复形态联想记忆及其性能分析*

陈松灿[1,2], 刘伟龙[1]

[1](南京航空航天大学 计算机科学与工程系,江苏 南京 210016);
[2](南京大学 计算机软件新技术国家重点实验室,江苏 南京 210093)
E-mail: chen_lizi@sina.com

摘要: 在 Ritter 的实域形态联想记忆(real morphological associative memory,简称 RMAM)模型的基础上,通过在复数域中序关系的引入构成复数格和环,导出了在复数域上与 RMAM 相一致的联想规则,构建了一类复域 MAM(complex MAM,简称 CMAM),从而将 RMAM 从实域推广至复域,使其可直接处理复信号(如经 FFT(fast Fourier Transformation)变换所得数据).证明了该模型的收敛性,分析了其纠错能力和存储能力,并获得了与 RMAM 相一致的一系列定理和性质.此外,还比较了复形态网络和其他网络(如 Hopfield 神经网络)的异同.计算机仿真结果表明了 CMAM 的可行性.

关 键 词: 联想记忆;神经网络;形态学;格;复域
中图法分类号: TP18 文献标识码: A

人工神经网络已成功地应用于众多的模式识别任务中.联想记忆神经网络通过模拟人类的联想记忆功能来实现模式识别,具有大规模并行处理及鲁棒识别的优点.Hopfield 联想记忆神经网络[1]作为典型已应用在组合优化等领域,但由于其存储容量的局限性,在模式识别方面的应用受到很大的限制.由此,许多研究者推出了众多的改进模型,典型的如 Kosko 提出的双向联想记忆模型(bidirectional associative memory,简称 BAM)[2],Jeng 提出的指数 eBAM(exponential BAM)[3],陈提出的改进型 eBAM(improved eBAM,简称 IeBAM)[4]等.每一种改进导致了联想记忆模型在存储容量与收敛性能上的不断提高.从而更加适用于模式识别的应用,但若想进一步改进,目前似有困难.而 Ritter 等人则从另一个角度,借助数学形态学的基本运算,提出了一类基于数学形态学的联想记忆神经网络[5~8],其神经元的激励规则、联想规则不同于上述模型,从而使所提出的模型具有了既能处理二值模式又能处理实值模式的特点,因此更适合实际应用,如灰度图像的处理与识别.文献[6~8]的研究结果已表明:传统神经网络能解决的任何一种问题,用形态学神经网络也可以解决.尽管如此,在实际应用中,RMAM 难以直接处理大量存在的复信号(无论是时域的、频域的,还是时-频域的),由此启发了本文复形态联想记忆模型(CMAM)的提出,使其可直接应用于复信号的处理.本文第 1 节通过在复数域中引入两种序关系,分别定义了对应的代数格(环),进一步引出了 CMAM 的联想规则,其性质和有关定理的证明则分别在后续节中展开,最后对字符上的实验性测试验证了其可行性.

1 复联想记忆神经网络

1.1 复数格

由于 Ritter 的 RMAM 主要是基于“$\vee$”(即 max)和“$\wedge$”(即 min)算子的运算,故为了建立复形态联想记忆模型,

* 收稿日期: 1999-10-11; 修改日期: 2000-08-15
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69701004);国家教育部青年骨干教师资助项目;南京大学计算机软件新技术国家重点实验室基金资助项目
作者简介: 陈松灿(1962-),男,浙江余姚人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为模式识别,智能系统;刘伟龙(1974-),男,江西人,硕士,主要研究领域为模式识别,智能系统.

我们首先定义复数域C上的“$\vee$”和“$\wedge$”算子.为此,需引入复域上的序关系,通过定义格(环),构造我们的CMAM的联想规则.

定义 **1(复数域 C 上的偏序关系≤′).** 设 $a,b\in$C,其中 $a=x+\mathrm{i}y,b=u+\mathrm{i}v$, ($\mathrm{i}=\sqrt{-1}$) $x,y,u,v\in R$,我们称 $a\le' b$,如果以下条件之一被满足:

① $x\le u$;

② $x=u$ 且 $y\le v$.

易证≤′是复数域上的偏序关系,记此偏序关系为(C,≤′).由此偏序关系的定义易证(C,≤′)是个顺序集.

定义 **2(复数域 C 上的偏序关系≤″).** 设 $a,b\in$C ,其中 $a=x+\mathrm{i}y$, $b=u+\mathrm{i}v$, $x,y,u,v\in R$,我们称 $a\le'' b$,如果以下条件之一被满足:

$$x\le u\text{且}y\le v.$$

易证≤″也是复数域 C 上的偏序关系,记此偏序关系为(C,≤″).

当 a,b 的虚部取为 0 时,这两个偏序关系正好是 Ritter 文中使用的实数上的偏序关系,从而说明了 RMAM 是 CMAM 的一个特例.

格定义[9]**.** 设(S,≤)是个偏序集,如果 S 中任意两个元素均有最小上界与最大下界,那么,就说 S 关于偏序做成一个格.

由于(C,≤′)是个顺序集,任意两个元素都有最小上界和最大下界,故(C,≤″)关于偏序≤″做成一个格.在格(C,≤′)中,用 $a\vee' b$和$a\wedge' b$ 分别表示$\{a,b\}$的最小上界和最大下界.这样,$\vee',\wedge'$ 可看作是格(C,≤′)中的两个二元运算,由文献[9]知,可以记此格为 $(\mathrm{C},\vee',\wedge')$;同理,可在格(C,≤″)中引入二元运算 $\vee'',\wedge''$,并可将此格记为 $(\mathrm{C},\vee'',\wedge'')$.将代数和“+”运算导入该两个格中,分别得到不同的环结构 $(\mathrm{C},\vee',\wedge',+)$和$(\mathrm{C},\vee'',\wedge'',+)$.

1.2 复数环的性质和运算

虽然这两个环在某些性质上不同,如 $\forall a,b\in$C , $a\vee' b=a$或b ,而 $a\vee'' b$ 不一定等于 a 或 b,但可证明以下的结论对于这两个环都成立,故统一记为 $(\mathrm{C},\vee,\wedge,+)$.现以第 1 个环为定义域,有如下结论成立:

① $\forall a,b\in$C, 有

$$-(a\vee b)=(-a)\wedge(-b),$$
$$-(a\wedge b)=(-a)\vee(-b).$$

② $\forall a_i\in\mathrm{C},i=1,\ldots,n$,有

$$-\mathop{\vee}_{i=1}^{n}(a_i)=\mathop{\wedge}_{i=1}^{n}(-a_i),$$
$$-\mathop{\wedge}_{i=1}^{n}(a_i)=\mathop{\vee}_{i=1}^{n}(-a_i).$$

③ $\forall a,b,c\in$C ,有

$$a+b\vee c=(a+b)\vee(a+c),$$
$$a+b\wedge c=(a+b)\wedge(a+c).$$

④ $\forall a,b_i\in\mathrm{C},i=1,\ldots,n$, 有

$$a+\mathop{\vee}_{i=1}^{n}(b_i)=\mathop{\vee}_{i=1}^{n}(a+b_i),$$

$$a+\mathop{\wedge}_{i=1}^{n}(b_i)=\mathop{\wedge}_{i=1}^{n}(a+b_i).$$

⑤ 定义 C 上的可加共轭: $\forall r\in$C ,r 的可加共轭定义为 r^* , $r^*=-r$,显然有

$$(r^*)^*=r,$$

以 a^*表示 a 的可加共轭,以 b^*表示 b 的可加共轭,则有

$$a \vee b = \left(\left(a^*\right) \wedge \left(b^*\right)\right)^*,$$
$$a \wedge b = \left(\left(a^*\right) \vee \left(b^*\right)\right)^*.$$

下面来定义环 $(C,\vee,\wedge,+)$ 中的矩阵运算.令 A,B,C 是环中的同阶矩阵,定义 A 和 B 的最大和最小运算分别为 $A \vee B = C \Leftrightarrow c_{ij} = (a_{ij}) \vee (b_{ij})$ 和 $A \wedge B = C \Leftrightarrow c_{ij} = (a_{ij}) \wedge (b_{ij})$ .A 和 B 的大小比较为 $A \le B \Leftrightarrow a_{ij} \le b_{ij}$ 和 $A < B \Leftrightarrow a_{ij} < b_{ij}$, $\forall i,j$,对于同阶矩阵,结论⑤仍然成立($\Leftrightarrow$表示等价于).

令 A 为 $m\times n$ 矩阵,B 为 $n\times p$ 矩阵,C 为 $m\times p$ 矩阵,定义 A 和 B 的形态学最大乘积▽为 C:$C=A▽B$,其中 C 的元素 $c_{ij}\left(i=1,2,...,m; j=1,2,...,p\right)$为

$$c_{ij} = \mathop{\vee}_{k=1}^{p} \left(a_{ik} + b_{kj}\right) = \left(a_{i1} + b_{1j}\right) \vee \left(a_{i2} + b_{2j}\right) \vee \ldots \vee \left(a_{ip} + b_{pj}\right).$$

同理,可定义 A 和 B 的形态学最小乘积△为 C:$C=A△B$,其中 C 的元素 $c_{ij}\left(i=1,2,...,m; j=1,2,...,p\right)$为

$$c_{ij} = \mathop{\wedge}_{k=1}^{p} \left(a_{ik} + b_{kj}\right) = \left(a_{i1} + b_{1j}\right) \wedge \left(a_{i2} + b_{2j}\right) \wedge \ldots \wedge \left(a_{ip} + b_{pj}\right).$$

1.3 复形态联想记忆网络理论

有了上述的预备工作以后,本节引入 CMAM 的联想规则,并讨论其性质.

1.3.1 传统的神经元激励规则

传统人工神经网络的标准数学模型表示如下:

$$\tau_i(t+1) = \sum_{j=1}^{n} a_j(t) \cdot w_{ij}\ , \tag{1}$$

$$a_i(t+1) = f\left(\tau_i(t+1) - \theta_i\right). \tag{2}$$

其中 $a_j(t)$表示第 j 个神经元在 t 时刻的值,n 表示了网络的神经元的个数,w_{ij} 表示了第 j 个和第 i 个神经元的连接权值. $\tau_i(t+1)$表示下一个总输入对第 i 个神经元的影响,θ_i 是个阈值, f 是状态函数,一般取为 Sigmoid 函数.注意到等式(1)和等式(2)是代数(环)结构上的 $(R,+,\times)$ 运算.

1.3.2 复形态神经元激励规则

与式(1)和式(2)类似,将环 $(R,+,\times)$ 上的运算类比于环 $(C,\vee,\wedge,+)$ 上的运算,从而可以得到复形态神经元的激励规则:

$$\tau_i(t+1) = \mathop{\vee}_{j=1}^{n} \left(a_j(t) + w_{ij}\right), \tag{3}$$

$$a_i(t+1) = f\left(\tau_i(t+1) - \theta_i\right); \tag{4}$$

或者

$$\tau_i(t+1) = \mathop{\wedge}_{j=1}^{n} \left(a_j(t) + w_{ij}\right), \tag{5}$$

$$a_i(t+1) = f\left(\tau_i(t+1) - \theta_i\right). \tag{6}$$

可见,式(2)、式(4)和式(6)是一样的.因此,传统的模型和形态学模型的差别在于对第 i 个神经元的下一个总输入的计算:

$$\mathop{\vee}_{j=1}^{n} \left(a_j + w_{ij}\right) = \left(a_1 + w_{i1}\right) \vee \left(a_2 + w_{i2}\right) \vee \ldots \vee \left(a_n + w_{in}\right), \tag{7}$$

或

$$\mathop{\wedge}_{j=1}^{n} \left(a_j + w_{ij}\right) = \left(a_1 + w_{i1}\right) \wedge \left(a_2 + w_{i2}\right) \wedge \ldots \wedge \left(a_n + w_{in}\right). \tag{8}$$

事实上,式(4)和式(6)在本文中并不需要,虽然在其他的神经网络中,比如在 Hopfield 模型中,它们起了很重要的作用.

下面,我们将式(3)和式(5)用矩阵的形式表示出来.利用环 $(C,\vee,\wedge,+)$ 上的运算,可以表示如下:

$$T(t+1)=W \bigtriangledown a(t), \tag{9}$$

$$T(t+1)=W \bigtriangleup a(t). \tag{10}$$

其中 $T(t+1)=(\tau_1(t+1),...,\tau_n(t+1))^t$, $a(t)=(a_1(t),...,a_n(t))^t$, W是 $n\times n$ 网络权值矩阵,T 表示矩阵或向量的能量.由第 1.2 节的结论⑤,可以得到以下对偶式成立:

$$A\Delta B=(A^*\nabla B^*)^*. \tag{11}$$

这说明对于∇成立的等式,由对偶性,对Δ也成立.

现记:

$$x_l=(x_{l1},...,x_{ln})^t\in C^n,$$

$$y_l=(y_{l1},...,y_{lm})^t\in C^m,\quad t \text{ 表示转置.}$$

令 $(x_1,y_1),...,(x_K,y_K)$ 是 K 对输入-输出向量.

对于给定的模式对集合 $\{(x_\xi,y_\xi):\xi=1,...,K\}$,定义一对对应的模式矩阵(X,Y),其中 $X=(x_1,..,x_K),Y=(y_1,...,y_K)$.因为

$$w\underline{\underline{\Delta}}\ y_l\nabla(-x_l)^t=\begin{bmatrix} y_{l1}-x_{l1} & \cdots & y_{l1}-x_{ln}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ y_{lm}-x_{l1} & \cdots & y_{lm}-x_{ln}\end{bmatrix}=y_l\Delta(-x_l)^t, \tag{12}$$

则有

$$w\nabla x_l=\begin{pmatrix} \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}}(y_{l1}-x_{li}+x_{li})\\ \vdots\\ \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}}(y_{lm}-x_{li}+x_{li})\end{pmatrix}=y_l. \tag{13}$$

故 $y\nabla(-x)^t=y\Delta(-x)^t$,统一记为 $y\times(-x)^t$.对于(X,Y),对应于"$\wedge$"和"$\vee$",我们定义 W_{XY}和 M_{XY}如下:

定义 3. $W_{XY}=\overset{K}{\underset{\xi=1}{\wedge}}\left[y_\xi\times(-x_\xi)^t\right],\quad M_{XY}=\overset{K}{\underset{\xi=1}{\vee}}\left[y_\xi\times(-x_\xi)^t\right].$

由定义 3 容易得到如下结论:

$$W_{XY}\le y_\xi\times(-x_\xi)^t\le M_{XY},\quad \forall\xi=1,...,K. \tag{14}$$

根据式(12)和式(13)得到:

$$W_{XY}\bigtriangledown x_\xi\le\left(y_\xi\times(-x_\xi)^t\right)\bigtriangledown x_\xi=y_\xi=\left(y_\xi\times(-x_\xi)^t\right)\bigtriangleup x_\xi\le M_{XY}\bigtriangleup x_\xi,\ \forall\xi=1,...,k, \tag{15}$$

即

$$W_{XY}\bigtriangledown X\le Y\le M_{XY}\bigtriangleup X. \tag{16}$$

定义 4. 矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 称为(X,Y)关于▽完全(回忆)当且仅当 $A\bigtriangledown X=Y$; $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 称为(X,Y)关于△完全(回忆)当且仅当 $A\bigtriangleup X=Y$.

因此,仿照文献[5],有以下定理成立:

定理 1. 如果 A 是(X,Y)关于▽完全的,B 是(X,Y)关于△完全的,则有

$$A\le W_{XY}\le M_{XY}\le B,$$

且有

$$W_{XY} \bigtriangledown X = Y = M_{XY} \bigtriangleup X. \tag{17}$$

证明:由定义 4 可知,A 是▽完全(回忆)的当且仅当 $A\bigtriangledown x_\xi = y_\xi, \forall \xi = 1,\ldots,K$.同理有 B 是△完全(回忆)的当且仅当 $B\bigtriangleup x_\xi = y_\xi, \forall \xi = 1,\ldots,K$,进一步有 A 对(X,Y)是▽完全(回忆)的,则

$$\bigvee_{j=1}^{n}\left(a_{ij} + x_{\xi j}\right) = y_{\xi i}, \quad \forall \zeta = 1,\ldots,K, \text{ and } i = 1,\ldots,m\ . \tag{18}$$

因此对任意的下标 $j\in\{1,\ldots,n\}$有以下不等式成立:

$$a_{ij} + x_{\xi j} \le y_{\xi i}\ , \quad \forall \xi = 1,\ldots,K$$

$$\Leftrightarrow \qquad a_{ij} \le y_{\xi i} - x_{\xi j}\ , \quad \forall \xi = 1,\ldots,K \tag{19}$$

$$\Leftrightarrow \qquad a_{ij} \le \bigwedge_{\xi=1}^{k}\left(y_{\xi i} - x_{\xi j}\right) = w_{ij}\ .$$

这些不等式表明 $A\le W_{XY}$,由式(19)可知,$Y=A\bigtriangledown X\le W_{XY}\bigtriangledown X\le Y$,所以有 $W_{XY}\bigtriangledown X=Y$,同理也有:若 B 是(X,Y)关于△完全的,则 $M_{XY}\le B$ 且 $M_{XY}\bigtriangleup X=Y$.

定理 2. W_{XY}是(X,Y)关于▽完全的当且仅当 $\forall \xi = 1,\ldots,K$,矩阵$\left[y^\xi \times \left(-x^\xi\right)^t\right] - W_{XY}$ 的每一行都存在 0 元素.同理,M_{XY}是(X,Y)关于△完全的当且仅当 $\forall \xi = 1,\ldots,K$,矩阵 $M_{XY} - \left[y^\xi \times \left(-x^\xi\right)^t\right]$ 的每一行都存在 0 元素.

推论 2.1. $W_{XY}\bigtriangledown X=Y$ 当且仅当对每一个行下标 $i=1,\ldots,m$ 及$\gamma\in\{1,\ldots,K\}$存在列下标 $j\in\{1,\ldots,n\}$(与 i 及 y 有关),有

$$x_{\gamma j} = \bigvee_{\xi=1}^{k}\left(x_{\xi j} - y_{\xi i}\right). \tag{20}$$

$M_{XY}\bigtriangleup X=Y$ 当且仅当对每一个行下标 $i=1,\ldots,m$ 及$\gamma\in\{1,\ldots,K\}$存在列下标 $j\in\{1,\ldots,n\}$(与 i 及 y 有关),有

$$x_{\gamma j} = \bigwedge_{\xi=1}^{k}\left(x_{\xi j} - y_{\xi i}\right). \tag{21}$$

定理 3 令 $\tilde{x}_\gamma$ 表示为 x_γ 的畸变模式,则 $W_{XY}\bigtriangledown \tilde{x}_\gamma = y_\gamma$ 当且仅当

$$\tilde{x}_{\gamma j} \le \left(x_{\gamma j}\right) \vee \left[\bigwedge_{i=1}^{m}\left(\bigvee_{\xi\ne\gamma}\left(y_{\gamma i} - y_{\xi i} + x_{\xi j}\right)\right)\right], \quad \forall j = 1,\ldots,n\ . \tag{22}$$

并且,对每一个行下标 $i\in\{1,\ldots,m\}$,存在列下标 $j_i\in\{1,\ldots,n\}$,下式成立:

$$\tilde{x}_{\gamma j_i} = x_{\gamma j_i} \vee \left(\bigvee_{\xi\ne\gamma}\left[y_{\gamma i} - y_{\xi i} + x_{\xi j_i}\right]\right). \tag{23}$$

同样, $M_{XY}\bigtriangleup \tilde{x}_\gamma = y_\gamma$ 成立当且仅当

$$\tilde{x}_{\gamma j} \ge \left(x_{\gamma j}\right) \wedge \left(\bigvee_{i=1}^{m}\left(\bigwedge_{\xi\ne\gamma}\left[y_{\gamma ia} - y_{\xi i} + x_{\xi j}\right]\right)\right), \quad \forall j = 1,\ldots,n\ . \tag{24}$$

并且,对每一个行下标 $i\in\{1,\ldots,m\}$存在列下标 $j_i\in\{1,\ldots,n\}$,下式成立:

$$\tilde{x}_{\gamma j_i} = \left(x_{\gamma j_i}\right) \wedge \left(\bigwedge_{\xi\ne\gamma}\left[y_{\gamma i} - y_{\xi i} + x_{\xi j_i}\right]\right). \tag{25}$$

2 自联想复形态记忆模型

特别地,若 $X=Y$,则 W_{XY} 和 M_{XY} 称为自联想记忆.在无噪声的情况下,与 Hopfield 网络联想记忆相比,形态联想记忆网络可回忆出所学的所有模式[5].定理 4 确保形态学模型可达到无穷的存储能力,而网络的稳定性则进一步由定理 5 得到.

定理 **4.** $W_{XX}\bigtriangledown X=X$, $M_{XX}\bigtriangleup X=X$.

从而表明 W_{XX}, M_{XX} 关于▽,△是完全的,因此在无噪情形下,可以存储和回忆任意多个模式对.

定理 **5.** 如果 $W_{XX}\bigtriangledown Z=V$, $M_{XX}\bigtriangleup Z=U$,则有

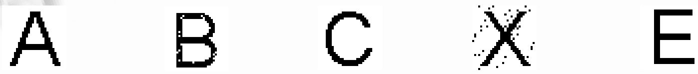
$$W_{XX}\bigtriangledown V=V \text{ 和 } M_{XX}\bigtriangleup U=U.$$

此定理表明,从初态 Z 开始联想,只需经过一步回忆,网络就可以达到稳态.

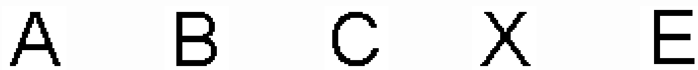
3 实验结果

本文以自联想记忆为模型,进行模拟实验.以 52 个英文大小写字母作为样本,字母的大小取为 32×32 的点阵,读取这个点阵后,拉长变为 1024×1 的列向量;然后进行 FFT,得到一个 1024×1 的复向量.输入训练样本,进行上述所提的一系列变换,再根据本文提出的方法构造出 W_{XX} 或 M_{XX} 权值矩阵,输入识别的模式,作以上的变换以后,用 W_{XX} 或 M_{XX} 进行识别得到识别后复向量,然后对这个复向量进行逆 FFT,得到最终的结果.实验表明了定理 4 的正确性,同时也验证了定理 5 的正确性.下面给出实验结果(仅以 5 个字母样本的识别为例).

输入:



输出:



文献[5]中指出,即使在无噪声的情形下,Hopfield 网络也不能完全识别出 B,C,E 这 3 个字母,而本文提出的网络可以识别出来;在一定噪声范围内,随机地对字母 B,X 进行添加噪声[5],其中 B 被腐蚀,X 被膨胀,仍可正确识别,并且可以验证,此时 1.3.2 节的定理 3 成立.如果某个字母畸变的情形不符合该定理,则无法识别;如果将一个字母向 X-轴(Y-轴)方向平移 1~3 个像素,用 CMAM 网络仍可识别,但 RMAM 无法识别,如下图所示 CMAM 回忆(左边是输入平移的小写字母 e,右边是识别出来的正确字母 e):

4 结 论

本文提出了基于复数域上的两种序关系的最大-最小联想记忆神经网络 CMAM.此网络除了具有 RMAM 网络所具有的性能和特点以外,还具有其他优点:首先,对于大量需要处理的复信号,可以直接用本网络处理;其次,在本网络使用了 FFT,从而通过进一步的归一化实现平移和旋转不变性识别,从而表明本网络模型确实具有很大的现实意义.实验结果表明,从 RMAM 网络推广到 CMAM 网络是可行的.

References:

[1] Hopfield, J.J. Neural network and physical systems with emergent collective computational abilities. Proceedings of National Academic Science, 1982,79(19):2254~2258.

[2] Kosko, B. Bidirectional associative memory. IEEE Transactions on SMC, 1988,18(1):49~60.

[3] Jeng, Y.J., Yeh, C.C., Chiueh, T.D. Exponential birectional associative memories. IEEE Transactions on Neural Networks, 1991, 2(2):275~284.

[4] Chen, Song-can, Gao, Hang, Yan, Wei. Improved exponential associative memory. IEE Electronics Letters, 1997,33(3):223~224.
[5] Ritter, G.X., Sussner, P. Morphological Associative Memories. IEEE Transactions on Neural Networks, 1998,9(2):281~292.
[6] Ritter, G.X. Image algebra with application. Unpublished manuscript,1994. ftp://ftp.cis.ufl.edu/pub/src/ia/documents.
[7] Ritter, G.X., Wilson, J.N. Handbook of computer vision algorithms overview. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1990, 49(3):297~331.
[8] Ritter, G.X. Recent developments in image algebra. In: Hawkes, P., ed. Advances in Electronics and Electron Physics. New York: Academic Press, 1991. 243~308.
[9] Wu, Pin-shan. Modern Algebra. Beijing: People's Education Press, 1979. 217~221(in Chinese).

附中文参考文献:

[9] 吴品山.近世代数.北京:人民教育出版社,1979.217~221.

Complex Morphological Associative Memories and Their Performance Analysis*

CHEN Song-can[1,2], LIU Wei-long[1]

[1](*Department of Computer Science and Engineering*, *Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, *Nanjing* 210016, *China*);

[2](*State Key Laboratory for Novel Software Technology*, *Nanjing University*, *Nanjing* 210093, *China*)

E-mail: chen_lizi@sina.com

Abstract: On the basis of Ritter real morphological associative memory (RMAM), complex lattices and complex rings are defined respectively through introducing two ordinal relationships between complex numbers, consequently the same recall rules are obtained as RMAM in complex domain and construct a class of complex MAM (CMAM), called extended RMAM. The CMAM can directly process complex signals such as FFT-ed complex data. In this paper, the convergence of the proposed model is proved, its error-correction capability and storage capacity are analyzed, and at the same time the corresponding theorems and properties similar to the RMAM are obtained. Further the difference between the CMAM and other neural networks such as Hopfield network is stressed. The carried-out computer simulations show its feasibility.

Key words: associative memory; neural networks; morphology; lattice; complex lattice

---

* Received October 11, 1999; accepted August 15, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.69701004; the Chief Young Teacher Foundation of the Ministry of Education of China; the Foundation of the State Key Laboratory for Novel Software Technology of Nanjing University of China