

基于模拟退火的最大似然聚类图像分割算法*

张引, 潘云鹤

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027);

(浙江大学 人工智能研究所, 浙江 杭州 310027)

E-mail: yinzh@cs.zju.edu.cn

摘要: 图像分割可视作两类模式分类问题. 将最大似然聚类方法应用于图像分割, 并采用模拟退火技术求解最大似然聚类, 解决了用迭代方法求解最大似然聚类只能得到局部最优解的问题. 获得的图像分割效果优于迭代方法和著名的 Otsu 方法, 且分类误差小于迭代方法.

关键词: 模拟退火; 最大似然聚类; 图像分割

中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A

图像分割是计算机视觉研究中的一个极其重要并且比较困难的任务. 图像分割可定义为^[1,2]:

设 F 为所有像素的集合, $P(\cdot)$ 为连通像素的均匀性度量, 则图像分割是指把 F 分为若干区域子集 (S_1, S_2, \dots, S_n) , 这些区域子集满足以下条件: (1) $\bigcup_{i=1}^n S_i = F$, 且 $S_i \cap S_j = \emptyset, i \neq j$; (2) $P(S_i) = \text{TRUE}, i = 1, 2, \dots, n$; (3) 当 S_i 与 S_j 相邻时, $P(S_i \cup S_j) = \text{FALSE}$.

图像分割的主要目的是从背景中提取目标区域. 因此, 图像分割问题可视作两类模式分类问题, 即把图像样本点(像素点)分为目标和背景两类. 在理想情况下, 目标和背景这两类样本的灰度分布近似服从正态分布 $N_1(M_1, \Sigma_1)$ 和 $N_2(M_2, \Sigma_2)$. 如果我们能从图像样本点的混合分布中估计出目标和背景这两类样本的正态分布参数, 就能解决目标和背景的图像分割问题.

对于将一个混合分布分解成几个正态分布 $N(M_i, \Sigma_i)$ 的组合问题, 已有的两种最有代表性的解决方法是矩方法和 Fukunaga 的基于迭代的最大似然聚类方法^[3]. 矩方法通过分析混合分布的高阶矩(三阶矩或四阶矩)来估计正态分布的参数: 均值 M_i 、协方差 Σ_i 和先验概率 P_i . 但是, 这种方法非常复杂, 而且对于多维模式情况分类效果不佳. 理论上, 采用最大似然聚类方法估计正态分布的参数(均值 M_i 、协方差 Σ_i 和先验概率 P_i)可以得到一个很好的结果, 但是, 用迭代方法解最大似然聚类得到的是局部最优解. 而模拟退火算法对初始解没有依赖性. 由于 Metropolis 准则可以接受恶化解, 使得模拟退火算法具有较好的爬山能力, 能从局部最优的“陷井”中跳出, 有可能达到整体最优解. 所以, 我们考虑采用模拟退火技术来求解最大似然聚类, 估计正态分布的参数, 以期得到更好的图像分割效果.

1 最大似然聚类分析

设 N 个 n 维样本点: $X_j, j = 1, \dots, N$.

假定混合分布 $P(X)$ 由 L 个正态分布组成, 即

* 收稿日期: 1999-07-29; 修改日期: 1999-10-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(698033009)

作者简介: 张引(1970-), 女, 甘肃永登人, 博士, 讲师, 主要研究领域为图形/图像, 智能 CAD, 多媒体信息处理; 潘云鹤(1946-), 男, 浙江杭州人, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 主要研究领域为智能 CAD, 计算机艺术, 人工智能, 形象思维.

$$P(X) = \sum_{i=1}^L P_i \times p_i(X), \quad (1)$$

其中 $p_i(X_j)$ 是均值矢量为 M_i 、协方差矩阵为 Σ_i 的第 i 类样本的第 j 个样本点的条件概率。

采用最大似然方法由 $P(X)$ 估计 M_i 、 Σ_i 和 P_i ，即在 $\sum_{i=1}^L P_i = 1$ 的约束条件下，对 M_i 、 Σ_i 和 P_i 求 $\prod_{j=1}^N P(X_j)$ 最大，以此得到目标函数 J ：

$$J = \sum_{j=1}^N \ln P(X_j) - \mu \left(\sum_{i=1}^L P_i - 1 \right), \quad (2)$$

其中 μ 是使先验概率之和为 1 的最优化约束条件的 Lagrange 系数。

对 J 求微分，解得 $\mu = N$ ，并得到一组可以采用迭代计算的公式。

先验概率：

$$P_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N q_i(X_j), \quad (3)$$

均值矢量：

$$M_i = \frac{1}{P_i N} \sum_{j=1}^N q_i(X_j) X_j, \quad (4)$$

协方差矩阵：

$$\Sigma_i = \frac{1}{P_i N} \sum_{j=1}^N q_i(X_j) X_j^2, \quad (5)$$

其中 $q_i(X_j)$ 为后验概率：

$$q_i(X_j) = \frac{P_i p_i(X_j)}{\sum_{i=1}^L P_i p_i(X_j)}. \quad (6)$$

2 基于模拟退火的最大似然聚类图像分割

我们认为，采用最大似然聚类进行图像分割可以按如下步骤进行：

- (1) 输入图像，将图像像素点的灰度分布视为混合分布；
- (2) 求解最大似然聚类，估计出目标和背景这两类正态分布参数：均值 M_i 、协方差 Σ_i 和先验概率 P_i ；
- (3) 根据两类正态分布参数，利用 Bayes 最小错误概率分类方法，由式(7)计算最佳图像分割阈值 TH ；

$$TH = \frac{M_2 \Sigma_1 - M_1 \Sigma_2}{(\Sigma_1 - \Sigma_2)} \pm \frac{\sqrt{\Sigma_1 \Sigma_2}}{(\Sigma_1 - \Sigma_2)} \left\{ (M_1 - M_2)^2 + 2(\Sigma_1 - \Sigma_2) \ln \frac{P_1 \sqrt{\Sigma_2}}{P_2 \sqrt{\Sigma_1}} \right\}^{1/2}. \quad (7)$$

此时的分割错误概率最小：

$$error = P_2 + \sum_{j=TH+1}^{255} P_1(X_j) + P_1 \sum_{j=0}^{TH} P_2(X_j), \quad (8)$$

一般情况下，求解最大似然聚类采用迭代方法得到的是局部最优解^[3]。我们考虑采用模拟退火技术求解最大似然聚类。模拟退火本质上是对求解空间的部分随机搜索^[4,5]。算法的每一步都随机产生一个新的候选解，如果这个候选解使目标函数减小，则接受概率为 1；否则，按 Metropolis 准

则计算接受概率 P 确定接受该候选解的可能性大小,开始时, t 值较大, Metropolis 准则接受概率 P 趋于 1, 对较差恶化解的接受概率也大; 随着 t 值的降低, Metropolis 准则接受概率 P 减小, 对较差恶化解的接受概率也变小; 最后, 当 t 趋于 0 时, Metropolis 准则接受概率 P 也趋于 0, 就不再接受恶化解. 这就使得模拟退火算法可以从局部最优的“陷阱”中跳出, 有可能达到组合优化问题的整体最优解, 同时又不失算法的通用性和简单性. 在模拟退火算法中, 对温度 T 的每一取值进行的所有迭代过程构成一个 Markov 链. 由于存在丁模拟退火算法中的平稳分布与 Gibbs 正则分布等价, 可以证明, 模拟退火算法以概率 1 渐进收敛于整体最优解集^[5].

我们提出一种基于模拟退火的最大似然聚类图像分割算法 SAS(simulated annealing segmentation), 描述如下:

(1) 确定求解问题的目标函数 $J(q) = \text{Norm}(q) = \|q(n) - q(n-1)\|$; 设置初始温度为 T_{\max} , 终止温度为 T_{\min} , 每一温度上的迭代次数为 I_{\max} .

(2) 令 $i=0$, 初始温度 $T=T_{\max}$, 随机选择初始后验概率 $q^{(0)}$.

(3) 随机产生一个新的候选解 q' , 代入式(3)~(5), 估计出目标和背景两类正态分布参数, 再根据式(6), 由两类正态分布参数估计后验概率 $q^{(i+1)}$.

(4) 计算 $\Delta J = J(q^{(i+1)}) - J(q^{(i)})$.

(5) 计算 $P = \begin{cases} \exp(-\Delta J/T) & \Delta J > 0 \\ 1 & \Delta J \leq 0 \end{cases}$.

(6) 若 $P=1$, 则接收 $q^{(i+1)} = q^{(i+1)'}$; 否则, 产生一个 $[0, 1)$ 区间的均匀分布的随机数 ξ , 若 $P > \xi$, 则接收 $q^{(i+1)} = q^{(i+1)'}$, 否则 $q^{(i+1)} = q^{(i)}$.

(7) 令 $i=i+1$, 若 $i < I_{\max}$, 转第(3)步.

(8) 令 $i=0, q^{(0)} = q^{(I_{\max})}$. 根据温度方案减少 T , 若 $T > T_{\min}$, 转第(3)步; 否则, 转第(9)步.

(9) 根据两类正态分布参数, 利用式(7)计算最佳图像分割阈值 TH .

SAS 算法中有关参数设计如下:

• 初始控制温度 T_{\max} 的选取

要使算法获得高质量的解, T_{\max} 要取足够大. 本文采用设置初始接受率方式确定 T_{\max} :

$$\text{初始接受率 } R_0 = \frac{\Delta J > 0 \text{ 时接受的候选解数目}}{\Delta J > 0 \text{ 时产生的全部候选解数目}} \approx 1.$$

• 控制温度 T 的降温方案

考虑到对实时性的要求, 我们选用一个常用的降温方案:

$$T_{k+1} = \alpha \cdot T_k, k = 0, 1, 2, \dots,$$

其中 α 是一个接近 1 的常数. 这个衰减函数还被 Johnson, Bonomi 以及 Lutton 等许多研究者采用^[6], 他们选用的 α 值是 0.5~0.99. 为加速降温速度, 本文选 $\alpha=0.6$.

• 控制温度终值 T_{\min} 的选取

本文采用设定终止接受率 R_f 的方法确定停止准则. 当前接受率 ($T=T_k$ 时):

$$R_k = \frac{\Delta J_k > 0 \text{ 时接受的候选解数目}}{\Delta J_k > 0 \text{ 时产生的全部候选解数目}}$$

我们在算法中设定终止接受率为 $R_f=0.04$. 当 $R_k < R_f$ 时, 判定算法终止.

• Markov 链长度 L_k 的选取

L_k 是每一控制温度点 T_k 上达到平衡态时需要的迭代次数. 我们选定 $I_{\max}=30$.

3 实验结果

我们将基于模拟退火技术的最大似然聚类图像分割算法——SAS算法与采用迭代方法的最大似然聚类图像分割算法(iterative method for maximum likelihood clustering algorithm to image segmentation,简称IMS)以及著名的图像分割算法——Otsu^[6]算法进行比较实验,实验图像为含有汽车牌照的汽车图像。

表1为迭代方法和模拟退火方法的分类参数实验结果比较,可见,基于模拟退火的方法分类误差比迭代方法的分类误差要小。S. U. Lee和S. Y. Chung认为分类误差是图像分割的一个评价标准^[7]。

Table 1 Comparing SAS with IMS
表1 模拟退火最大似然图像分割算法与迭代方法最大似然图像分割算法的比较

Image No. ①	IMS					SAS				
	P_i	M_i	Σ_i	TH	Classification error ^②	P_i	M_i	Σ_i	TH	Classification error
1	0.481 1	143.332 5	67.307 9	35.903 8	0.022 4	0.502 9	24.932 7	6.352 9	42.982 2	0.016 9
	0.518 9	24.112 4	4.093 1			0.497 1	169.147 9	69.979 4		
2	0.542 5	138.326 3	73.483 1	33.945 8	0.025 6	0.487 5	23.257 7	8.225 5	45.091 6	0.022 0
	0.454 7	21.123 9	4.800 7			0.512 5	165.771 5	72.078 5		
3	0.490 1	154.963 7	67.295 4	72.915 3	0.060 2	0.444 4	53.965 5	12.645 0	85.994 1	0.019 2
	0.509 9	51.386 4	9.129 5			0.555 6	206.430 5	63.555 0		
4	0.218 9	137.398 7	65.226 1	84.685 3	0.151 8	0.238 0	148.982 1	71.356 0	84.715 8	0.141 0
	0.781 1	51.660 8	13.035 8			0.762 0	51.625 0	12.924 4		
5	0.390 3	149.116 8	69.777 7	63.579 3	0.064 5	0.580 0	46.716 1	7.703 4	67.558 3	0.044 0
	0.609 7	46.076 9	6.557 5			0.420 0	175.440 3	73.205 6		
6	0.4803	190.987 0	53.469 9	104.3	0.036 4	0.556 9	240.274 0	27.332 6	158.4	0.001 8
	0.519 7	66.564 7	16.711 2			0.443 1	77.232 6	27.890 2		
7	0.445 5	119.240 9	56.366 3	66.597 8	0.095 6	0.586 1	136.830 5	76.158 1	57.702 7	0.055 4
	0.554 5	48.433 1	7.943 9			0.413 9	45.971 8	4.829 4		
8	0.318 9	135.597 9	66.609 2	74.256 7	0.116 1	0.575 6	51.888 1	12.880 1	87.282 9	0.021 7
	0.681 1	49.808 4	9.823 5			0.424 4	212.223 4	64.881 2		
9	0.481 2	141.404 7	71.311 9	59.251 6	0.058 8	0.449 6	48.605 1	8.630 6	72.212 4	0.016 3
	0.518 8	46.129 2	5.041 0			0.550 4	204.943 0	68.644 2		
10	0.622 7	155.303 5	66.163 1	68.568 0	0.041 5	0.409 4	56.417 1	14.143 5	88.693 4	0.026 8
	0.377 3	51.068 8	7.839 5			0.590 6	196.418 7	62.525 6		

①图像序号,②分类误差。

如图1~3所示,图1~3(a)为汽车原图像;图1~3(b)为著名的Otsu算法图像分割结果;图1~3(c)为迭代方法最大似然聚类图像分割结果;图1~3(d)为基于模拟退火的最大似然聚类图像分割结果。由图1~3中的(b)~(d)可见:Otsu算法的图像分割效果较差,汽车牌照模糊不清;在图2和图3中,用迭代方法进行图像分割以后,虽然牌照区域较完整,但牌照字符模糊,噪声较多,而用SAS算法进行图像分割以后,不但牌照区域完整,而且牌照字符较清晰,图像噪声更少。在汽车牌照定位算法中,需要利用牌照字符的空间频率特性,要求图像分割后得到的汽车二值图像牌照区域完整、字符清晰,能与周围图像背景明显区分。用Otsu算法和迭代方法进行图像分割后,无法保证牌照字符的清晰性,无法进行下一步的牌照定位——从汽车图像中提取牌照区域的坐标。实验表明,基于模拟退火的最大似然聚类图像分割算法——SAS算法能较好地满足这一要求。图1(e)为汽车原图像的直方图,图1(f)为基于模拟退火最大似然聚类方法估计出的两类正态分布。

图 2(g)是拟合的混合分布.从图 2(h)可以看出,拟合的混合分布与原图像的直方图非常贴近.模拟退火求出的两类正态分布参数 $P_1=0.5029, M_1=24.9327, \Sigma_1=6.3529; P_2=0.4971, M_2=169.1479, \Sigma_2=69.9794$; 分割阈值 $TH=42.9822$; SAS 算法的分类误差 $error=0.0169$; 迭代方法的分类误差 $error=0.0224$.

实验表明, SAS 算法具有良好的收敛性. SAS 算法的收敛性与初始后验概率 $q^{(0)}$ 无关, 当 $q^{(0)} \neq [1/2, 1/2]$ 时, 算法快速收敛. 在 MATLAB 5.1 下, 对规格为 512×370 的汽车图像进行处理, 执行时间仅用 10 秒左右 (P133/32 计算机).

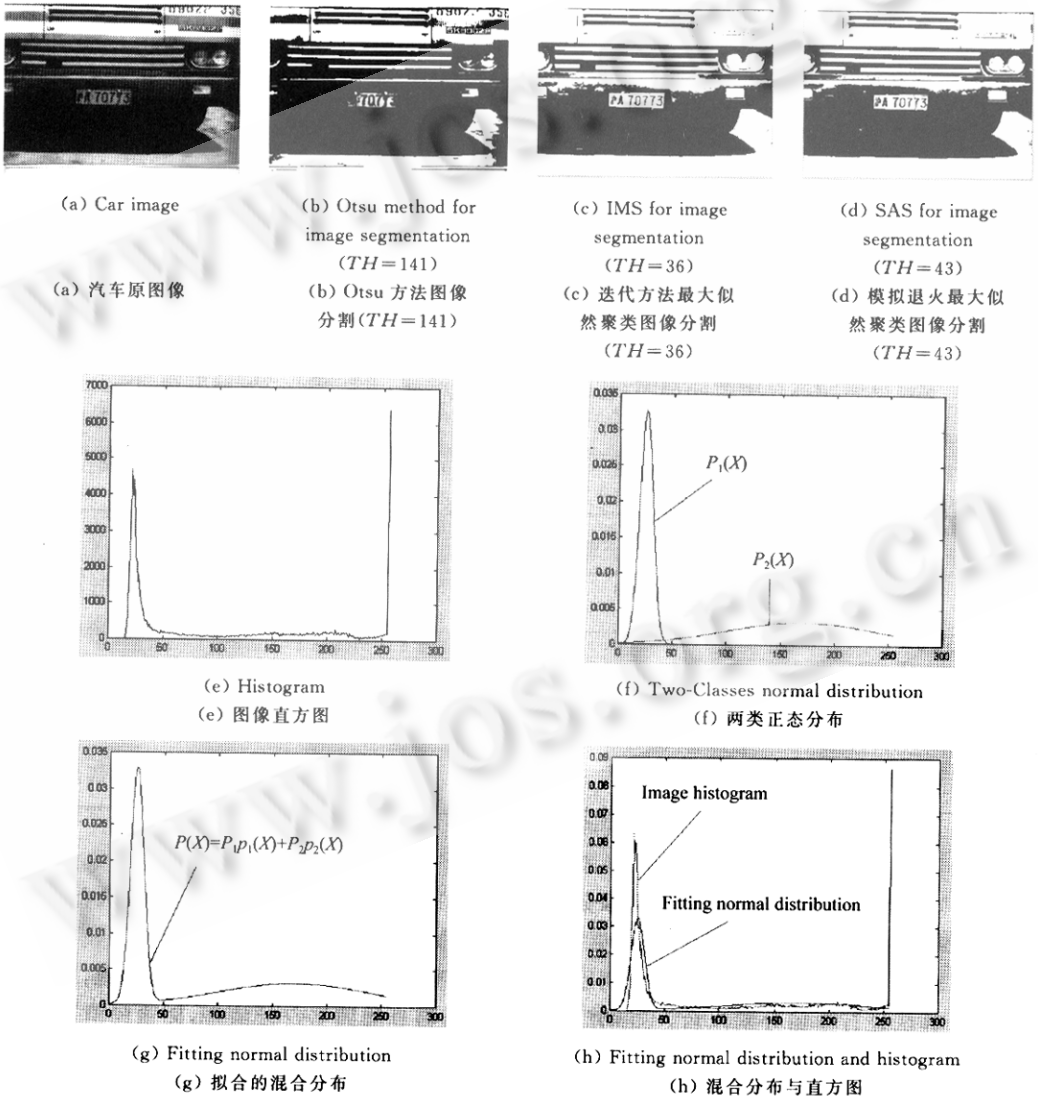


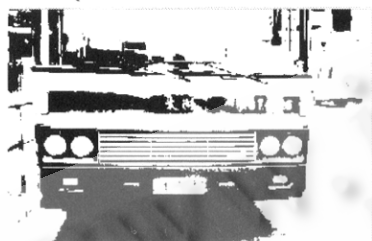
Fig. 1
图 1



(a) Car image
(a) 汽车原图像



(b) Otsu method for image segmentation ($TH=92$)
(b) Otsu 方法图像分割 ($TH=92$)



(c) IMS for image segmentation ($TH=104$)
(c) 迭代方法最大似然聚类图像分割 ($TH=104$)



(d) SAS for image segmentation ($TH=158$)
(d) 模拟退火最大似然聚类图像分割 ($TH=158$)

Fig. 2
图 2



(a) Car image
(a) 汽车原图像



(b) Otsu method for image segmentation ($TH=169$)
(b) Otsu 方法图像分割 ($TH=169$)



(c) IMS for image segmentation ($TH=69$)
(c) 迭代方法最大似然聚类图像分割 ($TH=69$)



(d) SAS for image segmentation ($TH=89$)
(d) 模拟退火最大似然聚类图像分割 ($TH=89$)

Fig. 3
图 3

4 结 论

模拟退火算法与迭代方法等局部搜索算法的本质区别在于,迭代方法实质上是一种梯度下降

方法,仅仅在目标函数下降的方向上运动;而模拟退火算法计算 Metropolis 准则接受概率 P 来确定接受选解的可能性的,除了接受优化解以外,还在一定范围内接受恶化解,在目标函数增加的方向上运动,这就使得模拟退火算法可以从局部最优的“陷阱”中跳出,有可能得到整体最优解。因此,采用模拟退火技术求解最大似然聚类要比迭代方法能取得更好的解。实验表明,采用模拟退火技术求解最大似然聚类的 SAS 算法具有分类误差小、图像分割效果好等特点,解决了用迭代方法求解最大似然聚类只能得到“局部最优解”的问题,获得的图像分割效果优于迭代方法和著名的 Otsu 方法,且分类误差小于用迭代方法解最大似然问题。

由于最大似然聚类算法适用于多模式分类问题,因此,本文的算法可以进一步扩展为多阈值图像分割算法。

致谢 衷心感谢王潮博士给本文提供的极大帮助。

References:

- [1] Pal, N. R., Pal, S. K. A review on image segmentation techniques. *Pattern Recognition*, 1993,26(9):1277~1291.
- [2] Fu, K. S., Mui, J. K. A survey on image segmentation. *Pattern Recognition*, 1981,13(1):3~16.
- [3] Kunaga, Fu K. *Introduction to Statistical Pattern Recognition*. 2nd Edition, Boston: Academic Press, Inc., 1990.
- [4] Tekalp, A. M. *Digital Video Processing*. UK: Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [5] Kang, Li-shan, Xie, Yun, You, Shi-yong, *et al.* *Non-Numerical Parallel Algorithm—Simulated Annealing Algorithm*. Beijing: Science Press, 1997 (in Chinese).
- [6] Otsu, N. A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1979,9(1):62~66.
- [7] Lee, Sang Uk, Chung, Seok Yook. A comparative performance study of several global thresholding techniques for segmentation. *Computer Vision, Graphics, and Image Understanding*, 1990,50(2):171~190.

附中文参考文献:

- [5] 康立山,谢云,尤矢勇,等. *非数值并行算法——模拟退火算法*. 北京:科学出版社,1997.

Simulated Annealing based Maximum Likelihood Clustering Algorithm for Image Segmentation*

ZHANG Yin, PAN Yun-he

(State Key Laboratory of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China),

(Institute of Artificial Intelligence, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

E-mail: yinzh@cs.zju.edu.cn

Abstract: Image segmentation can be regarded as the problem of two-class pattern classification. How to apply the maximum likelihood clustering algorithm to image segmentation is discussed in this paper. Simulated annealing technology is used to solve the problem of maximum likelihood clustering, which avoids the local optimal solution of iterative method. It shows better image segmentation effect than the famous Otsu algorithm and iterative method with less classification error than iterative method.

Key words: simulated annealing; maximum likelihood clustering; image segmentation

* Received July 29, 1999; accepted October 28, 1999

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 69803009