共享合成 Petri 网系统的语言递归性与系统活性*

蒲 飞[1,2+], 陆维明[1], 宋 文[3]

[1](中国科学院 数学与系统科学研究院 数学研究所 计算机科学室,北京 100080)
[2](怀化学院 数学系,湖南 怀化 418008)
[3](西华大学 计算机科学与工程系,四川 成都 610039)

Language Recursiveness and Liveness in Sharing Synthesis of Petri Net Systems

PU Fei[1,2+], LU Wei-Ming[1], SONG Wen[3]

[1](Department of Computer Science, Institute of Mathematics, Academy of Mathematics and Systems Science, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)
[2](Department of Mathematics, Huaihua College, Huaihua 418008, China)
[3](Department of Computer Science and Engineering, Xihua University, Chengdu 610039, China)
+ Corresponding author: Phn: +86-10-62541849, E-mail: pufei@amss.ac.cn, http://www.amss.ac.cn

Received 2003-07-16; Accepted 2003-07-23

Pu F, Lu WM, Song W. Language recursiveness and liveness in sharing synthesis of Petri net systems. *Journal of Software*, 2004,15(3):317~326.
http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/317.htm

Abstract: The determination of such good properties as liveness, deadlock-freeness of a global system is an important field in the study of Petri net systems synthesis. In this paper, the sharing synthesis of Petri net systems, a significant synthesis process, is discussed. The language recursiveness in sharing synthesis process is proposed and proved, and then the language relation formula based on the concurrent language is obtained. These results present a formal tool for the analysis of a large system which contains concurrent behavior. Moreover, this language relation formula can be applied to judge the liveness and deadlock-freeness of the synthesized systems. Necessary and sufficient conditions are developed. Finally, under the given conditions, the liveness of a global system can be determined by the sublanguage of the local systems, and thus can be studied by means of local systems.

Key words: sharing synthesis process; language recursiveness; concurrent language; concurrent composition of paths; well path

摘 要: 在 Petri 网系统合成操作的研究中,大系统的一些好性质,如活性、无死锁性的判定,是一个重要的研究内容.研究了 Petri 网系统的一种重要的合成操作——共享合成,着重研究了 Petri 网系统共享合成的行为关系(语

---

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60073013 (国家自然科学基金)

作者简介: **蒲飞**(1970－),男,湖南洪江人,博士生,讲师,主要研究领域为 Petri 网理论及应用,并发理论,进程代数;**陆维明**(1941－),男,研究员,博士生导师,主要研究领域为 Petri 网理论及应用,算法设计与分析,软件工程;**宋文**(1956－),男,副教授,主要研究领域为 Petri 网理论及应用,算法设计与分析.

言关系),指出并证明了 Petri 网系统共享合成过程中语言的递归性质,得到一个并发语言形式的共享合成语言关系式.这个语言关系式为应用 Petri 网系统对具有并发行为特征的系统进行建模分析提供了一种有效的形式化工具.进而利用这个语言关系式来判定共享合成网系统的活性与无死锁性,得到共享合成网系统活及无死锁的充要条件.最后给出了一些条件,在这些条件下,可用小系统的语言子集来判定共享合成网系统的活性,从而达到用小系统来研究大系统活性的目的.

关键词: 共享合成;语言递归性;并发语言;路径并发合成;良径

中图法分类号: TP309 **文献标识码**: A

Petri 网是一种系统的数学和图形的建模和分析工具,它尤其适合研究具有异步、并发特征的离散事件系统,因而广泛应用于复杂系统的设计与分析中.如计算机通信网络、计算机集成制造系统、分布式并行处理系统等.在复杂系统的建模过程中,合成操作是一条重要途径.合成操作就是通过一组子系统按某种方式结合起来,将这些子系统综合成复杂大系统,通过研究综合过程中系统的不变性质及动态性质,达到由研究小系统的性质来研究大系统性质的目的,从而有效降低大系统状态的高复杂度.

Petri 网系统合成操作方面已有较多的研究工作,Y. Souissii[1]研究了共享合成 Petri 网系统的活性保持性问题.基于对活性满足单调性条件的推广,提出了 F-强网的概念,得出两个活的 F-强网共享合成后仍是活的结论.但不足的是,两个活的 F-强网共享合成后不一定是 F-强网,这使得它的应用受到局限.M.D. Jeng[2,3]研究了用 Petri 网系统来建模柔性制造系统的合成方法,提出资源控制网的概念.每一个子系统都是资源控制网,且按两个约束条件合成起来,这样得到的大系统有结构活性.G. Berthlot[4,5]提出用变形的方法来研究系统的一些性质,如活性、无死锁性及有界性等的保持性问题.A. Aybar[6]用分解方法研究大系统的性质,采用一种称为包含原则方法分解大系统,以此保证合成后的大系统具有小系统相应的性质,并提出这种方法在分散控制中的应用.总之,上述研究工作都是基于代数或结构的方法,而用语言方法来研究的则不多见.用 Petri 网语言来研究合成过程中的行为关系,是系统建模分析中的一种重要方法,它更能反映系统合成过程中的动态行为.基于 Petri 网真并发的特点,只有用并发语言形式的语言关系式来反映合成操作过程中的行为关系,才能真正刻画具有并发行为特征的系统行为.共享合成与同步合成是两种重要的合成操作,文献[7]对 Petri 网系统同步合成的语言关系式进行了研究,得到了反映系统行为关系的语言关系式,文献[8]进而讨论了 Petri 网系统的动态不变性质,同时文献[9]也用同步合成的语言关系式去研究其他 Petri 网系统合成操作,如抑制弧连接、自环连接的语言关系式,由此得到行为不变性质.需要指出的是,文献[7~9]给出的同步合成操作语言关系式是基于顺序语言形式的关系式,而不是基于并发语言形式的关系式,因而就有某种局限性,尚不能完整地刻画具有并发行为特征的系统行为.注意到对共享合成操作语言关系研究的公开文献不多见,而同步合成操作方面的研究结果相对多些.本文研究了 Petri 网系统共享合成操作的语言关系及活性、无死锁性的判定问题.通过 Petri 网系统共享合成操作中语言的递归性质,得到了 Petri 网系统共享合成操作的语言关系式.需要指出的是,该语言关系式基于并发语言形式的语言关系式,因而能刻画具有并发行为特征的系统行为特性.进而可利用这种并发语言形式的语言关系式来判定 Petri 网系统共享合成操作的系统活性及无死锁性.同时在给定的条件下,可用该并发形式的语言关系式,用小系统的语言子集来研究大系统的活性.

本文第 1 节是基本概念,给出相关的定义及术语.第 2 节给出 Petri 网系统共享合成操作的语言关系式.第 3 节利用该语言关系式给出判定共享合成操作中合成系统活性及无死锁性的充要条件.第 4 节给出条件,用小系统的语言子集来判定共享合成大系统的活性.第 5 节是结论.

1 基本概念

关于 Petri 网系统的基本概念及术语可参见文献[10~12],这里只给出本文需要的一些概念.

定义 1.1[10~12]. $\Sigma=(P,T;F,M_0)$是一个 Petri 网系统,称 $L_s(\Sigma)=\{\alpha|\alpha\in T^*$ 且 $M_0[\alpha>\}$为网系统Σ的顺序语言或网系统Σ的顺序行为,其中 T^*是 T 的闭包.

定义 1.2[10~12]. $\Sigma=(P,T;F,M_0)$是一个 Petri 网系统,称 $L_c(\Sigma)=\{\alpha|\alpha\in(P(T^*))^*$且 $M_0[\alpha>]$,为网系统Σ的并发语言或Σ的并发行为,其中 $P(T^*)$表示 T 的幂集.

通常,在 $R_t\in P(T^*)$时,$|R_t|=0$ 称为空步,记为 $R_t=\varepsilon$,$|R_t|=1$ 称为单步,$|R_t|\ge 2$ 称为并发步,其中$|R_t|$表示 R_t 含有的字符串个数.

定义 1.3. 设 L 是Σ上的一个并发语言,语句$\alpha,\beta\in L$,则称"$\circ$"为 L 的乘法运算,意为$\alpha\circ\beta\equiv\alpha\beta$,是一种并发串的连接.称"+"为 L 的加法运算,意为$\alpha+\beta\equiv\{\alpha\}+\{\beta\}=\{\alpha,\beta\}$.

我们很关心系统的活性和无死锁性,因为系统具有活性意味着在任何状态下系统的任意一个功能部件均有机会产生作用;而系统具有无死锁性意味着系统在任何状态下还会往前运行.这些性质都是十分重要的.

定义 1.4[10~12]. 设 Petri 网系统$\Sigma=(P,T;F,M_0)$,如果$\forall M\in[M_0>,\forall t\in T,\exists M'\in[M>$,使 $M'[t>$,则称 Petri 网系统Σ是活的.如果对$\forall M\in[M_0>,\exists t\in T$,使得 $M[t>$,则称 Petri 网系统Σ无死锁.

定义 1.5[10~12]. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$.令$\Sigma=(P,T;F,M_0)$,使得

1) $P=P_1\cup P_2$, $P_1\cap P_2\neq\varnothing$;

2) $T=T_1\cup T_2$, $T_1\cap T_2=\varnothing$;

3) $F=F_1\cup F_2$;

4) $M_0(p)=\begin{cases}\max\{M_{0_1}(p),M_{0_2}(P)\}, & 若p\in P_1\cap P_2\\ M_{0_i}(p), & 若p\in P_i-(P_1\cap P_2);(i=1,2)\end{cases}$,

或 $M_0(p)=\begin{cases}M_{0_1}(p)+M_{0_2}(P), & 若p\in P_1\cap P_2\\ M_{0_i}(p), & 若p\in P_i-(P_1\cap P_2);(i=1,2)\end{cases}$,

则称Σ是Σ_1与Σ_2的共享合成网系统,记作$\Sigma=\Sigma_1 O_P\Sigma_2$.

为讨论方便,这里引入另外一些定义,而在第 2 节中再给出相应的定理.

定义 1.6. 设 Petri 网系统$\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$,$\Sigma=\Sigma_1 O_P\Sigma_2=(P,T;F,M_0)$.

1) 记 $S=P_1\cap P_2$,则称 S 为Σ的共享位置集.

2) 称一个标识 $M\in[M_0>$是在Σ_i上共享的标识,如果有共享位置 $p\in S$ 被 M 标记,而且 $M|_{P_i}$ 使 Petri 网系统Σ_{3-i}中的变迁引发.

记所有这样的共享标识 M 为Σ_i上共享标识集 $SM_i(i=1,2)$.

注意:各初始标识 M_{0_i} $(i=1,2)$均为共享合成后的初始标识,本文下面提到的 M_{0_i} 均为此意义下的初始标识.

定义 1.7. 1) 称一个步序列$\alpha\in(P(T^*{}_i))^*$(或 $P(T^*)^*$)是 Petri 网Σ_i(或Σ)$(i=1,2)$中的一条路径,如果α满足条件:$\exists M,M'\in[M_0>$,使得 $M[\alpha>M'$.

2) 称一个步序列$\alpha\in(P(T^*{}_i))^*$是 Petri 网$\Sigma_i(i=1,2)$中一条基本良径,如果α满足如下条件:

① $\exists M,M'\in[M_0>$,使得 $M[\alpha>M'$且 $M'\in SM_i$;

② 不存在满足条件 1)的两个步序列$\alpha_1,\alpha_2\in(P(T^*{}_i))^*$使得$\alpha=\alpha_1\ \alpha_2$或$\alpha=\alpha_2\ \alpha_1$,其中$\alpha_i\neq\varepsilon(i=1,2)$.

如果步序列$\alpha\in(P(T^*{}_i))^*$只满足条件 1),则称α为Σ_i的一条良径.

注意:空步ε可以是基本良径.

定义 1.8. 1) 记 $M[\alpha\ge M'$表示从 M 到 M'且为基本良径的步序列α.

2) 记 $W^i_{M,M'}=\{\alpha\in(P(T^*{}_i))^*|M[\alpha\ge M'$,其中 $M,M'\in[M_0>,M'\in SM_i\}$,称 $W^i_{M,M'}$ 为 Petri 网系统Σ_i中从 M 到 M'基本良径的集合.

定义 1.9. 1) 称一个步序列$\alpha\in(P(T^*{}_i))^*$是 Petri 网系统$\Sigma_i(i=1,2)$中一条非良径,如果α满足:$\exists M,M'\in[M_0>$,使得 $M[\alpha>M'$,其中 $M'\notin SM_i$.记 $M[\alpha\succ M'$ 表示从 M 到 M'且为非良径的步序列α;

2) 记 $\overline{W^i_{M,M'}}=\{\alpha\in(P(T^*{}_i))^*|M[\alpha\succ M',M\in[M_0>,M'\notin SM_i\}$,称 $\overline{W^i_{M,M'}}$ 为 Petri 网Σ_i中从 M 到 M'非良径的集合.

定义 1.10. 1) 定义 $l_i(\Sigma_i)=\{W^i_{M,M'}|\forall M\in[M_0>,\forall M'\in[M>$且 $M'\in SM_i\}$,则 $l_i(\Sigma_i)$表示Σ_i中所有良径的集合.

2) 定义 $\overline{l_i}(\Sigma_i)=\{\overline{W^i_{M,M'}}|\forall M\in[M_0>,\forall M'\in[M>$且 $M'\in SM_i\}$,则 $\overline{l_i}(\Sigma_i)$ 表示Σ_i中所有非良径的集合.

定义 1.11. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$,$\Sigma=\Sigma_1 O_P \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$.定义$\Sigma$上的路径$\alpha,\beta$的有效乘积运算"⊗"如下:

$$\alpha\otimes\beta=\begin{cases}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix},\alpha\circ\beta, & \text{如果}M[\alpha>M_1\Rightarrow M_1[\beta>\text{且}M[\beta>M_2\Rightarrow M_2[\alpha> \\ \alpha\circ\beta, & \text{如果}M[\alpha>M_1\Rightarrow M_1[\beta>\text{且}M[\beta>M_2\Rightarrow\neg M_2[\alpha>. \\ \varepsilon, & \text{否则}\end{cases}$$

注: 1) 这里均有 $M\in[M_0>$.

2) 运算"⊗"表示Σ上路径间的并发合成.

3) 规定Σ上路径演算的规则为: "⊗"的运算级高于"∘"; "∘"的运算级高于"+".

定义 1.12. 1) 若 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ 任一非良径均可延长为Σ_i中的一条良径,则称Σ_i为良子网系统;即若$\alpha\in(P(T^*_i))^*$,其中 $M[\alpha>M',M,M'\in[M_0>$且 $M'\notin SM_i$,则有$\alpha'\in(P(T^*_i))^*$,使得 $M[\alpha>M'[\alpha'>M''$且 $M''\in SM_i$;

2) 若 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ 不是良子网系统,则称Σ_i为非良子网系统.

定义 1.13. 设 Petri 网系统$\Sigma=(P,T;F,M_0)$,U,V 为Σ的一些步序列的集合,若Σ产生的语言 $L(\Sigma)$满足如下方程:

$$L^{(n)}(\Sigma)=L^{(n-1)}(\Sigma)\otimes U+V,$$

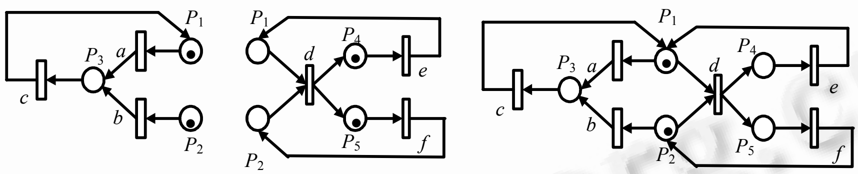
简记为

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes U+V,$$

则称此方程为Σ的语言递归方程.亦称Σ上定义的语言可由该递归方程迭代产生,初始迭代值为 $L^{(0)}(\Sigma)=\{\varepsilon\}$,其中$\varepsilon$为空步.

下面给出这些定义的例子.

例 1:图 1 是两个 Petri 网系统Σ_1,Σ_2作共享合成.



Σ_1 Σ_2 $\Sigma=\Sigma_1 O_P \Sigma_2$

Fig.1

图 1

为下面讨论方便,记$\prod_{t=1}^{k}\alpha_t=\alpha_1\otimes\alpha_2\otimes\ldots\otimes\alpha_k$.由图 1 易知,$\Sigma_1$ 的基本良径集为 $l_1(\Sigma_1)=\{\varepsilon,c,ac\}$,$\Sigma_1$ 的非良径集为 $\overline{l_1}(\Sigma_1)=\Big\{(ac)^m b,(ac)^m a,(ac)^m abc,(ac)^m\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}c,(ac)^m ab\,(\prod_{t=1}^{k}((c^2)^{i_t}\ (ca)^{j_t}\ (a^2)^{m_t}\ (ac)^{n_t})),(ac)^m bc\,(\prod_{t=1}^{k}((a^2)^{i_t}\ (ac)^{j_t}\ (c^2)^{m_t}\ (ca)^{n_t}))$, $(ac)^m\ ba\,(\prod_{t=1}^{k}((c^2)^{i_t}\ (ca)^{j_t}\ (a^2)^{m_t}\ (ac)^{n_t}))$, $(ac)^m\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}(\prod_{t=1}^{k}((c^2)^{i_t}\ (ca)^{j_t}\ (a^2)^{m_t}\ (ac)^{n_t}))$,其中 k,m_t,j_t,n_t 均为非负整数,$i_t=0$ 或 1,$m_t=0$ 或 1,且 $i_tj_t=0$,$m_tn_t=0$,$j_t(m_t+n_t)=0$,若 $i_t=1$,则 $m_t+n_t>0.(0\le t\le k)\Big\}$.

Σ_2 的基本良径集为 $l_2(\Sigma_2)=\Big\{\varepsilon,e,f,de,df,ef,fe,\begin{pmatrix}e\\ f\end{pmatrix},def,dfe,d\begin{pmatrix}e\\ f\end{pmatrix}\Big\}$,$\Sigma_2$ 的非良径集为 $\overline{l_2}(\Sigma_2)=\Big\{\prod_{t=1}^{k}\ ((def)^{i_t}\ (dfe)^{j_t}\ (d\begin{pmatrix}e\\ f\end{pmatrix})^{l_t})\,d$,其中 k,i_t,j_t,l_t 均为非负整数$(0\le t\le k))\Big\}$.

易知$\alpha=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}acdfbceac$ 是Σ产生的一个语句,且α可写为$\alpha=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\otimes ac\otimes df\otimes bc\otimes e\otimes ac$,其中$d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\in l_2(\Sigma_2)$,$ac\in l_1(\Sigma_1)$,$df\in l_2(\Sigma_2)$,$bc\in \overline{l_1}(\Sigma_1)$,$e\in l_2(\Sigma_2)$,$ac\in \overline{l_1}(\Sigma_1)$.因为$\alpha=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\otimes ac\otimes df\otimes bc\otimes e\otimes ac=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\circ ac\otimes df\otimes bc\otimes e\otimes ac=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\circ ac\circ df\otimes bc\otimes e\otimes ac=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\circ ac\circ df\circ bc\otimes e\otimes ac=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\circ ac\circ df\circ bc\circ e\otimes ac=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}\circ ac\circ df\circ bc\circ e\circ ac=d\begin{pmatrix}e\\f\end{pmatrix}acdfbce$ ac,所以此例中,ac 既是Σ_1的基本良径,又是Σ_1的非良径.同时,Σ_1是非良子网系统,Σ_2是良子网系统.可验证$L(\Sigma)$可由如下递归方程迭代生成,其中初始迭代值$L^{(0)}(\Sigma)=\{\varepsilon\}$.

$$L_C(\Sigma)=L_C(\Sigma)\otimes(l_1(\Sigma_1)+l_2(\Sigma_2)+\overline{l_1}(\Sigma_1)+\overline{l_2}(\Sigma_2)).$$

注意:若Σ_i中的初始标识M_{0_i}发生变化,则$l_i(\Sigma_i)$,$\overline{l_i}(\Sigma_i)$也随之改变(i=1,2).

2 共享合成 Petri 网系统的语言递归性

共享合成网系统的语言递归性可由如下定理建立.

定理 2.1. 设 Petri 网系统$\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ (i=1,2),它们的共享合成网系统$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$(此时,$M_{0_i}$均为共享合成后$\Sigma_i$的初始标识),则$\Sigma$产生的语言 $L_c(\Sigma)$(为书写方便,以下将下标 c 省略)满足如下语言关系式(其中初始迭代值$L^{(0)}(\Sigma)=\{\varepsilon\}$):

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(l_1(\Sigma_1)+l_2(\Sigma_2)+\overline{l_1}(\Sigma_1)+\overline{l_2}(\Sigma_2)).$$

其中$l_i(\Sigma_i)$,$\overline{l_i}(\Sigma_i)$ (i=1,2),$\otimes$的意义见定义 1.10 与定义 1.11,并将该语言关系式记为递归方程(*).

证明:下证对 $L(\Sigma)$的任意步序列α均可由递归方程(*)迭代产生.由于Σ是Σ_1与Σ_2的共享合成网系统,则可分以下几种情况讨论:

1) $\alpha\in L(\Sigma_i)$(i=1,2).

1.1) α是Σ_i的良径,则由于Σ_i的良径均可由递归方程 $L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes l_i(\Sigma_i)$迭代产生,故$\alpha$可由递归方程(*)迭代产生.

1.2) 若α是Σ_i的非良径,即$\alpha\in\overline{l_i}(\Sigma_i)$,由于$\varepsilon\in L^{(0)}(\Sigma)$,从而$\varepsilon\in L(\Sigma)$,故$\overline{l_i}(\Sigma_i)\subseteq L(\Sigma)\otimes\overline{l_i}(\Sigma_i)$,而 $L(\Sigma)\otimes\overline{l_i}(\Sigma_i)$是递归方程(*)的一项,因此$\alpha$可由递归方程(*)产生.

2) $\alpha\notin L(\Sigma_i)$(i=1,2),则有α是由Σ_1与Σ_2中的步序列交替组成.

2.1) α由Σ_i中的良径及Σ_{3-i}中的良径交替组成.由于Σ_i与Σ_{3-i}的良径均可由递归方程$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes l_i(\Sigma_i)$迭代产生,则它们的交替序列$\alpha$可由如下递归方程迭产生:

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(l_i(\Sigma_i)+l_{3-i}(\Sigma_{3-i})).$$

2.2) α由Σ_i良径与Σ_{3-i}的非良径组成.类似可得,α可由如下递归方程迭代产生:

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(l_i(\Sigma_i)+\overline{l_{3-i}}(\Sigma_{3-i})).$$

2.3) α由Σ_i及Σ_{3-i}的良径与Σ_i的非良径组成.类似可得,α可由如下递归方程迭代产生:

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(l_i(\Sigma_i)+l_{3-i}(\Sigma_{3-i})+\overline{l_i}(\Sigma_i)).$$

2.4) α由Σ_i,Σ_{3-i}的良径与Σ_i,Σ_{3-i}的非良径组成.类似可得,α可由如下递归方程迭代产生:

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(l_i(\Sigma_i)+l_{3-i}(\Sigma_{3-i})+\overline{l_i}(\Sigma_i)+\overline{l_{3-i}}(\Sigma_{3-i}).$$

当α是上述情况时,α总可由递归方程(*)迭代产生,现设$\alpha=\alpha_1\otimes\alpha_2\otimes\ldots\otimes\alpha_n$,其中$\alpha_i$均为上述情况之一,则$\alpha$仍可由上述情况中相应递归方程迭代产生,因此$\alpha$总可由递归方程(*)迭代产生.

注意:递归方程(*)迭代产生的均是基于并发语言形式的共享合成网系统Σ的语言 $L_C(\Sigma)$. □

3 共享合成 Petri 网系统的活性与无死锁性

本节将利用上一节得到的共享合成网系统的语言关系式来判定共享合成网系统活性及无死锁性.首先给出如下定义.

定义 3.1. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$,i=1,2.它们的共享合成网系统$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$,称由如下递归方程

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(l_1(\Sigma_1)+l_2(\Sigma_2))$$

产生的语言子集为共享合成网系统Σ语言的核,其中初始迭代值 $L^{(0)}(\Sigma)=\{\varepsilon\}$,记为 $Ker(L(\Sigma))$.

下面讨论核 $Ker(L(\Sigma))$与共享合成网系统Σ活性的关系.

定义 3.2. 设 L 是一个步语言,令

$$\overline{L}=\{\alpha\in L|\exists\alpha'\in L,\alpha\circ\alpha'\in L \text{ 或}\begin{pmatrix}\alpha\\ \alpha'\end{pmatrix}\in L\},$$

$$\vec{L}=\{\alpha\in L|\exists\alpha'\in L,\alpha\circ\alpha'\in L \text{ 或}\begin{pmatrix}\alpha\\ \alpha'\end{pmatrix}\in L \text{ 且}|\alpha'|\neq 0\},$$

$$\overline{\overline{L}}=\{\alpha\in L|\exists\alpha'\in L,\alpha\circ\alpha'\in L \text{ 或}\begin{pmatrix}\alpha\\ \alpha'\end{pmatrix}\in L \text{ 且}\|\alpha'\|=\|L\|\},$$

其中$|\alpha|$表示α中所出现字符的个数,$\|\alpha\|$表示α中出现的字符全体,则称 $\overline{L},\vec{L},\overline{\overline{L}}$ 分别是语言 L 的递归闭语言、严格递归闭语言、强递归闭语言.

引理 3.1. 若两个 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ (i=1,2)中有一个是非良子网,则其共享合成网系统$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$就是不活的.

证明:不妨设 Petri 网系统Σ_1是非良子系统,则Σ_1中有一非良径α,α不能延长为良径.记 $M[\alpha>$,其中 $M\in[M_0>$,且记 $M[\alpha'>M'$,α'是α的一个步,则 M'的任何后继标识 M''都不是Σ_1 的可共享标识.即$\forall M''\in[M'>,M''\notin SM_1$,因此 $M''|_{P_1}$ 不能引发Σ_2中的步序列,所以必存在 $t\in T_2,\neg M''[t>$.因此Σ是不活的. □

注意:Petri 网系统Σ_1,Σ_2为良子网系统这个条件只是共享合成网系统Σ活的必要条件.判定Σ是活的条件有如下定理.

定理 3.2. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ (i=1,2),$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$,则$\Sigma$是活的充分必要条件是:

1) Σ_i(i=1,2)均是良子网系统;

2) $Ker(L(\Sigma))=\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$.

证明:"⇒"若共享合成网系统Σ是活的,由引理 3.1 知,Σ_i(i=1,2)均是良子网系统,下证 $Ker(L(\Sigma))=\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$.对 $\forall\alpha\in Ker(L(\Sigma)),\forall t\in T$,有 $M[\alpha>M'$,其中 $M\in[M_0>$.下面证明存在 $\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$,使得$\alpha\otimes\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$且 $t\in\alpha'$.由定义知,α是由Σ_1 或Σ_2 的良径组成,或由Σ_1 及Σ_2 的良径交替组成,因而有 $M'\in SM_1$或$M'\in SM_2$.不失一般性,设 $M'\in SM_1$,由于Σ是活的,则在子网系统Σ_2中有良径α_1,$|\alpha_1\neq 0|$使得$\alpha\otimes\alpha_1\in Ker(L(\Sigma))$.如若不然,假设在$\Sigma_2$中没有良径$\alpha_1$,$|\alpha_1\neq 0|$使得$\alpha\otimes\alpha_1\in Ker(L(\Sigma))$,则记$\alpha_1$ 为在 M'下引发的子网系统Σ_2 中的步序列,即有 $M'[\alpha_1>M''$,由假设$\alpha_1\notin Ker(L(\Sigma))$,即$\alpha_1$ 是非良径,因此在子网系统Σ_2 中由 $M''|_{P_2}$ 已无法返回子网系统Σ_1,引发子网系统Σ_1 中的步序列.故 $\exists t\in T_1,\neg M''[t>$, 这与共享合成网系统$\Sigma$是活的相矛盾.若 $t\in\alpha_1$,得证.若 $t\notin\alpha_1$,由于共享合成网系统Σ是活的,存在Σ_1 中另一条良径α_2,使得$\alpha\otimes\alpha_1\otimes\alpha_2\in Ker(L(\Sigma))$.若 $t\in\alpha_2$,则得证.若 $t\notin\alpha_2$,由于Σ_1,Σ_2是良子网系统,故 t 必属于Σ_1 或Σ_2 的一条良径上,又Σ是活的,则重复上述步骤,必有一$\alpha_n\in Ker(L(\Sigma))$,使得$\alpha_1\otimes\alpha_2\otimes\ldots\otimes\alpha_n\in Ker(L(\Sigma))$,且 $t\in\alpha_n$.如若不然,在α所有可连接的Σ_1,Σ_2 良径中均没有良径α_0($t\in\alpha_0$).因为Σ_1,Σ_2 都是良子网系统,Σ_1,Σ_2 中所有非良径均可延长为一良径,从而α以后均不能引发α_0 中的变迁 t,但这与Σ是活的相矛盾.因此必有$\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$,使得$\alpha\otimes\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$,且$\|\alpha'\|=T$,从而 $\alpha\in\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$,所以 $Ker(L(\Sigma))\subseteq\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$,另一方面,由于 $\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}\subseteq Ker(L(\Sigma))$,故 $Ker(L(\Sigma))=\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$.

"⇐"若 1),2)成立,则对$\forall M\in[M_0>,\forall t\in T$:

1) 若 $M\in SM_1$,下证有子网系统Σ_2中的一条良径α,使得 $M[\alpha>M'$.若α是非良径,由于子网系统Σ_2是良子网系统,故必存在子网系统Σ_2中的步序列α',使得$\alpha\otimes\alpha'$是子网系统Σ_2的良径,从而 $M[\alpha\otimes\alpha'>M'$.因此记$\alpha$是 M 引发Σ_2中的良径,则有 $\alpha\in Ker(L(\Sigma))$,而 $Ker(L(\Sigma))=\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$,因此由 $\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$ 的定义及条件 1),有

$\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$,$\|\alpha'\|=T$,使得$\alpha\otimes\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$,记$\alpha'=\alpha'_1\circ t\circ\alpha'_2$,则有 $M''\in[M>$,使得 $M[\alpha>M'[\alpha'_1>M''[t>$.

2) 若 $M\in SM_2$,则类似 1)可证存在 $M'\in[M>$,使得 $M'[t>$.

3) 若 $M\notin SM_1$ 且 $M\in SM_2$,由于Σ_1,Σ_2都是良子网系统,则在Σ中存在α,使得 $M[\alpha>M'$,且 $M'\in SM_1$ 或 $M'\in SM_2$.如若不然,Σ中没有α,使得$M[\alpha>M'$,且M'为Σ_1或Σ_2的共享标识,则Σ_1,Σ_2中均没有良径.但由于Σ_1,Σ_2是良子网系统,其非良径均可延长至良径,因此矛盾.不妨设 $M'\in SM_1$,此时就有一个α'是子网系统Σ_2中的一条良径,使得 $M'[\alpha'>$.因此$\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$.又 $Ker(L(\Sigma))=\overline{\overline{Ker(L(\Sigma))}}$,由条件 1),故有$\alpha''Ker(L(\Sigma))$,使得$\alpha\otimes\alpha'\otimes\alpha''\in Ker(L(\Sigma))$且$\|\alpha''\|=T$.因此有 $t\in\alpha''$,记$\alpha''=\alpha''_1\circ t\circ\alpha''_2$,从而有 $M''\in[M>,M'''\in[M>$,使得 $M[\alpha>M'[\alpha'>M''[\alpha''_1>M'''[t>$.

综合 1)~3),则可得共享合成网系统Σ是活的. □

下面接着讨论共享合成网系统Σ无死锁的判定问题,首先有如下定义:

定义 3.3. 设$\Sigma=(P,T;F,M_0)$是 Petri 网系统,$L\subseteq L(\Sigma)$是Σ的并发子语言,令:

$$\exp(L)=\{\alpha\in L|\exists\alpha'\in P(T^*)^*:\alpha\circ\alpha'\in L(\Sigma)\text{或}\begin{pmatrix}\alpha\\ \alpha'\end{pmatrix}\in L(\Sigma)\};$$

$$\text{stexp}(L)=\{\alpha\in L|\exists\alpha'\in P(T^*)^*:\alpha\circ\alpha'\in L(\Sigma)\text{或}\begin{pmatrix}\alpha\\ \alpha'\end{pmatrix}\in L(\Sigma)\text{且}|\alpha'|\neq 0\}.$$

其中$|\alpha|$表示α中出现的字符个数,则称 exp(L),stexp(L)分别是 L 在Σ上的扩展语言和严格扩展语言.

定理 3.3. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ (i=1,2),$\Sigma=\Sigma_1O_p\Sigma_2=(P,T;F,M_0)$,则 Σ无死锁的充要条件是 $L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}=\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})$,其中“\”是集合的差运算.

证明:“$\Rightarrow$”.若共享合成网系统Σ是无死锁的,则对$\forall\alpha\in L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}$,记 $M_0[\alpha>M$,由于Σ无死锁,故存在一个步$\alpha'\in P(T^*)$,使得 $M[\alpha'>$.因而有$\alpha\otimes\alpha'\in L(\Sigma)$,所以$\alpha\in\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})$,即有 $L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}\subseteq\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})$,又 $\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})\subseteq L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}$,从而有 $L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}=\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})$.

“$\Leftarrow$”.若 $L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}=\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})$,则对 $\forall M\in[M_0>$,记 $M_0[\alpha>M$,对α分以下两种情况讨论:

1) 若$\alpha\in\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}$,由$\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}$的定义知,存在$\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$,$|\alpha'|\neq 0$,使得$\alpha\otimes\alpha'\in Ker(L(\Sigma))$.故有一步$\alpha''\in\alpha'$,使得 $M[\alpha''>$.

2) 若 $\alpha\in L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}$,则由 $L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))}=\text{stexp}(L(\Sigma)\backslash\overrightarrow{Ker(L(\Sigma))})$,有 $\alpha'\in(P(T^*))^*$,使得$\alpha\otimes\alpha'\in L(\Sigma)$,则显然有一步$\alpha''\in\alpha'$,使得 $M[\alpha''>$.

综合 1)及 2)知,共享合成网系统Σ无死锁. □

4 用小系统语言子集判定大系统的活性

注意到用 $Ker(L(\Sigma))$来判定共享合成网系统的活性时,由于在一般情况下,$l_i(\Sigma_i)\not\subset L(\Sigma_i)$,如在例 1 中,有 $e\in l_2(\Sigma_2)$但 $e\notin L(\Sigma_2)$.而且在判定共享合成网系统的活性时,所给出的充要条件涉及 $Ker(L(\Sigma))$,因此就不使用小系统语言子集来判定大系统活性.但我们可给出如下条件,使得可用 $l_i(\Sigma_i)\cap L(\Sigma_i)$来确定 $Ker(L(\Sigma))$,这样就可用小系统语言子集来判定大系统活性,达到用小系统研究大系统性质的目的.首先给出如下定义:

定义 4.1. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ (i=1,2),$\Sigma=\Sigma_1O_p\Sigma_2=(P,T;F,M_0)$.设$\alpha$是网系统$\Sigma_i$中一条路径,记 $M[\alpha>M'$,其中 $M\in[M_0>$.若对$\forall p\in P_i,M(p)<M'(p)$,则记 $M|_{P_i}<M'|_{P_i}$.若对$\forall p\in P_i,M(p)\geq M'(p)$,则记 $M|_{P_i}\geq M'|_{P_i}$.

定义 4.2. 设$\Sigma=(P,T;F,M_0)$是 Petri 网系统,$P_0\subseteq P$.如果一个步序列$\alpha\in(P(T^*))^*$满足:$M[\alpha>M',M\in[M_0>$且 $M|_{P_0}\geq M'|_{P_0}$,则称α是一条在 P_0 上标识递减的路径.

定义 4.3. 设 Petri 网系统 $\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ (i=1,2),$\Sigma=\Sigma_1O_p\Sigma_2=(P,T;F,M_0)$,称由如下递归方程(其中初始迭代值 $L(0)=\{\varepsilon\}$)

$$L(\Sigma)=L(\Sigma)\otimes(L_1(\Sigma_1)\cap L(\Sigma_1))+L_2(\Sigma_2)\cap L(\Sigma_2))$$

产生的语言子集为子系统Σ_1,Σ_2生成的共享合成网系统Σ语言的核,记为$Ker'(L(\Sigma))$.

如果有$Ker'(L(\Sigma))=Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$,则能用子系统$\Sigma_1,\Sigma_2$的语言子集来确定$Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$,因而就能降低复杂度,从而判定共享合成网系统$\Sigma$的活性,达到用小系统来研究大系统性质的目的.

定理 4.1. 设 Petri 网系统$\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$,$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$.记 $S=P_1\cap P_2$.如果有条件 A:若Σ_i中良径α可连接Σ_{3-i}中的良径$(i=1,2)$,则α为在S上标识递减路径,则有$Ker'(L(\Sigma))=Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$.

证明:显然,由$Ker'(L(\Sigma))$的定义有,$Ker'(L(\Sigma))\subseteq Ker(L(\Sigma))$且$Ker'(L(\Sigma))\subseteq(L(\Sigma))$,故只需证$Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)\subseteq Ker'(L(\Sigma))$即可.对$\forall\alpha\in Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$,知$\alpha$或是$\Sigma_i(i=1,2)$的良径,或是$\Sigma_1,\Sigma_2$良径的交替序列.若$\alpha$是$\Sigma_i$的良径,则显然有$\alpha\in L(\Sigma_i)(i=1,2)$,因此有$\alpha\in Ker'(L(\Sigma))$.现设$\alpha$是$\Sigma_1,\Sigma_2$良径的交替序列.不妨设$\alpha$先从$\Sigma_1$的良径开始,则记$\alpha=\alpha_1\otimes\alpha_2\otimes\alpha_3\otimes\ldots\otimes\alpha_n(n\geq 2)$.其中$\alpha_1$是$\Sigma_1$的良径,$\alpha_2$是$\Sigma_2$的良径,余下依此类推.显然$\alpha_1\in L(\Sigma_1)$,记$M_0[\alpha_1>M_1[\alpha_2>M_2[\alpha_3>\ldots M_{n-1}[\alpha_n>M_n$,由于$\alpha_1$可接$\Sigma_2$中良径$\alpha_2$,因此由定理条件,$\alpha_1$是在$S$上标识递减良径,则有$M_0|_s\geq M_1|_s$,而$M_0|_{P-P_1}=M_1|_{P-P_1}$,所以$M_0|_{P_2}\geq M_1|_{P_2}$,因此$\alpha_2$是$\Sigma_2$的语句,即$\alpha_2\in L(\Sigma_2)$.同样,由于$\alpha_2$可接$\Sigma_1$中良径$\alpha_3$,由定理条件,$\alpha_2$是在$S$上标识递减良径,所以$M_1|_s\geq M_2|_s$,而$M_1|_{P-P_2}=M_2|_{P-P_2}$,因此$M_1|_{P_1}\geq M_2|_{P_1}$,而由前述$M_0|_{P_1}\geq M_1|_{P_1}$,故而有$M_0|_{P_1}\geq M_2|_{P_1}$,所以$\alpha_3$是$L(\Sigma_1)$语句,即$\alpha_3\in L(\Sigma_1)$.依此类推,可证$\alpha_4\in L(\Sigma_2),\ldots,\alpha_n\in L(\Sigma_i)(i=1$或$2)$.综上所述有$\alpha\in Ker'(L(\Sigma))$.因此$Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)\subseteq Ker'(L(\Sigma))$.所以$Ker'(L(\Sigma))=Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$. □

要判定共享合成网系统是否为活,首先判定各子网系统是否为良子网系统.

定理 4.2. 设 Petri 网系统$\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$,$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$.记 $S=P_1\cap P_2$.如果有条件 A 及 B:$\Sigma_i(i=1,2)$的任一在M_0下能引发的良径都是在S上标识递减路径,则条件 C:$\Sigma_i(i=1,2)$任一在M_0引发的非良径均可延长为一条良径等价于条件 D:$\Sigma_i(i=1,2)$任一条非良径均可延长为一条良径.

证明:显然有 D$\Rightarrow$C,只需证 C$\Rightarrow$D 即可.任取$\Sigma_i(i=1,2)$的一条非良径$\alpha\in(P(T^*_i))^*$,记为$M|_{P_i}[\alpha>M'|_{P_i}$,其中$M\in[M_0>$且$M'\notin SM_i$.再记$M_0[\alpha'>M$.对$\alpha'$讨论如下:

1) α'是Σ_{3-i}的非良径,记为$M_0|_{P_{3-i}}[\alpha'>M|_{P_{3-i}}$.由非良径的定义知,$M|_s$不能引发$\alpha$,故有$M|_{P-P_{3-i}}[\alpha>M'|_{P-P_{3-i}}$.但$M|_{P-P_{3-i}}=M_0|_{P-P_{3-i}}$,所以有$M_0|_{P-P_{3-i}}[\alpha>M'|_{P-P_{3-i}}$,因此$\alpha$也是$\Sigma_i$中$M_0$下的非良径.由条件 C 知,$\alpha$可延长为$\Sigma_i$的良径,故条件 D 成立.

2) α'是Σ_{3-i},Σ_i的非良径交替组成,则类似 1)可得,α是Σ_i中M_0下的非良径.同样由条件 C,α可延长为Σ_i的良径,故条件 D 成立.

3) α'是Σ_{3-i}的良径,记为$M_0|_{P_{3-i}}[\alpha'>M|_{P_{3-i}}$, $M|_{P_i}[\alpha>M'|_{P_i}$.由条件 B 知,$M_0|_s\geq M|_s$.又$M|_{P-P_{3-i}}=M_0|_{P-P_{3-i}}$,则有$M_0|_{P_i}\geq M|_{P_i}$.因此$M_0|_{P_i}[\alpha>$,即$\alpha$是从$M_0$引发的非良径.由条件 C,$\alpha$可延长为$\Sigma_i$的良径,故条件 D 成立.

4) α'是Σ_{3-i},Σ_i的良径交替序列组成,不妨设$\alpha'=\alpha'_1\otimes\alpha'_2\otimes\alpha'_3\otimes\alpha'_4$,其中$\alpha'_1,\alpha'_3$是$\Sigma_i$的良径,$\alpha'_2,\alpha'_4$是$\Sigma_{3-i}$的良径,则有$M_0|_{P_i}[\alpha'_1>M_1|_{P_i}$, $M_1|_{P_{3-i}}[\alpha'_2>M_2|_{P_{3-i}}$, $M_2|_{P_i}[\alpha'_3>M_3|_{P_i}$, $M_3|_{P_{3-i}}[\alpha'_4>M|_{P_{3-i}}$, $M|_{P_i}[\alpha>M'|_{P_i}$.由条件 A,有$M_0|_s\geq M_1|_s$,而$M_0|_{P-P_i}=M_1|_{P-P_i}$,则有$M_0|_{P_{3-i}}\geq M_1|_{P_{3-i}}$.同样,由条件 A 可得,$M_1|_{P_i}\geq M_2|_{P_i}$, $M_2|_{P_{3-i}}\geq M_3|_{P_{3-i}}$.故有$M_0|_{P_i}[\alpha'_1>M_1|_{P_i}[\alpha'_3>M'_3|_{P_i}$, $M'_3|_{P_i}\geq M_3|_{P_i}$且$M'_3|_{P-P_i}=M_3|_{P-P_i}$.因此有$M_0|_{P-P_i}=M_1|_{P-P_i}=M'_3|_{P-P_i}=M_3|_{P-P_i}$.又$\alpha'_1\otimes\alpha'_3$是$M_0$能引发的良径,由条件 B 有,$M_0|s\geq M'_3|_S$,则$M_0|_{P_{3-i}}\geq M'_3|_{P_{3-i}}$,故有$M_0|_{P_{3-i}}[\alpha'_4>$,因而$\alpha'_4$为$M_0$能引发的良径,由条件 B 有,$M_3|_s\geq M|_s$.又$M_3|_{P-P_{3-i}}=M|_{P-P_{3-i}}$,所以$M_3|_{P_i}\geq M|_{P_i}$,因此有$M_0|_{P_i}[\alpha'_1>M_1|_{P_i}[\alpha'_3>M'_3|_{P_i}[\alpha>$,所以$\alpha'_1\otimes\alpha'_3\otimes\alpha$是$\Sigma_i$中$M_0$引发的非良径.由条件 C,$\alpha'_1\otimes\alpha'_3\otimes\alpha$可延长为$\Sigma_i$的良径,也就是$\alpha$可延长为$\Sigma_i$的良径.所以条件 D 成立.

5) α'是Σ_{3-i},Σ_i的良径交替组成及Σ_{3-i},Σ_i的非良径交替组成,则由上同样可得条件 D 成立. □

引理 4.3. 设 Petri 网系统$\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$,$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$.在条件 A 下对$\forall\alpha\in Ker(L(\Sigma))$,有$\alpha\in L(\Sigma)$,即$\alpha\in Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$.

证明:类似于定理 4.2 的证明过程,由于α是良径或良径的交替序列,由条件 A 即可证明. □

为用$Ker'(L(\Sigma))$来判定共享合成网系统Σ的活性,先给出如下定义:

定义 4.4. 设L是一个并发语言,称$\overleftrightarrow{L}=\{\alpha\in L|\exists\alpha'\in L$且$|\alpha'|>0$,使得$\|\alpha'\backslash\alpha\|=\|L\|\}$为$L$的递归差集.

定理 4.4. 设 Petri 网系统$\Sigma_i=(P_i,T_i;F_i,M_{0_i})$ $(i=1,2)$,$\Sigma=\Sigma_1 O_p \Sigma_2=(P,T;F,M_0)$,则在条件 A 下,$\Sigma$是活的当且仅当:

1) $\Sigma_i(i=1,2)$是良子网系统;

2) $Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)=\overleftrightarrow{Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)}$.

证明:由引理 4.3 知,条件 2)等价于定理 3.2 中条件 2),因此由定理 3.2,结论成立. □

要判定共享合成网系统Σ的活性,由定理 4.4 要判定:

1) $\Sigma_i(i=1,2)$是否是良子网系统;

2) 判定是否有 $Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)=\overleftrightarrow{Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)}$.

定义 4.5. 称 $\mathrm{prefix}(L)=\{\alpha\in(P(T^*))^*|\exists\alpha'\in(P(T^*))^*,|\alpha'|>0,\alpha\otimes\alpha'(\neq\varepsilon)\in L\}$为 L 的真前缀集.

记 $l'(\Sigma_i)$为Σ_i在 M_0 下引发的良径集合,则在条件 A、条件 B 下 $l'(\Sigma_i)\subseteq Ker'(L(\Sigma))=Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$,因此在条件 A、条件 B 下判定共享合成网系统$\Sigma$活性的算法 4.1 框架如下.

算法 4.1.

Step1. 对$\Sigma_i(i=1,2)$任意在 M_0 引发的非良径α(由定理 4.2):

如果$\alpha\notin\mathrm{prefix}(l'(\Sigma_i))(\subseteq\mathrm{prefix}(Ker'(L(\Sigma))))$,则$\Sigma_i$是非良子网系统,输出共享合成网系统$\Sigma$不活(由引理 4.1);

否则对Σ_i所有非良径$\alpha,\alpha\in\mathrm{prefix}(l'(\Sigma_i))$,即$\Sigma_i$是良子网系统.

Step2. 如果子网系统Σ_1,Σ_2均为良子网系统:

验证是否有 $Ker'(L(\Sigma))=\overleftrightarrow{Ker'(L(\Sigma))}$(由定理 4.1,定理 4.4);

如果该等式成立,则输出共享合成网系统Σ是活的(由定理 4.4);

否则输出共享合成网系统Σ是不活的(由定理 4.4).

由于在条件 A、条件 B 下有 $l'(\Sigma_i)\subseteq Ker'(L(\Sigma))=Ker(L(\Sigma))\cap L(\Sigma)$,故在算法 4.1 的第 1 步中,判定$\alpha\in\mathrm{prefix}(l'(\Sigma_i))$的复杂度降低,同时在算法第 2 步中判定 $Ker'(L(\Sigma))=\overleftrightarrow{Ker'(L(\Sigma))}$,也使复杂度降低.因此在条件 A、条件 B 下来判定共享合成网系统Σ的活性,能降低判定的复杂度.从而达到用小系统来研究大系统性质的目的.

例 2:如图 2 所示,Σ_1,Σ_2作共享合成.

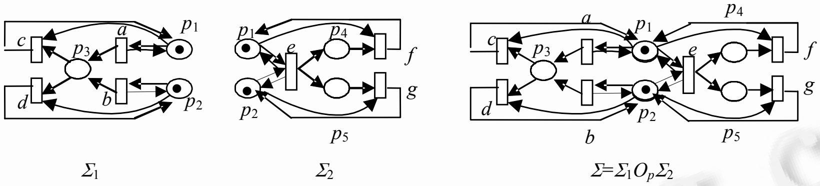


Fig.2

图 2

可验证Σ_1,Σ_2满足条件 A、条件 B,$L_1(\Sigma_1)\cap L(\Sigma_1)=\Big\{\varepsilon,a,b,ac,bd,ad,bc,abc,bac,abd,bad,\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix},\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}c,\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}d,abcd,abdc,bacd,badc,ab\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix},ba\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}cd,\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}dc,\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}\Big\}$,$L_2(\Sigma_2)\cap L(\Sigma_2)=\Big\{\varepsilon,e,ef,eg,efg,egf,e\begin{pmatrix}f\\g\end{pmatrix}\Big\}$.易知$\Sigma_1,\Sigma_2$均为良子网系统,$Ker'(L(\Sigma))=\overleftrightarrow{Ker'(L(\Sigma))}$,则由算法 4.1 知共享合成网系统$\Sigma$是活的.

5 结 论

复杂的具有并发行为特征的系统合成是系统建模分析中一个重要的研究课题.文献[9]对 Petri 网系统同步合成操作提出了基于顺序语言的关系式,并分析了 Petri 网系统同步合成操作中语言的性质及在其他合成操作中的应用.文献[7,8]讨论了活性、无死锁性与无阻塞性在系统同步合成操作中的关系.但由于是基于顺序语言形式的讨论,忽视了 Petri 网系统真并发的特性.为给出一个更广泛应用的方法,本文定义了表示路径并发合成的运算“⊗”,以此来建立共享合成网系统的并发语言关系式.该语言关系式可用来判定共享合成合成网系统的活性与无死锁性,并给出了相应的充要条件.同时也给出了例子,表明它能完整地刻画具有并发行为特征的系统的合成.最后给出了一些条件,使得可用小系统的语言子集来确定 $Ker'(L(\Sigma))$,达到用小系统来研究大系统活性的目的.下一步要研究的工作是给出比定理 4.1、定理 4.3 更为广泛的条件,使得既达到用小系统来研究大系统的目

的,又更具应用性.同时,利用共享合成网系统语言的递归性去研究共享合成 Petri 网系统的其他性质.

致谢 作者感谢审稿人详细的审稿及有益的建议.

References:

[1] Souissi Y. On liveness preservation by composition of nets via a set of places. In: Rozenberg G, ed. LNCS 483, New York: Springer-Verlag, 1990. 457~470.

[2] Jeng MD, Diceare F. A review of synthesis techniques for Petri nets with application to automated manufacturing systems. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 1993,23(1):301~312.

[3] Jeng MD. A Petri net synthesis theory for modeling flexible manufacturing systems. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 1997,27(2):169~183.

[4] Berthelot G. Checking properties of nets using transformations. In: Rozenberg G, ed. LNCS 254, New York: Springer-Verlag, 1985. 19~40.

[5] Berthelot G. Transformations and decompositions of nets. In: Brauer W, Reisig W, Rozenberg G, eds. LNCS 256, New York: Springer-Verlag, 1986. 359~376.

[6] Aybar A, Ifar A. Overlapping decompositions and expansions of Petri nets. IEEE Trans. on Automatic Control, 2002,47(3): 511~515.

[7] Jiang CJ. A PN Machine Theory of Discrete Event Dynamic System. Beijing: Science Press, 2000 (in Chinese).

[8] Jiang CJ. Petri net dynamic invariance. Science in China (Science E), 1997,27(6):605~611 (in Chinese with English abstract).

[9] Wang HQ, Jiang CJ, Liao SY. Behavior relations in synthesis process of Petri net models. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 2000,16(4):400~406.

[10] Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications. Proc. of the IEEE, 1989,77(4):541~580.

[11] Peterson JL. Petri Net Theory and the Modeling of Systems. Englewood Cliffs. Prentice-Hall, Inc. 1981.

[12] Resig W. Petri nets. EATCE Monographs on Theoretical Computer Science. Vol.4, NewYork: Springer-Verlag, 1985.

附中文参考文献:

[7] 蒋昌俊.离散事件动态系统的 PN 机理论.北京:科学出版社,2000.

[8] 蒋昌俊.Petri 网的动态不变性.中国科学(E)辑,1997,27(6):605~611.