

基于分割插值的连续多分辨率模型*

曹卫群, 刘新国, 鲍虎军, 彭群生

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

E-mail: peng@cad.zju.edu.cn

http://www.cad.zju.edu.cn

摘要: 给出了一种基于边删除的多边形网格分辨率模型生成算法,通过递归地删除网格模型中的边,从而得到连续的简化模型.算法建立了可调加权控制函数来控制边的简化顺序.在模型简化的不同阶段,通过调节控制函数的权值执行不同的简化原则,使得视觉重要度低的边优先删除.此外,通过建立独立集,避免了模型的局部过度简化.算法用临近点插值模板,求取边简化生成的新点.实验结果表明,该算法可实现较理想的场景简化效果.

关键词: 多分辨率模型;网格简化;控制函数;边删除;插值

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

在计算机辅助设计、科学计算可视化、虚拟现实等许多应用领域,常涉及复杂几何模型的交互显示,其复杂性甚至超出了目前高性能计算机图形系统的实时绘制能力.提高大规模复杂场景的绘制速度,从而实现复杂数据的实时交互显示,已成为计算机图形学中极具挑战性的问题.

受图像分辨率的限制,场景中可分辨的可见多边形个数实际上是有上限的.因而,对在视平面上的投影很小的景物显然无须采用复杂的几何来描述,只需简单的几何即可.由模型简化构造多分辨率模型的思想最早由 Clark 在 1976 年提出^[1].最近几年来,人们在这一领域做了大量的工作.Hinker 和 Hansen 提出区域简化的算法^[2].首先找出法向近似平行三角形区域,然后删除区域内部网格顶点,对区域重新三角化.Schroeder 提出了基于顶点删除的网格简化方法^[3].首先根据点的局部拓扑、几何信息将各顶点分类(简单点、复杂点、边界点、内部点、角点),然后删除满足删除标准(大于点到平均平面,或点到边的距离阈值)的顶点,并对由此产生的空洞进行三角剖分.文献^[4,5]也在基于点删除的网格模型简化方面做了工作.Ronfard 和 Garland 等人研究了边删除的简化方法^[6,7].首先对边根据删除后引起的误差排序,引起误差最小的边优先级最高,最先简化.删除的边用一点代替.递归删除优先级最高的边,则可生成不断简化的模型.Hamman 等人则提出了基于三角形删除的多分辨率模型^[8,9].

在增量式多分辨率模型算法中,模型中几何元素的简化顺序及简化后点的分布是影响简化效果的非常重要的两个方面.在以上提出的算法中,简化后的模型顶点通常为原模型顶点的子集.简化过程中生成的新点,则简单地采用位于原始模型边上的点或沿用原模型的顶点.在文献^[7,10]中,对新点的位置进行了一定的优化.文献^[10]根据模型表面的曲率确定新点的位置;文献^[7]则取二次误差最小的点或简化边上的点为新点.采用以上方法定义新点的位置,虽然能在一定程度上保持原模型的形状特征,但不可避免地会导致模型的单调收缩,从而产生越来越大的 Hausdorff 距离.

对于几何元素的简化顺序,现存的算法通常采用统一的控制原则.我们认为,这种一贯制的简化控制方法

* 收稿日期: 1999-11-26; 修改日期: 2000-10-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69823003)

作者简介: 曹卫群(1972-),女,河北唐海人,博士,主要研究领域为虚拟现实,计算机辅助设计;刘新国(1972-),男,江西九江人,博士,主要研究领域为计算机图形学,虚拟现实,几何压缩;鲍虎军(1966-),男,浙江温州人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机动画,虚拟现实,计算机辅助设计;彭群生(1947-),男,湖南新化人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形,虚拟现实,科学计算可视化,计算机辅助设计.

并不符合简化过程的需要.不同简化程度场景模型的进一步简化,需要侧重不同的方面.本文针对以上两个方面的问题,提出了加权和函数控制的基于插值的增量式多分辨率模型,有效地对多边形网格模型进行了简化处理,取得了良好的效果.

1 算法概述

我们的方法是一种基于边删除的模型简化算法,其步骤如下:

- (1) 根据模型在各顶点处的曲率,定义各点的重要度.
- (2) 根据各边两 endpoints 的重要度,判断是否可删除.对可删除的边,根据其所在的局部区域内点的分布及两 endpoints 的重要度计算边删除后生成新点的位置,并求取该边的控制函数值,作为边简化的误差值.
- (3) 根据各边简化的误差值,对模型中的各边排序,建立待删除边的队列.误差值最小的列于队首.
- (4) 从待删除队列中取出队首边,将其从网格中删除,用在(2)中计算所得的新点代替该边.修改相关点、边的拓扑,原边两 endpoints 相邻三角片的顶点变为新点.
- (5) 重新计算相关边的简化误差,调整其在队列中的位置.
- (6) 若模型简化到一定的程度,调整简化控制函数的 3 个分量的权值,重新计算待简化边队列中的各边误差,执行(3).
- (7) 递归执行(4)~(6),直到简化至用户定义的面片数为止.

在简化的过程中,通过改变控制函数中的各分量权值,使模型在不同的简化阶段,体现不同的简化原则,实现理想的简化效果.通过插值求取新点,有利于维持最小的 Hausdorff 距离,较好地保持原模型的形状特征.此外,算法采用边删除的方式,设置新点,还可以避免 Turk 方法^[10]中所存在的多次三角化问题,减小了计算量.

下面将从点的重要度计算、简化控制函数的定义、新点的计算、边删除简化等 4 个方面对该算法加以介绍.其中,本文提出的简化控制函数的定义、新点的计算两部分为算法的核心,在第 2.3 节和第 2.4 节将加以详细描述.

2 算法细节

2.1 点的重要度

我们根据网格顶点所在局部区域的曲率大小,即周围面片法向分布的情况,将其分类为一般点、棱边内部点、角点^[11],并定义相应的重要度.对顶点周围面片根据法向分组:首先找到法向夹角最大(A_1)的两个面片,然后,以这两个面片分别作为两面片组的基准面片,根据与基准面片的夹角把其余面片分别归至两组中.两组内面片法向形成分别形成法向锥, A_2 取值为其中较大法向锥角度.若 A_1 小于阈值,则该点为一般点,重要度设为 0;若 A_2 大于阈值,则该点为角点,重要度设为 2;若 A_1 大于阈值,且 A_2 小于阈值,则该点为棱边内部点,重要度设为 1.若由以上计算得到一点重要度为 $M(M < 2)$,且为模型边界上的点,则该点重要度为 $M+1$.

在简化过程中,边端点重要度对简化生成新点的位置影响将在第 2.4 节中加以讨论.

2.2 边删除变换

在面片的简化过程中,边删除操作是对网格的局部简化,因此只对模型局部区域内的拓扑产生影响.在讨论边删除引起的拓扑改变之前,我们首先定义边的相关区域.

边的局部相关区域:边 V_1V_2 的局部相关区域定义为其两 endpoints 相邻三角面片的并集 $Neighbour(V_1V_2)$.

设原始模型的顶点数为 n .边 V_1V_2 的删除变换,就是将其两 endpoints V_1, V_2 合并至新点 V^* ,即删除原两顶点 V_1, V_2 ,同时删除包含该边的三角形($Container(V_1V_2)$).在这一简化操作中,模型中三角形的数目减少 1~2 个(删除边界边,减少一个三角形;删除内部边,减少两个三角形).

2.3 简化顺序的控制

本文所提出的简化算法通过递归地删除模型中的边,得到增量式简化模型.为了控制这一简化过程,需要有

一个标量值作为对待简化的边进行优先级排序的判据.通常,简化模型与原模型间的距离是衡量简化效果的一个非常重要的指标.

Hoppe 提出包含简化模型到原始模型间的距离能量、简化模型的顶点数目的表示能量以及模型边的弹簧能量的能量函数,优先执行产生能量最小的简化操作^[12].该方法利用能量最小原理,优化模型中顶点位置和执行边删除等简化操作,实现了较好的简化效果.但是,由于所定义的能量函数非常复杂,该方法非常耗时.Garland 利用新点的二次误差值作为排序依据^[7],避免了能量的复杂计算,实现了计算时间与简化效果之间的协调统一.但是,Garland 算法中的二次误差只考虑了新点到相邻面片的距离平方和,而忽略了简化边 e 的长度、三角形的形状等因素,这样会导致局部区域的过度简化以及狭长三角形的产生.在本文中,我们采用包含简化前后三角形转动的二面角 $D(t_i)(t_i \in \text{Neighbour}(v))$ 、简化边的长度 $L(e)$ 、简化边邻接三角形的形状系数 $S(e)$ 等 3 个方面加权平均的控制函数 $F(e)$ 作为简化优先级标准,取较小值的边优先删除.

$$F(e) = C_d \max_{t_i \in \text{Neighbour}(v)} (D(t_i)) + C_s S(e) + C_l L(e),$$

其中 V 表示边 e 简化后生成的新点; $S(e)$ 则为简化边 e 的邻接三角形的最大形状系数: $S(e) = \max_{t_i \in \text{Container}(e)} \text{Roundness}(t_i)$.我们将边 e 的邻接三角形的形状系数定义为边 e 与另外两边中较长者(L_{\max})之间的长度之比(L_e/L_{\max}).

这里,用二面角误差可以使模型的特征边、特征点得到很好地保持, $S(e)$ 使狭长三角形优先删除, $L(e)$ 则把边长引为简化操作的依据. C_d, C_s, C_l 这 3 个权值可根据模型的具体情况以及简化结果的要求定义.在模型的初始简化阶段,我们可以通过定义较大的 C_d ,使较平坦区域的边首先得到简化,保持模型的形状特征,甚至小尺寸细节;当模型简化到一定程度时,尽管相邻面片二面角允差已达到较大值,但如果 C_d 维持较大值,面片法向变化剧烈区域的小尺寸细节仍被保持,从而导致细节分布不均匀现象.算法这时对 3 个分量的权值进行调整, C_d 的值降低,同时提高 C_s, C_l 的取值,用经调整的控制函数重新计算各待简化边的控制误差,并依该值对简化队列中的边重新排序.新的简化队列使较小尺寸细节得以优先简化,从而保持模型整体形状,实现远视距视觉等价的简化效果.

此外,为避免局部区域的过度简化,我们采用设定独立集的方法.即对一条边 e 进行简化,生成新点 v ,冻结 $\text{Neighbour}(v)$ 中各三角形的边,直到简化队列中所剩边均被冻结,将这些边同时解冻,继续进行简化操作.

2.4 求取新点

真实场景通常由曲面组成.由于曲面模型的绘制、计算都比较复杂,人们对曲面进行线性逼近,用多边形网格模型来代替包含曲面的真实场景.此外,若获得大规模场景,还可以通过离散化的采样工具如深度扫描仪,得到场景的网格模型.这里的网格模型都是曲面模型离散化、线性化的结果.因此,在对网格模型进行简化时,如果将新点置于网格模型拟合曲面上,即通过拟合曲面插值来求取新点,可有效地提高简化效果.

这里,我们以一维情况为例,介绍采用插值法进行简化的基本思想.如图 1 所示,图 1(a)中点划线为原始曲线 l ,折线 ABCD 为该曲线的线性近似.现对 ABCD 进行简化,删除线段 BC.如图 1(b)~(d)所示,BC 删除后,新点 O 位置的设定有多种选择.图 1(b)将 O 置于线段 BC 上某一点;图 1(c)将 O 置于 BC 的端点;图 1(d)通过插值求取新点.显然,图 1(d)所示的方法所得到的简化折线 AOD 是曲线 l 的最好近似.同理,在二维情况,即对网格曲面进行边删除简化时,通过插值求取新点,与简单地利用原始模型顶点或模型边上的点相比,可以更好地得到对模型的近似表示.

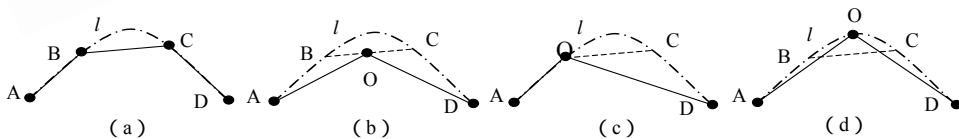


Fig.1 The selection of the target point for edge contracting in plane

图 1 一维情况下边删除操作新点的选取

求取插值点有多种方法.这里,我们借鉴了 Zorin 的插值方法^[13].Zorin 主要研究的是任意拓扑网格的插值分

割算法.1974年,Chaikin提出了通过添加新点和边不断细化多边形,生成曲线的思想^[14].1978年,Catmull^[15]和Doo^[16]把这一思想推广到曲面,标志着基于分割进行曲面造型研究的开始.分割算法通过递归地添加顶点、边、面片细化初始控制网格,使控制网格收敛到曲面.根据不同的添加点、边、面片的规则,其极限曲面可以具有连续、 C^1 连续,甚至 C^k 阶连续等优良的性质.Zorin通过离散傅立叶变换和特征分析^[17]建立了形式简单、适用于任意拓扑网格模型的插值原则.

如图2所示,这是几种插值模板,图2(a)~(d)中加粗线段表示将被删除的边.图中所示 $a, b, c, d, q, s_i (i=-1, \dots, 7)$ 等符号为计算插值时其所在点的权值.图2(a)为两端点的价数(多边形网格中该顶点所邻接的边的数目)均为6的边所采用的标准插值模板(求取插值点时,参与插值的顶点及权值分配的模式),即10点模板.若边的两个端点中至少一个价数不为6,则分别计算两端点的插值点,其模板如图2(b)所示(图中由黑点标识的顶点为当前插值的边端点);然后对分别得到的两点进行插值而得到新点.图2(c)和图2(d)则分别为边界边、特征边的插值模板.

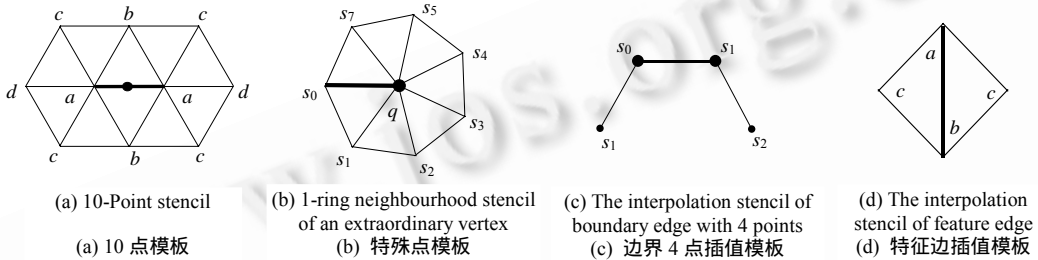


Fig.2 The stencil for interpolation

图2 插值模板

算法根据边在三角网格模型中不同的拓扑结构及端点重要度,分6种情况求插值点.其中情形1~3为两端点重要度均为0的边的插值模板;情形4~6为两端点重要度均不小于1的边的插值模板.

情形1. 当边两端点价数均为6(如图2(a)所示),模板中各权值如下定义:

$$a = \frac{1}{2} - w, \quad b = \frac{1}{8} + 2w, \quad c = -\frac{1}{16} - w, \quad d = w.$$

这里, w 可取任意小(我们取 $w=0$).

情形2. 当边一端点价数为6,另一端点价数为 $K \neq 6$ (图2(b)所示),其中 q, s_0 分别为价不为6的端点及价为6的端点权值.当 $K \geq 5$ 时,权值如下定义:

$$s_j = \frac{1}{K} \left(\frac{1}{4} + \cos\left(\frac{2\pi j}{K}\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{4\pi j}{K}\right) \right), \quad j = -1, \dots, K-1,$$

当 $K=4$ 时, $s_0 = \frac{3}{8}, s_2 = -\frac{1}{8}, s_1 = 0, s_3 = 0$. 当 $K=3$ 时, $s_0 = \frac{5}{12}, s_1 = -\frac{1}{12}, s_2 = -\frac{1}{12}$. $q = 1 - \sum_{i=0}^{K-1} s_i$.

情形3. 当边的两端点均为特殊点(价数 $K \neq 6$),利用情形2所定义的特殊点模板系数分别计算两端点的模板插值 V_1, V_2 ,而新点的位置矢量 $V = V_1 + V_2$.

情形4. 当边为模型的边界边时,通过一维4点插值求点.插值模板如图2(c)所示.

$$s_{-1} = -\frac{1}{16}, s_0 = \frac{9}{16}, s_1 = \frac{9}{16}, s_2 = -\frac{1}{16}.$$

情形5. 当边两端点重要度均大于0时,插值模板,如图2(d)所示.其中 a, b, c 的值根据边两端点的重要度确定(见表1).

情形6. 当边一端点重要度为0,另一重要度为非0,其插值模板,如图2(b)所示.其中 $q=1, s_i=0 (i=0, K-1)$ (重要度非0的顶点权因子为 q).

Table 1 Weights in the boundary interpolation stencils,
(*a* is the weight of the endpoint with higher importance)
表 1 边插值模板系数(*a* 为重要度较高一端点的权值)

Importance of V_1 and V_2	$V_1=1$	$V_1=1$	$V_1=2$	$V_1=2$
	$V_2=1$	$V_2=2$	$V_2=1$	$V_2=2$
Weights of the stencil	(1)	(3)	(3)	(2)

(1) $a=b=3/8, c=1/8$, (2) $a=b=1/2, c=0$, (3) $a=5/8, b=3/8, c=0$.

V_1 和 V_2 的重要度, 模板系数.

由以上定义的插值模板可知: 包含 K 个顶点 $V_i(i=0, \dots, k-1)$, 且各顶点权值为 $s_i(i=0, \dots, k-1)$ 的模板, 新点 V^* 的位置矢量为 $V^* = \sum_{i=0}^{k-1} s_i V_i$.

3 实验结果

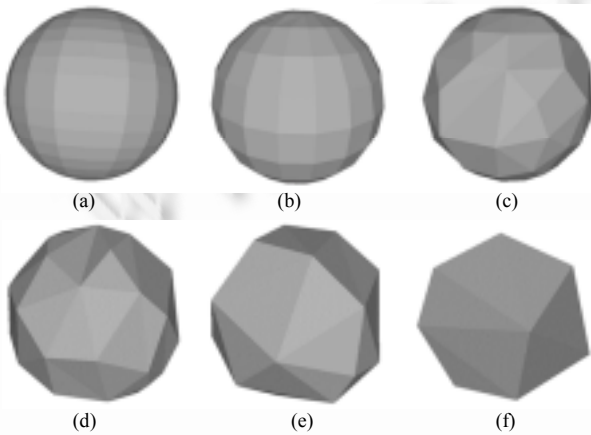


Fig.3 The sphere's multiresolution models
图 3 球的多分辨率模型

该算法已在 Pentium350 上用 C 语言实现, 并成功地应用于不同的模型. 利用本文提出的基于插值的简化算法, 可以得到连续的多分辨率模型. 图 3、图 4 分别列举了算法对球和牛模型简化到不同程度的效果示例. 由图 3 和图 4 可见, 算法可以使模型得到高度的简化. 即使对原始分辨率较低的模型简化到 4% 或 3%, 仍能较好地保持原模型的形状及几何特征. 表 2、表 3 则分别列举了图 3、图 4 多分辨率模型的 Hausdorff 误差. 由表 2 和表 3 可知, 该算法成功地减小了简化中的 Hausdorff 误差. 由于算法采用较为简单的插值方法计算边折叠目标点, 计算速度较快. 表 2 列出了算法建立球的多分辨率模型的计算时间.

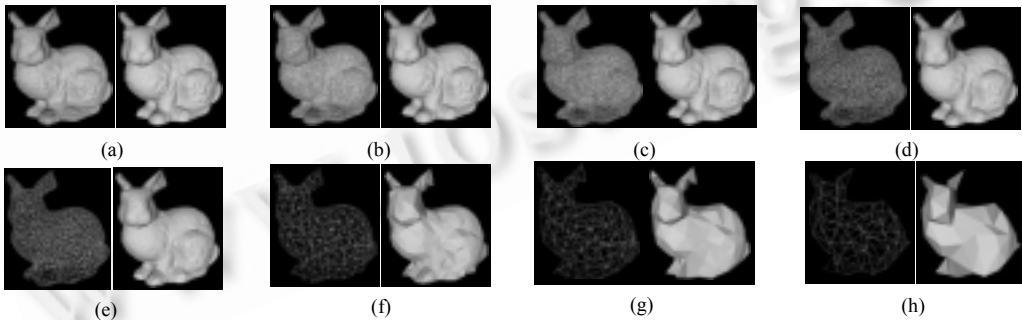


Fig.4 The multiresolution models of bunny
图 4 兔子的多分辨率模型

4 结论与未来的工作

本文提出了一种基于插值的连续多分辨率模型生成算法. 算法通过递归地执行边删除操作, 实现对原模型的不简化. 边删除的新点由相应模板内的点插值得到, 从而有效地控制了 Hausdorff 距离误差. 此外, 本文提出的可调简化控制函数, 使模型以较优的顺序对模型中的各边进行删除简化, 使简化网格能更好地保持原模型的形状特征. 算法执行的是增量式简化策略, 因此可以很方便地以其定义渐进网格模型. 我们还可以探索更优化的

方法求解插值点.

Table 2 The Hausdorff error E_{\max} of the sphere's multiresolution models (errors are measured as the percentages of the sphere's dataset bounding box diagonal)

表 2 球的多分辨率模型 Hausdorff 误差 E_{\max} (模型 Hausdorff 误差与模型包围盒对角线的百分比)

Model(degree of simplifying)	Facets number	Vertices number	E_{\max}	Time consumed (S)
Fig.3(a)	760	382	0	
Fig.3(b)(50%)	378	191	0.112 481	2.12
Fig.3(c)(25%)	188	96	1.163 158	3.16
Fig.3(d)(12%)	92	48	2.408 543	1.4
Fig.3(e)(6%)	44	24	9.592 330	0.5
Fig.3(f)(3%)	20	12	9.592 330	0.4

绘制模型(简化程度), 面片数, 顶点数, 计算时间.

Table 3 The Hausdorff error E_{\max} of the bunny's multiresolution models (errors are measured as the percentages of the bunny's dataset bounding box diagonal)

表 3 兔子的多分辨率模型 Hausdorff 误差 E_{\max} (模型 Hausdorff 误差与模型包围盒对角线的百分比)

Model(degree of simplifying)	Facets number	Vertices number	E_{\max}
Fig.4(a)	69 473	34 835	0
Fig.4(b)(50%)	34 716	17 417	0.000 982
Fig.4(c)(25%)	17 345	8 708	0.002 703
Fig.4(d)(10%)	6 925	3 484	0.007 297
Fig.4(e)(5%)	3 464	1 746	0.009 577
Fig.4(f)(1%)	687	348	0.021 394
Fig.4(g)(0.5%)	338	173	0.034 487
Fig.4(h)(0.25%)	172	90	0.153 557

绘制模型(简化程度), 面片数, 顶点数.

References:

- [1] Clark, J.H. Hierarchical geometric models for visible surface algorithm. *Communications of the ACM*, 1976,19(10):547~554.
- [2] Hinker, P. Hansen, C. Geometric optimization. In: Rosenblum, L.J., ed. *Proceedings of the Visualization'93*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1993. 189~195.
- [3] William, J., Schroeder, J.A., Zarge, *et al.* Decimation of triangle meshes. *Computer Graphics*, 1992,26(2):65~70.
- [4] Zhou, Xiao-yun, Liu, Shen-quan. Polyhedral model simplification method based on feature angle criterion. *Chinese Journal of Computers*, 1996,19(Suppl.):217~223 (in Chinese).
- [5] Li, Jie, Tang, Ze-sheng. Real-Time continuous multiresolution rendering of 3D complex models. *Chinese Journal of Computers*, 1998,21(6):481~491 (in Chinese).
- [6] Remi, R., Jarek, R. Full-Range approximation of triangulated polyhedra. *Computer Graphics Forum*, 1996,15(3):67~75,462.
- [7] Garland, M., Heckbert, P.S. Surface simplification using quadric error metrics. In: Whitted, T., ed. *Proceedings of the SIGGRAPH'97*. New York: ACM Press, 1997. 209~216.
- [8] Hamann, B. A data reduction scheme for triangulated surfaces. *Computer-Aided Geometric Design*, 1994,(11):197~214.
- [9] Zhou, Kun, Pan, Zhi-geng, Shi, Jiao-ying. Mesh simplification algorithm based on triangle collapse. *Chinese Journal of Computers*, 1998,21(6):506~513 (in Chinese).
- [10] Turk, G. Re-Tiling polygonal surfaces. *Computer Graphics*, 1992,26(2):55~64.
- [11] Cao, Wei-qun, Bao, Hu-jun, Peng, Qun-sheng. A level of detail modeling by merging near-coplanar faces based on Gauss sphere. *Journal of Software*, 2000,11(12):1607~1612 (in Chinese).
- [12] Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., *et al.* Mesh optimization. In: Kajiya, J.T., ed. *Proceedings of the SIGGRAPH'93*. New York: ACM Press, 1993. 19~26.
- [13] Zorin, D., Schroder, P., Sweldens, W. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. In: Rushmeier, H., ed. *Proceedings of the SIGGRAPH'96 Conference*. New Orleans: ACM Press, 1996. 189~192.
- [14] Chaikin, G. An algorithm for high speed curve generation. *Computer Graphics and Image Processing*, 1974,(3):346~349.

- [15] Catmull, E., Clark, J. Recursively generated B-Spline surfaces on arbitrary topological meshes. *Computer Aided Design*, 1978,10(6):350~355.
- [16] Doo, D., Sabin, M.A. Behavior of recursive subdivision surfaces near extraordinary points. *Computer Aided Design*, 1978,10(6):356~360.
- [17] Zorin, D., Schroder, P., Sweldens, W. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. Technical Report, CS-TR-96-06, Caltech: Department of Computer Science, University of Caltech, 1996.

附中文参考文献:

- [4] 周晓云,刘慎权.基于特征角准则的多面体模型简化方法. *计算机学报*,1996,19(增刊):217~223.
- [5] 李捷,唐泽圣.三维复杂模型的实时连续多分辨率绘制. *计算机学报*,1998,21(6):481~491.
- [9] 周昆,潘志庚,石教英.基于三角形折叠的网格简化算法. *计算机学报*,1998,21(6):506~513.
- [11] 曹卫群,鲍虎军,彭群生.基于高斯球的近似共面合并多层次细节模型. *软件学报*,2000,11(12):1607~1612.

Continuous Multiresolution Modeling Based on Interpolation Subdivision*

CAO Wei-qun, LIU Xin-guo, BAO Hu-jun, PENG Qun-sheng

(State Key Laboratory of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

E-mail: peng@cad.zju.edu.cn

<http://www.cad.zju.edu.cn>

Abstract: In this paper, an edge contract based multiresolution modeling algorithm is presented, which generates the continuous simplified models by iteratively removing edges. A weighted control function is used to control the order of edge contract operation. The algorithm adjusts the weights of the control function in different simplification phase to realize different simplification criteria, which lead to the edge that is less important for appearance preservation is removed earlier among all the edge candidates. Furthermore, the independent set is used to avoid local excess simplification. Interpolation stencils are used to compute the generated point in each simplification operation. The experimental results show that the algorithm can achieve satisfactory result.

Key words: multiresolution modeling; mesh simplification; control function; edge contract; interpolation

* Received November 26, 1999; accepted October 30, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.69823003