

基于广义相关性的泛类比度和泛逻辑组合规则*

谷晓巍¹, 何华灿¹, 邢春晓²

¹(西北工业大学 计算机科学与工程系, 陕西 西安 710072);

²(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

E-mail: hehuac@nwpu.edu.cn; guxw@263.net; cxxing@263.net

摘要:传统的关于事物间类比关系的研究过于简单化,且缺乏目的性.首先对事物间的类比关系进行了详细分析,既考虑了类比事物间的公共属性,又考虑了它们的冗余属性和冲突属性,并用广义相关性对其进行了解释.然后定义了不同决策原则下的泛类比度,使类比度定义符合不同的决策要求.最后给出了类比推理中的泛逻辑组合运算规则,从而弥补了传统类比推理研究中运算规则固定不变的缺陷.

关键词:泛逻辑学;广义相关性;类比推理;泛类比度

中图法分类号: TP181 **文献标识码:** A

类比推理在人类的思维中占有相当大的比重和相当重要的地位.因此,关于事物之间的类比度和类比推理的研究十分活跃.著名的理论有 Tversky 的基于特征类比度^[1]、Pappis 的逻辑与或类比度、差值类比度^[2]以及后来的 Chen 等人的评分距离类比度^[3]等,但多数研究都有以下的不足:(1)过于简单化,仅考虑事物之间的相同属性,没有考虑事物间的冗余属性和矛盾属性;(2)具有盲目性,没有考虑到人类类比思维的偏向性,影响了理论的实际应用价值;(3)在类比推理中,人们往往假设事物之间是独立的,因而带有很大的主观性.

泛逻辑学^[4,5]的核心思想之一是承认世上万事万物之间存在广义相关性,包括相容关系(相吸或相斥)和相克关系.因此,类比的事物之间也必然存在着某种广义相关关系.

本文从宏观角度对事物间的类比推理和类比度作了详细的讨论,并以广义相关性的观点给出了适用于不同决策原则下的泛类比度定义,提出了一套基于泛类比度的泛逻辑组合运算规则,最后,通过实例计算证明了现实世界中的事物确实遵循着这些泛逻辑规律.

本模型的优势在于:(1)泛类比度更加符合决策需求;(2)使两种属性不精确匹配的客体类比成为可能;(3)首次把类比度和测度相关联应用于不确定性推理.

1 泛类比度和广义相关性

1.1 概述

在早期的研究中,人们为事物之间的类比度 $S(x, y)$ 给出了几条定律^[6]:

设 D 为论域, S 为映射: $D \times D \rightarrow [0, 1]$, $x, y \in D$, 称 $S(x, y)$ 为类比度,如果有

* 收稿日期: 1999-05-17; 修改日期: 1999-10-25

基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(G1999032704); 国家教委博士点基金资助项目(98069923); 陕西省自然科学基金资助项目(98X15)

作者简介: 谷晓巍(1971-),男,黑龙江绥化人,博士生,主要研究领域为非精确性推理,机器学习,网络安全;何华灿(1938-),男,湖北江陵人,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能基础理论,泛逻辑学;邢春晓(1967-),男,河南南阳人,博士生,主要研究领域为多媒体技术.

- (a) 自反律: $S(x, x) = 1$;
 (b) 对称律: $S(x, y) = S(y, x)$;
 不等律: $S(x, z) \geq (\max_y (\min(S(x, y), S(y, z))))$.

上述几条定律在许多情况下不成立. 例如对称律, 说“这个屠夫像个外科医生”和说“这个外科医生像个屠夫”具有完全不同的含义, 而“这只鸡蛋像鹅蛋”和“这只鹅蛋像鸡蛋”有近乎相反的含义; 又如根据不等律, 如果 a 和 b 类似, b 与 c 类似, 则 a 和 c 也比较类似. 但现实中, 由“乒乓球像葡萄一样(圆)”和“葡萄像糖水一样(甜)”, 得不出“乒乓球像糖水一样(甜)”的结论.

从心理学角度解释上述现象的原因是: (1) 人类在说“ x 像 y ”时, 总是 y 比 x 具有更大的显著性特征^[7,8]; (2) 人们在对两个事物进行类比时, 是对它们的某些共同属性感兴趣, 但把其中一个与另外的事物进行类比时, 兴趣中心又常常转移到其他属性上^[9]. 因此, 人类的类比思维通常是有倾向性和目的性的, 应当根据人们的类比目的的不同, 对类比现象进行分类研究. 这一点对于决策支持和不确定性推理更为必要.

1.2 类比问题的基本描述

首先给出类比问题的基本概念.

定义 1. 对任一映射 $W: \Theta \rightarrow Q^+$, Θ 为论域, Q^+ 为非负有理数集合, 称 W 为属性信息量, 如果它满足下列条件:

- C1: 非负性: 对任意 $x \in \Theta$, 有 $W(x) \geq 0$ 且 $W(\emptyset) = 0$;
 C2: 单调性: 对任意 $x \in \Theta$, $W(x)$ 关于集合的势 $\text{Card}(x)$ 是严格单调递增的.
 C3: 可加性: 对任意 $x, y \in \Theta$, 若 $x \cap y = \emptyset$, 则 $W(x \cup y) = W(x) + W(y)$.

定义 2. “-”为差分算子, 称 $S_W(A, B)$ 为关于论域 Θ 上的两个有穷集 A 和 B 的 W -类比度, 如果它满足下列条件:

- C4: $S_W: \Theta \times \Theta \rightarrow Q$;
 C5: $S_W(A, B) = F_W(W(A \cap B), W(B - A), W(A - B))$;
 C6: $S_W(A, B)$ 关于 $W(A \cap B)$ 是严格单调递增的, 关于 $W(B - A)$ 和 $W(A - B)$ 是严格单调递减的.

其中 F_W 为映射: $F_W: (Q^+)^3 \rightarrow Q$. 下面, 在不致混淆的情况下简称 $S_W(A, B)$ 为类比度.

1.3 类比情况的划分

任意两个有穷集 A 和 B , 通常会考虑它们的公共部分和相异部分各有多大, 以便确定它们的类比程度. 在聚类和匹配等场合, 只关心公共部分, A 和 B 的地位相等, 其中任何一个不是另一个的参照物; 在类比推理、机器学习、数据检索等场合, 往往将其中一个作为另一个的基准点. 比如以 A 作基准, 考察 $A \cap B$ 和 $B - A$ 两部分, 以便考察新情况和原情况的匹配程度; 在 OO 技术中, 以 A 作基准, 考察 $A \cap B$ 和 $A - B$ 两部分, 以判定 B 是否为 A 的子类; 在数据检索等领域, 如果没有查找到与 A 完全匹配的记录, 则常查询与 A 差异最小的记录 B ; 在类比推理和决策支持系统中, 不仅会考虑 A, B 的公共部分、差异部分, 还要考虑到比如以 A 为基准, $B - A$ 当中与 A 无关部分的比例和与 A 冲突部分的比例.

1.3.1 客体的比较

两个客体的属性集分别为有穷集 A 和 B , 其中 A 为基准, 称为基准体, B 以 A 为基准进行类比, 称为参照体; 其中, A 与 B 的公共部分由 $A \cap B$ 来确定; 在 B 中, 与 A 相容的部分记作 B_a , 与 A 不相关的部分记作 B_r , 与 A 冲突的部分记作 B_c , 如图 1 所示. 下面从广义相关性的角度分析上述

情况.

定义 3. 给定两个有穷集 A, B , 其中 A 为基准体, B 为参照体, 则 B 关于 A 的:

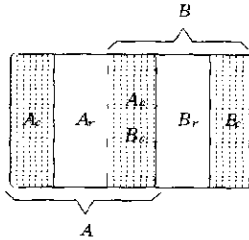


Fig. 1 The relation to analogous sets
图1 类比集合的关系

表现相容系数: $acco_{AB}^{ext} = \frac{W(A \cap B)}{W(A)}$,
 表现冲突系数: $conf_{AB}^{ext} = \frac{W(B_c)}{W(A)}$,
 表现冗余系数: $redu_{AB}^{ext} = \frac{W(B_c)}{W(A)}$,
 差异系数: $diff_{AB}^{ext} = redu_{AB}^{ext} - conf_{AB}^{ext}$,
 相容系数: $acco_{AB} = \frac{W(A \cap B)}{W(A_a \cup A_c)}$,
 冲突系数: $conf_{AB} = \frac{W(B_c)}{W(A_a \cup A_c)}$.

定理 1(相容性熵增特性). 对任意 $A, B, C \in \Theta$, 有

P1: $acco_{AUC, BUC} \geq acco_{AB}$ 且 $conf_{AUC, BUC} \leq conf_{AB}$;

P2: $acco_{AUC, BUC}^{ext} \geq acco_{AB}^{ext}$ 且 $conf_{AUC, BUC}^{ext} \leq conf_{AB}^{ext}$.

证明: P1: ① 令 $C \cap A_c = C'$, $A_c - C' = A'_c$, 并由定义 3 可知, $A_a = A \cap B$, 则

$$\begin{aligned}
 acco_{AUC, BUC} &= \frac{W((A \cup C) \cap (B \cup C))}{W((A \cup C)_a \cup (A \cup C)_c)} - \frac{W((A \cap B) \cup C)}{W(A_a \cup A'_c \cup C)} \\
 &= \frac{W(A \cap B) + W(C - (A \cap B))}{W(A_a \cup A'_c) + W(C - (A_a \cup A'_c))} \geq \frac{W(A \cap B) + W(C - (A_a \cup A'_c))}{W(A_a \cup A'_c) + W(C - (A_a \cup A'_c))} \geq \\
 &= \frac{W(A \cap B)}{W(A_a \cup A'_c)} \geq \frac{W(A \cap B)}{W(A_a \cup A_c)} = acco_{AB}.
 \end{aligned}$$

② 令 $C \cap B_c = C''$, $B_c - C'' = B'_c$, 则

$$\begin{aligned}
 conf_{AUC, BUC} &= \frac{W((B \cup C)_c)}{W((A \cup C)_a \cup (A \cup C)_c)} = \frac{W(B'_c)}{W(A_a \cup A'_c \cup C)} \leq \frac{W(B_c)}{W(A_a \cup A'_c \cup C)} = \\
 &= \frac{W(B_c)}{W(A_a \cup A_c) + W(C - (A_a \cup A_c))} \leq \frac{W(B_c)}{W(A_a \cup A_c)} = conf_{AB}.
 \end{aligned}$$

仿照①和②可证 P2.

推论 1. D1: $redu_{AUC, BUC} \leq redu_{AB}$;

D2: $redu_{AUC, BUC}^{ext} \leq redu_{AB}^{ext}$.

1.3.2 参照类比度 S_{-1W}

定义 4. 对于任意两个有穷集 $A, B \in \Theta$, Θ 为论域, 其中 A 为基准体, B 为参照体, 则 B 关于 A 的参照类比度 S_{-1W} 是映射: $\Theta \times \Theta \rightarrow [0, 1]$, 且

$$S_{-1W}(A, B) = F_{-1W}(acco_{AB}^{ext}, diff_{AB}^{ext}),$$

其中 F_{-1W} 是一个特殊的映射: $(Q^+)^2 \rightarrow [0, 1]$; 它使 S_{-1W} 满足下列条件:

C7: $S_{-1W}(A, B)$ 关于 $acco_{AB}^{ext}$ 是严格单调增的, 关于 $diff_{AB}^{ext}$ 是严格单调减的;

C8: $S_{-1W}(A, B) = 1$, iff $acco_{AB}^{ext} = 1$ 且 $diff_{AB}^{ext} = 0$.

定理 2(关于 S_{-1W} 的性质). A, B, C 为论域 Θ 上的任意有穷子集, 且 $A, B, C \neq \emptyset$, 则

P3: 自反律: $S_{-1W}(A, A) = 1$;

P4: $W(A) = W(B) \Rightarrow S_{-1W}(A, B) = S_{-1W}(B, A)$;

P5: 熵增律: $S_{-1W}(A \cup C, B \cup C) \geq S_{-1W}(A, B)$.

证明:P3可由 S_{-1W} 的定义直接得出:

$$P4: \text{由 } W(A)=W(B) \Rightarrow \text{acco}_{AB}^{\text{ext}} = \frac{W(A \cap B)}{W(A)} = \frac{W(A \cap B)}{W(B)} = \text{acco}_{AB}^{\text{ext}}, \text{ 而}$$

$$\text{diff}_{AB}^{\text{ext}} = \text{redu}_{AB}^{\text{ext}} - \text{conf}_{AB}^{\text{ext}} = \frac{W(B_c) + W(B_c)}{W(A)} = \frac{W(B - B_c)}{W(A)} =$$

$$\frac{W(A - A_c)}{W(B)} = \frac{W(A_c) + W(A)}{W(B)} = \text{diff}_{BA}^{\text{ext}},$$

则由定义4可知, $S_{-1W}(A, B) = S_{-1W}(B, A)$.

P5: 由P2和D2可知, $\text{acco}_{A \cup B, B \cup C}^{\text{ext}} \geq \text{acco}_{AB}^{\text{ext}}$, 而由 $\text{conf}_{A \cup C, B \cup C}^{\text{ext}} \leq \text{conf}_{AB}^{\text{ext}}$ 及 $\text{redu}_{A \cup B, B \cup C}^{\text{ext}} \leq \text{redu}_{AB}^{\text{ext}} \Rightarrow \text{diff}_{A \cup B, B \cup C}^{\text{ext}} \leq \text{diff}_{AB}^{\text{ext}}$, 根据定义C7, 必有 $S_{-1W}(A \cup C, B \cup C) \geq S_{-1W}(A, B)$.

下述公式未必成立:

- i) $S_{-1W}(A \cap C, B \cap C) \leq S_{-1W}(A, B)$. 反例: 令 $C \in A \cap B$, 则 $S_{-1W}(A \cap C, B \cap C) = 1 \geq S_{-1W}(A, B)$;
- ii) $S_{-1W}(A \cap C, B \cap C) \geq S_{-1W}(A, B)$. 反例: 令 $A \cap C = \emptyset$, 则 $S_{-1W}(A \cap C, B \cap C) = 0 \leq S_{-1W}(A, B)$.

1.3.3 相对类比度 S_{-2W}

以上所讨论的都是只考虑 A, B 之间的共同部分和差异部分, 在具有决策性目的场合, 还经常需要考虑参照体和基准体是否有冲突, 至于与考察目的无关的 $\text{redu}_{AB}^{\text{ext}}$ 部分, 则抛弃不用.

定义5. 论域 Θ 上的任意两个有穷子集 A, B , 其中 A 为基准体, B 为参照体, 则 B 关于 A 的相对类比度 S_{-2W} 是映射: $\Theta \times \Theta \rightarrow [0, 1]$, 且

$$S_{-2W}(A, B) = F_{-2W}(\text{acco}_{AB}, \text{conf}_{AB}),$$

其中 F_{-2W} 是一个特殊的映射: $(Q^+)^2 \rightarrow [0, 1]$; 它使 S_{-2W} 满足下列条件:

C9: $S_{-2W}(A, B)$ 关于 acco_{AB} 是严格单调增的, 关于 conf_{AB} 是严格单调减的;

C10: $S_{-2W}(A, B) = 1$, iff $\text{acco}_{AB} = 1$ 且 $\text{conf}_{AB} = 0$.

定理3(关于 S_{-2W} 的性质). A, B, C 为论域 Θ 上的任意有穷子集, 且 $A, B, C \neq \emptyset$, 则

P6: 自反律: $S_{-2W}(A, A) = 1$;

P7: 嫡增律: $S_{-2W}(A \cup C, B \cup C) \geq S_{-2W}(A, B)$;

P8: 消解律: 对任意 $A, B \in \Theta$, 如果 F_{-2W} 是满射, 必 $\exists \omega \in Q^+$, 使得: 或者 $S_{-2W}(A, B) = F_{-2W}(\omega, 0)$, 或者 $S_{-2W}(A, B) = F_{-2W}(0, \omega)$ 成立.

证明: P6, P7 可仿照 P3, P5 的证明得证.

P8: 对任意 $A, B \in \Theta$, $S_{-2W}(A, B)$ 有两种情况: 或者 A, B 相容性占主导地位, $S_{-2W}(A, B) = \tau > 0.5$, 则因为 F_{-2W} 是满射的, 必可在 Q^+ 中找到 τ 的原像点 ω , 使 $S_{-2W}(A, B) = F_{-2W}(\omega, 0)$ 成立; 特别地, 当 $S_{-2W}(A, B) = 0.5$ 时, $S_{-2W}(A, B) = F_{-2W}(0, 0)$; 或者 A, B 冲突性占主导地位, 同理可证 $S_{-2W}(A, B) < 0.5$ 的情况.

P8 说明了在客体进行类比时, 相容性和冲突性相互系伤的特性.

S_{-2W} 类比度很接近于日常生活中的类比情况, 当我们在对事物的有关属性进行类比选择时, 常常忽略很多无关信息, 如: 寻找一名英语程度好的人, 若基准体 $A = \{\text{英语程度好}\}$, 参照体 $B = \{\text{英语程度好, 擅长运动}\}$, 参照体 $C = \{\text{英语程度好, 爱吃菠菜}\}$, 则选择 B 或 C 对于上述决策准则是一样的.

1.3.4 等位类比度 S_{-3W}

定义 6. 论域 Θ 上的任意两个有穷子集为 A, B , 则 A, B 的等位类比度 $S_{-3W}(A, B)$ 是映射: $\Theta \times \Theta \rightarrow [0, 1]$, 且

$$S_{-3W}(A, B) = F_{-3W} \left\{ \frac{W(A \cap B)}{W((A \cap B) \cup A_c \cup B_c)} \right\},$$

其中 F_{-3W} 是一个特殊的映射: $Q^+ \rightarrow [0, 1]$; 它使 S_{-3W} 满足下列条件:

C11: 增减性: $S_{-3W}(A, B)$ 关于 $\frac{W(A \cap B)}{W((A \cap B) \cup A_c \cup B_c)}$ 是严格单调增的;

C12: $S_{-3W}(A, B) = 1$, iff $W(A \cap B) = W((A \cap B) \cup A_c \cup B_c)$;

C13: $S_{-3W}(A, B) = 0$, iff $A \cap B = \emptyset$ 且 $A_c \cup B_c \neq \emptyset$.

定理 4(关于 S_{-3W} 的性质). A, B 为论域 Θ 上的有穷集, 且 $A, B \neq \emptyset$, 则

P9: 自反性: $S(A, A) = 1$;

P10: 对称性: $S(A, B) = S(B, A)$.

P9, P10 易根据下面的定义 8 得证.

S_{-3W} 类比度是在类比两个事物 A, B 时, 无所侧重, A, B 均处在同等地位考虑, 这种类比方法在目前的类比推理系统中最常见.

1.3.5 相克度 S_{-4W}

定义 7. 论域 Θ 上的任意两个有穷子集 A, B , 则 A, B 的相克度 S_{-4W} 是映射: $\Theta \times \Theta \rightarrow [0, 1]$, 且

$$S_{-4W}(A, B) = F_{-4W}(conf_{AB}, conf_{BA}),$$

其中 F_{-4W} 是一个特殊的映射: $(Q^+)^2 \rightarrow Q^+$; 它使 S_{-4W} 满足下列条件:

C14: 增减性: $S_{-4W}(A, B)$ 关于 $conf_{AB}, conf_{BA}$ 是严格单调增的;

C15: $S_{-4W}(A, B) = 0$ iff $A = B$.

1.4 泛类比度和广义相关

我们所定义的相容系数 $acco_{AB}$ 、冲突系数 $conf_{AB}$ 与泛逻辑^[4,5]中的泛逻辑相关系数 p 、相克系数 k 有密切的联系, 而表现冗余系数 $redu_{AB}^{ext}$ 是对类比中细节的必要描述. 当

$acco_{AB} = 1$ 且 $conf_{AB} = 0$ 时, A, B 最大相关, $p = 1$;

$acco_{AB} = 0, redu_{AB}^{ext} \neq 0, conf_{AB} = 0$ 时, A, B 最小相关且最小相克, $p = 0, k = 0$;

$acco_{AB} = 0, conf_{AB} \geq 1$ 时, A, B 最大相克, $k = 1$.

而当 $W(A \cap B) = W(B_c)$ 时, $acco_{AB} = conf_{AB}$, 此时 A, B 的相容性、相克性互相抵消, 效果与最小相关或最小相克是相同的. 这些都说明类比度同样与 p, k 有密切的联系.

2 建立在泛类比度基础上的推理框架

经常会遇到一些关于测度组合的问题, 例如: (1) 事件 A 发生的概率是 p , 事件 B 发生的概率是 q , 则 A, B 同时发生的概率, 发生 A 或 B 之一的概率? (2) 证据合成问题, 证据 A 的可信度为 p , 证据 B 的可信度为 q , 则 A, B 同为真的可能性和其中至少有一个为真的可能性是多少? 诸如此类的问题经常在非精确推理、决策、控制系统中出现, 但以往人们处理此类问题一般都过于简单化, 比如对于问题(2), 往往只用一种相关准则来处理^[10]:

$$Prob(A \text{ AND } B) = \min(Prob(A), Prob(B)),$$

$$Prob(A \text{ OR } B) = \max(Prob(A), Prob(B)).$$

如果 A, B 符合最大相关准则, 则这种处理方法是准确的, 但在其他情况下, 采用这种方法就显得有些武断.

有了以上基于广义相关的类比问题的深入讨论作基础, 就可以将泛逻辑理论很好地应用于具有相关问题的测度组合场合. 这里, 限于篇幅, 我们仅给出一个基本的相关问题的泛逻辑测度组合框架和定义, 用以说明, 在现实世界、人类思维中, 泛逻辑现象是大量存在的.

2.1 基本原理

定义 8. 论域 D 上的泛逻辑算子“ \wedge^* ”、“ \vee^* ”、“ \neg^* ”分别称作泛与算子、泛或算子和泛非算子, 其中“ \wedge^* ”、“ \vee^* ”均为二元含参算子, “ \neg^* ”为一元含参算子.

有关泛逻辑算子的详细定义和性质参见文献[4, 5].

定义 9. 论域 Θ 上满足闭包性质的算子“AND”、“OR”均为二元含参算子, 它们分别相当于人类语义中的“与”、“或”的概念, 且均具有倾向性, 并且对任意 $A, B \in \Theta$, “AND”、“OR”满足:

$$C16: A \text{ AND } B \Leftrightarrow A \text{ “与” } B;$$

$$C17: A \text{ OR } B \Leftrightarrow A \text{ “或” } B.$$

定义 10. 论域 Θ 上的任意两个有穷集 A, B , 它们的同种属性的测度分别为 p, q , 且 p, q 均为标量, $p, q \in Q^+$, 则称从 $V_1 = \langle \Theta, \underset{S}{\text{AND}}, \underset{S}{\text{OR}}, \underset{conf}{\sim} \rangle$ 到 $V_2 = \langle Q^+, \underset{S}{\wedge^*}, \underset{S}{\vee^*}, \underset{conf}{\neg^*} \rangle$ 的同态 Ψ 为论域 Θ 的泛逻辑度量, 其中 $S, conf$ 均为参量, iff Ψ 满足下列条件:

$$C18: \Psi(A) = p, \Psi(B) = q;$$

$$C19: \Psi(A \text{ AND } B) = p \underset{S_{AB}}{\wedge^*} q;$$

$$C20: \Psi(A \text{ OR } B) = p \underset{S_{AB}}{\vee^*} q;$$

$$C21: \Psi(\underset{conf \sim A, A}{\sim} A) = \underset{conf \sim A, A}{\neg^*} p.$$

其中 S_{AB} 为 A, B 的某种类比度, $conf \sim A, A$ 为 A 关于 $\sim A$ 的冲突系数.

2.2 实例与分析

例 1: 无冲突的对称的与或运算情况.

年龄问题: 张三(A)的年龄为 30 岁的可能性为 $a=0.8$, 李四(B)的年龄为 30 岁的可能性为 $b=0.4$, 情况(1)张、李在年龄上的相似度为 0.8. (2)张、李在年龄上的相似度为 0.2. (3)张、李在年龄上的相似度为 0. 求这几种情况下, 张、李同时为 30 岁及张、李中至少有一人为 30 岁的可能性.

上述情况符合等位类比度 S_{-3W} 的定义. 在这里, 由定义 10, 对任意 $x \in \Theta, \Psi(x) = Prob(x)$, $Prob(A) = a, Prob(B) = b$, 根据文献[4, 5]所定义的概念, 令

泛逻辑相容系数 $p_{AB} = S_{-3W}(A, B)$, 广义相关系数 $h = \frac{1+p_{AB}}{2}, n = \frac{3}{8} \left(\frac{2h-1}{h(1-h)} \right) - 1$,
 $a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\wedge^*} b = \max((a^{-n} + b^{-n} - 1)^{-\frac{1}{n}}, 0), a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\vee^*} b = 1 - \max(((1-a)^{-n} + (1-b)^{-n} - 1)^{-\frac{1}{n}}, 0)$,
 根据上述公式计算可得:

$$\textcircled{1} a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\wedge^*} b = 0.3869, a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\vee^*} b = 0.8044;$$

$$\textcircled{2} a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\wedge^*} b = 0.2546, a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\vee^*} b = 0.9925;$$

$$\textcircled{3} a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\wedge^*} b = 0.2000, a \underset{S_{-3W(A,B)}}{\vee^*} b = 1.000.$$

上述计算的结果表明:

(1) 测度的组合运算结果与事物之间的类比度有很大关系,这与文献[10]等所提出的理论是大相径庭的.

(2) 泛“与”运算的结果随着类比度的增加而增加,且最多不超过 $\min(a, b)$. 这说明越是类似的事物所拥有的共同属性的可能性越大;也说明在类似的背景、情况中也容易发生同样的事情. 当张、李二人年龄类比度较小时,说明他们年龄相差大些,比如说张三年轻些,李四年老些. 当类比度下降时,如果他们中一人为 30 岁,则另外一人的年龄就要尽量与之相斥,则他们同为 30 岁的可能性就会下降. 当他们年龄类比度较大时,其年龄相差较小,他们同为 30 岁的可能性就比较大.

(3) 泛“或”运算结果随着类比度的减少而增加. 这说明两事物差异越大(类比度越小),则它们合起来所覆盖的信息量越大,其共同覆盖的信息量最小也不小于其中的大者;当它们完全不类似(类比度=0)时,其覆盖的信息量在这一方面近乎全部. 张、李二人年龄类比度越小,他们合起来所覆盖的年龄段越宽,则他们中有人为 30 岁的可能性越大.

上面的结果都从一个侧面反映了在泛逻辑运算中蕴涵着现实中的哲理.

3 结束语

讨论类比事物之间存在的广义相关关系,以及应用泛逻辑和类比度对它们的某种“指标”进行组合,具有非常现实的意义. 事实上,类比事物间存在的泛逻辑关系还相当复杂,比如事物之间的属性并不相等但却近似的情况;又比如属性具有不确定性的情况等等. 对于这些,我们将另外作专门的讨论.

References:

- [1] Tversky, A. Features of similarity. *Psychology Review*, 1977,84(5):327~352.
- [2] Pappis, C., Karacapilidis, N. A comparative assessment of measures similarity of fuzzy values. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993,56(2):171~174.
- [3] Chen, S.M. Measures of similarity between vague sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 1995,74(3):217~223.
- [4] He, Hua-can, Liu, Yong-huai, He, Da-qing. The generalized logic in experience thinking. *Science in China (Series E)*, 1996,26(1):72~78 (in Chinese).
- [5] He, Hua-can, Liu, Yong-huai, Wei, Bao-gang, et al. Studies on generalized implication operation and generalized series reasoning operation. *Journal of Software*, 1998,9(6):469~473 (in Chinese).
- [6] Zadeh, L. Z. Similarity relations and fuzzy ordering. *Information Science*, 1971,3(3):177~200.
- [7] Medin, D. L., Golstone, R. L., Gentner, D. Respects for similarity. *Psychology Review*, 1993,100(3):254~278.
- [8] Ashby, F. G., Perrin, N. A. Toward a unified theory of similarity and recognition. *Psychology Review*, 1988,95(2):124~150.
- [9] Markman, A. B. Constraints on analogical inference. *Cognitive Science*, 1997,21(4):373~418.
- [10] Zadeh, L. A. Fuzzy sets as a basis for theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1978,1(1):3~28.

附中文参考文献:

- [4] 何华灿,刘永怀,何大庆. 经验性思维中的泛逻辑. *中国科学(E 辑)*,1996,26(1):72~78.
- [5] 何华灿,刘永怀,魏宝刚,等. 泛“蕴含”运算和泛“串行推理”运算研究. *软件学报*,1998,9(6):469~473.

The Extensive Similitude and Generalized Logic Combination Rules Based on the Extensive Pertinence

GU Xiao-wei¹, HE Hua-can¹, XING Chun-xiao²

¹(Department of Computer Science and Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China);

²(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

E-mail: hehuac@nwpu.edu.cn; guxw@253.net; cxxing@263.net

Received May 17, 1999; accepted October 25, 1999

Abstract: Traditional researches on the similitude between entities are excessively simplified and lack of intent. In this paper, firstly a detailed analysis on the analogical relationship between entities is made, which concerns about not only the common attributes, but also the redundant and conflicting attributes of analogical entities, and it is explained from the point of view of extensive pertinence. Secondly different extensive similitudes are defined based on different decision-making principles, which coincide with different demands in decision-making circumstance. Finally a set of generalized logical operator combination rules in analogical reasoning is proposed, therefore this proposal remedies the limitation of invariable operation rule in conventional analogical reasoning.

Key words: generalized logic; extensive pertinence; analogical reasoning; extensive similitude