

# 真实感布仿真中布与刚体的碰撞检测及修正\*

陈 晔, 徐乃平

(西北工业大学 自动控制系, 陕西 西安 710072)

E-mail: chenwu@nwpu.edu.cn

http://www.nwpu.edu.cn

**摘要:** 提出了一种快速碰撞检测与修正算法. 在碰撞检测阶段, 通过采用包围盒与层次结构模型结合的方法减少碰撞检测的次数, 并把多种碰撞形式归纳为一种点-面碰撞, 从而把解线性方程组简化为代数运算. 在碰撞修正阶段, 通过采用预条件共轭梯度法进行数值积分, 将碰撞修正直接融合在数值积分过程中, 提高了计算速度.

**关键词:** 粒子; 边界盒; 碰撞检测与修正; 层次结构模型; 预条件共轭梯度法; 真实感布仿真

**中图法分类号:** TP391      **文献标识码:** A

自从 1986 年 Weil<sup>[1]</sup> 使用在曲线间插值的方法产生下垂的布以来, 布的真实感仿真及动画成为计算机图形学的一个热点, 有大量的文献和论文发表, 可以参考文献[2]. 布的真实感仿真及动画在虚拟现实、电脑动画及服装设计中有很广的应用, 在 SIGGRAPH'98 年会中, 布仿真被列为计算机图形学三大重点之首. 但计算机图形学自开创以来, 主要研究的是刚性物体, 已经取得了较为成熟的理论, 而对于布之类的柔性物体的研究仅仅是近 10 年的事情, 其理论还很不成熟. 这表现在尽管布的模式多种多样, 但计算速度都较慢, 通常以小时计, 有的算法甚至要计算一周. 因此, 真实感布仿真要解决的一个重要问题就是计算速度问题.

在布的真实感仿真及动画中, 布与场景中其他物体(刚体)的碰撞检测与修正对于产生具有较强真实感的图形至关重要, 而且也是影响计算速度的重要因素. 在现有的算法中, 关于碰撞的检测与修正的计算通常占到整个计算的 30~50% 左右. 本文在总结和借鉴了现有的碰撞算法之后, 提出了一种基于边界盒及层次结构的快速碰撞检测算法, 并且将碰撞修正算法融和在正常的仿真算法中, 极大地提高了计算速度. 利用本文提出的算法, 碰撞检测所占用的时间仅为总的计算时间的 18.3% 左右. 另外, 现在的许多算法采用在布本身和障碍物周围设置一个斥力场或增加弹性力的方法来修正碰撞<sup>[3~5]</sup>, 这样做的缺点有: (1) 会造成布在碰撞的时候弹离碰撞表面的情况; (2) 在仿真达到稳态时, 布或服装会飘浮在障碍的周围, 而不是附着在其上, 这都影响了布仿真的真实感; (3) 当两个碰撞表面相距非常近时, 它们之间的斥力将非常大, 有可能造成仿真系统的不稳定. 本文采用直接修正位移和速度的方法来修正碰撞, 既提高了布仿真的真实感, 又提高了计算速度, 同时还避免了系统的不稳定.

\* 收稿日期: 2000-01-21; 修改日期: 2000-07-04

基金项目: “211” 工程建设基金资助项目(198622); 西北工业大学科研启动经费资助项目

作者简介: 陈晔(1971-), 男, 陕西蓝田人, 博士生, 主要研究领域为真实感图形; 徐乃平(1935-), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为虚拟现实, 并行计算机, 智能控制.

# 1 布的动态模型

## 1.1 能量函数

本文采用的布模型是在 Breen D. E 等人提出的粒子模型<sup>[6]</sup>的基础上加以改进和重新推导得到的. 与 Breen D. E 提出的模型相同, 我们用粒子矩阵模拟布的物理结构, 如图 1 所示. 图中每一个经线和纬线的交叉点被看做是一个粒子(或质点), 该粒子集中了邻近的矩形区域的质量. 从图 1 的粒子结构出发, 布在外力作用下的形变可以根据粒子之间的相互位置归纳为弹性伸缩、弯曲和剪切 3 种. 如图 2 所示, 我们用能量函数的方法来表示使布产生上述 3 种形变的外作用力, 并推导得到相应的能量函数.

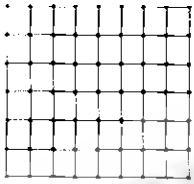


Fig. 1 Partical structure of cloth  
图1 布的粒子结构

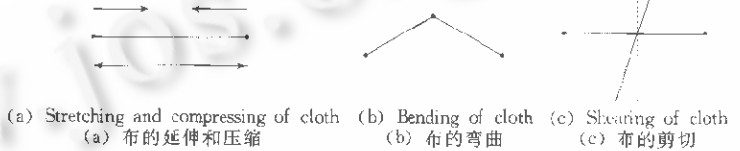


Fig. 2  
图2

(a) 布的弹性伸缩能量函数

$$E_{\text{strain } i_j} = \sum_{i=0}^3 \frac{1}{2} k (l_i - \sigma)^2, \tag{1}$$

式中  $l_i$  是粒子与相邻 4 个粒子之间的距离,  $k$  是弹性系数.

(b) 布的弯曲能量函数

$$E_b = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (C_{b_1} \phi_i^2 + C_{b_0} \phi_i). \tag{2}$$

其中  $\phi_i = \pi - \theta_i$ ,  $\theta_i$  为弯曲角, 如图 3 所示,  $C_{b_0}$  为弯曲力矩系数.

(c) 布的剪切能量函数

$$E_s = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (C_{s_1} \gamma_i^2 + C_{s_0} \gamma_i). \tag{3}$$

其中  $\phi_i = \pi/2 - \gamma_i$ ,  $\gamma_i$  为剪切角, 如图 4 所示,  $C_{s_0}$  为剪切力矩系数.

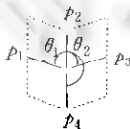


Fig. 3 Bending of cloth  
图3 布的弯曲

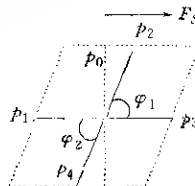


Fig. 4 Shearing of cloth  
图4 布的剪切

根据求得的能量函数, 选择适当的微分方程进行数值积分, 就可以得到布在外力作用下的动态过程.

## 1.2 仿真算法

根据牛顿第二定律, 可以给出较为通用的微分方程:

$$\ddot{x} = M^{-1} \left( -\frac{\partial E}{\partial x} + F \right). \quad (4)$$

其中  $x \in R^3$  是粒子的空间坐标,  $M^{-1}$  是由粒子质量的倒数组成的对角阵,  $F$  为布粒子所受的外力,  $E$  为布粒子的势能, 包括重力势能  $E_g$ 、弹性势能  $E_{\text{strain}}$ 、弯曲能量  $E_b$ 、剪切能量  $E_s$ :

$$E = E_g + E_{\text{strain}} + E_b + E_s. \quad (5)$$

对式(4)进行数值积分, 即可得到布的动态过程. 可供选择的数值积分的算法有很多, 较常用的算法有龙格库塔法、变步长的基尔算法、共轭梯度法等, 我们选择的是预条件共轭梯度法. 一般来讲, 共轭梯度法是用于求解线性方程组  $Ax=B$  的一种有效算法, 具有收敛快、稳定性好的优点, 而布的动态仿真计算由于布的弹性伸缩系数相对于弯曲和剪切系数大 106 倍左右, 造成布仿真速度慢、稳定性不好. 因此我们选择了预条件共轭梯度法. 根据参考文献[5], 我们对式(4)进行了改造, 以便采用预条件共轭梯度法进行仿真: 式(4)可以改写为

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ M^{-1} f(x, v) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

根据后向欧拉公式, 上式可改写为:

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_0 + \Delta v \\ M^{-1} f(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

根据泰勒公式, 式(7)中

$$f(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) = f_0 + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v, \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)得到:

$$\Delta v = h M^{-1} \left( f_0 + \frac{\partial f}{\partial x} h (v_0 \Delta v) + \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v \right), \quad (9)$$

设  $I$  为单位阵, 将上式进行合并同类项, 得到:

$$\left( I - h M^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta v = h M^{-1} \left( f_0 + h \frac{\partial f}{\partial x} v_0 \right), \quad (10)$$

式(10)即可以直接使用预条件共轭梯度法进行数值积分.

## 2 碰撞检测

大部分文献<sup>[5~7]</sup>将碰撞分为点-面碰撞和边-边碰撞两大类, 有的文献<sup>[9]</sup>甚至把碰撞细分为点-面、边-面、边-边、点-边、点-点碰撞, 但在实际应用中有点-面、边-边两类就足够了. 我们在研究中发现, 边-边碰撞检测消耗了大量的计算时间, 每一个粒子都要被检测 4 遍, 而每一次检测都要解一个三元二次方程组. 通过总结我们认为, 在布与场景中障碍物碰撞的情况下, 大部分的边-边碰撞都可以用点-面碰撞代替, 仅仅是在障碍物的边界拐点处会发生边界穿越的现象, 如图 5(a)所示. 为了解决这个问题, 我们在碰撞检测时将物体的表面沿其法向量方向外移一小部分, 作为新的碰撞检测面, 如图 5(b)所示, 就可以解决这一问题. 至于外移量的大小, 则根据粒子的密度和刚体表面的曲率决定. 粒子的密度越高, 刚体表面的曲率越小, 则外移量越小. 当然, 这种作法会使布或衣服不能直接接触刚体表面, 对布的真实感产生一定的影响. 但是, 真实感布仿真中的刚体主要是人体, 其表面曲率通常较小, 所以检测面的外移量也较小, 因此对真

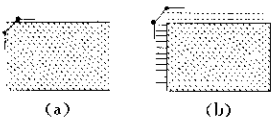


Fig. 5  
图5

实感的影响并不太大. 因此, 我们将所有的碰撞检测综合为一种点-面碰撞检测, 极大地减少了计算量. 尽管如此, 碰撞检测的计算量仍然是很大的, 需要做进一步的简化.

我们采用了较为成熟的层次结构模型和边界盒(包围盒)方法简化碰撞检测计算. 在我们的算法中, 场景中与布可能发生碰撞的物体按树形结构建立其模型, 也就是层次结构模型, 根结点为整个物体, 子结点是物体的各个组成部分, 叶子结点是最基本的图元——三角形. 三角形的边界盒定义如下:

$$V_{\min} = (\min(x(i)), \min(y(i)), \min(z(i))), \quad i=0, 1, 2, \quad (11)$$

$$V_{\max} = (\max(x(i)), \max(y(i)), \max(z(i))), \quad i=0, 1, 2, \quad (12)$$

其中  $x(i), y(i), z(i)$  分别是三角形 3 个顶点的坐标. 式(11)和(12)表明三角形的边界盒是一个由三角形的 3 个顶点坐标的最小值和最大值分别作为对顶点的空间立方体. 通过递归算法可以求出叶子结点的父结点直到根结点的边界盒.

我们的碰撞检测算法分为两步. 首先判断被检测的粒子是否位于障碍物根结点的边界盒内, 如果成立, 则递归检测各子结点的边界盒, 当检测到障碍物的叶子结点时, 如果粒子仍然位于叶子结点的边界内, 则转入下一步检测.

在第 2 步检测中, 我们判断粒子是否与三角形相交, 如果相交, 则粒子与障碍物发生碰撞; 如果不相交, 则继续进行检测与其他结点是否相交. 在判断粒子与三角形相交时, 需要将粒子在  $k$  时刻和  $k+1$  时刻的位置连接成一个直线段, 用参数方程表示为  $Q(t) = E + tF$ , 在  $k+1$  时刻的三角形平面方程为  $Ax + By + Cz + D = 0$ . 将直线方程代入平面方程中, 求解方程:

$$A[x_k + t(x_{k+1} - x_k)] + B[y_k + t(y_{k+1} - y_k)] + C[z_k + t(z_{k+1} - z_k)] + D = 0. \quad (13)$$

只要线段与三角形平面不平行, 上式必有解, 可以解得当线段与平面相交时,

$$t = -(D + Ax_k + By_k + Cz_k) / [A(x_{k+1} - x_k) + B(y_{k+1} - y_k) + C(z_{k+1} - z_k)], \quad (14)$$

式中  $(x_k, y_k, z_k)$  和  $(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1})$  分别是粒子在  $k$  时刻和  $k+1$  时刻的空间坐标. 如果解得的  $t \in [0, 1]$ , 则认为粒子与障碍物发生碰撞, 记录此时三角形的法向量及碰撞点, 以便碰撞修正时使用.

这里需要说明一点, 当布在外力的作用下运动时, 场景中的障碍物也在运动, 作为障碍物叶子的三角形必然也在运动, 那么如果粒子与三角形发生碰撞, 碰撞时刻可以是  $[k-1, k]$  区间内的任一时刻, 则碰撞点也不是以上求出的碰撞点. 因此, 按照式(13)和(14)求出的解必定与真实的解存在误差. 但是, 在实际仿真中我们依然使用了上述方法, 并取得了满意的效果, 其原因如下: 首先, 布的物理性质有其特殊性, 布的弹性伸缩系数相对于弯曲和剪切系数大  $10^6$  倍左右, 所以在仿真时数值积分的步长必须选得非常小, 通常在  $10^{-3} \sim 10^{-5}$  之间, 而场景中障碍物的运动速度一般较小, 因此在  $k$  时刻和  $k+1$  时刻的三角形方程差别很小, 不会造成很大误差; 其次, 无论在  $[k-1, k]$  内任一时刻粒子与三角形发生碰撞, 粒子都会附在三角形表面, 随着三角形运动到  $k$  时刻三角形的位置, 所以只求粒子与  $k+1$  时刻三角形的交点是可行的. 同时我们还要考虑到真实感布仿真的目的是产生布的真实感图形, 并不是严格的物理仿真, 只要能满足视觉上的真实感就没有必要进行过多细节上的计算, 因为在真实感图形中, 快速性还是非常很重要的.

### 3 碰撞修正

在以往的真实感布仿真中, 通常是在障碍物周围设置一个向量场或是当布与障碍物发生碰撞时, 给布粒子施加一个向外的瞬间足够大的力. 这两种做法都会造成一定程度的不真实感即使布“浮”在障碍物的周围或是弹离障碍物. 在进行了大量仿真并参考了一些文献<sup>[5,7,8]</sup>之后, 我们提出

了布的碰撞修正包括速度修正和位置修正两部分:当布的粒子与障碍物的某一个三角形发生碰撞以后,布粒子在此三角形的法向量方向上的速度受到限制,不存在与三角形的法向量反向的速度,产生“穿越”现象;当由式(14)计算出的  $t$  满足  $0 < t < 1$  时,说明在  $k+1$  时刻已经“穿越”了三角形,如果不进行修正,就会造成布嵌入到障碍物中,必须修正粒子的位置.

### 3.1 速度修正

根据参考文献[5],我们用式  $\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} f_i$  描述粒子的加速度,当我们要限制粒子沿某个坐标轴的加速度时,只要在相应的坐标轴方向设  $1/m_i = 0$  即可.例如,假设限制粒子在  $z$  轴方向的加速度,用矩阵表示为

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} f_i. \quad (15)$$

当然,由于组成障碍物的三角形的位置在空间是任意的,所以我们不仅仅要限制粒子沿坐标轴的加速度,还需要限制粒子沿空间任意方向的加速度.考虑一般的情况,设  $p \in R^3$  是空间任意的单位法向量,由  $(I - pp^T)p = 0$  可得,若要限制粒子沿向量  $p$  方向的加速度,需要将式(15)改写为

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} (I - pp^T) f_i, \quad (16)$$

同理,当需要限制粒子沿相互正交的两个单位向量  $p, q$  的加速度时,

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} (I - pp^T - qq^T) f_i. \quad (17)$$

综合式(15)~式(17),

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} S_i f_i, \quad S_i = \begin{cases} I & n=3 \\ I - pp^T & n=2 \\ I - pp^T - qq^T & n=1 \\ 0 & n=0 \end{cases}. \quad (18)$$

式中  $n$  是粒子的自由度.设  $W_i = \frac{1}{m_i} S_i$ ,用  $W_i$  代替式(10)中的  $M^{-1}$ ,就可以得到运动方向受到限制的粒子状态方程.在碰撞修正中,我们不仅需要限制粒子在某个方向上的加速度,而且要限制粒子的速度.例如,当粒子与障碍物发生碰撞以后,粒子被强制以碰撞点处障碍物的速度运动,必须对粒子的速度进行修正,修正向量的大小为被碰撞三角形的速度减去粒子在  $k+1$  时刻的速度.凭直觉,在式(10)中直接加入速度的修正向量就可以解决此问题,但是,共轭梯度法要求  $A$  阵是正定的,而直接加入修正向量会造成  $A$  阵非对称,因此这种方法不可行.文献[5]提出了一种很好的方法,它将共轭梯度法的收敛点由原点改到粒子速度的修正向量  $z$ ,则式(10)中的  $\Delta v$  就会收敛到  $z$ ,很巧妙地解决了这一问题,我们在仿真中采用的也是这种方法.实际仿真中向量  $p, q$  取为与粒子发生碰撞的三角形的单位法向量.

### 3.2 位置修正

碰撞的位置修正就是将粒子的位置从“穿越”位置修正到非“穿越”位置.与速度修正相似,我们首先想到的是直接加入修正量,但是,在速度修正中采用的直接修正法在这里并不适用.我们曾经提到,布的弹性伸缩项的数量级很大,直接改变粒子的位置会引起非常大的弹性力的变化,从而导致粒子周围局部鼓起一个小包,甚至会使系统不稳定.另一种方法<sup>[3,9]</sup>是通过在碰撞检测过程中求

得碰撞面给出修正限制条件,对数值积分过程进行迭代,直到粒子的位置满足限制条件为止.但是,显而易见,这种方法需要较大的计算工作量.直接修正位置法依然是一种很有吸引力的方法.

直接位置修正造成系统不稳定的原因是由于数值积分所固有的离散化造成的,直接位置修正在布的真实运动过程中是一个渐变的过程,并且一个粒子的位置修正会带动周围的粒子做相应的运动,不会导致不稳定.而当数值积分时,由于离散化,粒子位置的修正表现为阶跃响应,同时周围粒子的运动也没有受到影响,因而造成弹性力过大,导致系统不稳定.这似乎是数值积分算法所固有的无法克服的缺陷.但是,我们采用的预条件共轭梯度法不同于一般的数值积分算法,它并不是逐步迭代求得系统的数值解,而是每一步求出使目标函数达到极小值的一组状态向量<sup>[10]</sup>,因此我们考虑,假如在式(10)中包含位置修正的有关信息项,或许可以直接进行位置修正.

由式(7)可知,  $\Delta x = h(v_0 + \Delta v)$ , 设  $y$  是位置修正量, 则

$$\Delta x = h(v_0 + \Delta v) + y. \quad (19)$$

将式(19)代入式(9), 得到:

$$\left( I - hM^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta v = hM^{-1} \left( f_0 + h \frac{\partial f}{\partial x} v_0 + \frac{\partial f}{\partial x} y \right). \quad (20)$$

通过仿真实验证明, 采用式(20)积分是可行的, 可以得到满意的结果. 仿真结果如图6~图9所示. 在图6~9中, 选用的仿真对象是100%的纯棉布, 布由  $30 \times 30$  个粒子, 共计1800个三角形组成. 在 AMDK6-2-266, 内存64M, Windows98 操作系统环境下, 完成图6~9过程的计算需耗时12min. 而与本文采用类似能量函数的 Breen, 完成同样的计算, 在 IBM RS6000 工作站上需要计算一周的时间<sup>[11]</sup>.

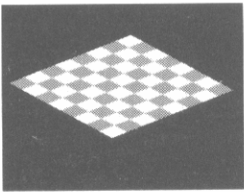


Fig. 6  
图6

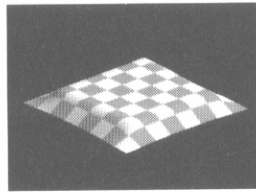


Fig. 7  
图7

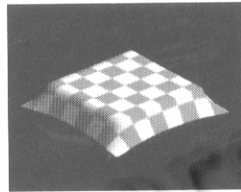


Fig. 8  
图8

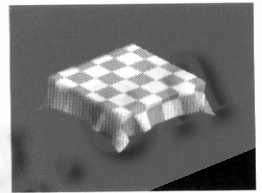


Fig. 9  
图9

## 4 总 结

总结我们所采用的碰撞检测与修正算法, 目的是要找出一种快速、有效的碰撞检测修正算法. 采用边界盒与层次模型相结合的方法, 减少了碰撞检测的次数, 同时用简单的代数计算代替解线性方程组, 大大减小了碰撞检测的计算时间. 在碰撞修正算法中, 我们摒弃了过去简单添加向量场或修正力的方法, 将碰撞修正细分为速度修正和位置修正. 由于采用的预条件共轭梯度进行数值积分, 所以可以通过引入  $W$  阵和位置修正向量  $y$ , 把碰撞修正融合在正常的数值积分过程中, 减少了计算开销, 同时不影响仿真的真实感. 所以我们认为, 本文提出的算法达到了快速有效的目的, 而且此算法还可以应用在布仿真中布的自碰撞检测与修正之中.

解决了布的碰撞检测与修正问题是在真实感布仿真中迈出了重要的一步. 今后的工作主要是布料的裁剪与衣服的合成, 只有在计算机上合成了衣服, 我们以前的工作才会真正地实现它的价值.

**References:**

- [1] Weil, J. The synthesis of cloth object. *Computer Graphics*, 1986,20(4):49~54.
- [2] Ng, H. N. , Grimsadle, R. L. Computer graphics techniques for modeling cloth. *IEEE Computer Graphics and Application*, 1996,16(9):28~41.
- [3] Carignan, M. Dressing animated synthesis actors with complex deformable clothes. *Computer Graphics*, 1992,26(2):99~104.
- [4] Terzopoulos, D. , Platt, J. C. , Barr, A. H. Elastically deformable models. *Computer Graphics*, 1987,21(4):205~214.
- [5] Baraff, D. , Witkin, A. Large steps in cloth simulation. *Computer Graphics*, 1998,33(4):43~55.
- [6] Baraff, D. Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies. *Computer Graphics*, 1989,23(4):223~231.
- [7] Liu, Jen-duo. Collision avoidance in cloth animation. *Visual Computer*, 1996,12(5):234~243.
- [8] Liu, Jen-duo. A simple self-collision avoidance for cloth animation. *Computer and Graphics*, 1998,22(1):117~128.
- [9] Terzopoulos, D. , Qin, H. Dynamic nurbs with geometric constraints for interactive sculpting. *ACM Transactions on Graphics*, 1994,13(1):103~136.
- [10] Shewchuk, J. R. An introduction to the conjugate gradient method without agonizing pain. <http://www.cs.cmu.edu/~quake-papers/painless-conjugate-gradient.ps>.
- [11] Breen, D. E. , House, D. H. , Wonzy, M. J. Predicting the drape of woven cloth using interacting particles. *Computer Graphics*, 1994,28(5):365~372.

## Detection and Amend of Collision Between Cloth and Rigid Body in Realistic Cloth Simulation \*

CHEN Wu, XU Nai-ping

(*Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

E-mail: chenwu@nwpu.edu.cn

<http://www.nwpu.edu.cn>

**Abstract:** In this paper, a quickly collision detection and amend arithmetic is proposed. In detection phase, bounding box and hierarchical structure model are combined to cull out the majority of detection. And many collision types are reduced to vertex/plane collision, so solving linear equation can be simplified to algebra operation. In amend phase, amend are combined into numerical integration by using preconditioned gradient method. This speeds up the whole calculation.

**Key words:** particle; bounding box; collision detection and avoidance; hierarchical structure model; preconditioned conjugate gradient method; realistic cloth simulation

\* Received January 21, 2000; accepted July 4, 2000

Supported by the Construction Foundation of '211' Project of China under Grant No. 198022; the Research Startup foundation of the Northwest Polytechnical University of China