

基于自适应神经网络的自由曲面分形生成*

莫灿林, 谭建荣, 张树有

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

E-mail: egi@cmee.zju.edu.cn

http://www.zju.edu.cn

摘要: 通过把自适应线性神经元(adaline)网络与自由曲面的生成原理相结合, 提出了一种生成分形曲面的新方法. 给出了对自由曲面分形的各种分形方法的数学模型, 详细介绍了如何通过设置神经网络可调参数的数值来控制 and 调整分形曲面形状的方法, 实现了在控制神经网络可调参数的情况下, 改变确定自由曲面各型值点的线性组合关系, 生成可预测、可控制和可调整的分形曲面.

关键词: 分形几何; 计算几何; 神经网络; 自由曲面

中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A

由 Mandelbrot 和 Van Ness 提出的分式布朗运动(fractional Brownian motion, 简称 FBM)是描绘自然界随机分形最有用的数学模型之一, 使用该方法, 可以生成较为逼真的、富有想像力的地形、云彩和水波等. 运用分形几何学方法进行随机分形的常用算法有 Wiener 过程、随机中点移位法、双线性插值法、傅里叶滤波法以及谱函数合成法等^[1]. 由于随机分形的种种算法都是通过模拟布朗运动的随机现象来生成分形图形, 因此会使随机分形图形在形态方面变得无法预测, 并且难以实现对分形图形的形态有目的地进行全局控制和局部调整.

目前, 国内外学者已提出了如下一些方法来模拟地形表面: (1) 文献[2]提出了一种新的地形数据表示方法和地形细节生成的模型——基于地性线的地形分形生成; (2) 对于传统几何方法学, 首先使用光滑的曲面来刻画地形的大致形状, 然后用纹理合成技术生成地形表面的丰富细节^[3]; (3) Kelly 用水文数据构造一个流域的网络系统作为地形分布的拓扑结构, 以此设计一张曲面作为地形^[4]; (4) Szelisk 提出受约束的分形模型, 把易控的样条函数和能表现丰富细节的随机分形结合起来^[5]; (5) Koh 提出了形状可控的区域细分法^[6]; (6) 在总结各种地形表面模拟方法的情况下, 首先提出一类几何造型的方法—— p -细分法, 并用生成多项式的代数方法给出其收敛性和光滑性条件以用于地形模拟, 然后提出了地形模拟的细分细化方法^[7]等.

为了更真实地描绘地形图像, 像由文献[2]提出的模型所生成的地形图像, 即克服了由基于全局分形特征的 FBM 分形插值方法而得到的地形所存在的下列缺点: (1) 逼真度难以满足要求; (2) 难以模拟有河流网络的地形; (3) 存在裂缝现象; (4) Gauss 分布的对称性导致地形的对称性等.

文献[8]从水力学方程组出发, 提出了一个基于物理模型的模拟流水和波浪的计算机动画方法, 并总结了各种为模拟更加逼真的流水和波浪图像的方法.

* 收稿日期: 1999-11-09; 修改日期: 2000-01-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69873038); 国家杰出青年科学基金资助项目(69425005); 教育部骨干教师资助项目; 浙江省教育厅科研基金资助项目(20000031)

作者简介: 莫灿林(1963-), 男, 广西梧州人, 博士生, 副教授, 主要研究领域为计算机图形学, CAD, 分形几何; 谭建荣(1941-), 男, 浙江湖州人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算机辅助设计, 图形学; 张树有(1963-), 男, 浙江衢州人, 副教授, 主要研究领域为 CAD&CG, 虚拟现实.

由此可见,人们都在为更加逼真和简便地模拟自然景物而不懈地努力.但是如何才能使分形图形在形状、位置和范围等方面做到可期性和可控制性,克服以往机械式地加入随机因子来生成分形图形而不便于全局协调控制和局部调整分形图形形态的不足之处,并实现分形图形的后期调整,做到分形图形生成的随机性与可控性相结合^[9].

在几何造型中,计算几何往往强调曲线和曲面的连续性和光滑性,并且针对的是“规则”的对象.如果能把“规则”的自由曲面向“不规则”的分形曲面进行转变,对自由曲面进行离散化处理生成分形曲面,就可以直接利用连续、光滑自由曲面的形状特征来把握分形曲面的大致趋势和形态,并通过对型值点的控制来影响分形曲面的形状,使得在交互作用下有目的地进行分形曲面形状的改变成为可能.

本文将应用自适应线性神经网络与自由曲面的生成原理相结合,对自由曲面进行离散化处理,实现自由曲面从“规则”对象向“不规则”对象的转变,生成分形图形.文中着重对自由曲面分形的各种分形方法以及如何控制和调整分形曲面形状的方法作了全面的论述.

1 自由曲面分形的数学模型和神经网络设置方法

由计算几何学方法可知,如果给确定曲线或曲面的每一个型值点的坐标配上适当的调配函数,就可以得到理想的一条曲线或一张曲面^[10].通过改变调配函数的组成形式,就可以得到不同形式和不同性质的曲线或曲面.

设 $P_{ij}(i, j=0, \dots, n)$ 为型值点,给每一型值点配以适当的调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$,则可写出如下形式的自由曲面:

$$P(t, u) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^n P_{ij} f_i(t) f_j(u), \quad t, u \in [0, 1]. \quad (1)$$

由式(1)可知,对于任意给定的 (t, u) 值,曲面 $P(t, u)$ 上都有一个点与之对应,该点是型值点 P_{ij} 的线性组合,组合系数也就是调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 在该 (t, u) 值处的函数值,如果改变所有 (t, u) 处型值点 P_{ij} 的线性组合形式,就可以使自由曲面 $P(t, u)$ 从“规则”对象向“不规则”对象进行转变.

对自由曲面进行离散化处理生成分形曲面的方法如下:

(1) 把变量 (t, u) 看成时间变量,在曲面生成的每一时刻 (t, u) ,对每一个型值点 P_{ij} 除了有相应的调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 以外,再配上适当的权系数 $w_{ij}(t, u)$,此时,在 $w_{ij}(t, u)$ 中,变量 (t, u) 不是权系数的自变量,而只是在时刻 (t, u) 时,经网络学习后所得到的与型值点相对应的权系数;

(2) 应用自适应线性神经网络^[11]对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 进行训练,网络不设阈值调整,采用 LMS (least mean square) 算法调整网络连接权,得到一组权系数 $w_{ij}(t, u)$ 输出;

(3) 首先,给每一型值点 P_{ij} 配上权系数 $w_{ij}(t, u)$ 和调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$,计算出分形点在分形扰动方向上的坐标值;然后,按生成“规则”自由曲面的方法,确定分形点其他方向的坐标值.

由此,给出相应于“规则”自由曲面分形的统一关系式(2),式中 $M_{ij}(t, u)$ 为自由曲面分形调配函数.

$$P(t, u) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^n M_{ij}(t, u) P_{ij}, \quad t, u \in [0, 1]. \quad (2)$$

对于三维空间的“规则”自由曲面,神经网络通过对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 的各种不同组合形式进行训练后,得到一组连接权输出,由连接权的不同组合形式来影响型值点的线性组合关系,从而有各种不同的方式对自由曲面进行离散化处理,生成各种不同形式和不同性质的分形曲面.在通

过对网络可调参数的数值设置,并对可调参数进行各种不同的组合之后,就可得到各种不同的方式而对分形曲面的形态进行控制和调整.下面,我们给出自由曲面分形生成的4种方法的自适应线性神经网络设置,同时,给出相应的分形调配函数 $M_{ij}(t, u)$ 的关系表达式.

(1) 自由曲面分形方法1的神经网络设置

自由曲面分形方法1的神经网络对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 组合起来进行训练,在设置网络时,把 $F(t, u)(f_i(t), f_j(u))$ 作为网络输入向量, $W(t, u)(w_{ij}(t, u))$ 作为网络连接权向量,设 $Y_k(t, u)$ 为实际输出模拟量, $Y_r(t, u)$ 为理想响应值,相应的分形调配函数为关系式(3).此时的网络设置,每一型值点 P_{ij} 都有各自的权系数对应,这将便于对分形曲面的局部形状进行调整.

$$M_{ij}(t, u) = f_i(t) f_j(u) w_{ij}(t, u). \quad (3)$$

(2) 自由曲面分形方法2的神经网络设置

自由曲面分形方法2的神经网络仅对调配函数 $f_i(t)$ 进行训练,在设置网络时,把 $F(t)(f_i(t))$ 作为网络输入向量, $W(t)(w_i(t))$ 作为网络连接权向量,设 $Y_i(t)$ 为实际输出模拟量, $Y_r(t)$ 为理想响应值,相应的分形调配函数为关系式(4).此时,每一权值 $w_i(t)$ 与 $m+1$ 个型值点对应,这对调整分形曲面形状的波形起伏大小比较方便.

$$M_{ij}(t, u) = f_i(t) w_i(t) f_j(u). \quad (4)$$

(3) 自由曲面分形方法3的神经网络设置

在自由曲面分形方法3中,设置两个单层自适应神经网络分别对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 进行训练.在第1个网络中,对调配函数 $f_i(t)$ 训练,网络设置与自由曲面分形方法2的网络设置相同;在第2个网络中,网络对调配函数 $f_j(u)$ 训练,在设置网络时,把 $F(u)(f_j(u))$ 作为网络输入向量, $W(u)(w_j(u))$ 作为网络连接权向量,设 $Y_k(u)$ 为实际输出模拟量, $Y_r(u)$ 为理想响应值,相应的分形调配函数为关系式(5).

$$M_{ij}(t, u) = f_i(t) w_i(t) f_j(u) w_j(u). \quad (5)$$

(4) 自由曲面分形方法4的神经网络设置

在自由曲面分形方法4中,设置两个单层自适应神经网络分别对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 进行训练,网络设置与自由曲面分形方法3相同,相应的分形调配函数为关系式(6).

$$M_{ij}(t, u) = f_i(t) f_j(u) (w_i(t) + w_j(u)). \quad (6)$$

在分形方法3和分形方法4中,由于采用了双神经网络对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 分别训练,形成了网络单独学习,连接权交叉组合影响型值点 P_{ij} 的线性组合形式,这样就增加了网络与网络之间可调参数的组合形式,进一步增加了控制和调整分形曲面的方式.

2 自由曲面分形形态的控制和调整

自适应线性神经网络连接权数值的最终输出与连接权初始值具有较高的敏感性,而网络连接权影响着分形点的线性组合方式,为此,通过对任一时刻 (t, u) 的网络连接权初始值的不同设置,就可以得到各种不同的分形方式.由此可见,网络连接权的初始值和理想响应值将与分形曲面的形态、波形的起伏大小和波动的大小有着紧密的关系,并且决定了分形曲面的性质.

下面就分形方法1生成的分形曲面,网络连接权初始值和理想响应值的取值对分形曲面形态的影响进行详细地分析,而对分形方法2、3、4生成分形曲面的情况则作简要论述.在以后的讨论中,所提到的神经网络连接权的取值均指连接权的初始值,为了对曲面的分形效果有更好的比较基础,我们所给出的图例,将具有相同的型值点,并基于 Bézier 曲面片进行分形,图1中给出了该

Bézier 曲面片和相应的特征多面体.

(1) 分形曲面的基本形态控制

由于在 CAD/CAM 造型时,生成了“规则”自由曲面,对应于所有型值点的调配函数的函数值总和应等于 1,所以,在生成分形曲面的每一时刻 (t, u) ,当取 $w_{ij}(t, u) = \beta \text{random}()$, $\beta = 1. / 32767$, $Y_e(t, u) = 1$. 时,分形曲面的宏观形状与按式(1)生成的“规则”自由曲面的形状相似,这样就把握了分形曲面的大致形状,如图 2 所示.

(2) 分形曲面形状的全局控制和局部调整

由于网络连接权 $w_{ij}(t, u)$ 与型值点 P_{ij} 对应,理想响应值 $Y_e(t, u)$ 与调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$,以及所有连接权 $w_{ij}(t, u)$ 相关,因此,如果控制某一连接权 $w_{ij}(t, u)$ 的初始值,就可以调整分形曲面的局部形状.当 $Y_e(t, u) = \text{const}$ 时,如果改变 $Y_e(t, u)$ 的取值大小,将对分形曲面在分形扰动方向上起到非完全的比例缩放的作用,这是由于网络在自适应学习过程中,权值的调整有着一定的随机性,而网络输入向量 $F(t, u)$ 是固定不变的,权向量将与理想响应值有着一定的比例关系,由式(2)和式(3)即可知 $Y_e(t, u)$ 的取值大小对分形曲面在分形扰动方向上所起的作用.图 3 所示的分形曲面,给定 $w_{21}(t, u) = 8$,其他的连接权初始值 $w_{ij}(t, u) = \beta \text{random}()$, $Y_e(t, u) = 1$.

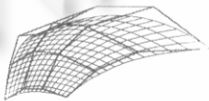


Fig. 1
图 1

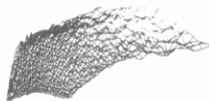


Fig. 2
图 2



Fig. 3
图 3

(3) 分形曲面的波形和波动大小的控制

(I) 如果把分形曲面波形的曲折程度和曲折震荡的幅度理解为分形曲面的表面粗糙度,则当动态地改变 $Y_e(t, u)$ 的数值大小(取 $Y_e(t, u) = \gamma \beta \text{random}()$)时,就可以控制分形曲面的表面粗糙度.如果给定 $w_{11}(t, u) = 15$, $w_{ij}(t, u) = \beta \text{random}()$,当取 $Y_e(t, u) = 0.0$ 时,分形曲面如图 4 所示;当取 $Y_e(t, u) = 0.5 \beta \text{random}()$ 时,分形曲面如图 5 所示.

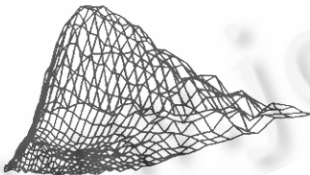


Fig. 4
图 4

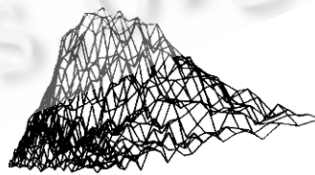


Fig. 5
图 5

(II) 如果取 $w_{ij}(t, u) = \text{const}$, $Y_e(t, u) = \gamma \beta \text{random}()$,就可以在基本保持“规则”自由曲面形状趋势的情况下生成分形曲面,通过调整 γ 值来控制分形曲面波形曲折震荡的幅度.当 $\gamma = 0.0$ 时,分形曲面为自由曲面;当 $|\gamma|$ 的数值不断加大时,分形曲面的波形曲折震荡的幅度将不断加大.如果给定 $w_{ij}(t, u) = 1$, $w_{10}(t, u) = 10$, $Y_e(t, u) = \gamma \beta \text{random}()$,当 $\gamma = 0.0$ 时,分形曲面为 Bézier 曲面通过神经网络训练后所得的变形光滑自由曲面,如图 6 所示;当 $\gamma = 0.55$ 时,分形曲面如图 7 所示.

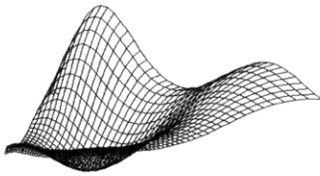


Fig. 6
图 6

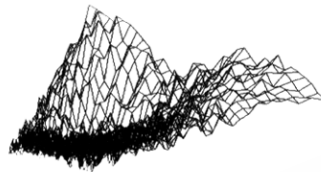


Fig. 7
图 7

(III) 如果取 $Y_e(t, u) = \text{const}$, 控制某一连接权 $w_{kl}(t, u)$ 的初始值, 使 $w_{kl}(t, u) = \gamma \beta \text{random}()$, 而其他连接权初始值 $w_{ij}(t, u) = \text{const}$, 或者把每一时刻 (t, u) 网络连接权的输出值作为时刻 $(t+1, u)$ 网络连接权的初始值, 则通过调整 γ 值, 也可以在基本保持分形曲面形状趋势的情况下, 控制分形曲面波形曲折震荡的幅度. 此时, 对于后一种情况, 如果给定 $w_{ij}(0, 0) = \beta \text{random}()$, $w_{ij}(t+1, u) = w_{ij}(t, u)$, $w_{10}(t, u) = \gamma \beta \text{random}()$, $Y_e(t, u) = 1$, 当 $\gamma = 5.0$ 时, 分形曲面如图 8 所示; 当 $\gamma = 10.0$ 时, 分形曲面如图 9 所示.

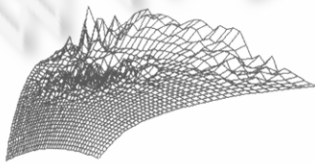


Fig. 8
图 8

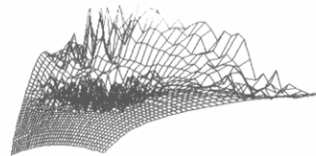


Fig. 9
图 9

分形方法 2~4 的网络可调参数初始值的取值以及可调参数初始值取值的组合形式对生成分形曲面影响的分析与分形方法 1 的思路基本一致, 在此不再赘述. 分形方法 2 较易于控制分形曲面波形的起伏. 在分形方法 3 和分形方法 4 中, 由于采用了两个单层自适应神经网络分别对调配函数 $f_i(t)$ 和 $f_j(u)$ 进行训练, 因此, 大大增加了两个网络之间可调参数初始值设置的组合形式, 也就有了更多的方式对分形曲面的形态进行调整和控制. 分形方法 3 的网络连接权初始值的改变对控制和调整分形曲面形状的敏感性较低, 而在控制和调整分形曲面的粗糙程度方面, 网络理想响应值有较高的敏感性. 分形方法 4 对于全方位地控制和调整分形曲面的形状有着更大的灵活性. 在图 10 中, 给出了由分形方法 3 生成的分形曲面, 其中, 网络可调参数的初始值设置为 $w_i(t) = \beta \text{random}()$, $w_0(t) = -12. \beta \text{random}()$, $Y_e(t) = -0.02$; $w_j(u) = 1$, $w_0(u) = 25.$, $Y_e(u) = 0.2 \beta \text{random}()$. 由图 10 可以看出, 分形方法 3 具有局部分形的特点. 在图 11 中, 给出了由分形方法 4 生成的分形曲面, 其中, 网络可调参数的初始值设置为 $w_i(t) = 0.6i$, $w_1(t) = 12.$, $Y_e(t) = 0.3 \beta \text{random}()$; $w_j(u) = 0.6j$, $w_1(u) = 5.$, $Y_e(u) = 0.1 \beta \text{random}()$.

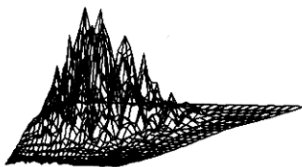


Fig. 10
图 10

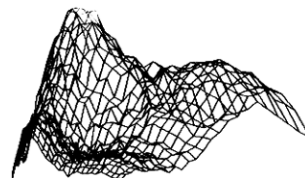


Fig. 11
图 11

3 应用举例

下面分别采用分形方法 1 和分形方法 4,对曲面片进行分形,生成分形图像,图 12 为由分形方法 1 生成的沙漠中带孔洞的沙丘,图 13 为由分形方法 4 生成的层次分明的分形山。

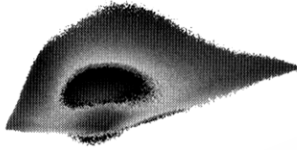


Fig. 12
图 12

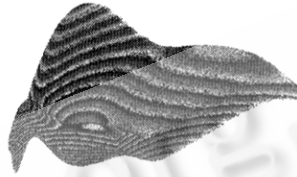


Fig. 13
图 13

4 结 论

(1) 本文以神经网络为桥梁,把计算几何与随机分形结合起来,通过应用自适应线性神经网络对自由曲面进行离散化处理,使“规则”的自由曲面向“不规则”的分形曲面转变,生成非完全随机的分形曲面。在生成分形曲面时,充分利用“规则”自由曲面造型的形状可预测性的特点来把握分形曲面的大致形态和趋势,克服了以往完全随机地生成分形曲面对分形曲面的形态无法预测、无法控制并有目的地调整的不足之处。

(2) 本文所研究的方法,可以通过改变型值点的位置、神经网络可调参数初始值的设置来控制和调整分形曲面的形态,从而对分形曲面的控制和调整增加了很大的灵活性,也便于交互功能的实现。

(3) 本文在生成随机分形曲面时,因为分形点之间没有时间相关性,故无需开设数组来存储分形曲面的有关信息,这样就大大减少了对内存空间的占用,使分形图形得以快速生成。

(4) 本文所研究的方法,适用于各种具有调配函数的“规则”自由曲面进行随机分形。如 Hermite 曲面、Bézier 曲面、B 样条曲面和双线性曲面等。

References:

- [1] Jin, Yi-wen, Lu, Shi-jie. The Principles of Fractal Geometry and Applications. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1998. 129~148 (in Chinese).
- [2] Yan, Fei-xiang, Huang, Bao-hua, Cai, Xuan-ping. Topography rough sketch based generation of topography fractal. In: Tan, Jian-rong eds. Proceedings of the Advanced Manufacture Engineering and Modern Product Information Modeling Technique Senior Study-Class. Beijing: Machine Building Press, 1998. 89~93 (in Chinese).
- [3] Geoffery Y. Gardner. Simulation of natural scenes using textured quadric surface. Computer Graphics, 1984,18(3):11~20.
- [4] Kelly, A. D., Malin, M. C., Nielson, G. M. Terrain simulation using a model of stream erosion. Computer Graphics, 1988,22(4):263~268.
- [5] Szelisk, Terzopoulous. From splines to fractals. Computer Graphics, 1989,23(3):51~60.
- [6] Koh, E. K., Hearn, D. D. Fast generation and surface structing methods for terrain and other natural phenomenon. Computer Graphics Forum, 1992,11(3):169~180.
- [7] Luo, Yan-lin, Wang, Guo-zhao, Peng, Wang-lu. Subdivision scheme of topography simulation. Chinese Journal of Computers, 1999,22(7):743~751 (in Chinese).

- [8] Xu, Ying-qing, Su, Cheng, Li, Hua, *et al.*: Physically based simulating of water currents and waves. Chinese Journal of Computers, 1996,19(Supplement):153~159 (in Chinese).
- [9] Tan, Jian-rong. A technique for random graphics processing and its application. Chinese Journal of Computers, 1991,14(7):542~547 (in Chinese).
- [10] Qi, Dong-xu. Fractal and Computer Generation. Beijing: Science Press, 1994. 105~106 (in Chinese).
- [11] Jiao, Li-cheng. Neural Networks Systems Theory. Xi'an: Xi'an Electron Technology University Press, 1990. 41~42 (in Chinese).

附中文参考文献:

- [1] 金以文,鲁士杰.分形几何原理及应用.杭州:浙江大学出版社,1998.129~148.
- [2] 颜飞翔,黄宝华,蔡宜平.基于地性线的地形分形生成.见:谭建荣编.先进制造工程及现代产品信息建模技术高级研修班论文集.北京:机械工业出版社,1998.89~93.
- [7] 骆岩林,汪国昭,彭璋璋.地形模拟的细分细化方法.计算机学报,1999,22(7):743~751.
- [8] 徐迎庆,苏成,李华,等.基于物理模型的流水及波浪模拟.计算机学报,1996,19(增刊):153~159.
- [9] 谭建荣.一种随机图形生成技术及其应用.计算机学报,1991,14(7):542~547.
- [10] 齐东旭.分形及其计算机生成.北京:科学出版社,1994.105~106.
- [11] 焦李成.神经网络系统理论.西安:西安电子科技大学出版社,1990.41~42.

Adaptive Linear Neural Network Based Fractal Generation of Free Surface*

MO Can-lin, TAN Jian-rong, ZHANG Shu-you

(State Key Laboratory of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

E-mail: egi@cmee.zju.edu.cn

http://www.zju.edu.cn

Abstract: In this paper, a new method of generating fractal surface is presented by combining adaptive linear neural networks with the principle of generating free surface. The mathematical model of various fractal methods on free surface and the methods of controlling and adjusting the fractal surface shape according to different parameters of neural networks are put forward. Thus, the predictable, controllable and adjustable fractal surface can be generated with changing linear combination relation of all control points of the definite free surface.

Key words: fractal geometry; computational geometry; neural network; free surface

* Received November 9, 1999; accepted January 21, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 69873038; the National Science Foundation for Outstanding Young Scientists under Grant No. 69425005; the Chief Teacher Foundation of the Ministry of Education of China; the Scientific Research Foundation of Education Department of Zhejiang Province of China under Grant No. 20000031