

基于隐函数插值的连续多分辨率模型*

曹卫群 鲍虎军 彭群生 胡敏

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

E-mail: {caowq,bao.peng,humin}@cad.zju.edu.cn

摘要 提出了一种基于变分隐函数插值的连续多分辨率模型生成算法,通过递归地删除网格模型中的边得到连续的简化模型.算法采用变分隐函数插值的方法对网格模型分区域插值,生成原始模型的区域插值隐函数曲面,并以对应隐函数曲面上的采样点作为边折叠的目标点.算法建立了可调加权控制函数来控制边的简化顺序.在模型简化过程中,可通过交互调节控制函数的权值执行不同的简化原则,使得重要度低的边优先删除.此外,通过建立独立集,避免了模型的局部过度简化.实验结果表明,此算法能实现较理想的简化效果.

关键词 多分辨率模型, 网格简化, 控制函数, 隐函数.

中国法分类号 TP391

多分辨率模型是一种对场景中景物的多层次表示方法.它通过建立原始场景模型的多个近似简化模型,表示原始模型不同程度的细节.应用多分辨率模型技术,系统在实时绘制的过程中,可对离视点较远的、视觉重要度较低的场景部分选用简化的模型,从而减少系统所需绘制的面片数目,达到实时显示的目的.多分辨率的思想最早是由 Clark 在 1976 年提出的^[1].进入 90 年代以后,多分辨率模型作为一种有效的提高绘制速度的方法,受到越来越多的关注.

根据面片数目的变化趋势,多分辨率模型算法可分为细化算法和简化算法两类.其中,细化方法通过递归地向原始模型的最相近似模型 M^0 中插入一点或多点,不断添加细节,获得不同分辨率的近似模型^[2~4].而简化方法则刚好相反,它通过删除模型中的几何元素,去掉重要度较低的模型细节而生成低分辨率的简化模型.简化过程中删除几何元素的方式包括顶点聚合、区域合并、顶点删除、边删除、三角形删除等.基于顶点聚合算法的简化操作不依赖于模型的拓扑信息(邻接关系),而只与几何信息(顶点坐标)有关.它通过空间划分把模型中的顶点分成顶点簇,然后把同簇内的点聚合成为一点^[5,6].基于区域合并的算法是根据共面准则合并网格模型的表面区域实现模型简化^[7~9].基于顶点删除的算法则通过删除满足误差标准的顶点,并对由此产生的空洞进行三角剖分生成简化的模型^[10~13].基于边删除和三角形删除的算法分别通过删除满足误差条件的边(或点对)和三角形实现对模型的简化^[3,14,15].显然,基于顶点、边、三角形删除的算法均为增量式算法,通过递归地删除几何元素来实现对模型的简化.

在增量式多分辨率模型算法中,模型中几何元素的简化顺序及简化后点的分布是影响简化效果的非常重要的两个方面.

在现有的算法中,简化后的模型顶点通常为原模型上点的子集.简化过程中生成的新点简单地采用位于原始模型边上的点或沿用原模型的顶点. Turk^[2]和 Garland^[14]分别根据模型表面的曲率和二次误差值的大小对新点的位置进行了一定的优化.采用以上方法定义新点的位置,虽然能在不同程度上保持原模型的形状特征,但都

* 本文研究得到国家自然科学基金(No. 69823003)、国家杰出青年基金(No. 69925204)和高等学校骨干教师基金资助.作者曹卫群,女,1972年生,博士生,主要研究领域为虚拟现实,计算机辅助设计.鲍虎军,1966年生,博士,教授,主要研究领域为计算机动画,虚拟现实.彭群生,1947年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形,虚拟现实,科学计算可视化,计算机辅助设计.胡敏,女,1965年生,工程师,主要研究领域为计算机辅助设计,计算机图形学.

本文通讯联系人:彭群生,杭州 310027,浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室

本文 2000-02-28 收到原稿,2000-05-10 收到修改稿

不可避免地会导致模型的单调收缩,从而产生越来越大的 Hausdorff 距离。

众所周知,场景本身通常是由曲面所组成,但目前应用非常广泛的网格模型则是曲面模型离散化、线性化的结果。因此,以网格模型对应曲面上的采样点作为简化模型上的新点,显然可以减小简化模型与原始模型之间的误差^[16]。Cao 基于插值分割造型方法提出了通过插值确定简化新点位置的思想^[16],以相邻顶点位置的加权平均作为边折叠的目标点,使简化模型更贴近原始模型,提高了简化质量。由于网格模型插值分割的极限模型为原始模型的插值曲面模型,所以这种算法实际上模拟了原始模型所对应的插值曲面模型的重新采样。然而,分割插值所依据的模型上相邻顶点的位置本身在简化过程中是变化的,因此,在简化过程中依然存在累积误差的问题。针对这种情况,本文提出了基于隐函数插值的方法。此算法在执行简化之前,利用变分插值的方法求得原始模型的插值隐函数曲面;在简化过程中,通过对该曲面的重新采样得到简化模型。

此外,对于几何元素的简化顺序,现存的算法通常采用统一的控制原则。这种一贯制的简化控制方法并不符合简化过程的特点。对不同简化程度场景模型的进一步简化,需要侧重不同的方面。文献^[16]提出了可调权值的控制函数,在模型简化的不同阶段采用交互设定控制函数的权值。本文沿用了文献^[16]的可调权值的控制函数,并对简化过程进行了优化,提出了加权和函数控制的基于隐函数插值的增量式多分辨率模型,取得了良好的效果。

1 三角形网格模型的变分插值曲面

我们把三角形网格模型恢复成曲面,实际上是希望找到经过给定插值点的代数曲面,以便在模型简化过程中计算新点的位置。其中,如何建立满足给定点集插值约束的代数曲面是最受关注的研究方向。一般来说,不可能实现对所有已知点的插值,因此,研究人员通常致力于建立误差最小的插值函数。此外,用很多分离的代数曲面片缝合成曲面模型是这一领域的另一研究热点^[17]。这种方法可以方便地控制对散乱点集的插值,但它同时存在面片边界的光滑连结难题。

本文借鉴了变分隐函数曲面^[18]插值网格模型各顶点。

1.1 变分隐函数曲面

为方便起见,我们首先介绍变分隐函数曲线在 2D 空间的表达式——变分隐函数曲线,用以说明变分隐函数曲面的基本思想。如图 1 所示,曲线由 4 个 0 值点约束(由小空心圆标识)和一个正值点(由加号标识)约束来定义。把各约束点的位置及取值作为约束条件,可求得光滑的 2D 插值函数。所得曲线内部函数值为正,外部为负。在求取插值函数的过程中,采用变分技术使所生成的函数平均曲率最小,这种方法也被称作薄板插值。与 2D 情况类似,我们可以通过定义 3D 空间点作为 0 值约束,并在曲面内部的一个或多个点处定义正约束,然后用变分插值技术在 3D 空间生成标量函数。该函数所有 0 值点的集合即为变分隐函数曲面。



Fig. 1 Curve defined by variational implicit function

图1 变分隐函数曲线

1.2 薄板插值

设在二维情况下,已知 k 个 xy 平面上的约束点 $\{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ 以及各点处的高度值 $\{h_1, h_2, \dots, h_k\}$, 我们可以用薄板插值的方法建立通过各约束点的光滑曲面。实际上,可以把这一曲面看作是满足

$$f(C_i) = h_i, (1 \leq i \leq k) \quad (1)$$

的标量函数 $f(x)$ 。显然,函数 $f(x)$ 有多解。如果我们用能量 E 对“光滑”予以特殊的定义,则可得到唯一解——点的薄板插值。能量函数

$$E = \int_{\Omega} \alpha f_{xx}^2(P) + 2f_{xy}^2(P) + f_{yy}^2(P) \quad (2)$$

表示定义域 Ω 内曲面 $f(x)$ 的平均曲率。曲面上的皱折会导致能量值 E 升高,因此,不存在高曲率区域的光顺曲

面会有较小的能量值.薄板插值就是建立一个满足所有给定约束条件并使 E 最小,即曲面平均曲率最小的函数 $f(x)$.这里,曲率最小成为插值曲面的附加约束.求解这一约束的方法是变量积分.因此,薄板技术也被称作变分技术.

1.3 放射基函数(Radial Basis Function)

我们可以采用多种数值方法来求解上述薄板插值函数.其中最为常用的有限元以及有限差分技术是把定义域分割成一系列小的单元,并在单元内定义局部基函数,函数 $f(x)$ 则被定义为这些基函数的线性组合.有限元和有限差分技术可以用于解决很多领域的问题,并已被广泛应用于高度场插值以及变形模型^[19],但其离散性会导致曲面的变形.以约束点为中心的放射基函数是求解薄板插值函数的另一种方法.放射基因其具有关于一点中心对称的性质,已被广泛应用于求解插值函数,我们可以通过适当地选取放射基函数使其能自动求解微分方程并满足各基函数中心点的约束.在二维情况下,求解式(2)可以采用如下的放射基函数:

$$\varphi(x) = |x|^2 \log |x|. \tag{3}$$

该函数通常作为薄板放射基函数.在三维情况下,放射基函数为

$$\varphi(x) = |x|^3. \tag{4}$$

选用适当的放射基函数 $\varphi(x)$,我们可以把由 k 个约束 $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ 定义的插值函数表示为

$$f(x) = \sum_{j=1}^k d_j \varphi(x - v_j) + P(x), \tag{5}$$

其中 $d_j (j=1, 2, \dots, k)$ 为权值; $P(x)$ 为一次多项式,是函数 $f(x)$ 的线性及常数部分.求解上式中满足约束条件的权值 $\{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ 及一次多项式 $P(x)$ 的系数 $\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$,可得到经过所有插值点且使能量 E (式(2))最小的函数.显然,权值的数量取决于约束条件的数量.

求解权值 d_i 需要满足插值约束:

$$h_i = f(v_i), \quad i = 1, 2, \dots, k. \tag{6}$$

将式(6)带入式(5)可得

$$h_i = f(v_i) = \sum_{j=1}^k d_j \varphi(v_i - v_j) + P(v_i), \quad i = 1, 2, \dots, k. \tag{7}$$

上式为关于未知数权值 $d_j (j=1, 2, \dots, k)$ 以及 $P(x)$ 的 4 个系数 $\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$ 的一次方程组,可以表达为线性系统.对于 3D 空间插值,令 $v_i = (v_i^x, v_i^y, v_i^z), \Phi_{ij} = \Phi(v_i - v_j)$, 则该线性系统为

$$\begin{bmatrix}
 \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1k} & 1 & v_1^x & v_1^y & v_1^z \\
 \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2k} & 1 & v_2^x & v_2^y & v_2^z \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \varphi_{k1} & \varphi_{k2} & \dots & \varphi_{kk} & 1 & v_k^x & v_k^y & v_k^z \\
 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 v_1^x & v_1^x & \dots & v_1^x & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 v_1^y & v_1^y & \dots & v_1^y & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 v_1^z & v_1^z & \dots & v_1^z & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 d_1 \\
 d_2 \\
 \vdots \\
 d_k \\
 p_0 \\
 p_1 \\
 p_2 \\
 p_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 h_1 \\
 h_2 \\
 \vdots \\
 h_k \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

可以证明,式(8)中的矩阵为对称半正定.因此,其中的 $d_j (j=1, 2, \dots, k)$ 和 $p_i (i=0, 1, 2, 3)$ 存在唯一解^[20],并可用数值方法求解.

1.4 生成变分隐函数曲面

生成变分隐函数曲面,除了定义 0 值约束(边界约束)之外,还需要定义正值约束.本文生成变分隐函数曲面的目的在于插值一个给定的多边形网格模型 S .而网格模型本身包含丰富的几何信息,如各顶点位置矢量以及各顶点的法向等.设网格模型的顶点 P_i 处函数值为 0,网格模型在顶点 P_i 处的法向为 N_i ,定义点 $P_i + hN_i$ 处(h 为一个小负值,如 -0.01)的函数值为正值作为法向约束.显然,法向约束反映了正值点的信息.这样生成包含 m 个顶点的网格模型 S 的变分隐函数插值曲面的约束条件即为

$$f(C_i) = h_i = \begin{cases} 0, & \text{当 } C_i = P_i \\ h, & \text{当 } C_i = P_i + hN_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

由上述约束条件,可通过求解式(8)得到满足约束条件的 3D 空间标量函数 $f(P)$ ($P \in R^3$)——变分隐函数曲面。

由于采用了使曲面平均曲率最小的放射基函数,变分隐函数曲面可以严格地插值给定的散乱点集,且表面较为光滑,适用于描述任意拓扑曲面。

2 基于变分隐函数插值的连续多分辨率模型

本文提出的基于变分隐函数插值的连续多分辨率模型是一种基于边删除操作的模型简化算法,算法以原始网格模型为初始模型,通过递归地执行边删除操作得到原始模型的简化模型。在执行简化操作之前,首先用变分插值技术生成原始网格模型的变分隐函数曲面,在执行简化的过程中,通过对曲面的采样求得边折叠的目标点。

其中,生成网格模型的变分隐函数插值曲面是通过数值方法求解式(8)得到的,矩阵的维数只与插值顶点的数目 m 有关,为 $2 \times m + 4$ 。求解方程所需计算量为 $O(m^3)$,当模型复杂度提高时,计算量增长很快。当然,也可以采用计算效率更高的方法求解方程来提高计算速度,但随着约束的增多,会使矩阵的条件数增大,从而导致求解过程的不稳定。因此,我们提出了基于局部区域插值的方法,首先分割原始模型,然后在各独立的局部区域内求解网格模型的变分隐函数插值曲面。实验结果表明,该方法可以有效地提高计算速度。

2.1 隐函数插值的局部网格模型

一种比较方便的局部区域变分插值方法,就是在网格模型上各条边的相关区域内(即以边 e 的一个或两个端点为顶点的所有三角面片所组成的网格模型上相连通的区域,如图 2 所示,表示为 $Neighbour(e)$)进行插值,并通过对该插值曲面的采样确定这条边的折叠目标点。这种方法比较简单,容易实现。但是,大量的小曲面片的拼合显然会损害变分隐函数曲面的光滑等良好的性质。同时,曲面的生成依赖于模型上的顶点的位置矢量以及法向,由于执行边删除简化操作后需重新计算相关边所对应的插值曲面,所以会导致插值曲面片与原始模型所对应曲面模型的相关性大大降低,进而丧失对边折叠目标点计算的可参考性。

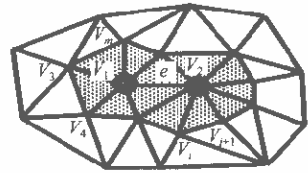


Fig. 2 Affected region of edge (V_1, V_2)
图2 边 (V_1, V_2) 的相关区域

因此,我们选择基于高斯球面网格对网格模型进行分割^[9]生成局部插值区域的策略,在减小算法计算复杂度的同时,在一定程度上保持了网格模型所对应曲面模型的完整性。并且,区域插值曲面在模型简化过程中保持不变,不会因简化而产生累积误差,使其上的采样点对边折叠目标点计算的可参考性恒定在最高值。我们注意到,位于区域边界的边同时对两个以上的区域插值曲面,这些曲面之间不存在连续性约束,区域插值曲面的简单拼合会导致折痕出现。因此,我们对位于区域边界的边采取单独建立边局部区域的插值曲面的方法。

2.2 算法步骤

首先,基于高斯球面网格,分割网格模型成插值区域^[9],并用变分插值的方法对区域内的模型顶点插值生成分区域的变分插值曲面。对位于区域边界的边,建立边局部区域的插值曲面。在简化过程中,通过对这些插值曲面的采样求得边折叠的目标点,即

- (1) 分割网格模型,建立网格模型分片插值区域。
- (2) 生成各插值区域的变分插值曲面。对于区域边界边,单独计算边相关区域(如图 2 所示)的插值曲面。
- (3) 建立待删除边集合。
- (4) 通过采样相应的变分插值曲面计算待删除边集合内各边所对应新点的位置,并求取该边的简化误差。
- (5) 根据简化误差对待删除边集合内的边排序,建立队列。误差值最小的边列于队首。
- (6) 从待删除边的队列中取出位于队首的边,将其从网格中删除,用步骤(4)计算所得新点代替该边。
- (7) 若相关边为区域边界边,重新计算边所对应的插值函数;否则,转步骤(8)。

(8) 重新计算相关边所对应的新点的简化误差,调整其在队列中的位置.

(9) 当模型简化到一定的程度时,交互调整简化控制函数的 3 个分量的权值,重新计算待简化边队列中各边的折叠误差,执行步骤(5);否则,转步骤(10).

(10) 递归执行步骤(6)~(9),直到简化至用户定义的面片数,或达到给定的简化误差阈值为止.

为避免局部区域的过度简化,我们采用设定独立集的方法.即对一条边 e 进行简化,生成新点 V ,冻结所有含有顶点 V 的三角形的边.则在简化过程中,从待删除边队列中所取的边为队列中第 1 个未被冻结的边.当简化队列中所剩边均被冻结时,再将这些边同时解冻,继续进行简化操作.

在简化过程中,算法沿用文献[16]的可调加权控制函数(见附录)估计简化误差,在此不作赘述.

2.3 新点计算

本文通过对边所对应的插值曲面的采样,求取该边删除操作的折叠目标点.我们当然可以通过一些复杂的优化方法求得插值曲面在局部区域内的最优采样点,但优化算法需要较多的计算时间.另一方面,由于变分隐函数曲面具有光滑的性质,我们可以利用一些简单的策略对曲面采样,取得近似优化的结果.

设待简化边为 V_1V_2 , $M=(V_1+V_2)/2$ 为其中点;边相关区域内(如图 2 所示)的点 $\{V_1, V_2, V_3, V_4, \dots, V_k\}$ 的平均位置点 $C = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k V_i$. 通过将点 M 或 C 沿法矢量 N 向相关插值曲面上投影的方法进行采样,并作为边的折叠目标点.其中,点 M 的投影法向取为边 V_1V_2 相邻面片的平均法向;点 C 的投影方向取为边相关区域内所有面片的法向的平均值.

我们采用二分法计算投影点的坐标.即为求经过给定点 V ,沿给定方向 N 的直线与隐函数曲面 $f(x)$ 的交点.采用二分法可以很方便地求解这一问题:

① 令 $M_0=M$;

② 以 M_0 为原点,沿 N^* 移动步长 l ,得 M_1 ,其中 $N^* = \begin{cases} N, & f(M) > 0 \\ -N, & f(M) < 0 \end{cases}$

③ 若 $f(M_1)=0$,则 M_1 为所求交点,结束计算;若 $f(M_1)$ 的符号与 $f(M_0)$ 相同,则令 $M_0=M_1$,执行步骤②;若 $f(M_1)$ 的符号与 $f(M_0)$ 相反,则表明交点在点 M_1 及 M_0 之间,执行步骤④;

④ 令 $P_0=M_0, P_1=M_1$;

⑤ 若 $|P_0-P_1| \leq \epsilon$ (ϵ 为所定义阈值),则取 $(P_0+P_1)/2$ 为交点,结束计算;否则,执行步骤⑥;

⑥ 令 $P=(P_0+P_1)/2$.若 $f(P)=0$,则点 P 为所求交点,结束计算;若 $f(P)$ 与 $f(P_0)$ 符号相同,则令 $P_0=P$;若与 $f(P_1)$ 符号相同,则令 $P_1=P$;执行步骤⑤.

2.4 对简化算法的优化

本文提出的是一种基于边删除的模型简化算法.在算法执行的过程中,由于每进行一次简化操作都要重新计算影响区域内各边的简化控制函数、调整这些边在队列中的位置.显然,不同简化操作的影响区域可能存在交集(如图 3 所示),因而会对交集内的边进行多次计算.如图 3 所示,若对图中的边 (P_0, P_1) 执行折叠,新点为 P^* ,则需要重新计算影响区域内的边 $(P^* P_j)$ ($j=2, 3, \dots, n$) 的折叠目标点及简化误差,并把它们冻结,其中包括边 $(P^* V_1), (P^* A), (P^* B)$.假设边 (V_0, V_1) 的折叠操作在该简化操作之后执行,新点为 V^* .

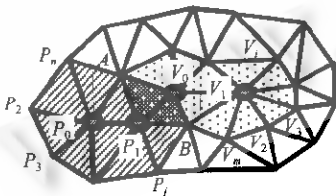


Fig. 3 Affected regions of edge (P_0, P_1) and (V_0, V_1) respectively
图3 边 (P_0, P_1) 和 (V_0, V_1) 的影响区域

同样地,算法对该简化操作影响区域内的边 $(V^* V_i)$ ($i=2, 3, \dots, m$) 的折叠目标点及简化误差进行计算,并把这些边冻结,其中边 $(P^* V_1), (P^* A), (P^* B)$ 与前一简化操作所冻结的边相同.由以上分析可以看出,算法对冻结的边 $(P^* V_1), (P^* A), (P^* B)$ 的折叠目标点及误差进行了多次计算.

为了消除这种算法上的冗余,我们对算法进行了优化.前面提到,本文提出的多分辨率模型算法采用了独立集,以避免局部区域的过度简化.可以看出,每执行一次简化操作,其影响区域内的边都会被冻结.若在被解冻之

前不再参加简化,就不会对其他边简化操作的排序产生影响.因此,执行简化操作之后,我们可以不立即处理简化操作影响区域内的边,而直接对队列中下一个保持活跃状态的边进行简化.然后,在解冻边的时候重新计算它们的控制函数值,并进行排序.以下是经优化的算法步骤:

- (1) 分割网格模型,建立网格模型分片插值区域,生成各插值区域的变分插值曲面.对于区域边界边,单独计算该边的相关区域的插值曲面;
 - (2) 建立待删除边集合;
 - (3) 通过采样相应的变分插值曲面,计算待删除边集合内各边所对应新点的位置,并求取该边的简化误差;
 - (4) 根据简化误差对待删除边集合内的边排序,建立队列.误差值最小的边列于队首;
 - (5) 从待删除队列中取出队首边.将其从网格中删除,以在步骤(3)中计算所得的点作为新点,并将该边影响区域内的边冻结;
 - (6) 当模型简化到一定的程度时,交互调整简化控制函数的3个分量的权值,重新计算待简化边队列中各边的折叠误差(对处于冻结状态的边需重新计算对应目标点,再计算折叠误差),并解冻,执行步骤(4);否则,转步骤(7);
 - (7) 若队列中所有的边都处于冻结状态,则将队列中的边解冻,重新计算边所对应的目标点以及简化误差,并对它们进行排序、建立队列,误差值最小的列于队首;
 - (8) 递归执行步骤(5)~(7),直到简化至用户定义的面片数,或达到给定的简化误差阈值为止.
- 经过优化的算法避免了执行过程中的重复计算,执行效率得到了改善.

3 实验结果

我们已在 Pentium350 上用 C++ 语言实现了上述算法,并对牛、犀牛、球面等多组网格数据进行了检测.实验结果表明,用该算法所生成的简化模型可以很好地保持原始模型的几何特征,并且维持较小的 Hausdorff 误差.

图 4 和图 5 为本算法的部分实验结果.在图 4 中,(a)为犀牛的原始网格模型,有 5 094 个面片、2 555 个顶点;(b)为原始模型的顶点数简化至 25%后的模型,由 1 262 个面片、639 个顶点组成;(c)、(d)分别为(a)、(b)所示模型的面表示.图 5 为牛的多分辨率模型.其中(a)为牛的原始模型,包含 3 107 个顶点、6 208 个面片.(b)~(f)均为(a)的简化模型,其细节层次依次降低,分别简化了原始模型的 50%,75%,88%,94%,98.5%.表 1 为对应于图 5 中牛模型的不同分辨率模型的 Hausdorff 误差.由于采用了对原始模型的插值隐函数曲面重新采样的方法进行模型简化生成多分辨率模型,本算法取得了较好的简化效果.由图可见,即使高度简化的模型也能较好地保持的原模型的形状及几何特征.

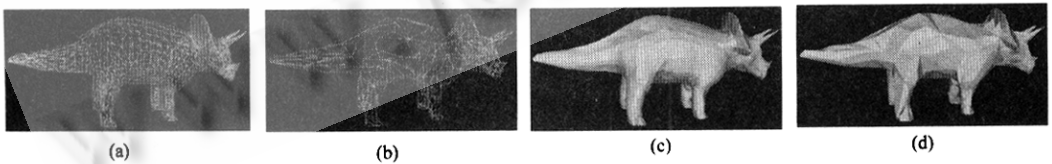


Fig. 4 The rhinoceros' multiresolution models

图 4 犀牛的多分辨率模型

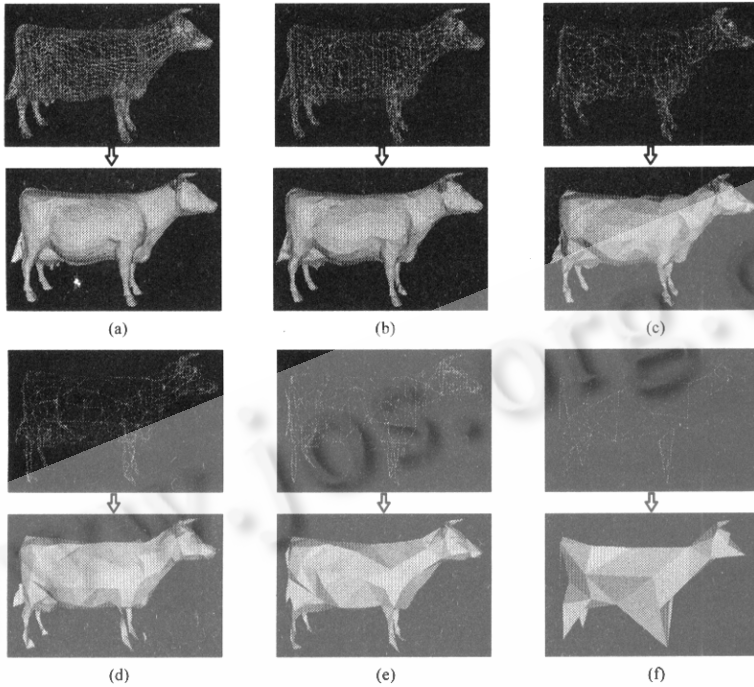


Fig. 5 The cow's multiresolution models

图 5 牛的多分辨率模型

Table 1 The Hausdorff error E_{max} of the cow's multiresolution models (Errors are measured as the percentages of the cow's dataset bounding box diagonal)

表 1 牛的多分辨率模型 Hausdorff 误差 E_{max} (模型 Hausdorff 误差与模型包围盒对角线的百分比)

Model (degree of simplifying) ^①	Facets number ^②	Vertices number ^③	E_{max}
Fig. 5(a)	6 208	3 107	0
Fig. 5(b) (50%)	3 102	1 554	0.630 411
Fig. 5(c) (25%)	1 548	777	1.763 023
Fig. 5(d) (12%)	774	390	2.735 106
Fig. 5(e) (6%)	390	198	3.264 701
Fig. 5(f) (1.5%)	88	46	10.36 134

①绘制模型(简化程度),②面片数,③顶点数.

4 小 结

本文提出了一种基于隐函数插值的多分辨率模型生成算法. 考虑到目前应用十分普遍的网格模型实际上是曲面模型离散化、线性化的结果, 我们在对网格模型进行简化之前, 首先生成网格模型的插值隐函数曲面. 在简化的过程中, 以该表面上的采样点作为边删除后的新点, 从而有效地减小了简化所带来的 Hausdorff 误差. 由于该算法始终取原始网格模型所生成的隐函数插值曲面作为简化过程中计算新点位置的依据, 从而避免了累积误差, 使简化网格能更好地保持原始模型的形状特征.

参考文献

1 Clark J H. Hierarchical geometric models for visible surface algorithm. Communications of the ACM, 1976,19(10):547~554

- 2 Turk G. Re-Tiling polygonal surfaces. *Computer Graphics*, 1992,26(2):55~64
- 3 Hoppe H. Progressive meshes. In: Rushmeier H ed. *Proceedings of the SIGGRAPH'96*. New Orleans; ACM Press, 1996. 99~108
- 4 Liu Xue-hui. Research on multiple levels of detail generating for 3D complex objects used in virtual reality [Ph. D. Thesis]. Institute of Software, The Chinese Academy of Sciences, 1998
(刘学慧. 虚拟现实三维复杂几何形体的层次细节模型的研究[博士学位论文]. 中国科学院软件研究所, 1998)
- 5 Rossignac J, Borrel P. Multi-Resolution 3D approximation for rendering complex scenes. In: Falcidieno B, Kunii T eds. *Proceedings of Geometric Modeling in Computer Graphics*. New York: Springer-Verlag, 1993. 455~465
- 6 Luebke D, Erikson C. View-Dependent simplification of arbitrary polygonal environments. In: Whitted T ed. *Proceedings of the SIGGRAPH'97*. New York: ACM Press, 1997. 199~208
- 7 Kalvin A D, Taylor R H. Superfaces: polygonal mesh simplification with bounded error. *IEEE Transactions on Computer Graphics and Application*, 1996,16(3):64~77
- 8 Hinker P, Hansen C. Geometric optimization. In: Rosenblum L J ed. *Proceedings of Visualization'93*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1993. 189~195
- 9 Cao Wei-qun, Bao Hu-jun, Peng Qun-sheng. A level of detail modeling by merging near-coplanar faces based on Gauss sphere. *Journal of Software*, to be published
(曹卫群, 鲍虎军, 彭群生. 基于高斯球的近似共面合并多层次细节模型. 软件学报, 待发表)
- 10 Schroeder W J, Zarge J A, Lorensen W E. Decimation of triangle meshes. *Computer Graphics (SIGGRAPH'92 Proceeding)*, 1992,26(2):65~70
- 11 Kobbelt L, Campagna S, Seidel H P. A general framework for mesh decimation. In: Mackenzie S, Stewart J eds. *Proceedings of Graphics Interface'98*. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1998. 43~50
- 12 Zhou Xiao-yun, Liu Shen-quan. Polyhedral model simplification method based on feature angle criterion. *Chinese Journal of Computers*, 1996,19(supplement):217~223
(周晓云, 刘慎权. 基于特征角准则的多面体模型简化方法. 计算机学报, 1996,19(增刊):217~223)
- 13 Li Jie, Tang Ze-sheng. A real-time multiresolution modeling algorithm for 3D complex objects. *Chinese Journal of Computers*, 1998,21(6):481~491
(李捷, 唐泽圣. 三维复杂模型的实时连续多分辨率绘制. 计算机学报, 1998,21(6):481~491)
- 14 Michael Garland, Heckbert P S. Surface simplification using quadric error metrics. In: Whitted T ed. *Proceedings of the SIGGRAPH'97*. New York: ACM Press, 1997. 209~216
- 15 Hamann B. A data reduction scheme for triangulated surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, 1994,11(2):197~214
- 16 Cao Wei-qun, Liu Xin-guo, Bao Hu-jun, Peng Qun-sheng. Subdivision interpolation based continuous multiresolution modeling. *Journal of Software*, to be published
(曹卫群, 刘新国, 鲍虎军, 彭群生. 基于分割插值的连续多分辨率模型. 软件学报, 待发表)
- 17 Bloomenthal J. *Introduction to Implicit Surfaces*. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1997
- 18 Turk G, O'Brien J F. Variational implicit surfaces. Tech Report, GIT-GVU-99-15, Georgia Institute of Technology, 1999
- 19 Celniker G, Gossard D. Deformable curve and surface finite-elements for free-form shape design. *Computer Graphics (SIGGRAPH'91 Proceedings)*, 1991,25(4):257~266
- 20 Golub G H, Van Loan C F. *Matrix Computations*. Baltimore, MA: John Hopkins University Press, 1996

附录 可调加权控制函数

我们以反映模型不同局部几何性质的参数的加权平均作为控制函数, 指导模型的简化顺序, 使控制函数值小的边得到优先删除. 其中, 二面角误差和三角形形状系数误差两项反映模型局部曲率和局部变形程度; 用简化边的边长和二面角误差两项来对模型的局部近似误差进行控制. 这样, 控制函数 $F(e)$ 即为简化前后三角形转动

的二面角 $D(t_i) (t_i \in Neighbour(V)^*)$ 、简化边的长度 $L(e)$ 、简化边邻接三角形的形状系数 $S(e)$ 这 3 个方面的加权平均:

$$F(e) = C_d \max_{t_i \in Neighbour(v)} (D(t_i)) + C_s S(e) + C_l L(e),$$

其中 v 表示边 e 简化后生成的新点; $S(e)$ 则为简化边 e 的邻接三角形的最大形状系数:

$$S(e) = \max_{t_i \in Container(e)} Roundness(t_i).$$

我们将边 e 的邻接三角形的形状系数定义为边 e 与另外两边中较长者 (L_{max}) 之间的长度之比 (L_e/L_{max}).

这里,用二面角误差可以使模型的特征边特征点很好地得到保持; $S(e)$ 使狭长三角形优先删除; $L(e)$ 则把边长引为简化操作的依据. C_d, C_s, C_l 这 3 个权值可根据模型的具体情况以及简化结果的要求来定义. 在模型的初始简化阶段,我们可以通过定义较大的 C_d 来使较平坦区域的边首先得到简化,保持模型的形状特征,甚至小尺寸细节;当模型简化到一定程度时,尽管相邻面片二面角允差已达到较大值,但如果 C_d 维持较大值,面片法向变化剧烈区域的小尺寸细节仍被保持,从而导致细节分布不均匀现象的产生. 算法这时对 3 个分量的权值进行调整,降低 C_d 的值,同时提高 C_s, C_l 的取值,用经调整的控制函数重新计算各待简化边的控制误差,并依该值对简化队列中的边重新排序. 新的简化队列使较小尺寸的细节得以优先简化,而保持模型整体形状,实现远视距视觉等价的简化效果.

Continuous Multiresolution Modeling Based on Implicit Function Interpolation

CAO Wei-qun BAO Hu-jun PENG Qun-sheng HU Min

(State Key Laboratory of CAD & CG Zhejiang University Hangzhou 310027)

Abstract In this paper, the authors present a new multiresolution modeling algorithm, which generates the full set of simplified polygonal models by progressively removing insignificant edges from previous models. This algorithm first divides the polygonal mesh of the model into regions and interpolates each region with a variation implicit surface. When an edge is collapsed, its target point is obtained by sampling the relative implicit surface. A weighted control function is adopted to determine the order of edge collapse operation. The algorithm dynamically adjusts the weights of the control function in different simplification phases so that the less important edges for appearance preservation are always removed earlier than other edge candidates. Furthermore, independent sets are defined to avoid excessive local simplification. Experimental results show that the proposed algorithm can achieve satisfactory result.

Key words Multiresolution modeling, mesh simplification, control function, implicit surface.

* $Neighbour(V)$ 为网格模型上包含顶点 V 的所有三角形所组成的连通区域.