初步处理肯定在子任务 A 的处理之前完成.具体的计算过程可参照定义 11.

逻辑和时间分析方面已有许多成熟的工作[4,5,17],这里不再赘述.

(2) 成本分析.仅对模型作逻辑和时间分析是不够的,还应分析业务流程的成本.下面按照定义 15 来计算计价状态类图,如图 3 所示.请注意:因为 d_i 的值对成本分析没有影响,所以省去 d_i 的具体内容.

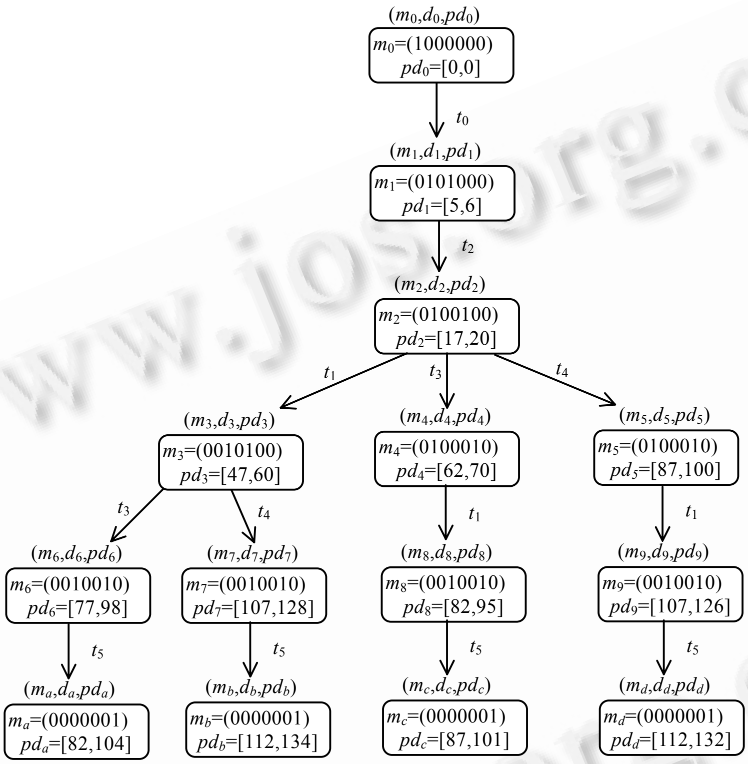

Fig.3 Reachability graph of PTPN

图 3 价格时间 Petri 网的可达图

初始的计价状态类为 $ec_0=(m_0,d_0,pd_0)$,其中:$m_0=(1000000)$;$d_0=\{0\le\theta_0\le 1\}$;$pd_0=[0,0]$.在 ec_0 下,只有一个可实施变迁 t_0,t_0 实施到达计价状态类 $ec_1=(m_1,d_1,pd_1)$,其中:$m_1=(0101000)$;$d_1=\{4\le\theta_1\le 9,1\le\theta_2\le 2,2\le\theta_1-\theta_2\le 8\}$;$pd_1=[5,6]$.在 ec_1 下有两个使能变迁 t_1 和 t_2.但根据定义 10,只有变迁 t_2 是可实施的.

当 t_2 实施,则到达计价状态类 $ec_2=(m_2,d_2,pd_2)$,其中:$m_2=(0100100)$;$d_2=\{2\le\theta_1\le 8,3\le\theta_3\le 9,2\le\theta_4\le 4,-7\le\theta_1-\theta_3\le 5,-2\le\theta_1-\theta_4\le 6,-1\le\theta_3-\theta_4\le 7\}$;$pd_2=[17,20]$.在 ec_2 下有 3 个使能变迁 t_1,t_3 和 t_4,且这 3 个变迁都可实施.下面分别计算这 3 个变迁实施的情况.

(1) 若 t_1 实施,则到达计价状态类 $ec_3=(m_3,d_3,pd_3)$,其中:$m_3=(0010100)$;$d_3=\{0\le\theta_3\le 7,0\le\theta_4\le 2,-2\le\theta_3-\theta_4\le 7\}$;$pd_3=[47,60]$.在 ec_3 下有两个使能变迁 t_3 和 t_4,且都可实施;

(2) 若 t_3 实施,则到达计价状态类 $ec_4=(m_4,d_4,pd_4)$,其中:$m_4=(0100010)$;$d_4=\{0\le\theta_1\le 5\}$;$pd_4=[62,70]$.在 ec_4 下只有一个使能变迁 t_1,且可实施;

(3) 若 t_4 实施,则到达计价状态类 $ec_5=(m_5,d_5,pd_5)$,其中:$m_5=(0100010)$;$d_5=\{0\le\theta_1\le 6\}$;$pd_5=[87,100]$.在 ec_5 下只有一个使能变迁 t_1,且可实施.

可以发现:变迁实施序列 $t_0t_2t_3$ 或 $t_0t_2t_4$ 实施后到达同样的标识,但是,pd_5 明显大于 pd_4.这是因为资源 2 的价

格比资源 1 的价格要高,但是资源 2 的执行速度也比资源 1 要快.限于篇幅,这里不再描述剩下的计算过程.

根据价格时间 Petri 网模型的计价状态类图,可以计算到达任一计价状态类的成本区间.比如管理人员要求完成一项业务的总成本严格地控制在 102 以下,那么只有到达计价状态类 ec_c 的变迁实施序列 $t_0t_2t_3t_1t_5$ 满足要求.可见,成本分析对实际业务流程管理具有一定的参考价值.

最后,用算法 1 来计算这个业务流程的最小成本.令目标标识 m_g=(0000001),只需要构造 9 个计价状态类就可以计算出最小成本 min$cost$=82.而图 3 中有 14 个计价状态类,所以算法 1 是有效的.

5 结束语和将来的工作

本文在研究了业务流程管理领域的需求和自动机研究领域相关工作的基础上,试图为时间 Petri 网扩展价格信息.主要工作是:给出价格时间 Petri 网的语法,并使用价格时间变迁系统给出价格时间 Petri 网的语义,进而证明时间 Petri 网是价格时间 Petri 网的子类;提出一种计价状态类方法,并证明为状态类扩展累积成本的合理性和完备性;证明有界价格时间 Petri 网的最小成本可达问题是可判定的;通过实例来证明价格时间 Petri 网在业务流程管理领域有潜在的应用价值.

得出的结论:为时间 Petri 网扩展价格信息并将价格时间 Petri 网应用于业务流程管理领域是可行的.

另外,在研究过程中发现,为 Petri 网扩展价格和时间信息有很多相同之处,也有一些区别.归纳为下面两点:

(1) 时间的局部性和成本的全局性.每一个变迁上的时间流逝都不影响其他变迁的时间流逝,而所有变迁的延时和实施所花费的成本累加起来得到一个全局的累积成本.

(2) 只有变迁的时间约束能够影响变迁的实施,全局的累积成本不会对变迁的实施产生影响.那么,引入价格信息就不会破坏 Petri 网的局部性原理,冲突的消解采用基于时间约束的竞争语义,而与累积成本无关.

将来的工作包括:使用基于区域图(zone graph)的方法来计算价格时间 Petri 网的状态空间.该方法在价格时间自动机的可达性分析中得到了成功的应用[9],并且也开始应用于时间 Petri 网的可达性分析[16];使用价格时间 Petri 网来构造更加复杂的应用模型,并通过较大的实例来检验算法 1 的性能.

致谢 感谢审稿专家提出的宝贵意见,感谢中山大学计算机科学系周晓聪博士的建议.

References:

[1] Girault C, Valk R. Petri Nets for Systems Engineering: A Guide to Modeling, Verification, and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 473−566.

[2] Ramchandani C. Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets [Ph.D. Thesis]. Cambridge: MIT, 1974.

[3] Merlin PM, Farber DJ. Recoverability of communication protocols: Implications of a theoretical study. IEEE Trans. on Communications, 1976,24(9):1036−1043.

[4] van der Aalst WMP. The application of Petri nets to workflow management. The Journal of Circuits, Systems and Computers, 1998,8(1):21−66.

[5] Reijers HA. Design and Control of Workflow Processes. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 32−59.

[6] Liu XM, Li SX, Jiang Y. A Petri net extended with stochastic priced transition. In: Proc. of the IEEE Int’l Conf. on Electronic Business Engineering 2005. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2005. 545−548.

[7] Liu WD, Song JX, Lin C. Modeling and analysis of grid computing application based price timed Petri net. Acta Electronica Sinica, 2005,33(8):1416−1420 (in Chinese with English abstract).

[8] Alur R, Torre SL, Pappas GJ. Optimal paths in weighted timed automata. Theoretical Computer Science, 2004,318(3):297−322.

[9] Behrmann G, Fehnker A, Hune T, Larsen K, Pettersson P, Romijn J, Vaandrager F. Minimum-Cost reachability for priced timed automata. In: Benedetto MDD, Sangiovanni-Vincentelli A, eds. Proc. of the 4th Int’l Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control. LNCS 2034, Berlin: Springer-Verlag, 2001. 147−161.

[10] Behrmann G, Larsen K, Rasmussen J. Optimal scheduling using priced timed automata. ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review, 2005,32(4):34−40.

[11] Berthomieu B, Diaz M. Modeling and verification of time dependent systems using time Petri nets. IEEE Trans. on Software Engineering, 1991,17(3):259–273.

[12] Roux OH, Lime D. Time Petri nets with inhibitor hyperarcs: Formal semantics and state space computation. In: Cortadella J, Reisig W, eds. Proc. of the Int'l Conf. of Application and Theory of Petri Nets 2004. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 371–390.

[13] Berthomieu B, Vernadat F. State class constructions for branching analysis of time Petri nets. In: Garavel H, Hatcliff J, eds. Proc. of the 9th Int'l Conf. on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems. LNCS 2619, Berlin: Springer-Verlag, 2003. 442–457.

[14] Lime D, Roux OH. State class timed automaton of a time Petri net. In: Sanders WH, Ciardo G, eds. Proc. of the 10th Int'l Workshop on Petri Nets and Performance Models. Washington: IEEE Computer Society, 2003. 1–10.

[15] Yuan CY. Petri Nets Theory and Application. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2005. 60–66 (in Chinese).

[16] Gardey G, Roux OH, Roux OF. Using zone graph method for computing the state space of a time Petri net. In: Larsen K, Niebert P, eds. Proc. of the 1st Int'l Workshop on Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. LNCS 2791, Berlin: Springer-Verlag, 2004. 246–259.

[17] Li HF, Fan YS. Workflow model analysis based on time constraint Petri nets. Journal of Software, 2004,15(1):17–26 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/17.htm

附中文参考文献:

[7] 刘卫东,宋佳兴,林闯.基于价格时间 Petri 网的网格计算应用模型及分析.电子学报,2005,33(8):1416–1420.

[15] 袁崇义.Petri 网原理与应用.北京:电子工业出版社,2005.60–66.

[17] 李慧芳,范玉顺.基于时间 Petri 网的工作流模型分析.软件学报,2004,15(1):17–26. http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/17.htm

刘显明(1977－),男,江西上饶人,博士生,主要研究领域为 Petri 网,业务流程管理.

李师贤(1944－),男,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为形式语义学,本体论,软件工程经济学.

李文军(1966－),男,博士,副教授,CCF 高级会员,主要研究领域为 Petri 网,网格计算.

潘理(1975－),男,硕士,主要研究领域为 Petri 网.