1000-9825/2004/15(Suppl.)0164 ©2004 Journal of Software 软 件 学 报 Vol.15, 增刊

基于 Hausdorff 距离的插值方法评价*

韦学辉[1+], 陈 刚[1,2], 陈北京[1]

[1](浙江大学 图象图形研究所,浙江 杭州 310027)
[2](宁波大学 信息技术与应用软件研究所,浙江 宁波 315211)

Evaluation of the Interpolation Algorithms Based on Hausdorff Distance

WEI Xue-Hui[1+], CHEN Gang[1,2], CHEN Bei-Jing[1]

[1](Institute of computer graphics and image processing, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)
[2](Institute of DSP and Software Technique, Ningbo University, Ningbo 315211, China)
+ Corresponding author: E-mail: xuewei81@yahoo.com.cn; rosexuewei@hotmail.com, http://www.zju.edu.cn
Received 2004-06-30; Accepted 2004-07-27

Wei XH, Chen G, Chen BJ. Evaluation of the interpolation algorithms based on Hausdorff distance. *Journal of Software*, 2004,15(Suppl.):164~168.

Abstract: The technique of image interpolation is usually required in image zooming. In this paper we make some changes to Hausdorff distance based on the theory of Hausdorff measurement. Then we use the changed Hausdorff distance to evaluate the interpolation algorithms. And also we compare it with other evaluation methods and we can find that Hausdorff distance has better results and more identical to the vision impress.
Key words: image zoom; interpolation; Hausdorff distance; estimate

摘 要: 在图像放大处理中通常要将图像进行插值.在 Hausdorff 测度理论的基础上对 Hausdorff 距离进行了改进.然后将改进后的 Hausdorff 距离作为评价图像质量的一种标准,对放大后的图像进行量化评估,并与其他的评价方法进行比较.结果表明用 Hausdorff 距离作为评价标准得到的结果更接近图像的视觉效果.
关键词: 图像放大;插值;Hausdorff 距离;评价

图像放大处理技术在实际应用中具有重要作用,为适应特殊场合和获得较好的视觉效果,常常需要一种有效的方法来改变已有图像的大小,并保证改变后的图像有较好的质量.

我们普遍采用插值方法对图像进行放大.本文就几种典型的插值:双线性插值(记作 DL)、拉格朗日插值(记作 Lag)、牛顿—贝塞尔插值(记作 NB)实现了图像的放大.双线性插值作为一种典型的常用的线性插值方法,它的实质是通过四个点来确定一个平面的过约束问题[1].它具有较快的运算速度和较好的实验效果.双线性插值具有平滑作用,可能会使图像的细节产生退化,尤其是在进行放大处理时.拉格朗日插值和牛顿-贝塞尔插值都是通过构造一个代数多项式——拉格朗日插值公式或者牛顿-贝塞尔插值公式,来逼近任意点的值[2].在我们的

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60302012 (国家自然科学基金); the Ph.D. Foundation of Ningbo City of China under Grant No.2003A61006 (宁波市重点博士基金)

作者简介: 韦学辉(1981-),女,山东五莲人,研究生,主要研究领域为数字图像处理;陈刚(1963-),男,博士,教授,主要研究领域为图像编码,图像加密,图像识别,图像检索以及非线性科学;陈北京(1981-),男,研究生,主要研究领域为数字图像处理.

实验中,我们取多项式的次数为 3,分别对图像的水平方向和垂直方向进行二次插值,类似于双线性插值将二维插值问题转化为一维插值问题.

而对图像放大中插值的评价,大多数的评价方法是采用同一种插值方法先将图像放大然后再缩小相同的倍数或者是先缩小再放大相同倍数的方式得到与原图像相同大小的图像,然后通过归一化相关系数、均方差(MSD)、以及相对运行时间等方法来评价的[3].而我们在经典的 Hausdorff 距离的基础上提出的基于 Hausdorff 距离的评价方法可以直接针对原图像和放大后的图像给出评价插值方法优劣的一个量化的标准.

1 经典的 Hausdorff 距离

Hausdorff 距离作为一种距离测度,是衡量两个二维点集之间相似性的有效度量.Hausdorff 距离不需要建立点与点之间的对应,只需要计算两个二维点集之间的距离即可,所以可以有效的处理含有很多特征点的情况,计算适时性高.

点集 A 和点集 B 之间的 Hausdorff 距离定义如下[4]:

$$H(A,B)=\mathrm{Max}(h(A,B),h(B,A)) \tag{1}$$

其中 $h(A,B)$ 和 $h(B,A)$ 被称为集合 A 与集合 B 之间的有向距离,它们被定义为

$$h(A,B)=\underset{a\in A}{\mathrm{Max}}\left\{\underset{b\in B}{\mathrm{Min}}\|a-b\|\right\};\quad h(B,A)=\underset{b\in B}{\mathrm{Max}}\left\{\underset{a\in A}{\mathrm{Min}}\|a-b\|\right\} \tag{2}$$

如果我们定义 $d_B(x)=\underset{b\in B}{\mathrm{Min}}\|x-b\|$ 以及 $d_A(x)=\underset{a\in A}{\mathrm{Min}}\|x-a\|$,则有

$$H(A,B)=\mathrm{Max}\left(\underset{a\in A}{\mathrm{Max}}\,d_B(a),\underset{b\in B}{\mathrm{Max}}\,d_A(b)\right) \tag{3}$$

$$H^K(A,B)=K^{th}_{a\in A}\underset{b\in B}{\mathrm{Min}}\{\|a-b\|\} \tag{4}$$

我们对所有 $a\in A$ 将 $\underset{b\in B}{\mathrm{Min}}\{\|a-b\|\}$ 按从小到大的顺序进行排序,则 K^{th} 表示其中的第 K 个最小值.

经典的 Hausdorff 距离定义中涉及到两个点之间距离的概念等等,这些在图像中并没有相应的针对像素方面的概念,而且针对图像处理时在取最大值和最小值方面的问题上也有些不完善的地方,因而我们必须针对图像的特点,对经典的 Hausdorff 距离进行某些改进,使得改进后的 Hausdorff 距离能够将原图像和放大后的图像作为两个集合来衡量它们之间的相似性.

2 改进的 Hausdorff 距离及其在图像放大中的应用

由于经典的 Hausdorff 距离的一些缺点和不足,并不能直接应用于图像,因此我们必须对经典的 Hausdorff 距离进行一系列的改进.

在图像的放大处理中,我们可以把原来的图像看作集合 A,将放大一定倍数(在这里我们假设横向放大 X 倍、纵向放大 Y 倍)后的图像看作是集合 B.要评价插值方法的好坏,只要考虑原来的图像 A 与放大之后的图像 B 之间的相似程度,也就是考虑图像集合 A 和图像集合 B 之间的 Hausdorff 距离.由于我们采用的插值方法都是 Scene-based 方法[5](直接利用插值点某指定邻域内的邻近点的灰度来计算插值点灰度的方法),从而原图像集合 A 中的任意一像素点 $P(x,y)$ 的灰度值只能影响到放大后的图像在 $D'(x-X,y-Y;x+X,y+Y)$ 这样的一个矩形范围内的灰度值.因此在图像放大中我们仅仅考虑原图像集合 A 中的区域 D 和它在放大后的图像集合 B 中相对应的区域之间 D' 的相似性即可.

我们设 $p\in A$,A 为原图像的集合,设 $p'\in B$,B 为放大后图像的集合,用 $f(p)$, $f(p')$ 分别表示 p, p' 的灰度值.定义两点 p, p' 之间的距离为 $|f(p)-f(p')|$.将原图像集合 A 分为大小相等的 $n\times m$ 块,记作 $D_{i,j}$, $i=1,2,\ldots,n$; $j=1,2,\ldots,m$ 放大以后的图像中对应的区域记为 $D'_{i,j}$,设 $p\in D_{i,j}$, p 到 $D'_{i,j}$ 的距离为

$\underset{p'\in D'_{i,j}}{\mathrm{Max}}\left|f(p)-f(p')\right|$,我们用 $\underset{p\in D_{i,j}}{\mathrm{Min}}\left\{\underset{p'\in D'_{i,j}}{\mathrm{Max}}\left|f(p)-f(p')\right|\right\}$ 表示原图像集合 A 的子集 $D_{i,j}$ 到其对应的放大后的图像 B 的子集 $D'_{i,j}$ 距离,也就用它来表征 $D_{i,j}$ 到放大后的图像集合 B 的 Hausdorff 距离.于是类似于两集合的 Hausdorff 距离,我们来定义原图像集合 A 与放大后的图像集合 B 之间的距离为

$$H(A,B)=\underset{D_{i,j}\in A}{\mathrm{Min}}\left\{\underset{p\in D_{i,j}}{\mathrm{Min}}\left\{\underset{p'\in D'_{i,j}}{\mathrm{Max}}\left|f(p)-f(p')\right|\right\}\right\} \tag{5}$$

$$H^{K}(A,B)=K^{th}_{d_{i,j}\in A}\left\{\underset{p\in D_{i,j}}{\mathrm{Min}}\left\{\underset{p'\in D'_{i,j}}{\mathrm{Max}}\left|f(p)-f(p')\right|\right\}\right\} \tag{6}$$

K^{th} 表示其中的第 K 个最小值,在我们的实验里我们用平均值的形式来代替最小值,即

$$H(A,B)=\frac{1}{n\times m}\left\{\sum_{n\times m}\underset{p\in D_{i,j}}{\mathrm{Min}}\left\{\underset{p'\in D'_{i,j}}{\mathrm{Max}}\left|f(p)-f(p')\right|\right\}\right\} \tag{7}$$

特别当 $D_{i,j}$ 取单点集,即 $D_{i,j}=\{p_{i,j}\}$ 时有

$$H(A,B)=\frac{1}{w\times h}\left\{\sum_{w\times h}\left\{\underset{p'_{i,j}\in D'_{i,j}}{\mathrm{Max}}\left|f(p)-f(p')\right|\right\}\right\} \tag{8}$$

其中 w , h 别指原图像水平方向和垂直方向上像素点的个数.

在定义 p 到 $D'_{i,j}$ 的距离时采用取最大值而不是最小值的形式,是因为直接利用插值点某指定邻域内的邻近点的灰度来计算插值点灰度的方法时,最小值对于大多数方法来说都是零.而最大值是有意义的,这是因为在这样的一个局部范围内灰度值变化的幅度是可用最大值来表征的.在实验中,我们分别运用这两种形式的 Hausdorff 距离对提及的几种典型的插值方法得到的放大的图像进行了评价.

3 实验结果

在实验中,将一幅 256×256 的 Lena 图像放大为 786×786 的图像.用上面提及的几种插值方法来进行插值,截取原图中大小为 64×64 的块,用不同插值方法放大后的图片如下:

图 1 原图(64×64)

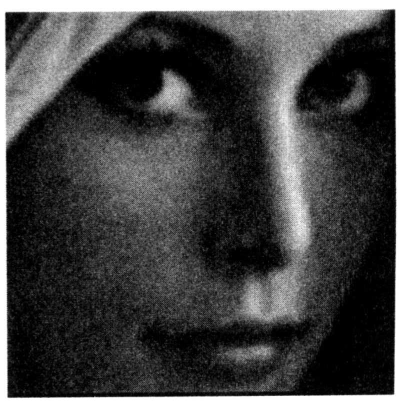

图 2 DL(192×192)

图 3 Lag(192×192)

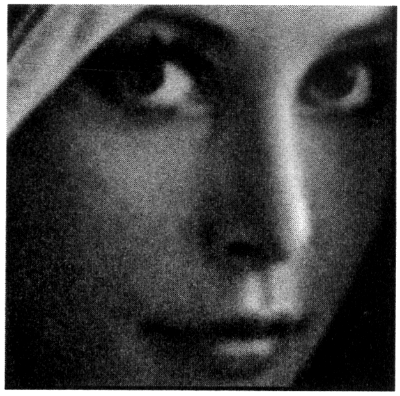

图 4 NB(192×192)

表 1 试验的视觉结果描述

插值名称	优点	缺点
DL	锯齿边缘光滑	模糊,有虚假轮廓
Lag	比较清晰	有齿状边缘出现
NB	清晰,图像纹理分明	

在实验中,我们采用(7)、(8)两式的 Hausdorff 距离以及信息熵来衡量以上各种插值方法的优劣.并用归一化的均值信噪比(SNR)对得出的结论进行鉴定.在这里我们给出式(7)确定的 Hausdorff 距离的归一化结果,记作 Hausdorff 距离 1,所谓归一化指用放大其它倍数得到的数值与放大一倍时得到的 Hausdorff 距离做商.式(8)确定的 Hausdorff 距离,记作 Hausdorff 距离 2.而对信息熵作为一种常用的判别图像质量的方法在这里我们采用将原图的信息熵和放大后图像的信息熵做商的形式,其表达式为

$$-\sum P(f(p))\log P(f(p)) \Big/ \left(-\sum P(f(p'))\log P(f(p'))\right),$$其中 $P(f(p))$ 表示灰度值为 $f(p)$ 的概率.

由 Hausdorff 距离的定义式,我们知道 Hausdorff 距离的值越大表明原图像与放大后的图像之间的相似性越小.而 Chart 2 中的数据也恰恰反映了这一点.随着放大倍数的不断增大,Hausdorff 距离的值也逐渐增大,放大后图像与原图像之间的相似性也就越来越来差,也就表明放大后图像的质量变差;而对于不同的插值方法,在放大相同倍数时数值上的差异也就恰恰反映了不同插值方法的优劣.信息熵作为衡量图像质量的一种标准,在一定程度上也反映了图像的质量,它所大致反映的插值方法的优劣与 Hausdorff 距离是一致的.在实验中,我们用通常衡量图像质量的标准之一:归一化的均值信噪比(SNR),采用对原图像先放大后缩小相同倍数的方式对 Hausdorff 距离评价得出的结果进行了进一步的证实.实验数据表明:双线性插值的 SNR 为 0.205 9,拉格朗日插值为 0.205 7,而牛顿-贝塞尔插值仅为 0.203 8.于是 3 种评价方法都表明,在图像放大时几种插值方法的优劣分别为牛顿-贝塞尔插值优于拉格朗日插值,优于双线性插值.

通过对大量图像的实验数据表明,当 Hausdorff 距离-1 小于 1.1350 时,认为图像质量较好,在 1.1350~1.1560 之间认为图像质量一般,其余认为图像质量差.而对于 Hausdorff 距离-2,我们认为当它小于 0.135 0 时图像质量较好,在 0.1350~0.4000 之间时认为图像值量一般,其余则图像质量差.

以上数据以及放大后图像的视觉效果表明,Hausdorff 距离在衡量放大后图像的质量方面有着比较高的合理性,而且计算方法相对比较简单,得到的结果比较直接、清晰.由 Hausdorff 距离的数据表明牛顿-贝塞尔插值方法是这几种插值方法中最好的一种.

表 2 信息熵和 hausdorff 距离的比较

评价方法	插值名称	放大(1×1)倍	放大(2×2)倍	放大(3×3)倍	放大(4×4)倍
信息熵	DL	1	0.988747	0.986695	0.989467
	Lag	1	0.99538	0.985986	0.983331
	NB	1.00681	0.994128	0.993296	0.98649
Hausd-orff 距离-1	DL	1	1.084092	1.127178	1.141486
	Lag	1	1.072426	1.089860	1.134461
	NB	1	1.071496	1.081232	1.132023
Hausd-orff 距离-2	DL	0.0061196	0.0301819	0.0731201	0.135101
	Lag	0.0061196	0.0294342	0.0741882	0.134842
	NB	0.00524902	0.0283203	0.0697784	0.129761

References:

[1] Castleman KR. Digital image processing. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. 96~97.

[2] XU CW, SUN SW. Algorithmic Method. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2002. 29~36 (in Chinese).

[3] Ren HP, Wu WK, Yang H. Comparison of interpolation methods in medical image processing. Beijing Biomedical Engineering, 2002,21(1):19~22 (in Chinese).

[4] Huttenlocher DP, Ruchlidge WJ. A multi-resolution technique for comparing images using the Hausdorff distances. International Journal of Computer Vision,1990,5(2):195~212.

[5] Grevera GJ, Udupa JK. Shape-Based interpolation of multidimendsional grey-level image. IEEE Trans. on Med Image, 1996,15(6): 881~892.

附中文参考文献:

[2] 徐翠薇,孙绳武,计算方法引论.第二版.北京.高等教育出版社,2002.29~36.

[3] 任海萍,吴文凯,杨虎.医学图像插值方法对比.北京生物医学工程,2002,21(1):19~22.