有固定波长转换器的全光环网波长分配算法*

万颖瑜[1,2], 陈国良[1,2], 许胤龙[1,2], 顾 钧[3]

[1](中国科学技术大学 计算机科学与技术系,安徽 合肥 230027);
[2](国家高性能计算中心(合肥),安徽 合肥 230027);
[3](香港科技大学 计算机科学系,香港)
E-mail: yywan@mail.ustc.edu.cn
http://www.ustc.edu.cn

摘要: 采用波分复用技术的全光网是目前宽带网络研究的方向之一,波长分配是其中主要的算法问题,具有重要的理论和应用价值.研究了具有任意固定波长转换器的环形光网上的波长分配问题.首先,提出了两个对环网上的请求集合预处理的算法,这两个算法可以将请求集合分解成一些连续的循环序列;然后,采用置换群来描述具有固定波长转换器的光环网,基于这种数学表示,提出了对环网上的波长信道进行分解的算法;基于这些算法,进一步提出了一个波长分配算法,该算法对于环形光网上的任意固定转换模式都能给出一个较好的波长分配方案.
关 键 词: 全光网;波分复用;波长分配;固定转换;置换群
中图法分类号: TP393 文献标识码: A

全光网是一种新兴的光纤通信网技术,在这种网络中,数据由源节点到目的节点的传输和交换过程都在光域内进行,中间不存在任何光电之间的转换,从而避免了由电子器件产生的“电子瓶颈”现象.全光网具有高带宽、信号透明、兼容性好、可扩放、可重构、结构简单、可靠性高等优点,从而成为宽带通信网发展的方向.为了充分利用全光网中的高带宽,通常都采用某种多址复用技术,目前在全光网中应用最广泛最成熟的技术就是波分复用(wavelength division multiplex,简称 WDM).这种技术的基本原理是:在发送端将多个不同波长的信号复用到一根光纤上传输,在接收端再将复用的信号按波长分开并送入不同的终端.这样就将一根物理链路分成了多个通信信道,从而将光纤的传输容量扩大了几倍、几十甚至上百倍.尽管现在基于波分复用技术的全光网还没有达到完全实用化,但是关于这方面的研究已经成为当前网络研究的一个主要方向.

采用波分复用技术的全光网中存在多个不同波长的通信信道,由于受到目前技术的限制,一根光纤中可以容纳的波长数是有限的,所以波长就成为光网中的一种重要的资源.如何充分利用已有的波长是全光网研究中的一个重要问题.给定网络中的通信请求,如何给每个请求分配波长以实现通信,同时保证不同的请求在同一条边上分配不同的波长,并使所用的总波长数尽可能少,该问题称为波长分配问题.为了提高波长的利用率,通常在交换节点上增加波长转换的能力,即交换节点能够将一种波长的信号通过波长转换器转换成另一种波长的信号.波长转换器的转换能力越强,波长的利用率也会越高.已经有研究表明,当交换节点上波长之间可以任意转换时,波长的利用率最高[1].但是,转换能力越强,技术上实现的难度就越大,而且成本也越高,所以目前研究的都是有限转换能力情况下的波长分配问题.文献[2~8]研究了交换节点没有转换能力时各种网络拓扑结构上的

* 收稿日期: 2001-09-01; 修改日期: 2002-02-04
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60173048);国家重点基础研究发展规划 973 资助项目(G1998030403)
作者简介: 万颖瑜(1976－),男,江西南昌人,博士生,主要研究领域为算法设计,组合优化,并行分布式计算;陈国良(1938－),男,安徽颍上人,教授,博士生导师,主要研究领域为并行算法,并行机体系结构,格点计算;许胤龙(1963－),男,安徽庐江人,副教授,主要研究领域为复杂性理论,算法设计,并行计算;顾钧(1956－),男,江苏盐城人,教授,博士生导师,主要研究领域为复杂性理论,算法设计.

波长分配问题.其中对于环形网络,文献[5]证明了,当网络负载为 L 时,$2L-1$ 种波长是充分且必要的.文献[5,9~12]研究了交换节点上具有波长转换能力时的波长分配问题,其中文献[9]针对环形网络设计了几种固定和有限波长转换器,并给出了相应的分配算法,文献[12]设计了一类度数最小的有限波长转换器,使得在放置这种转换器的环形网络中,波长可以得到充分的利用.

本文研究了具有任意固定波长转换器的环形光网上的波长分配问题.固定转换器是一类最简单的波长转换器,只能将一种波长转换成另一种波长.我们采用波长上的置换来表示一个固定转换器,并用置换的乘积表示连续多个固定转换器的转换效果,从而提出用置换群来描述具有固定转换器的光环网.基于这种数学表示,我们提出了一个根据环网上所有固定转换器的总效果对环网上的波长信道进行分解的算法,可以将所有的波长信道分解成一些连续的循环信道序列.相应地,我们还提出了两个对通信请求进行预处理的算法,将环网上的一个通信请求集合分解成一些连续的循环请求序列.基于这些算法,我们进一步提出了一个波长分配算法,该算法对于环网上任意的固定转换模式都能给出一个较好的波长分配方案.就我们所知,这是第一个在任意固定转换模式的光环网上的波长分配算法.

本文第 1 节给出相关的基本概念和性质.第 2 节提出 3 种对请求和信道进行处理的操作.第 3 节给出波长分配算法.第 4 节给出结论.

1 基础知识

本文考虑有向的全光环网,用图 $G=(V,E)$ 来表示,其中 V 表示网络中的交换节点集合,E 表示节点间的有向边集合.记 $n=|V|$ 为环网中的节点数,对节点按照环网的方向进行顺序编号为 $0,1,\ldots,n-1$,并将边也按方向编号为 $0,1,\ldots,n-1$,一个顺时针方向的环网如图 1(a)所示.由于采用了 WDM 技术,所以在一根光纤中存在多个不同的波长,设波长数为 w,记这 w 种波长分别为 $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_w$.那么在环网上,每条边都可以分解成 w 条平行的边,称为信道,分别对应 w 种波长,记边 i 上对应于波长 λ_j 的信道为 $c_{i,j}$,图 1(b)就是一个含有 3 种波长的光环网.

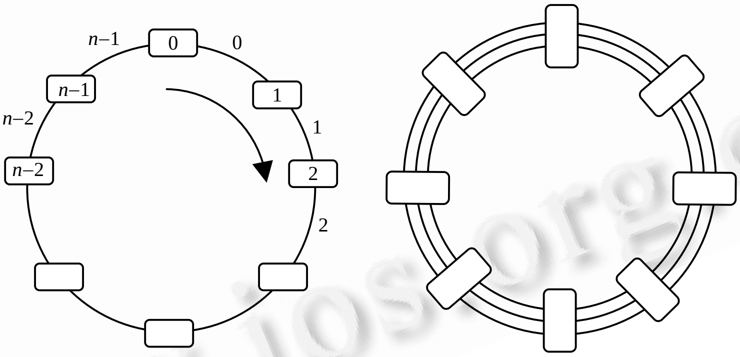


Fig.1
图 1

一个通信请求表示为 (s,t),其中 s 和 t 分别是请求的源节点和目标节点.在一般的网络中通常存在多条不同的由 s 到 t 的有向路径能够实现请求 (s,t),而在本文考虑的有向环网中,这种路径是惟一的,记为 $P(s,t)$.记 $I=\{(s_1,t_1),(s_2,t_2),\ldots\}$ 为一组请求的集合.

定义 **1**. $e\in E(G)$ 是 G 中的一条边,I 在 e 上的负载为 $L_I(e)=\sum_{(s,t)\in I}[e\in P(s,t)]$,即经过 e 的请求的数目.

定义 **2**. I 在 G 中的负载(简称为 I 的负载)为 $L_I=\max\{L_I(e)\mid e\in E(G)\}$.

定义 **3**. 若 $\forall e\in E(G); L_I(e)=L_I$,即 G 中每条边上的负载都相同,则称 I 是负载均匀的.

引理 **1**. 给定有向环 G 和 G 上一个负载均匀的请求集合 I,对于 G 中任意一个顶点 v,I 中以 v 为源的请求数等于以 v 为目标的请求数.

证明:考虑 G 中与 v 相邻的两条有向边 $e_1=(a,v)$ 和 $e_2=(v,b)$,I 中的请求根据对这两条边的负载的贡献可

以分成以下 4 类:

(1) 请求 r 不以 v 为源,也不以 v 为目标,但是 r 对应的路径经过 v,则 r 对边 e_1 和 e_2 的负载贡献都是 1,记这种请求的数目为 n_1;

(2) 请求 r 不以 v 为源,也不以 v 为目标,且 r 对应的路径不经过 v,则 r 对边 e_1 和 e_2 的负载贡献都是 0,记这种请求的数目为 n_2;

(3) 请求 r 以 v 为源,则 r 对边 e_1 的负载贡献为 0,对边 e_2 的负载贡献为 1,记这种请求的数目为 n_3;

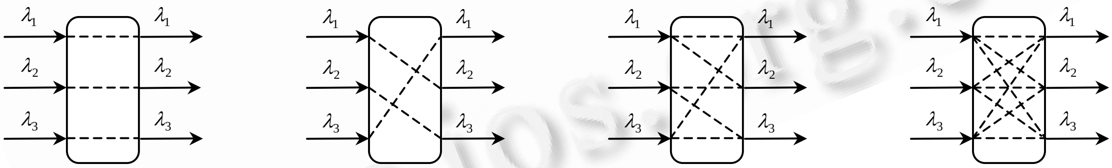
(4) 请求 r 以 v 为目标,则 r 对边 e_1 的负载贡献为 1,对边 e_2 的负载贡献为 0,记这种请求的数目为 n_4,则 $L_I(e_1)=n_1+n_4$, $L_I(e_2)=n_1+n_3$,由 I 是负载均匀的可得到 $n_3=n_4$. □

定义 **4**. 若 I 中所有请求的一个排列 $\langle r_0,r_1,\ldots r_{k-1}\rangle$ 满足 $\forall 0\le i\le k-1$,请求 r_i 的目标节点是请求 $r_{(i+1)\bmod k}$ 的源节点,则称 I 是循环的.

引理 **2**. 有向环 G 上的循环请求集合 I 必是负载均匀的.

证明:若请求集合 I 是循环的,则由定义知:对于 G 中任意一个顶点 v,I 中以 v 为源的请求数等于以 v 为目标的请求数.采用引理 1 中类似的证明方法容易证明 I 是负载均匀的. □

根据是否在交换节点放置波长转换器,可以将光网分成两类:无波长转换器和有波长转换器.波长转换器的功能是将进入交换节点的某种波长的信号转换成包含相同信息的另外一种波长的信号输出到某条链路上.一般来说,使用波长转换器可以提高整个光网中波长的利用率.根据转换能力的强弱,又可以进一步将波长转换器分成 3 类:(1) 全转换器.一种波长的信号可以转换成其他任意一种波长,即相邻两条边上的信道之间都是连通的,如图 2(d)所示;(2) 有限转换器.有些波长之间能够转换,而某些波长之间不能转换,也就是在相邻的边上某些信道是连通的,而有些信道之间是不连通的,如图 2(c)所示;(3) 固定转换器.输入的一种波长的信号只能转换成输出的某种波长的信号,而且输出的一种波长也只能由输入的某种波长转换而来,即输入边上的一个信道 λ_i 只能与输出边上的某个信道 λ_j 连通,而输出边上的一个信道 λ_j 也只能与输入边上的某个信道 λ_i 连通,如图 2(b)所示.图 2(a)所示是无波长转换器的情况,这种情况下输入边上的信道 λ_i 只能与输出边上的相同波长的信道 λ_i 连通.显然,无转换器的情况可以看成是固定转换器的一种特例.比较这几种转换器可以看出,全转换器是功能最强的,文献[5]证明,当在环网的某个交换节点上安放了一个全波长转换器时,环网上的波长能够得到充分利用.然而全转换器在技术上要比其他几种转换器难以实现,所以目前主要研究的是有限转换器和固定转换器的情况.



(a) Non-Conversion (b) Fixed-Conversion (c) Limited-Conversion (d) Full-Conversion
(a) 无转换 (b) 固定转换 (c) 有限转换 (d) 全转换

Fig.2
图 2

给定全光网 G 和请求 (s,t),为了实现该请求,需要在 G 中找一条由 s 到 t 的有向路径 $P(s,t)$,并且为 $P(s,t)$ 在其经过的每条边上分配一个信道(波长),保证 $P(s,t)$ 上相邻的两个信道在交换节点上是连通的,称这样一条由多个信道连接而成的路径为光路.若给定一个请求集合 I,为了非阻塞地实现 I 中的所有请求,就需要给每个请求找一条光路,并且保证经过同一条边的不同光路分配的信道不同,这样的问题就称为波长分配问题.记 $\chi(I)$ 为非阻塞地同时实现 I 中的所有请求所需的最小波长数.文献[13]证明了任给 G 和 I,确定 $\chi(I)$ 是一个 NP 完全问题,即使 G 是环形和树形这种简单的结构,该结论同样成立.所以目前的研究主要是近似算法,即寻找一种算法,对于任给的请求集合 I 能够给出一个使用较少波长的分配方案,而不要求使用最少的波长.由于经过同一条边的不同光路必须分配不同的波长,所以 $\chi(I)\ge L_I$,一般把负载 L_I 作为最优分配方案的下界来分析近似算法的性能.当光环网中的所有节点上都没有波长转换器时,文献[5]给出了一种算法,对于任意负载为 L 的请求集合,都

可以保证只用 $2L-1$ 种波长就能无阻塞地实现所有请求.同时,文献[5]还证明了该结果是最优的,即存在负载为 L 的请求集合,使得无论怎么分配都需要至少 $2L-1$ 种波长才能无阻塞地实现所有请求.而当环网中的某个节点上有一个全转换器时,文献[5]证明对于任意负载为 L 的请求集合,都只需要 L 种波长就可以实现该请求集合.文献[12]研究了有限转换器的情况,提出了一类转换度为4(即输入的每个信道至多与输出的某4个信道连通)的有限转换器,并证明,当在环网上的某个节点上安放一个这样的转换器时,对于任意负载为 L 的请求集合都可以只用 L 种波长来实现,进一步还证明了度数 4 是最优的.文献[9]中提出了一类固定波长转换器,当在环网的某个节点上安放该转换器时,则只需要 $L+1$ 种波长就可以实现任意负载为 L 的请求集合.本文考虑了更一般的情况,即当环网的某些节点上安放了任意转换模式的固定转换器时,如何有效地实现波长分配.

2 3 种基本操作

本节提出 3 种对请求和信道进行预处理的基本操作:请求均匀化、请求分解和信道分解,在下一节提出的波长分配算法中将用到这 3 种操作.

2.1 请求均匀化

给定请求集合 I,若 I 不是负载均匀的,可以通过增加一些额外的请求来得到一个新的负载均匀的请求集合 I',使 $I \subseteq I'$,并且保证 $L_I = L_{I'}$.具体算法描述如下:

算法 **1**. 请求均匀化.

输入:非负载均匀的请求集合 I;

输出:负载均匀的请求集合 I'.

```
Begin
    I′ ← I
    for 环网中的每条边 e = (u,v)  do
        if  L_I(e) < L_I  then
            产生 L_I − L_I(e) 个相同的请求 (u,v) 放入 I′中
        end if
    end for
End
```

经过上述算法处理后,得到的请求集合 I'在 G 的每条边上的负载都为 L_I,即 I'是负载均匀的.

2.2 请求分解

给定一个负载均匀的请求集合 I,可以采用下面的方法从 I 中抽取一个循环的请求集合:由 I 中的某个请求 $r_0=(s_0,t_0)$ 开始,寻找一个以 $s_1=t_0$ 为源的请求 $r_1=(s_1,t_1)$,再寻找一个以 $s_2=t_1$ 为源的请求 $r_2=(s_2,t_2)$,…,如此重复下去直到找到一个以 s_0 为目标的请求为止,记找到的所有请求的集合为 I'.I'总是可以找到的,证明如下:设上述过程进行到某一步找到的最后一个请求为 (s_k,t_k),如果 $t_k \neq s_0$,那么在已找到的请求中以 t_k 为目标的请求数比以 t_k 为源的请求数多 1,由引理 1 知道,I 中以 t_k 为源的请求数等于以 t_k 为目标的请求数,所以必然可以在 I 中剩下的请求中找到一个以 t_k 为源的请求,从而可以将上述过程继续下去,直到找到一个以 s_0 为目标的请求为止.由引理 2 知道,I'是负载均匀的,所以 $I\backslash I'$也是负载均匀的.

基于上面的思路可以将一个负载均匀的请求集合 I 分解成一些循环的请求集合,方法如下:

算法 **2**. 请求分解.

输入:负载均匀的请求集合 I;

输出:一些小的循环请求集合 $I_0, I_1,..., I_{n-1}$.

```
Begin
    for i=0 to n−1 do
        I_i ← ∅
        while I 中存在以 i 为源的请求(i,j) do
            由(i,j)出发从 I 中寻找一个循环的请求集合 I′
            I_i ← I_i ∪ I′
```

$I \leftarrow I \setminus I'$
end while
end for
End

引理 **3**. 算法 2 得到的请求集合 I_i ($0 \le i \le n-1$)都是循环的.

定理 **1**. 给定有向环网 $G=(V,E)$ 和 G 上一个负载均匀的请求集合 $I, n=|V|$,可以将 I 分解成一些小的请求集合 $I_0, I_1, ..., I_{n-1}$,满足:

(1) $I = I_0 \cup I_1 \cup ... \cup I_{n-1}$,且 $I_i \cap I_j = \varnothing$ ($0 \le i \ne j \le n-1$);

(2) I_i ($0 \le i \le n-1$)是循环的;

(3) $L = L_0 + L_1 + ... + L_{n-1}$,其中 $L, L_0, L_1, ..., L_{n-1}$ 分别是 $I, I_0, I_1, ..., I_{n-1}$ 的负载.

证明:采用算法 2 将 I 分解成 $I_0, I_1, ..., I_{n-1}$,则由引理 3 直接可以得到(2).而 I_i 是循环的,则 $I \setminus I_i$ 是负载均匀的,那么在算法 2 的每次 for 循环结束后剩下的请求集合仍然是负载均匀的.并且当 for 循环执行了 k 次之后,I 中将不再包含以 i($0 \le i \le k-1$)为源或目标的请求,所以算法 2 结束后,I 为空,则 $I = I_0 \cup I_1 \cup ... \cup I_{n-1}$,且 $I_i \cap I_j = \varnothing$ ($0 \le i \ne j \le n-1$),(1)得证.结合(1)和(2)容易得到(3). □

2.3 信道分解

由于在固定转换器中,输入的任意一个信道都只与输出的一个信道相连,而输出的任意一个信道也只与输入的某个信道相连,这样,一个固定转换器就可以看成是波长上的一个一一映射,所以可以用置换来表示固定转换器.例如图 2(b)所示的固定转换器就可以表示成置换 $\sigma = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_1 \end{pmatrix}$,表示波长 λ_1 可以转换成波长 λ_2 , λ_2 可以转换成 λ_3 , λ_3 可以转换成 λ_1 .给定 w 种波长 $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_w$,定义 S_w 为集合 $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_w\}$ 上所有置换的集合,任意关于这 w 种波长的固定转换器都可以用 S_w 中的一个置换表示. $(S_w, \bullet)$ 构成了一个置换群,其中 $\bullet$ 是置换的乘法操作.

任何置换都可以表示成不相交的轮换之积,例如置换 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 6 & 4 & 8 & 7 & 3 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ 可以表示成 $\sigma = (1258)(367)(4)(9)$,在这里 σ 被表示成两个长为 1、1 个长为 3 和 1 个长为 4 的轮换之积,称 σ 是一个 $1^2 3^1 4^1$ 型的置换.

定义 **5**. 若置换 σ 有 b_i 个长为 i 的不相交的轮换因子($1 \le i \le n$),称 σ 是 $1^{b_1} 2^{b_2} ... n^{b_n}$ 型的置换.

给定有向光环网 G,G 中有 n 个节点,每条边上有 w 种波长,则在 G 中共有 wn 个信道: $c_{0,1}, c_{0,2}, ..., c_{0,w}$, $c_{1,1}, c_{1,2}, ..., c_{1,w}$, …, $c_{n-1,1}, c_{n-1,2}, ..., c_{n-1,w}$,记这 wn 个信道的集合为 C_G .

定义 **6**. 给定 G 中的一个信道序列 $C = \langle c_0, c_1, ..., c_{k-1} \rangle$,若满足对于 $0 \le i \le k-1$,信道 c_i 和 $c_{(i+1) \bmod k}$ 连通,则称序列 C 是一个循环信道序列.若 C 是循环的,则显然 $n \mid k$,称 k/n 为 C 的宽度,记为 d_C .

现在考虑下面这种情况:在 G 中的某个节点(设为节点 0)上有一个固定波长转换器,而其他节点上没有任何转换器.设这个波长转换器对应的置换为 σ_0 ,为 $1^{b_1} 2^{b_2} ... k^{b_k}$ 型.利用下面的方法可以将 C_G 分解成一些不相交的循环信道序列.

算法 **3**. 信道分解.

输入:环网 G

输出:G 上的不相交的循环信道序列 $C_1, C_2, ...$

Begin
$C_G \leftarrow G$ 中所有信道的集合
$i \leftarrow 1$
while C_G 非空 **do**
任选信道 $c_j \in C_G$
由 c_j 出发访问连通的信道,直到回到 c_j 为止,记 C_i 为所访问的所有信道的集合
$C_G \leftarrow C_G \setminus C_i$, $i \leftarrow i+1$
end while
End

引理 **4**. 算法 3 是正确的,并且得到的每个信道序列 C_i 都是循环的.

证明:初始时 C_G 中包含了环网中的所有信道,假设算法由波长 λ_1 的某个信道开始依次访问 λ_1 的连通信道,当经过节点 0 上的波长转换器转换后,访问波长 $\sigma(\lambda_1)$ 的所有连续信道,再经过节点 0 转换后,访问 $\sigma(\sigma(\lambda_1))$ 的所有连续信道,…,由于 σ 是一个置换,所以最终必然回到 λ_1 的信道上来,并回到开始访问的第 1 个信道,算法中 while 循环的第 2 步成立,并且在此过程中所有被访问信道的序列 C_1 是一个循环信道序列.从 C_G 中去掉 C_1 中的信道,如果某个波长 λ_i 的信道出现在 C_1 中,则 C_1 包括了 λ_i 的所有信道,C_G 中就不再有 λ_i 的信道,在剩下的循环中 C_G 仍然可以看做是一个完整的环网中的所有信道的集合,只是波长数比原来少了,同样可以使用上面的方法来分析,所以算法必将结束,并且得到的每个序列 C_i 都是循环的. □

定理 **2**. 给定有向光环网 G,G 中有 n 个节点和 w 种波长,在 G 的节点 0 上有一个为 $1^{b_1}2^{b_2}...k^{b_k}$ 型固定波长转换器,其他节点上没有波长转换器,则 G 中的所有信道 C_G 可以分解成 l 个不相交的循环信道序列 $C_1, C_2, ..., C_l$,满足:(1) $l=\sum_{1\le i\le k} b_i$;(2) 对任意 $1\le i\le k$,这 l 个序列中都存在 b_i 个宽度为 i 的不相交序列.

证明:构造辅助图 $G'=(V',E')$,其中 $V'=C_G$,对于 C_G 中的任意一个信道 c_i,若 c_i 的输出与某个信道 c_j 的输入连通,则有向边 $\langle c_i, c_j\rangle\in E'$.由于在 G 中只有固定波长转换器,所以 G' 中任意顶点的出度和入度都为 1,那么 G' 就由一些有向环构成.由于只有节点 0 上有一个固定的波长转换器,为 $1^{b_1}2^{b_2}...k^{b_k}$ 型,那么容易得到 G' 中环的数目为 $\sum_{1\le i\le k} b_i$,且对任意 $1\le i\le k$,都存在 b_i 个长度为 in 的不同的环.在 G 上使用算法 3,得到一些不相交的信道序列,由引理 4 知道这些序列都是循环的.而实际上每个这种序列都惟一对应了 G' 中的一个环,序列的宽度就等于对应的环的长度除以 n. □

现在考虑更一般的情况,假设 G 中每个节点上都有一个固定波长转换器.注意到无转换器可以看做是固定转换器的一个特例,所以对于任意情况,上面的假设总是成立的.设节点 i($0\le i\le n-1$)上的固定转换器对应的置换为 σ_i.从节点 i($0\le i\le n-1$)的角度来看,整个环网上波长转换器的总效果对应于置换 $p_i=\sigma_i\sigma_{(i+1)\bmod n}...\sigma_{(i+n-1)\bmod n}$,即某个波长为 λ 的信号进入节点 i 后,再经过环网一周将变成波长为 $p_i(\lambda)$ 的信号到达 i.

引理 **5**. 置换 $p_0, p_1, ..., p_{n-1}$ 是同型的.

证明:只需证明 p_0 和 p_1 是同型的就可以了,其他类推.文献[14]中有以下结论:

(1) $\forall s,t\in S_w$,若 $\exists g\in S_w$,满足 $s=g^{-1}tg$,则称 s 和 t 关于 S_w 共轭;

(2) $\forall s,t\in S_w$,s,t 关于 S_w 共轭$\Leftrightarrow s,t$ 同型.

$\sigma_0, p_0, p_1\in S_w$,且 $p_1=\sigma_1\sigma_2...\sigma_{n-1}\sigma_0=\sigma_0^{-1}(\sigma_0\sigma_1...\sigma_{n-1})\sigma_0=\sigma_0^{-1}p_0\sigma_0$,则 p_0, p_1 共轭,所以 p_0, p_1 同型. □

由引理 5 知,$p_0, p_1, ..., p_{n-1}$ 同型,从信道分解的角度看,这些置换是等价的,所以可以将 G 等价地用某个有向光环网 G_i($0\le i\le n-1$)来代替,在 G_i 中节点 i 上有一个置换为 p_i 的固定波长转换器,而其他节点上没有转换器.在后面的讨论中只考虑在节点 0 上有固定转换器的情况.

3 分配算法

给定一个有向光环网 $G=(V,E)$,$n=|V|$,G 中有 w 个波长,在节点 0 上有一个固定的波长转换器,为 $1^{b_1}2^{b_2}...k^{b_k}$ 型(显然有 $w=\sum_{1\le i\le k} ib_i$),记 $l=\sum_{1\le i\le k} b_i$,并给定 G 上的一个负载为 L 的请求集合 I.本节给出一个波长分配算法,当 $L\le\sum_{2\le i\le k}(i-1)b_i+\left\lfloor\frac{b_1+1}{2}\right\rfloor$ 时,该算法总能无阻塞地满足 I 中所有请求.

下面先考虑单个的循环信道序列的波长分配.

引理 **6**. 给定负载为 L 的均匀请求集合 I 及一个宽度为 d 的循环信道序列 C,若 $L\ge d-1$,则 C 可以满足 I 中的一部分请求,使得 I 中剩下的请求的负载不超过 $L-(d-1)$.

证明:首先使用算法 2 将 I 分解成循环请求集合:$I_0, I_1, ..., I_{n-1}$,$L_0, L_1, ..., L_{n-1}$ 分别为它们的负载.设 I_i($0\le i\le n-1$)中的请求按照首尾相连的顺序排列得到的序列为 $\langle r_{i,1}, r_{i,2}, ..., r_{i,k_i}\rangle$,其中请求 $r_{i,1}$ 以 i 作为源节点.

在 C 中有 dn 个信道,设 $C=\langle c_1,c_2,\ldots,c_{dn}\rangle$,其中信道 c_1 从节点 0 到节点 1.

先考虑 I_0 中的请求:从信道 c_1 开始按顺序使用 C 中的信道来满足 I_0 中的请求 $r_{0,1}$,若满足 $r_{0,1}$ 使用的信道序列为 $\langle c_1,c_2,\ldots,c_j\rangle$,接下来就从信道 c_{j+1} 开始按顺序使用 C 中的信道来满足 I_0 中的请求 $r_{0,2}$,…,如此继续下去,有以下 3 种可能:

(1) $L_0=d$.这种情况下 C 刚好能够完全满足 I_0,此时 C 中的信道没有浪费,I 中剩余请求的负载为 $L-d$,引理得证.

(2) $L_0>d$.此时 C 不能完全满足 I_0,设 r 是 I_0 中最后一个得到满足的请求,r 以 j 作为目标节点,则 C 中还有 $n-j$ 个信道没有得到利用,且这 $n-j$ 个信道都在不同的边上,所以 I 中剩余请求的负载为 $L-\left\lfloor\frac{dn-(n-j)}{n}\right\rfloor=L-(d-1)$,引理得证.

(3) $L_0<d$.此时 C 满足完 I_0 后还剩下 $dn-L_0n$ 个信道,设 c_j 是满足 I_0 所使用的最后一个信道,显然 c_j 以节点 0 为终点,接下来的信道 c_{j+1} 以节点 0 为起点,但是从定理 1 的证明知道,在 $I\backslash I_0$ 中不存在以节点 0 为起点的请求,所以我们将信道 c_{j+1} 浪费掉,从信道 c_{j+2} 开始来满足 I_1 中的请求,方法与满足 I_0 时一样.如此继续下去,直到在 I_i 中出现了不能满足的请求,注意到在 I_i 之前已经浪费了 i 个信道,这 i 个信道分别在边 $0,1,\ldots,i-1$ 上:设 r 是 I_i 中最后一个得到满足的请求,r 以 j 作为目标节点, $j\ge i$,于是 C 中最后的 $n-j$ 个信道也没有得到利用,这些信道分别在边 $j,j+1,\ldots,n-1$ 上,则 C 中总共浪费了 $n-j+i$ 个信道,并且这 $n-j+i$ 个信道都在不同的边上,所以 I 中剩余请求的负载为 $L-\left\lfloor\frac{dn-(n-j+i)}{n}\right\rfloor=L-(d-1)$.引理得证. □

当所有循环信道序列的宽度都为 1 时,此时就是无波长转换器的情况,已知以下结论:

引理 7[5]. 给定有向光环网 G,G 中有 w 种波长,且 G 中每个节点上都没有波长转换器,则对于任意负载不超过 $\left\lfloor\frac{w+1}{2}\right\rfloor$ 的请求集合,都可以无阻塞地在 G 上实现.

下面给出我们的波长分配算法:算法一开始就使用算法 3 对 G 中的信道进行分解,得到 l 个循环信道序列,然后对于每一个宽度大于 1 的循环信道序列,都使用引理 6 来满足 I 中的一部分请求(在使用引理 6 之前先用算法 1 将 I 均匀化),然后对于剩下的宽度为 1 的循环信道序列,则使用引理 7 来满足 I 中剩下的请求.算法的形式化描述如下:

算法. 波长分配.

输入:有固定转换器的有向全光网 G,请求集合 I;

输出:对 I 的一个波长分配方案.

Begin

  使用算法 3 对 G 中的信道进行分解,得到一些循环信道序列

  for 每个宽度大于 1 的循环信道序列 **do**

    使用算法 1 使 I 负载均匀化

    使用引理 6 满足 I 中的一部分请求,记为 I'

    $I\leftarrow I\backslash I'$;

  end for

  对于宽度为 1 的循环信道序列,使用引理 7 来满足 I 中的请求

End

定理 **3**. 给定一个有向光环网 $G=(V,E)$,G 中有 w 个波长,在节点 0 上有一个固定的波长转换器,为 $1^{b_1}2^{b_2}\ldots k^{b_k}$ 型,满足 $w=\sum_{1\le i\le k} ib_i$,则对于任意负载 $L\le\sum_{2\le i\le k}(i-1)b_i+\left\lfloor\frac{b_1+1}{2}\right\rfloor$ 的请求集合 I,都可以在 G 上无阻塞地得到满足.

证明:在算法 3 中,将 G 进行信道分解后,得到 b_1 个宽度为 1 的循环信道序列, b_2 个宽度为 2 的循环信道序列,…, b_k 个宽度为 k 的循环信道序列,其中每个宽度为 $i>1$ 的循环信道序列都可以将 I 的负载减少至少 $i-1$,则所有宽度大于 1 的循环信道序列总共可以将 I 的负载减少至少 $\sum_{2\le i\le k}(i-1)b_i$,而由引理 7 可知,剩下的 b_1 个宽度

为 1 的循环信道序列可以看成是一个有 b_1 个波长没有任何波长转换器的有向环网,可以满足负载不超过 $\left\lfloor \frac{b_1+1}{2} \right\rfloor$ 的任意请求集合.综合所有这些结果,定理得证. □

将以上结果推广到一般情况,有:

推论 **1**. 给定一个有向光环网 $G=(V,E)$,G 中有 w 个波长,在每个节点 i($0\le i\le n-1$)上都有一个固定的波长转换器,对应的置换为 σ_i ,所有置换的乘积 $\sigma_0\sigma_1\ldots\sigma_{n-1}$ 的为 $1^{b_1}2^{b_2}\ldots k^{b_k}$ 型,满足 $w=\sum_{1\le i\le k} ib_i$,则对于任意负载 $L\le \sum_{2\le i\le k}(i-1)b_i+\left\lfloor \frac{b_1+1}{2} \right\rfloor$ 的请求集合 I,都可以在 G 上无阻塞地得到满足.

由定理3可以看出:当置换的型为 $1(w-1)$ 或 w 时,任意负载不超过 $w-1$ 的请求集合都可以只用 w 种波长来满足,波长利用率接近充分利用.

用 n 表示网络中的节点数,w 表示波长数,m 表示请求数,L 表示请求集合的负载,则算法 1 的时间复杂度为 $O(nL)$,算法 2 的时间复杂度为 $O(n+m)$,算法 3 的时间复杂度为 $O(wn)$.分配算法中第 1 步采用算法 3 进行信道分解,时间复杂度为 $O(wn)$,分解后得到的循环信道序列数为 $O(w)$,for 循环的次数为 $O(w)$,每次循环先使用算法 1 均匀化请求集合,之后请求集合的大小变成了 $O(nL)$,然后使用引理 6 满足一部分请求,时间复杂度为 $O(nL)$,则 for 循环的总时间复杂度为 $O(wnL)$,最后使用引理 7 对宽度为 1 的信道序列进行处理,由文献[5]可知,这一步的时间复杂度为 $O((m+n)w)$,由于 $m\le nL$,所以整个分配算法的总时间复杂度为 $O(wnL)$.

4 结 论

本文研究了具有任意固定波长转换模式的环形光网上的波长分配问题,采用置换和置换的乘积来表示单个固定转换器和连续的固定转换器的转换效果,并用置换群来描述具有固定波长转换器的光环网.基于这种数学表示,提出了对环网上的波长信道进行分解的算法.同时,提出了对请求集合进行预处理的两个算法:基于这些算法,进一步提出了一个波长分配算法,该算法对于环形光网上的任意固定转换模式都能给出一个较好的波长分配方案.就我们所知,这是第 1 个在任意固定转换模式的光环网上的波长分配算法.

References:

[1] Gargano, L., Vaccaro, U. Routing in all-optical networks: algorithmic and graph-theoretic problems. In: Althofer, I., *et al*., eds. Numbers, Information and Complexity. Amsterdam: Kluwer Academic Publisher, 2000. 555~578.

[2] Raghavan, P., Upfal, E. Efficient routing in all-optical networks. In: Proceedings of the 26th Annual ACM Symposium on Theory of Computing. 1994. 134~143.

[3] Aumann, Y., Rabani, Y. Improved bounds for all optical routing. In: Proceedings of the 6th Annual Symposium on Discrete Algorithms. 1995. 567~576.

[4] Aggarwal, A., *et al*. Efficient routing in optical networks. Journal of ACM, 1996,46(6):973~1001.

[5] Wilfong, G., Winkler, P. Ring routing and wavelength translation. In: Proceedings of the 9th Annual Symposium on Discrete Algorithms. 1998. 333~341.

[6] Caragiannis, I., Kaklamanis, C., Persiano, P. Bounds on optical bandwidth allocation on directed fiber tree topologies. In: Proceedings of the 2nd Workshop on Optics and Computer Science. 1997. http://students.ceid.upatras.gr/~caragian/.

[7] Gargano, L., Hell, P., Perennes, S. Colouring paths in directed symmetric trees with applications to WDM routing. In: Proceedings of the 24th International Colloquium on Automata, Languages, and Programming. Lecture Notes in Computer Science 1256, Bologna: Springer-Verlag, 1997. 505~515.

[8] Erlebach, T., *et al*. Optimal wavelength routing on directed fiber trees. Theoretical Computer Science, 1999,221(1~2):119~137.

[9] Ramaswami, R., Sasaki, G. Multiwavelength optical networks with limited wavelength conversion. IEEE/ACM Transactions on Networking, 1998,6(6):744~754.

[10] Kleinberg, J., Kumar, A. Wavelength conversion in optical networks. In: Proceedings of the 10th Annual Symposium on Discrete Algorithms. 1999. 566~575.

[11] Auletta, V., *et al*. Sparse and limited wavelength conversion in all-optical tree networks. Theoretical Computer Science, 2001,266(1~2):887~934.

[12] Xu, Yin-long, Chen, Guo-liang, Huang, Liu-sheng, *et al*. Optimal bandwidth utilization of all-optical ring with a converter of degree 4. Journal of Computer Science and Technology, 2002,17(4):411~419.

[13] Erlebach, T., Jansen, K. Scheduling of virtual connections in fast networks. In: Proceedings of the 4th Workshop on Parallel Systems and Algorithms. 1996. 13~32. http://www.tik.ee.ethz.ch/~erlebach/publications.html.

[14] Sun, Shu-ling, Xu, Yin-long. Introduction to Combinatorial Mathematics. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1999 (in Chinese).

附中文参考文献:

[14] 孙淑玲,许胤龙.组合数学引论.合肥:中国科学技术大学出版社,1999.

Algorithms of Wavelength Assignment on All Optical Ring with Fixed Wavelength Converters*

WAN Ying-yu[1,2], CHEN Guo-liang[1,2], XU Yin-long[1,2], GU Jun[3]

[1](*Department of Computer Science and Technlogy*, *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230027, *China*);

[2](*National High Performance Computing Center*, *Hefei* 230027, *China*);

[3](*Department of Computer Science*, *HongKong University of Science and Technology*, *HongKong*, *China*)

E-mail: yywan@mail.ustc.edu.cn

http://www.ustc.edu.cn

Abstract: Wavelength assignment is one of the main algorithmic problems arising from WDM all optical networks, which is important in the theory and the practice. The wavelength assignment problem on optical rings with fixed wavelength converters is considered. First, two preprocess algorithms are designed to decompose a communication request set into some continuous cyclic sequences. Then the permutation group is used to represent the ring network with fixed converters and an algorithm is proposed to classify the wavelength channels into some groups. Based on these ideas, a wavelength assignment algorithm is presented. For an optical ring with any fixed conversion mode, the algorithm can give a good assignment scheme.

Key words: all optical network; wavelength division multiplex; wavelength assignment; fixed conversion; permutation group

* Received September 1, 2001; accepted February 4, 2002

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60173048; the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1998030403