

信度网结构在线学习算法*

刘启元¹, 张 聪¹, 沈一栋¹, 汪成亮²

¹(重庆大学 计算机科学与工程学院,重庆 400044);

²(重庆大学 自动化学院,重庆 400044)

E-mail: liuqiyuan@163.net

http://www.cqu.edu.cn

摘要: 提出一种新的信度网结构在线学习算法.其核心思想是,利用新样本对信度网结构和参数不断进行增量式修改,以逐步逼近真实模型.本算法分为两个步骤:首先分别利用参数增量修改律和添加边、删除边、边反向3种结构增量修改律,并结合新采集的样本,对当前信度网模型进行增量式修改;然后利用结果选择判定准则,从增量式修改所得的后代信度网集合中选择一个合适的信度网作为本次迭代结果.该结果在与当前样本的一致性和与上一代模型的距离之间达到一个合理的折衷.实验结果表明,本算法能有效地实现信度网结构的在线学习.由于在线学习不需要历史样本,且能够不断适应问题域的变化,适合于对具有时变性的领域进行信度网建模.

关 键 词: 人工智能;信度网;机器学习;在线学习

中图法分类号: TP18 文献标识码: A

1 信度网批量学习算法

信度网^[1]是一种基于概率的图形化非精确知识表达与推理模型.它不仅有着坚实的概率论理论基础,同时又能够很好地同专家头脑中的知识结构相对应.但完全依靠专家来构造一个信度网仍是一项非常困难和费时的工作.随着领域的样本数据越来越容易得到,通过学习算法来辅助构造信度网模型也引起了人们的重视.信度网学习包括信度网参数学习和信度网结构学习,其目标是构造一个能很好地模拟对应领域的概率模型.

信度网学习主要采用 Bayes 方法,其中参数学习是根据一组样本计算信度网参数的后验分布^[2]:

$$P(\theta | D) = \frac{P(D | \theta) * P(\theta)}{P(D)} = \alpha * P(D | \theta) * P(\theta), \quad (1)$$

其中 D 为训练用样本集合, θ 为一定结构下的信度网参数集合.

在数据不完备的情况下,参数后验分布表达式中的计算项将随着不完备样本数的增加呈指数增长,计算复杂度过高.该问题的解决办法是改计算参数的后验分布为寻找一组参数使得某指标最优(即变为一个寻优问题).目前的指标主要有最大后验概率(maximum a posterior, 简称 MAP) $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \{P(\theta | D)\}$ ^[2,3] 和极大似然(maximum likelihood, 简称 ML) $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \{P(D | \theta)\}$ ^[2,4].计算中所采用的寻优算法主要有梯度法^[5]和 EM 方法^[2,6]两大类.

采用 Bayes 方法的信度网结构学习是根据一组样本计算信度网结构的后验分布^[2]:

$$P(S^h | D) = \frac{P(D | S^h) * P(S^h)}{P(D)} = \alpha * P(D | S^h) * P(S^h), \quad (2)$$

* 收稿日期: 2001-02-20; 修改日期: 2001-04-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69883009);国家教育部跨世纪优秀人才培养计划基金资助项目(294)

作者简介: 刘启元(1973 -),男,重庆人,博士生,主要研究领域为人工智能,概率推理,信息系统;张聪(1970 -),男,重庆人,博士生,讲师,主要研究领域为人工智能,概率推理,信息系统;沈一栋(1956 -),男,重庆人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能,数据库;汪成亮(1975 -)男,四川资阳人,博士生,主要研究领域为故障诊断,概率推理.

其中 S^h 表示信度网结构.由于所有可能的信度网结构数至少是信度网节点数的指数表达式^[2,14],因此无法直接计算.目前该问题的解决办法有两种.一种是 Model Selection 方法(模型选择法)^[2,7].该方法改计算结构的后验分布为寻找一个结构使得某指标最优(即变为一个寻优问题);另一种是 Selective Model Averaging 方法(部分模型平均法)^[8].该方法从所有可能结构中选取部分结构作为结构的全体参与计算.目前应用较广的是模型选择法.该方法的寻优指标有很多,常用的有 RP(relative posterior probability)判定准则^[2,9]、BIC(Bayesian information criterion)判定准则^[2,10]、MDL(maximum description length)判定准则^[11]等.目前信度网结构学习中的寻优技术主要是采用贪婪式搜索^[2]和由此发展出来的结构化 EM 方法^[12].

总体来讲,信度网参数学习和结构学习可分别归结为一个连续空间的寻优问题和一个离散空间的寻优问题.为使学习的结果尽可能避免局部极值的影响,有些算法采用了带随机重置技术的贪婪式搜索和模拟退火算法.目前该领域的研究成果主要集中在批量学习算法上.对于在线学习,则只见到信度网参数学习方面的研究报道.本文利用信度网学习领域^[2,5,13]的当前研究成果,提出了一种信度网结构的在线学习算法,并通过实验验证了该算法的有效性.

2 信度网在线学习算法

信度网在线学习算法(online learning)的思想是,首先给定一个信度网模型,然后随着样本的不断采集,对模型进行不断的修正,使其能更好地表达问题域.在线学习比批量学习更加困难,原因如下:

(1) 批量学习通过大量训练样本中所体现出的统计特征来构造信度网,而在线学习每次对信度网模型的修改只能利用单个或少量的样本,不能呈现出问题域的统计特征.

(2) 批量学习只求训练得到的信度网模型很好地与样本数据一致,而在线学习在每一次修正信度网模型时不仅要考虑修正后的模型更好地与样本一致,还需要考虑修正后的模型尽可能多地保留以前学习得到的结果.

目前已有学者提出了信度网参数的在线式学习算法^[13].该算法的主要思想是在新模型与当前样本的一致性和新模型与原模型的距离之间寻求一个折衷.该思想被形式化表达为

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \{ \eta * c(\theta, D) - d(\theta, \bar{\theta}) \}, \quad (3)$$

其中 $c(\theta, D)$ 表示模型同训练样本的一致性, η 表示学习率(学习率越大,则每一次训练结果将尽可能快地逼近当前样本), $d(\theta, \bar{\theta})$ 表示新、旧模型之间的距离.文献[13]将一致性的度量定义为样本对数似然的平均:

$$c(\theta, D) = L_D(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log P(d_i | \theta), \quad (4)$$

其中 N 为样本数, d_i 为单个样本.为了降低计算难度,该文献采用一阶泰勒级数对公式 $L_D(\theta)$ 进行近似:

$$\hat{\theta} \approx \arg \max_{\theta} \{ \eta * (L_D(\bar{\theta}) + \nabla L_D(\bar{\theta}) * (\theta - \bar{\theta})) - d(\theta, \bar{\theta}) \}, \quad (5)$$

并推导出

$$\nabla_{ijk} L_D(\bar{\theta}) = \frac{1}{\bar{\theta}_{ijk}} * \frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^k, Pa_i^j | \bar{\theta}, d_l)}{N}, \nabla L_D(\theta) = \left(\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^{q_i} \left(\sum_{k=1}^{r_i} \nabla_{ijk} L_D(\theta) \right) \right) \right). \quad (6)$$

同时,该文献还讨论了 3 种不同的距离函数,并推导出了相应的增量修改公式.本文采用其中一种函数形式:

$$d(\theta, \bar{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{ijk} (\theta_{ijk} - \bar{\theta}_{ijk})^2, \quad (7)$$

采用拉格朗日乘子对公式求条件极值(条件: $\sum_{k=1}^{r_i} \theta_{ijk} = 1$),得到参数增量修改律:

$$\hat{\theta}_{ijk} = \bar{\theta}_{ijk} + \eta * (\nabla_{ijk} L_D(\bar{\theta}) - \frac{1}{r_i} \sum_{k'} \nabla_{ijk'} L_D(\bar{\theta})). \quad (8)$$

3 信度网结构在线学习算法

本文提出的信度网结构在线学习算法包括信度网结构的增量修改律和结果选择判定准则.其中,信度网结

构的增量修改分为两个步骤:

第1步.对信度网结构中的边进行一次增/减,并修改相应的条件概率表.要求修改后的信度网与原信度网所表达的联合概率密度尽可能地接近,以尽可能多地保留以前学习得到的结果.

第2步.应用参数的增量修改律式(8),对第1步得到的结果进行一次参数修改,以寻求与当前样本一致.

3.1 信度网结构增量修改律

信度网结构的增量修改分为3种不同的修改律:

- (1) 向原信度网中添加一条有向边(要求添加该边后不能出现有向环);
- (2) 从原信度网中删除一条有向边;
- (3) 对原信度网中的一条有向边进行边反向(要求反向后不能出现有向环).

3.1.1 添加边修改律

设原信度网 B_0 存在如图1左部所示的子结构,添加一条边后变成了如图1右边所示的子结构.原信度网 B_0 也变成了新信度网 B_1 . B_1 中节点 X_i 的条件概率表采用如下方式给出:

$$P'(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}}) = P(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}), \quad (9)$$

其中左边为节点 X_i 在新信度网 B_1 中的条件概率表,右边为该节点在原信度网 B_0 中的条件概率表.采用该方式给出的条件概率表将保证新信度网与原信度网具有相同的联合概率分布.接下来,利用当前样本对新信度网 B_1 的参数进行一次增量修改.这样就完成了添加边操作.

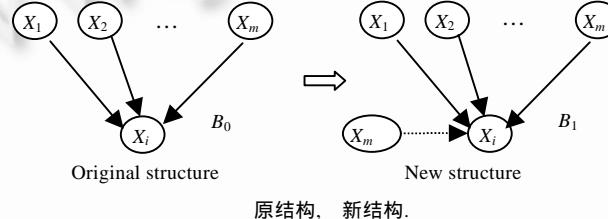


Fig.1 Transform 1

图1 变换1

3.1.2 删除边修改律

设原信度网 B_0 存在如图2左部所示的子结构,删除一条边后变成了如图2右边所示的子结构.得到的新信度网 B_1 中节点 X_i 的条件概率表采用如下方式给出:

$$P'(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}) = \sum_{j_{m+1}} P(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}}) \cdot P(X_{m+1}^{j_{m+1}} | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}). \quad (10)$$

上式左边为节点 X_i 在 B_1 中的条件概率表,右边均为 B_0 所蕴含的概率值.其中右边第1项为 B_0 中节点 X_i 的条件概率表,第2项为被删除边的源节点在节点 X_i 的其余父节点下的条件概率.采用这种方式给出的条件概率表将最大限度地保留原信度网的概率特征,即有定理1成立.

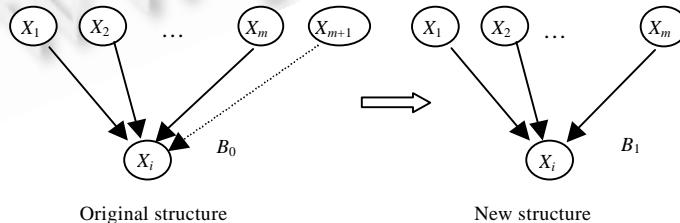


Fig.2 Transform 2

图2 变换2

接下来,利用当前样本对该信度网的参数进行一次增量修改.这样就完成了删除边操作.

定理1. 假设存在完全按照原信度网 B_0 的联合概率分布进行采样得到的完备样本数据集合 D ,按照上面的

方式进行增量式删边后得到新信度网 $B_1 \langle S_1, \theta_1 \rangle$. 当集合 D 中样本数趋近于无穷大时, 在新信度网 B_1 中下面的断言成立, 即如果 $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \left\{ \sum_{l=1}^N \log P(d_l | \theta, S_1) \right\}$, 则 $\hat{\theta} = \theta_1$.

证明: 采用拉格朗日乘子法求条件极值:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_{ijk}} \left(\sum_{l=1}^N \log P(d_l | \theta, S_1) + r_{ij} \cdot (\sum_k \theta_{ijk} - 1) \right) = 0,$$

如文献[13]中公式, 其中

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta_{ijk}} \left(\sum_{l=1}^N \log P(d_l | \theta, S_1) \right) &= \frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^l, Pa_i^j | \theta, d_l)}{N \cdot \theta_{ijk}} \\ \Rightarrow \hat{\theta}_{ijk} &= \frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^l, Pa_i^j | \theta, d_l)}{\sum_{k'} \sum_{l=1}^N P(X_i^k, Pa_i^j | \theta, d_l)}, \end{aligned}$$

由于样本数据完备, 有

$$\hat{\theta}_{ijk} = \frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^l, Pa_i^j | d_l)}{\sum_{k'} \sum_{l=1}^N P(X_i^k, Pa_i^j | d_l)}.$$

对于图 2 的具体情况上, 式可扩展写为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{ijk} &= \frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^k, X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m} | d_l)}{\sum_{k'} \sum_{l=1}^N P(X_i^{k'}, X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m} | d_l)} = \sum_{j_{m+1}} \frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^k, X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)}{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m} | d_l)} \\ &= \sum_{j_{m+1}} \left(\frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^k, X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)}{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)} \cdot \frac{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)}{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m} | d_l)} \right). \end{aligned}$$

当 N 趋近于无穷大时, 上式中:

- $\frac{\sum_{l=1}^N P(X_i^k, X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)}{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)}$ 为 B_0 中的参数: $P(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}})$;
- $\frac{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}} | d_l)}{\sum_{l=1}^N P(X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m} | d_l)}$ 为 B_0 中的概率: $P(X_{m+1}^{j_{m+1}} | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m})$.

所以有如下公式成立:

$$\hat{\theta}_{ijk} = P(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}) = \sum_{j_{m+1}} P(X_i^k | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}, X_{m+1}^{j_{m+1}}) \cdot P(X_{m+1}^{j_{m+1}} | X_1^{j_1}, X_2^{j_2}, \dots, X_m^{j_m}).$$

3.1.3 边反向修改律

边反向修改律可以分解为一个添加边修改律和一个删除边修改律的组合. 直接采用上面提到的两个修改律的组合来实现.

3.2 结果的选择判定准则

结构增量修改有多种可能的选择, 将产生多种不同结果, 这就需要有一个判定准则从中选取“最优”的结果作为当前信度网. 原则是既要求新信度网较原信度网与训练样本之间有更高的一致性, 又要求新信度网尽可能多地保留以前学习得到的结果. 该准则可表达如下:

$$\tilde{B} = \arg \max_B \{ \log P(D | B) - \beta * \sum_{z \in \Omega} (P(z | B) - P(z | B_0))^2 \}, \quad (11)$$

其中 $B \in \{B_0, B_P, B_{S1}, \dots, B_{ST}\}$, B_0 表示原信度网, B_P 表示仅对参数进行增量修改后的信度网, B_{S1}, \dots, B_{ST} 为对结构进行增量修改后所有可能的信度网. 上式右边第 1 项为训练样本的对数似然, 第 2 项为新信度网所表达的联合概率分布同原信度网所表达的联合概率分布之间的误差平方和. 该准则在所得结果与训练样本之间的一致性和尽可能保留原有学习结果之间寻求一个折衷. 参数 β 表示了当前信度网模型的成熟程度. 当前信度网接受的训

练数据越多 β 应越大,以减少新数据的作用.另外,根据所研究领域的时变性不同, β 应最终保持在一定的值,以保证对环境变化的适应能力.

由于信度网结构越复杂,所能表达的联合概率分布的范围就越广.假设存在两个信度网结构 $S_1(N, E_1)$ 和 $S_2(N, E_2)$.其中 E_1 是结构 S_1 的边集合, E_2 是结构 S_2 的边集合.容易证明,如果 $E_1 \subseteq E_2$,则所有能够被结构 S_1 表达的联合概率分布均能被 S_2 表达.全连接的信度网将能表达所有可能的由 N 个节点所蕴含的联合概率分布.在线学习中,每一次训练所用的数据量很小,各组训练样本不可能呈现一个稳定的统计特征,如果仅采用式(11),由于第 1 项的存在可能导致信度网的结构逐步逼近全连接,因而达不到学习的目的.为此,我们借用 MDL 的思想,将式(11)修正如下:

$$\tilde{B} = \arg \max_B \left\{ \log P(D | B) - \frac{1}{\alpha} * \frac{d}{2} \log N - \beta * \sum_{z \in \Omega} (P(z | B) - P(z | B_0))^2 \right\}, \quad (12)$$

其中常量 α 表达了领域自身的复杂程度,复杂程度越高 α 值越大. $\frac{d}{2} \log N$ 为 BIC 准则[2]中信度网结构复杂程度的表达式,其中 $d = \sum_{i=1}^n q_i \cdot (r_i - 1)$.

3.3 在线学习算法

根据前面的信度网参数和结构的增量修改律以及结果选择判定准则,构造基本的在线学习算法如下:

算法 1. 信度网在线学习算法.

```
procedure BN_OnLineLearning ( $B_0$ :initial belief network)
begin
```

```
     $B_0 \rightarrow \bar{B}$ ;
```

```
    do while true
```

```
    begin
```

```
        Accept a single sample or a group of samples  $D$ ;
```

```
        Calculating the learning rate  $\eta$  and maturity degree  $\beta$  according to current status;
```

```
        Apply the parameter incremental updating rule to  $\bar{B}$ , which result in a new BN  $B_P$ ;
```

```
        Apply all the possible structure incremental updating rule to  $\bar{B}$ ,
```

```
            which result in a set of new BNs  $\{B_{S1}, \dots, B_{ST}\}$ ;
```

```
        Apply the acceptable criterion to BNs  $\{\bar{B}, B_P, B_{S1}, \dots, B_{ST}\}$ , result in a BN  $\hat{B}$ 
```

```
         $\hat{B} \rightarrow \bar{B}$ ;
```

```
    end
```

```
end
```

本算法的输入是一个初始信度网 B_0 ,它一般可由领域专家根据自己的领域知识进行构造,如果对领域一无所知也可以采用一个只含结点而不含任何边的信度网.给定的初始信度网越准确,学习到满意结果所需的时间越短.增量修改律和判定准则中的参数可按以下原则选择:在训练初期由于当前模型同最终模型的差距较大,学习率 η 应选得较大、成熟度 β 应选得较小,以便更快地拟合数据;随着训练过程的进行,学习率应逐渐减小,成熟度应逐渐增大,以便更多地保留先前学习的成果,不致过度匹配最新数据,从而避免震荡,如果问题域本身具有时变性,学习率和成熟度应最终保持必要大小,以跟踪问题域的变化.

另外,本算法可以在第一步后增加一个判定:如果新信度网比原信度网在指标上有了显著的进步,则不必进行第二步和第三步,从而加快学习算法的执行速度.

4 实验结果

本实验由 C++Builder 5 编程,如图 3 所示的信度网产生实验数据.该信度网来源于美国的人口统计数据,经 Heckerman 的学习算法得到^[2].实验数据分别以 1 个一组、10 个一组和 50 个一组的形式作为训练样本,输入到在线学习系统中.初始信度网只含节点,不含任何边.误差指标为

$$e = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} (P'(X_1^{i_1}, X_2^{i_2}, \dots, X_n^{i_n}) - P(X_1^{i_1}, X_2^{i_2}, \dots, X_n^{i_n}))^2, \quad (13)$$

其中 $P'(\cdot)$ 为由学习算法产生的信度网的联合概率分布, $P(\cdot)$ 为问题域的真实联合概率分布, e 值越小表示所得

的结果越精确.

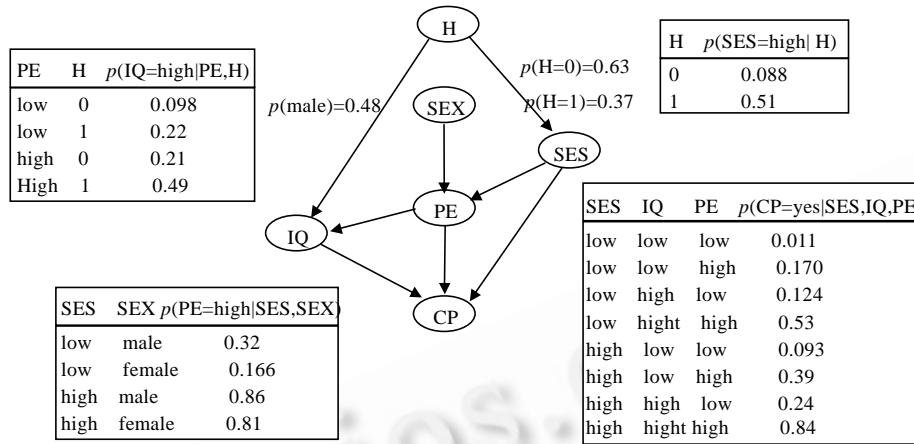


Fig.3 Original BN

图 3 原始信度网

整个实验的结果如图 4 和图 5 所示.其中图 4 分别为在 3 种情况下,误差随学习样本数增加而变化的曲线,图 5 分别为在 3 种情况下,迭代了 600 次以后所产生的信度网结构.从整体情况看,3 种不同情况下的实验均取得了令人满意的效果.

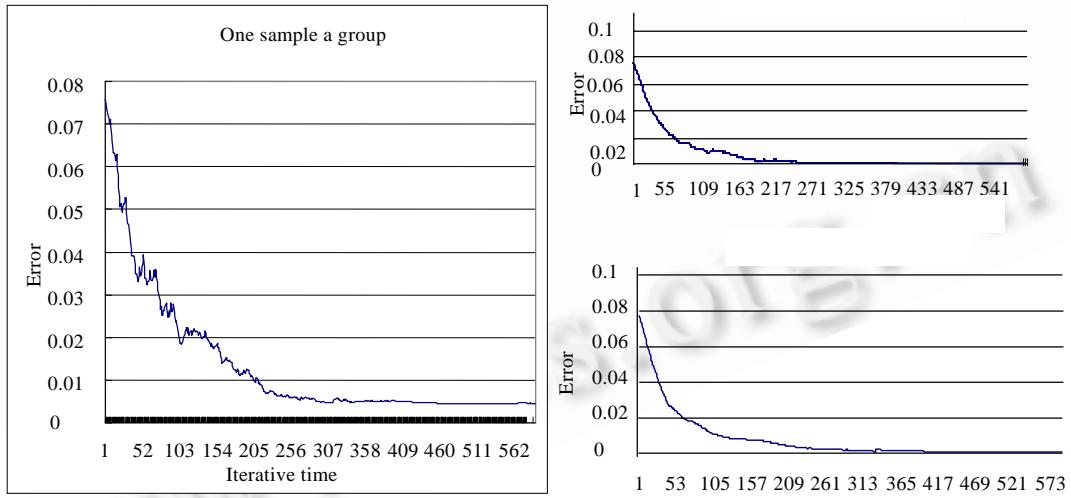


Fig.4 Error curve

图 4 误差曲线

从学习结果的误差来看(如图 4 所示),第 1 种情况误差收敛到 0.45%,第 2 种情况误差收敛到 0.08%,第 3 种情况误差收敛到 0.06%.从结果网络的复杂程度来看(如图 5 所示),真实信度网需要 18 个参数,第 1 种情况下所得到的信度网结构需要 14 个参数,第 2 种情况需要 16 个参数,第 3 种情况需要 18 个参数.有着与真实信度网差不多的网络复杂程度.

需要说明的是,第 1 种情况的误差曲线在下降过程中出现了一些小范围的波动.出现该现象的主要原因在于每次迭代只有一个样本,其中几乎不存在统计特征.此时对学习过程中所使用的参数要求较严格.本次实验所

采用的学习算法参数取值见表 1.

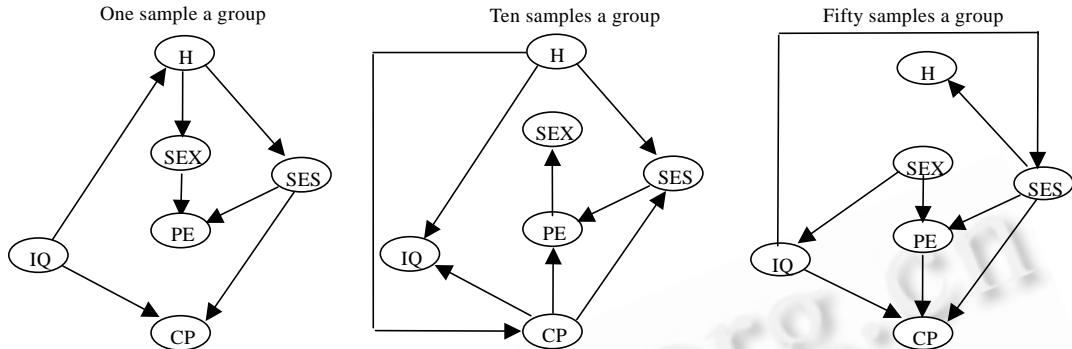


Fig.5 The learning result

图 5 学习结果

Table 1 Comparison of the three situations

表 1 3 种情况对比

	1 sample a group	10 samples a group	50 samples a group
Learning rate η	Initial value :0.015 $\varepsilon<1\%:0.005$ $\varepsilon<0.8\%:0.002$	Initial value:0.015 $\varepsilon<1\%:0.005$	0.015
Maturity β	1 000	1 000	1 000
Complexity α	800	800	800

学习率, 成熟度, 领域复杂度, 一个样本一组, 初值.

在实际情况下,由于不知道真实的联合分布,无法根据误差来调节参数的取值.这时,可以根据迭代次数来调节.迭代次数越多,成熟度取值越高,学习率取值越低.

5 结束语

本文利用在信度网学习领域取得的成果,提出了一种信度网结构的在线学习算法,给出了该学习算法的原理和实验结果.在线学习算法与批量学习算法相比更为困难,主要在于在线学习每次迭代只依赖一组少量的样本,不足以像批量学习那样呈现出必要的统计特征,且在每一次利用样本修正模型时,不仅要考虑修正后的模型应更好地与样本一致,还需要考虑该结果应尽可能多地保留原模型的特征.本算法实现的关键是定义参数和结构的增量修改律以及增量修改结果的选择判定准则.本文采用了文献[13]中提出的参数增量修改律,并提出了结构增量修改律和结果的选择判定准则,从而实现了信度网结构的在线学习.实验结果表明,该算法达到了预期的目的.

References:

- [1] Pearl, J. Fusion, propagation, and structuring in belief networks. *Artificial Intelligence*, 1986,29:241~248.
- [2] Heckerman, D. A tutorial on learning with Bayesian network. Technical Report, MSR TR-95-06, Redmond, WA: Microsoft Research, 1995.
- [3] Kass, R., Tierney, L., Kadane, J. Asymptotics in Bayesian computation. In: Bernardo, J., DeGroot, M., Lindley, D., eds. *Bayesian Statistics 3*, Oxford University Press, 1998. 261~278.
- [4] Russell, S., Binder, J., Koller, D., et al. Local learning in probabilistic networks with hidden variables. In: *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'95)*. Montreal: Morgan Kaufmann, 1995. 1146~1152.
- [5] Binder, J., Koller, D., Russell, S.J., et al. Adaptive probabilistic networks with hidden variables. *Machine Learning*, 1997,29: 213~244.

- [6] Dempster, A.P., Laird, N.M., Rubin, D.B. Maximum-Likelihood from incomplete data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society (Series B)*, 1977, 39:1~38.
- [7] Cooper, G., Herskovits, E. A Bayesian method for the induction of probabilistic networks from data. *Machine Learning*, 1992,9:309~347.
- [8] Madigan, D., Raftery, A. Model selection and accounting for model uncertainty in graphical models using Occam's window. *Journal of the American Statistical Association*, 1994,89:1535~1546.
- [9] Dawid, P. Statistical theory. The prequential approach (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society A*, 1984,147: 278~290.
- [10] Schwarz, G. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 1978,7(2):461~464.
- [11] Allen, T.V., Greiner, R. Comparing model selection criteria for belief networks. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Machine Learning*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2000. 1047~1054.
- [12] Friedman, N. The bayesian structural EM algorithm. In: *Proceedings of the 14th Conference on Uncertainty in AI (UAI'98)*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1998. 129~138.
- [13] Bauer, E., Koller, D., Singer, Y. Update rules for parameter estimation in Bayesian networks. In: *Proceedings of the 13th Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI'97)*. 1997. 3~13.
- [14] Spiegelhalter, D., Lauritzen, S. Sequential updating of conditional probabilities on directed graphical structures. *Networks*, 1990,20:570~605.

An On-Line Structure Learning Algorithm of Belief Network*

LIU Qi-yuan¹, ZHANG Cong¹, SHEN Yi-dong¹, WANG Cheng-liang²

¹(College of Computer Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China);

²(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

E-mail: liuqiyuan@163.net; liuqiyuan@cqsunway.com

<http://www.cqu.edu.cn>

Abstract: An on-line structure-learning algorithm of belief network is proposed. The basic idea is to incrementally update the structure and parameters of a belief network after each group of data samples is received. The algorithm consists of two steps. The first step is to update the current belief network based on newly received data samples using incremental updating rules, including parameter incremental updating rule and three structure incremental updating rules, which are adding edge, deleting edge and reverting edge. The second step is to use the result selection criterion to select the most appropriate result from the set of candidates resulted by the first step. The selection criterion fulfills the desire to balance the consistency of the result with the newly received data against the distance between the result and the previous model. Experimental results show that the algorithm can efficiently perform on-line learning of belief network structure. Since on-line learning does not need history data and can adapt to the variation of the problem domain, this algorithm is suitable to model those domains that vary with time.

Key words: AI; belief network; machine learning; on-line learning

* Received February 20, 2001; accepted April 24, 2001

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.69883009; the Trans-Century Training Program Foundation for the Talents by the State Education Commission of China under Grant No.294