

# 基于广义形态内插的非刚体运动描述方法\*

刘文予, 朱光喜

(华中科技大学 电子与信息工程系, 湖北 武汉 430074);

(图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 湖北 武汉 430074)

E-mail: liuwy\_2002@mails1.hust.edu.cn

http://www.sicimage.hust.edu.cn

**摘要:** 提出一种基于形态变换的非刚体运动的广义内插方法. 通过对非刚体的凸剖分及凸子集全局优化匹配, 与传统的线性内插方法相比, 解决了任意非同拓扑结构(包括有孔及凹多边形)的内插问题. 理论证明, 此种内插方法是一种全局优化的内插方法, 并证明了此方法的正确性, 讨论了不同凸剖分对内插的影响, 把非刚体的运动分解为非刚体的变形与刚体的旋转. 实验证明, 此内插方法效果自然, 质量好, 速度快, 可用于非刚体运动描述及二维动画关键帧的内插.

**关键词:** 形态变换; 广义形态内插; 凸剖分; 全局优化; 非刚体

**中图法分类号:** TP391 **文献标识码:** A

虚拟现实、工业模拟、科学计算可视化发展提出了对处理非刚性物体的运动与变形的要求. 传统的方法处理刚体的运动已非常完善, 但对非刚性物体的运动描述还非常困难, 由物理模型来描述非刚体运动又受到模型复杂且不统一的限制. 对柔性物体的变形, Sederberg 提出了自由变形方法(free-form deformation, 简称 FFD)<sup>[1~3]</sup>, 其基本原理为将被变形物体嵌入到一个三维参数空间中, 当参数空间变形时, 物体也随之变形. FFD 方法只能解决物体的同态变形, 而不能解决任意两个物体间的形状过度.

Ghosh 首先把形态学方法用于规则多面体的形态造型方法研究<sup>[4,5]</sup>, Mount 和 Silverman 提出多边形的可形态分解概念<sup>[6]</sup>, Kanl 把形态学的方法引入三维物体的变形<sup>[7]</sup>, 解决从一物体自由变形到另一物体的问题, 形态和方法对于解决凸多面体的变形非常有效, 但如果  $A, B$  为凹多面体或有孔, 则此方法会产生病态结果.

为了解决上述问题, 本文对凹多边形进行凸剖分, 并建立了两个多边形子凸集的映射关系, 根据映射关系对两子凸集进行形态和运算之后再行合成, 把非刚体运动分解成非刚体的变形和刚体的旋转. 此方法对物体没有任何限制, 是一种全局优化的非线性内插方法.

## 1 非刚体运动的广义内插原理及方法

### 1.1 形态算子及变形原理

**定义 1.** 设  $E^3$  中的集合  $X$ , 结构元素  $B$  为  $E^3$  或其子空间  $E^2, E^1$  中的一个点集, 称集合  $X$  关于结构之集  $B$  的形态和、形态差算子分别定义为如下集合:

\* 收稿日期: 1999-09-21; 修改日期: 2000-05-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69973018); 湖北省自然科学基金资助项目(99J009)

作者简介: 刘文予(1963—), 男, 湖南株州人, 教授, 主要研究领域为多媒体信息处理, CSCW, 计算机图形学; 朱光喜(1945—), 男, 广西桂林人, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为多媒体通信, CSCW, 视频编码, 计算机图形学.

$$\left. \begin{aligned} X \oplus B &= \{x; B_l \cap X \neq \emptyset\}, \\ X \circ B &= \{x; B_x \subset X\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $B_l = \{x-b; b \in B\}, B_x = \{x+b; b \in B\}$ .

有关二维、三维实体的形态算法见参考文献[8].

给定初始物体  $A$  及终态物体  $B, A$  与  $B$  之间有形状和位置的变化,为方便起见,把非刚体的运动与变形通称为非刚体的运动,设  $r \in [0, 1]$ ,当  $r$  由 1 到 0 时,  $A$  应连续变到  $B$ ,设内插为  $C(r)$ ,则  $C(r)$  应满足:

(1)  $C(1) = A, C(0) = B$ . 当  $A = B$  时,  $C(r) \equiv A = B$ .

(2)  $C(r)$  应自然、光顺地从  $A$  连续变形到  $B$ .

设  $A$  与  $B$  只有形状的变化,没有平移、比例和旋转变换,令

$$C(r) = rA \oplus (1-r)B, \quad (2)$$

式中  $\oplus$  表示形态和算子,当  $r$  从 1 变到 0 时,  $C(r)$  实现从  $A$  连续变到  $B$ ,如图 1 所示,  $C(r)$  称为  $A, B$  的形态内插.为简单起见,本文只讨论二维多边形的形态内插方法,二维物体的内插方法可以推广到三维情况.由于形态算子对  $A, B$  没有任何限制,故公式(2)对于不同拓扑结构的多边形也适用.当  $A, B$  不都为凹的时候,变形效果很好,但两个凹多边形的变形会产生不自然的变形结果,如图 2 所示.如果  $A$  为凹,  $A \neq rA \oplus (1-r)A$ ,当  $A$  为凸多边形时,则有  $A = rA \oplus (1-r)A$ .为了克服两个凹多边形的变形病态问题,对凹多边形进行凸剖分,把凸剖分的结果进行变形,再把变形的结果合并,则得到两个凹多边形的自然而光顺的变形结果.



Fig. 1 The metamorphosis of two convex polygons, the middle 4 polygons are the results of  $rA \oplus (1-r)B$  while  $r = 4/5, 3/5, 2/5, 1/5$  respectively

图1 两个凸多边形的变形结果,中间4个多边形为  $r = 4/5, 3/5, 2/5, 1/5$  时的  $rA \oplus (1-r)B$  的结果

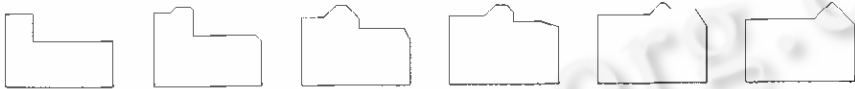


Fig. 2 The morbid metamorphosis of two concave polygons, the middle 4 polygons are the results of  $rA \oplus (1-r)B$  while  $r = 5/6, 4/6, 3/6, 2/6, 1/6$  respectively

图2 两个凹多边形的不自然变形结果,中间5个多边形为  $r = 5/6, 4/6, 3/6, 2/6, 1/6$  时的  $rA \oplus (1-r)B$  的结果

## 1.2 多边形的凸剖分及全局优化匹配

首先对凹多边形进行三角剖分,为了使变形均匀、光顺,要求三角剖分均匀,即剖分后经过一个顶点的边尽可能少<sup>[9]</sup>.剖分结束后,对相邻的两个凸多边形(三角形也是凸多边形)进行合并,两个凸多边形合并后成为一个新的凸多边形,直至任意两个相邻的凸多边形不能合并为止,称此时的凸多边形为凹多边形的最大凸剖分,显然,最大凸剖分不惟一.

设把  $A$  最大剖分成  $m$  个不相交的凸多边形  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,把  $B$  最大剖分成  $n$  个不相交的凸多边形  $B_1, B_2, \dots, B_n$ .即

$$A = A_1 \cup A_2 \dots \cup A_m, \quad A_i \cap A_j = \emptyset, \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq m,$$

$$B = B_1 \cup B_2 \dots \cup B_n, \quad B_i \cap B_j = \emptyset, \quad 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n,$$

称  $A_i, B_j$  为  $A, B$  的子凸集.

取多边形  $A, B$  的最小矩形边界盒.令最小边界盒的左下角顶点为坐标原点,建立坐标系,设子凸集  $A_i$  的重心为  $(x, y)$ ,连接原点与重心,形成一个矢量,称之为此子凸集的坐标矢量,记为  $r_{A_i}$ ,为

了不同大小的多边形都能进行比较,作归一化操作,即把最小边界盒的最长边变换到 1.

由于  $A$  中可以有不止一个多边形(如图 3 中的汉字“三”),匹配分两步进行,首先进行连通分量匹配(称一个多边形为一个连通分量),设  $A$  有  $k_1$  个连通分量, $B$  有  $k_2$  个连通分量,则  $A$  中的任意一个连通分量按最短距离原则与  $B$  中的某个连通分量存在对应关系,同样地, $B$  的任一连通分量在  $A$  中都有像,则子凸集的映射限制于两个匹配的连通分量当中,为了实现全局优化连通分量匹配,采用松弛迭代匹配法.

记  $h$  为一个连通分量的凸包,凸包的属性定义为一个三元组  $(p, s, t)$ ,  $p$  为凸包的重心坐标  $(x, y)$ ,  $s$  为凸包面积,  $t$  为凸包  $x$  和  $y$  坐标的最大最小值的相关函数.

设凸包  $h_1 = (p_1, s_1, t_1)$ ,  $h_2 = (p_2, s_2, t_2)$ , 则  $h_1, h_2$  的相似度定义为

$$m(h_1, h_2), 0 \leq m(h_1, h_2) \leq 1, \\ m(h_1, h_2) = \tau_1 v_1 + \tau_2 v_2 + \tau_3 t, \quad (3)$$

$\tau_i$  是权系数,  $\sum \tau_i = 1$ . 通常,  $\tau_1 = 0.3, \tau_2 = 0.4, \tau_3 = 0.3$ .

定义  $v_1 = \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$ ,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  分别为  $h_1, h_2$  的重心.

$$v_2 = \frac{|s_1 - s_2|}{\max(s_1, s_2)}, \quad s_1, s_2 \text{ 为 } h_1, h_2 \text{ 的面积}, \\ t = 1 - d_1 d_2 d_3 d_4. \quad (4)$$

设凸包  $h_1$  中  $x \in [x'_1, x'_2], y \in [y'_1, y'_2]$ , 凸包  $h_2$  中  $x \in [x''_1, x''_2], y \in [y''_1, y''_2]$ , 则  $d_1 = |x'_1 - x''_1|, d_2 = |x'_2 - x''_2|, d_3 = |y'_1 - y''_1|, d_4 = |y'_2 - y''_2|$ .

设  $A$  有  $k_1$  个连通分量, $B$  有  $k_2$  个连通分量,由  $m(h_1, h_2)$  建立相似矩阵  $S_{k_1 \times k_2}(i, j, k)$ ,  $k$  为迭代次数,按下列公式迭代  $S_{k_1 \times k_2} = \sum_{h \neq i} \{ \max_{r \neq j} S_{k_1 \times k_2}(h, r, k-1) \} \times S_{k_1 \times k_2}(i, j, k-1) / (k_1 - 1)$ , 由于某个  $D'_k$  只能与一个  $D''_l$  匹配,当  $S_{k_1 \times k_2}$  小于某个阈值时,则置  $S_{k_1 \times k_2}(i, j, k-1) = 0$ , 其中  $l \neq j$ . 同样,建立相似矩阵  $S_{k_1 \times k_2}(j, i, k)$ , 进行松弛迭代<sup>[10]</sup>, 如果  $D_i$  与  $D_j$  匹配,则元素  $S_{k_1 \times k_2}(i, j, k), S_{k_1 \times k_2}(j, i, k)$  的最大值大于某个给定的阈值. 连通分量匹配完成以后,在连通分量匹配结果的约束下,进行子凸集匹配.

设子凸集  $A_i \subseteq D'_k, B_j \subseteq D''_l$ , 寻找  $A_i$  的对应关系  $B_j$ , 使

$$\min_{\text{对 } D''_l \text{ 中所有 } j} (|r_{A_i} - r_{B_j}|) \quad (5)$$

成立,记为关系  $(i, j)$ , 显然,  $(i, j) = (j, i)$ .

子凸集的映射算法如下:

- (1) 根据连通分量的匹配关系把  $A_i, B_j$  分类,某一类的子凸集只能与另一类的子凸集匹配.
- (2) 对每一个  $A_i$ , 寻找对应匹配类中的某个  $B_h$ , 使公式(5)成立,有关系  $(i, h)$ , 加入关系表  $R$  中,同时把  $B_h$  打上标记.
- (3) 对  $B$  中没有打上标记的每一个  $B_j$ , 寻找对应匹配类中的某个  $A_l$ , 有关系  $(l, j)$ , 把  $(l, j)$  加入到关系表  $R$  中. 表  $R$  即为  $i, j$  的所有映射关系.

图 3 为两个手写体的“三”字,  $A, B$  分别有 3 个  $(A_1, A_2, A_3)$  及 2 个  $(B_1, B_2)$  连通分量,其中  $A_1$  分解为 4 个子凸集,  $A_2$  分解为 4 个子凸集,  $A_3$  分解为 4 个子凸集,  $B_1$  分解为 7 个子凸集,  $B_2$  分解为 2 个子凸集, 则连通分量的迭代匹配结果  $A_1$  与  $B_1$  匹配,  $A_2$  与  $B_1$  匹配,  $A_3$  与  $B_2$  匹配, 在此基础上, 根据公式(5)再进行子凸集的匹配, 可求得关系表  $R$ , 结果如图 3(c) 所示, 其中符号  $\bullet$  表示匹配.

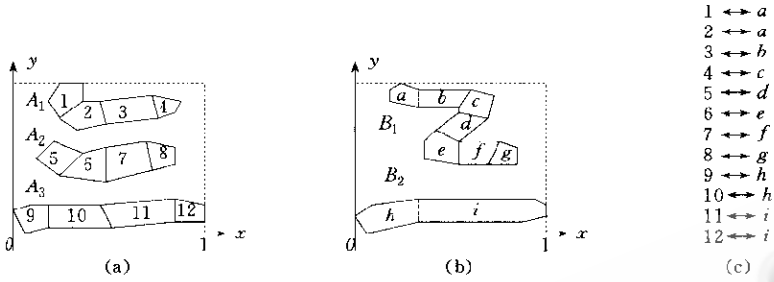


Fig. 3 (a) and (b) represent two objects convex decomposition, the connected weights matching, and convex subset mapping. (c) is the mapping relationship list  $R$  of convex subsets in (a) and (b)

图3 两个多边形(a)和(b)的凸剖分及连通分量、子凸集的匹配,(c)为(a),(b)的子凸集匹配关系表  $R$

**定义 2.** 对于  $A, B$  的所有子凸集  $A_i (1 \leq i \leq m)$  和  $B_j (1 \leq j \leq n)$ , 如果  $i, j$  在表  $R$  存在关系, 则称  $A_i$  与  $B_j$  存在映射关系,  $R$  中所有的映射关系称为  $A, B$  的凸分解最优匹配。

**1.3 非刚体运动的广义内插原理**

**定义 3.** 设在  $A, B$  的凸分解最优匹配中  $A_i$  与  $B_j$  存在映射关系, 令

$$C'(r) = \bigcup_{\text{对所有 } i, j \text{ 存在映射关系}} (rA_i \oplus (1-r)B_j), \tag{6}$$

称  $C'(r)$  为  $A, B$  的变形多边形。

**定理 1.** 当  $C'(0) = C'(1) = A$  时, 则有  $C'(r) \equiv A, 0 \leq r \leq 1$ 。

证明: 显然, 当  $C'(0) = C'(1) = A$  时,  $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m$ 。

因为映射关系为  $A_i \leftrightarrow A_i, A_i$  为凸多边形, 有  $A_i = rA_i \oplus (1-r)A_i$ , 则

$$C'(r) = \bigcup \sum (rA_i \oplus (1-r)A_i) = \sum \cup A_i = A. \quad \square$$

**定理 2.**  $C'(r) \subseteq rA \oplus (1-r)B$ , 对任何  $0 \leq r \leq 1$  成立。

证明:  $rA \oplus (1-r)B = r(\sum_{i=1}^m \cup A_i) \oplus (1-r)(\sum_{j=1}^n \cup B_j) = \sum_{i=1}^m \cup rA_i \oplus (\sum_{j=1}^n \cup (1-r)B_j)$ 。

由形态和性质  $x \oplus (B \cup C) = X \oplus B \cup X \oplus C$ , 则有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \cup rA_i \oplus (\sum_{j=1}^n \cup (1-r)B_j) &= \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n rA_i \oplus (1-r)B_j \supseteq \sum_{\text{对所有 } i, j \text{ 存在映射关系}} \cup (rA_i \oplus (1-r)B_j) \\ &= \bigcup_{\text{对所有 } i, j \text{ 存在映射关系}} (rA_i \oplus (1-r)B_j) = C'(r). \quad \square \end{aligned}$$

**推论 1.**  $C'(r)$  的顶点只可能在  $r(A) \oplus (1-r)B$  的边上或在  $r(A) \oplus (1-r)B$  的内部。

**推论 2.** 设  $C(r)$  为  $A$  剖分成  $m$  个子凸集,  $B$  剖分成  $n$  个子凸集的变形多边形,  $C'(r)$  为在  $A$  剖分成  $m$  个子凸集,  $B$  剖分成  $n$  个子凸集的基础上继续剖分,  $A$  剖分成  $m'$  个子凸集,  $B$  剖分成  $n'$  个子凸集的变形多边形, 且  $n' > n, m' > m$ , 则有  $C'(r) \subseteq C(r)$ 。

推论 2 表明,  $A, B$  的凸剖分越多,  $C'(r)$  就越能充分体现  $A, B$  的细节, 但有时会产会不光顺的结果。

**定义 4.** 对于多边形  $A, B$  的任意凸剖分, 它的变形多边形记为  $C'(r)$ , 如果存在某种凸剖分, 它的变形多边形为  $C_R(r)$ , 则有  $C_R(r) \subseteq C'(r)$ , 称  $C_R(r)$  为极小变形多边形。

因为  $A, B$  的凸剖分是有限的, 则  $A, B$  的极小变形多边形  $C_R(r)$  一定存在, 通常情况下,  $C_R(r)$  对应于  $A, B$  的三角剖分。

**定理 3<sup>[10]</sup>.** 设  $A$  是任意多边形,  $B$  是凸多边形, 则有  $C'(r) \equiv rA \oplus (1-r)B$ 。

定理 4<sup>[11]</sup>. 设多边形  $A, B$  连通,  $C'(r)$  是  $A, B$  的变形多边形, 则  $C'(r)$  也连通.

定理 4 表明, 对凹多边形进行凸剖分变形再合成, 合成的结果不会出现非连通的情况.

$C_R(r)$  较好地描述了当  $r$  从 1 到 0 时多边形  $A$  变到  $B$  的过程. 在绝大多数情况下,  $C'(r)$  与  $C_R(r)$  同构, 且有  $C_R(r) \subseteq C'(r)$ ,  $C_R(r)$  与  $C'(r)$  的不同在于凹点处, 也即  $C_R(r)$  的凹点数大于等于  $C'(r)$  的凹点数, 为了加快计算速度及取得更光滑的变形效果,  $C'(r)$  的剖分多边形的个数应尽量减少, 即剖分个数  $m, n$  应取最小值. 图 4 是对图 2 中的凹多边形进行凸剖分的广义内插效果.

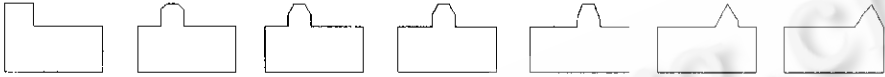


Fig. 4 Generalized morph interpolation result of two polygons which each  $A$  and  $B$  decomposed 2 convex polygons

图4 图2中的  $A$  剖分为2个凸多边形,  $B$  剖分为2个凸多边形的广义形态内插结果

定理 5. 设  $B$  是由  $A$  经平移和比例变换得到, 则  $C'(r)$  表示  $A, B$  之间的线性内插.

证明: 因为  $B$  是经  $A$  平移和比例变换得到, 则  $B$  与  $A$  形状相同, 设  $B = \lambda A + T$ ,  $\lambda$  为比例系数,  $T$  为平移矩阵.

因为  $A, B$  之间没有形状变化, 则  $A, B$  之间为线性内插,  $A, B$  的中间态为

$$I_m(t) = (1-t)A + tB = (1-t + \lambda t)A + tT, \quad t \in [0, 1].$$

由定理 1 可知,  $C'(r)$  与  $A, B$  形状相同, 且

$$\begin{aligned} C'(r) &= \{x+y; x \in rA, y \in (1-r)B\} \\ &= \{x+y; x \in rA, y \in (1-r)\lambda A + (1-r)T\} \\ &= \{z; z \in (r-r\lambda + \lambda)A + (1-r)T\} \\ &= I_m(t), \end{aligned}$$

其中  $t = 1 - r$ . □

由定理 5 可知,  $C'(r)$  包含了  $B$  对  $A$  的平移和比例变换, 但不能描述  $B$  与  $A$  之间的旋转变换. 设  $B$  相对  $A$  有一个旋转角  $\theta$ , 旋转变换矩阵为  $R(\theta)$ , 则  $R(-\theta)B$  表示对  $B$  旋转  $-\theta$  角, 如果给定旋转角  $\theta$ , 则  $A, B$  之间的广义形态内插可分解成多边形的变形和多边形的旋转变换, 用公式表示为

$$C'_{int}(r) = R((1-r)\theta) \left[ \bigcup_{\text{对所有 } i, j \text{ 之间存在映射关系的 } A_i, B_j} \sum rA_i \oplus (1-r)R(-\theta)B_j \right], \quad (7)$$

称  $C'_{int}$  为  $A, B$  广义形态内插形式, 简称内插,  $r \in [0, 1]$ .

### 1.4 广义形态内插能力分析

由于  $C'(r)$  是全局优化匹配, 并且形态算子不是局部算子, 因此  $C'(r)$  不是局部变形, 对于同拓扑结构的多边形变形, 上一节已表明了  $C'(r)$  的变形效果很好. 对于非同拓扑结构的多边形, 我们分情况加以讨论.

由定理 2 可知, 当  $A, B$  都是连通集时,  $C'(r)$  也为连通集, 但当  $A, B$  不都是连通集时,  $C'(r)$  有可能为连通集, 这由形态和算子的膨胀特性来决定.

定理 6<sup>[10]</sup>. 设  $A$  是无孔的连通多边形,  $B$  是有一个孔的连通多边形,  $A$  的最大、最小  $x$  坐标值为  $x_1, x_2, d_x = x_1 - x_2$ ,  $A$  的最大、最小  $y$  坐标为  $y_1, y_2, d_y = y_1 - y_2$ .  $B$  中孔的最大、最小  $x$  坐标为  $h_{x_1}, h_{x_2}, d_{h_x} = h_{x_1} - h_{x_2}$ , 最大、最小  $y$  坐标为  $h_{y_1}, h_{y_2}, d_{h_y} = h_{y_1} - h_{y_2}$ ,  $C(r) = rA \oplus (1-r)B$ . 若  $C(r)$  中出现孔, 令  $r' = \min \left[ \frac{d_{h_x}}{d_{h_x} + d_x}, \frac{d_{h_y}}{d_{h_y} + d_y} \right]$ , 则  $r < r'$ .

定理 6 表明,当  $A$  由无孔变成有孔时,  $C(r)$  不会立即产生孔,而是要经过一段时间之后才会产生孔,这段时间与  $A, B$  的最大宽度及孔的宽度有关,对于变形多边形  $C'(r)$ ,  $x_1, x_2$  对应于两个凸剖分的空隙距离,由于一个凸子多边形只与另一个凸子多边形进行形态和运算,并由定理 2 可知,  $C'(r)$  的孔一定比  $C(r)$  更早出现.

**推论 3.** 当  $A, B$  的凸剖分个数足够多 ( $>4$ ), 凸剖分多边形不全共点且凸剖分多边形的重心不在一条直线上时, 则  $C'(r)$  当  $r \in (0, 1)$  时孔一直存在.

可见,  $C'(r)$  比  $C(r)$  更自然. 凸剖分的个数越多, 孔就会越早出现.

当  $A$  从有孔变到  $B$  无孔, 则有  $C(r)$  无孔时,  $r < \min\left(\frac{d_x}{d_x+d_{h_x}}, \frac{d_y}{d_y-d_{h_y}}\right)$ , 此时,  $d_{h_x}, d_{h_y}$  为  $A$  中孔的最大长和最大宽,  $d_x, d_y$  为  $B$  的凸包的最大长和最大宽. 同理,  $C'(r)$  无孔一定比  $C(r)$  更晚出现, 且当  $A, B$  的凸剖分个数较多 ( $>4$ ), 凸剖分多边形不全共点且凸剖分多边形的重心不在一条直线上时,  $C'(r)$  当  $r \in (0, 1)$  时孔一直存在.

设  $A$  有一孔,  $B$  有一孔, 则  $C(r)$  可先看成为  $A$  有孔变成  $B$  无孔再变成  $B$  有孔,  $C(r)$  孔的变化趋势为孔由大变小, 甚至变无, 再由小变大.  $C'(r)$  的孔会连续由  $A$  中孔的大小变到  $B$  中孔的大小, 中间不会出现无孔的情况. 对于凹多边形, 可看成由凹多边形的凸闭包及孔组成, 由定理的证明过程可知, 凹点的形成过程与孔的形成有类似的性质, 但它与对应的匹配子凸集的局部性质有关. 根据定理 4 和定理 6 可得如下推论.

**推论 4.** 设多边形  $A$  有  $m_1$  个连通域,  $h_1$  个孔,  $B$  有  $m_2$  个连通域,  $h_2$  个孔,  $C'(r)$  是  $A, B$  的极小变形多边形, 当  $r$  从 1 变化到 0 时,  $C'(r)$  的连通域个数的最大值  $\leq \max(m_1, m_2)$ ,  $C'(r)$  的孔数的最大值  $\geq \max(h_1, h_2)$ , 当  $A, B$  是凸多边形时,  $C_R(r)$  的连通域个数从  $m_1$  变到  $m_2$ ,  $C'(r)$  的孔数为 0.

推论 4 中  $C'(r)$  孔数的最大值  $\geq \max(h_1, h_2)$  表明, 当  $A, B$  都是复杂的凹多边形时,  $C'(r)$  的中间态可能会产生孔.

显然,  $C_1(r) = rA \oplus (1-r)B$  与  $C_2(r) = rB \oplus (1-r)A$  不等效, 通常情况下,  $A$  由凹多边形变成凸多边形的视觉效果优于由凸多边形变成凹多边形, 由凸多边形的形态和算法可知, 当  $A, B$  为凸多边形时,  $C_1(r)$  与  $C_2(r)$  等效.  $A, B$  的凸剖分个数越多, 就越能体现  $A, B$  之间内插的细节变化.

## 2 实验结果及应用

图 5 为一个无孔多边形与一个有孔多边形按式 (7) 自动进行广义形态内插的结果,  $B$  相对  $A$  有比例、平移和旋转变换, 内插的形状、大小、位置由计算机自动生成, 从图 5 可见,  $C'_{int}(r)$  很好地体现了内插的过程, 在  $C'_{int}(r)$  中删除内部边, 即得到内插多边形的边界.



Fig. 5 Generalized morph-interpolation result of two polygons. The middle 5 polygons are the results of generalized morph-interpolation, while  $r=5/6, 4/6, 3/6, 2/6, 1/6$ , respectively.

图 5 两个任意多边形进行广义形态内插过程, 中间 5 个图为  $r=5/6, 4/6, 3/6, 2/6, 1/6$  的内插结果

图 6 为两个手写体的“三”字作广义内插的结果, 子凸集匹配关系如图 3(c) 所示.



Fig. 6 Generalized morph-interpolation results of two manuscript of Chinese word "three"

图 6 两个手写体的“三”字作广义内插的结果

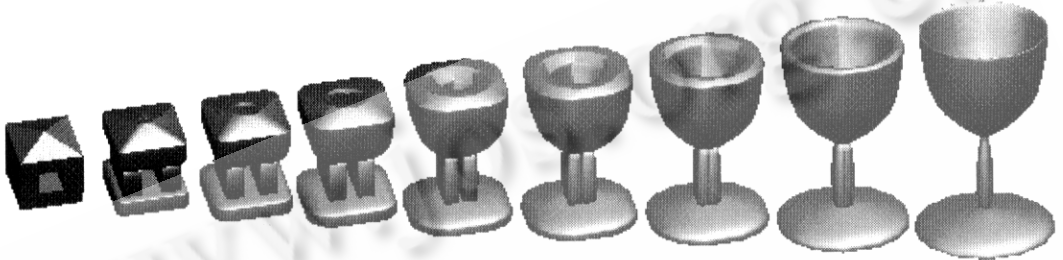


Fig. 7 Metamorphosis sequence of a convex polyhedron with a hole to a goblet, the middle 7 polyhedrons are the results of generalized morph-translation, while  $r=7/8, 6/8, 5/8, 4/8, 3/8, 2/8, 1/8$ , respectively

图 7 凹多面体与酒杯的广义形态内插过程,中间 7 个图为  $r=7/8, 6/8, 5/8, 4/8, 3/8, 2/8, 1/8$  时的结果

图 7 为一个凹多面体连续变形成一个酒杯的过程.凹多面体剖分成 4 个部分,酒杯剖分成上、中、下 3 个部分.

广义形态内插方法较好地描述了非刚体的运动,解决了非同构物体之间的运动与变形,可广泛应用于二维动画的关键内插、汉字的合成、三维物体造型、模型基编码等方面<sup>[11]</sup>,并可推广至三维的非刚体运动及变形.

## References:

- [1] Sederberg, T. W., Parry, R. Free-Form deformation of solid geometric model. *ACM Computer Graphics*, 1986,20(4): 151~160.
- [2] Lamousin, H. J., Waggenspack, W. N. NURBS-Based free-form deformation. *IEEE Transactions on Computer Graphics and Applications*, 1994,14(6):59~65.
- [3] Hsu, W. M., Hughs, J. F., Kanfman, H. Direct manipulation on free - form deformation. *ACM Computer Graphics*, 1992,26(2):177~184.
- [4] Ghosh, P. K. A solution of polygon containment, spatial planning, and other related problems using Minkowski operations. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1990,49(1):1~35.
- [5] Ghosh, P. K. A unified computational framework for Minkowski operations. *Computer and Graphics*, 1993,77(4):357~378.
- [6] Mount, D., Silverman, R. Combinatorial and computational aspects of Minkowski decompositions. *Contemporary Mathematics*, 1991,11(9):107~124.
- [7] Kaul, A., Rossignac, J. Solid-Interpolating deformations: construction and animation of PIPs. *Computer and Graphics*, 1992,16(1):107~115.
- [8] Liu Wen-yu, Wan, Fei, Zhu, Guang-xi. Curve and surface's morphology algorithm and its applications. *Chinese Journal of Computers*, 1999,22(7):708~715 (in Chinese).
- [9] Liu, Wen-yu, Pan, Xiao-ming, Zhu, Guang-xi, et al. The morph of a soft object and the realization of animation. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 1996,24(8):13~16 (in Chinese).

- [10] Liu, Wen-yu, Wan, Fei, Zhu, Guang-xi. A new general optimization method of polygon metamorphosis and its applications. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 1999, 11(2): 129~133 (in Chinese).
- [11] Liu, Wen-yu, Wan, Fei, Zhu, Guang-xi. A novel method of Chinese font composition based on morphology. *Chinese Journal of Computers*, 1999, 22(3): 235~240 (in Chinese).

#### 附中文参考文献:

- [8] 刘文予, 万菲, 朱光喜. 曲线曲面的形态算法及应用, *计算机学报*, 1999, 22(7): 708~715.
- [9] 刘文予, 潘晓明, 朱光喜, 等. 柔性物体变形及动画的实现. *华中科技大学学报*, 1996, 24(8): 13~16.
- [10] 刘文予, 万菲, 朱光喜. 一种全局优化的多边形变形方法及应用. *计算机辅助设计与图形学学报*, 1999, 11(2): 129~133.
- [11] 刘文予, 万菲, 朱光喜. 基于形态学的新的汉字字型生成方法. *计算机学报*, 1999, 22(3): 235~240.

## A Novel Method for Description Nonrigid Body Motion with Generalized Morpho-Interpolation\*

LIU Wen-yu, ZHU Guang-xi

(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China);

(Key Laboratory of Education Ministry for Image Processing and Intelligent Control, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

E-mail: liuwy\_2002@mails1.hust.edu.cn

<http://www.sicimage.hust.edu.cn>

**Abstract:** A generalized morpho-interpolation method for nonrigid body motion is proposed based on morpho-translation. The problem of morpho-interpolation between two nonhomotopy polygons (including concave polygon and holey polygon) is solved by decomposing polygon into several individual convex subpolygons and constructing the matching of two convex subpolygons. It is proved that nonrigid body motion can be divided into the composing of nonrigid body metamorphosis and rigid body rotating. The principle of the morpho-interpolation is also proved and the effects of morpho-interpolation with different convex decomposing are discussed. Experimental results show that this method can get the natural, higher quality metamorphosis sequence with simple computation and can be used in description of nonrigid body motion and automatically interpolation between two keyframes in 2D animation.

**Key words:** morpho-translation; generalized morpho-interpolation; convex decomposing; general optimization; nonrigid body

\* Received September 21, 1999; accepted May 24, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 69973018; the Natural Science Foundation of Hubei Province of China under Grant No. 99J009