ISSN1000-9825　　Journal of Software　软件学报　　2000,11(6):758～766

# 知识库维护的结构操作语义方法*

苏开乐[1,2]　李未[3]

[1](中山大学计算机科学系　广州　510275)

[2](南京大学计算机软件新技术国家重点实验室　南京　210093)

[3](北京航空航天大学计算机科学与工程系　北京　100083)

E-mail: isskls@zsu.edu.cn

**摘要**　关于在知识表示和处理方面起着重要作用的断言集合形式的抽象知识库,该文给出了一个维护和更新的形式转换系统,使得任意可能有矛盾的知识库能够最终合理地转换到一个相容的知识库之中.作为一种特殊情形,也得到了一个R-重构的能行产生机制.该文给出的转换系统不仅具有可靠性,而且也具有完备性.

**关键词**　知识库,逻辑系统,命题逻辑,R-重构,信念修正.

**中图法分类号**　TP182

在人工智能及其相关领域,人们提出了许多关于知识库维护或信念修正的理论.从抽象的和哲学的角度来看,人们主要研究合理的信念修正应该满足什么形式规律,如Alchourron,Gadenfors和Makison等人提出的理论[1](简称为AGM理论).在人工智能方面,人们也提出了很多信念修正和更新的方法,如Doyle[2]的"真值维护系统".但是,AGM理论及其追随者[3,4]们并不能回答如下问题,即当一个知识库发现有矛盾,或一个信念集受到事实反驳时,如何机械地得到该知识库的更新或该信念集的修正?Doyle的"真值维护系统"虽然能够回答以上问题,但是他的系统比较繁琐,形式化程度比较低,许多方面离不开用户或外在系统的干预.此外,他的系统没有回答诸如所给出的解在何种意义上是好的这类问题.李未[5,6]从理想事实反驳等模型论的概念出发,提出了包括形式理论序列及其极限的理论在内的开放逻辑.开放逻辑明确地考虑了多次甚至无限次修正或更新的迭代过程,并用结构操作语义方法[7]明确而严格地定义了这类过程.为了回答以上提及的问题,即给出开放逻辑中R-重构的能行产生机制,李未等人[8,9]尝试用结构操作语义方法做了许多富有启发性的工作.然而,一个可靠而完备的产生所有R-重构的形式转换系统(或称为"演算")至今还没有建立起来.本文的主要目的之一就是在上述已有工作的基础上建立这样一个系统.

本文将任意带标记的语句集合称为一个知识库抽象,简称知识库,其中一个语句的标记是一个语句的集合,表示对该语句的可信性的支持,其直觉意义是:当标记中的语句都被相信时,该语句也被相信.本文的主要结果是构造了一个形式转换系统,使得任意可能有矛盾的知识库能够最终合理地转换到一个相容的知识库.作为一个特殊的情形,得到了一个可靠而完备的R-重构的产生机制.

## 1　定义和记号

**定义1.** 任给公式$A$和公式的有限集合$\alpha$,我们称有序对$\langle A,\alpha\rangle$为一断言,其中$\alpha$称为公式的标记.任意断言的集合$K$,称为知识库抽象,简称知识库.对于知识库$K$,我们称$\bigcup\{\alpha\mid$存在公式$X$使得$\langle X,\alpha\rangle\in K\}$为$K$的支持集合,记为SUPP($K$);对任意集合$S$,我们称集合$\{X\mid$存在标记$\alpha\subseteq S$使得$\langle X,\alpha\rangle\in K\}$为$K$中$S$支持的公式集

* 本文研究得到国家863高科技项目基金(No.863-306-ZT06-03-1)、广东省自然科学基金(No.970376)和南京大学计算机软件新技术国家重点实验室开放课题基金资助.作者苏开乐,1964年生,副教授,博士,主要研究领域为人工智能的逻辑基础.李未,1943年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为并发程序设计语言,人工智能的逻辑基础.

本文通讯联系人:苏开乐,广州510275,中山大学计算机科学系

本文1999-01-27收到原稿,1999-06-21收到修改稿

合，记为 $K[S]$；又称集合 $\{\langle X,\alpha\rangle\in K|\alpha\subset S\}$ 为 $K$ 中 $S$ 支持的断言集合，记为 $K\downarrow S$. 特别地，当 $S$ 为空集合时，$K\downarrow\{\}$ 称为 $K$ 的硬部分.

断言的概念在知识表示和处理中起着十分重要的作用[10]. 对于一个断言，即带标记的公式，标记的作用常常在于表示该公式的理由和根据或成立的背景. 在本文给出的知识库维护系统中，标记的作用还在于，标记中的公式表示知识库更新和变化的基本单元. 当系统发现知识库中存在的矛盾，而确认某条知识（或断言）为矛盾的根源时，系统不仅要删除该条知识，而且还要选取该条知识的标记中的某个公式，从而删除标记中含有该公式的所有断言. 从信息经济的角度来讲，我们总是希望尽可能少地采取以上行为来达到相容性维护的目的. 形式上，我们有以下定义：

**定义 2.** 任给知识库 $K$，我们称 $K$ 相容，如果公式集合 $\{X|\langle X,\alpha\rangle\in K\}$，即 $K[\mathrm{SUPP}(K)]$ 相容. 我们称 $K$ 是可维护的，如果 $K$ 的硬部分相容. 称 $K$ 的子集 $K^*$ 为 $K$ 的一个理想维护，如果 $K^*$ 相容，且存在集合 $S\subseteq\mathrm{SUPP}(K)$，使得

(1) $K\downarrow S=K^*$；

(2) 对任何 $S'\subseteq\mathrm{SUPP}(K)$，若 $S\subset S'$，则集合 $K\downarrow S'$ 不相容.

由于标记中的公式表示知识库更新和变化的基本单元，知识库中标记为空集合的断言，即该知识库的硬部分永远不会被删除. 因而当知识库的硬部分不相容时，其理想维护显然不存在，我们认为该知识库是不可维护的.

**定义 3.** 任给公式 $A$，标记的集合 $\rho$ 和知识库 $M$，我们称 3 元组 $\langle A,\rho,M\rangle$ 为一个删除记录，如果以下两个条件满足，即

(1) 对任何标记 $\beta\in\rho$，有 $A\in\beta$；

(2) 对任何断言 $\langle X,\alpha\rangle\in M$，有 $A\in\alpha$.

对于任何删除记录 $r=\langle A,\rho,M\rangle$，我们令 $\mathrm{FIRST}(r)=A$，$\mathrm{SECOND}(r)=\rho$，$\mathrm{THIRD}(r)=M$. 而对于任意删除记录的集合 $\mathscr{R}$，我们令 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})=\{\mathrm{FIRST}(r)|r\in\mathscr{R}\}$，$\mathrm{SECOND}(\mathscr{R})=\bigcup\{\mathrm{SECOND}(r)|r\in\mathscr{R}\}$，$\mathrm{THIRD}(\mathscr{R})=\bigcup\{\mathrm{THIRD}(r)|r\in\mathscr{R}\}$.

对于一个删除记录 $\langle A,\rho,M\rangle$，直觉上，$\rho$ 表示系统采取某一删除行为的原因，对于 $\rho$ 中的任何标记 $\beta$，当前知识库中 $\beta$ 支持的公式不相容. 标记中的公式 $A$ 是这时系统确认引起矛盾的根源. 而 $M$ 是知识库中所有标记中含有 $A$ 的断言的集合，是将具体删除的知识库的一部分.

**定义 4.** 任给知识库 $K$ 及删除记录的集合 $\mathscr{R}$，我们称二元组 $K|\mathscr{R}$ 为一状态，如果对任何删除记录 $\langle A,\rho,M\rangle\mathscr{R}$ 和断言 $\langle X,\alpha\rangle\in K$ 有 $A\notin\alpha$，即 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})\cap\mathrm{SUPP}(K)=\{\}$，我们则称二元组 $K|\mathscr{R}$ 为一认识状态.

**定义 5.** 任给认识状态 $K|\mathscr{R}$，若 $K$，$\mathscr{R}$ 皆为有限集合，且对任何删除记录 $\langle A,\rho,M\rangle\in\mathscr{R}$，$\rho$，$M$ 皆为有限集合，则称 $K|\mathscr{R}$ 为一有限认识状态.

本文中的公式将限制在命题逻辑的范围内，通常用字母 $A,B,C,X,Y,Z$（或加上下标，下同）表示，特别是用 $\perp$ 表示一个特定的矛盾的公式. 我们用 $\alpha,\beta,\gamma$ 表示公式的标记，而 $\Gamma,\Omega,\Delta$ 等表示一般的公式集合. 用 $\tau,\rho,\theta$ 等表示标记的集合. 用 $K,M,N$ 等表示断言的集合即知识库. 字母 $r$ 等表示删除记录，而 $\mathscr{R},\mathfrak{S}$ 等表示删除记录的集合. 我们通常用 $\langle A,\alpha\rangle,K$ 表示断言集合 $\{\langle A,\alpha\rangle\}\cup K$，用 $\langle A,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}$ 表示认识状态 $\{\langle A,\alpha\rangle\}\cup K|\mathscr{R}$，其他类似简写的情况不再一一明述.

## 2 转换系统与主要结果

本节将使用一种严格明确的方法描述知识库的相容性维护，这种方法我们姑且称为结构操作语义方法. 任给状态 $K|\mathscr{R}$ 和状态 $K^*|\mathscr{R}^*$，我们称形如 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 的式子为一转换式，表示状态 $K|\mathscr{R}$ 转化为状态 $K^*|\mathscr{R}^*$.

**定义 6.** 状态转换规则.

$\perp$-引入规则：若(1) $A$ 为原子命题，(2) $\langle A,\alpha\rangle$，$\langle\neg A,\beta\rangle\in K$，(3) 对任何 $\gamma$ 有 $\langle\perp,\gamma\rangle\notin K$，则 $K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\alpha$

$\cup\beta\rangle,K|\mathscr{R}$.

$\wedge$-规则：$\langle A\wedge B,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle A,\alpha\rangle,\langle B,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}$.

$\vee$-规则：若$\langle A,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\beta\rangle,M|\mathscr{R},\langle B,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\beta^*\rangle,M^*|\mathscr{R}$，且对任何$\gamma$有$\langle\perp,\gamma\rangle\notin K$，则$\langle A\vee B,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\beta\cup\beta^*\rangle,\langle A\vee B,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}$.

$\neg$-规则：$\langle\neg A,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle A^*,\alpha\rangle,K|\mathscr{R}$，其中$A$为$X\wedge Y,X\vee Y$和$\neg X$时，$A^*$分别为$\neg X\vee\neg Y$，$\neg X\wedge\neg Y$和$X$.

删除规则：若$A\in\beta,\langle\perp,\beta\rangle\in M$，则$M|\mathscr{R}\Rightarrow M-M\uparrow A|\mathscr{R}\cup\{\langle A,\{\beta\},M\uparrow A\rangle\}$，其中$M\uparrow A\equiv\{\langle X,\alpha\rangle\in M|A\in\alpha\}$.

恢复规则：任给删除记录的集合$\mathscr{R}$，设$\mathscr{R}$中一记录$r^*$形如$\langle A,\{\alpha_1...\alpha_n\},M\rangle$，且$M=\bigcup\{M_r|r\in\mathscr{R}\}$，其中$M_{r^*}=\{\langle X,\alpha\rangle\in M|$对任何$Y\in\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})-\{A\}$有$Y\notin\alpha\}$，对$r\neq r^*,M_r\subseteq\{\langle X,\alpha\rangle\in M|\mathrm{FIRST}(r)\in\alpha\}$. 又对$i=1,...,n$设有$\mathscr{R}$中一记录$r_i=\langle B_i,\tau_i,N_i\rangle$，其中$B_i\in\alpha_i$. 那么我们有

$$K|\mathscr{R}\Rightarrow K\cup M_{r^*}|\mathscr{R}^*,$$

其中$\mathscr{R}^*=\{f(r)|r\neq r^*,r\in\mathscr{R}\}$，而$f(r)$定义如下：对任何$r=\langle B_i,\tau_i,N_i\rangle\in\mathscr{R},i=1,...,n,f(r)=\langle B_i,\tau_i\cup\{\alpha_i\},N_i\cup M_r\rangle$；对于其他不等于$r^*$的$\mathscr{R}$中的记录$r=\langle Y,\tau,N\rangle$，则令$f(r)=\langle Y,\tau,N\cup M_r\rangle$.

传递规则：若$K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$，且$K^*|\mathscr{R}^*\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$，则$K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$.

**定义 7.** 当以上任何规则对认识状态$K|\mathscr{R}$都不能施用时，我们称认识状态$K|\mathscr{R}$为终止的.

**定义 8.** 对于一个转换式$\omega^*$，我们称一个转化式的序列$\{\omega_i\}_{i<n+1}$为转换式$\omega^*$的一个证明，如果：

(1) $\omega_n=\omega^*$；

(2) 对任何$i<n+1,\omega_i$要么由$\perp$-引入规则或$\wedge$-规则或$\neg$-规则或删除规则或恢复规则直接得到，要么由$\vee$-规则或传递规则得到，而应用这两个规则的前提条件的两个转换式是该序列中的$\omega_k$和$\omega_j$且$k,j<i$.

其中$n$被称为该证明$\{\omega_i\}_{i<n+1}$长度. 我们用$\mathrm{MinPL}(\omega^*)$表示转换式$\omega^*$的最短证明的长度.

**定义 9.** 任给知识库$K$，知识库$K^*$称为知识库$K$的正规形式，如果$K^*$由$K$通过以下转换规则得到，但$K^*$对以下规则不能应用.

$\wedge^*$-规则：$\langle A\wedge B,\alpha\rangle,K$转换为$\langle A,\alpha\rangle,\langle B,\alpha\rangle,K$.

$\neg^*$-规则：$\langle\neg A,\alpha\rangle,K$转换为$\langle A^*,\alpha\rangle,K$. 其中$A$为$X\wedge Y,X\vee Y,\neg X$时，$A^*$分别为$\neg X\vee\neg Y,\neg X\wedge\neg Y,X$.

$\perp^*$-规则：$\langle\perp,\alpha\rangle,K$转换为$K$.

如果两个知识库$K_1$和$K_2$具有相同的正规形式，我们则说它们等价，记为$K_1\cong K_2$.

我们指出，若$K_1\cong K_2$，而且$K_1$和$K_2$都相容时，在它们转换成正规形式的过程中，$\perp^*$-规则用不上，因而有$\mathrm{SUPP}(K_1)=\mathrm{SUPP}(K_2)$，并且对任何$\alpha$，存在$X$使得$\langle X,\alpha\rangle\in K_1$当且仅当存在$Y$使得$\langle Y,\alpha\rangle\in K_2$.

**定理 1.** 若转换式$K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$成立，则

(1) $\mathrm{SUPP}(K\cup\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))=\mathrm{SUPP}(K^*\cup\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*))$；

(2) $K\cup\mathrm{THIRD}(\mathscr{R})\cong K^*\cup\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*)$；

(3) $\mathrm{SECOND}(\mathscr{R})\subseteq\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}^*)$；

(4) $\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}^*)\subseteq\mathrm{SECOND}(\mathscr{R})\cup P(\mathrm{SUPP}(K\cup\mathrm{THIRD}(\mathscr{R})))$，其中$P$为求一集合的幂集合的算子；

(5) 若$K|\mathscr{R}$是认识状态，则$K^*|\mathscr{R}^*$也是；

(6) 若$K|\mathscr{R}$是有限认识状态，则$K^*|\mathscr{R}^*$也是；

(7) 若$\langle\perp,\alpha\rangle\in K$或$\alpha\in\mathrm{SECOND}(\mathscr{R})$，则$\langle\perp,\alpha\rangle\in K^*$或$\alpha\in\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}^*)$.

证明：对转换式$K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$的所有证明的最短长度作归纳证明，假设该转换式的最短证明长度为$l$，且定理对于最短证明长度小于$l$的转换式成立.

假如该转换式由$\perp$-引入规则或$\wedge$-规则或$\neg$-规则或删除规则或恢复规则直接得到，那么容易验证定理中

的(1)～(7)成立.

在转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 的一个最短证明中，假如该转换式由∨-规则得到，则易验证(2)～(4)，(6)和(7)平凡地成立. 至于(1)和(5)，这时转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 必然具有如下形式：$\langle A\vee B,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\cup\beta^*\rangle$，$\langle A\vee B,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}$，且转换式 $\langle A,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\rangle,M|\mathscr{R}$ 和 $\langle B,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta^*\rangle,M^*|\mathscr{R}$ 是应用∨-规则的前提. 为了证明(1)，我们只需证明 $\beta\cup\beta^*\subseteq\alpha\cup\mathrm{SUPP}(K')\cup\mathrm{SUPP}(\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))$；为了证明(5)，只要假定 $\langle A\vee B,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}$ 是认识状态而证明 $(\beta\cup\beta^*)\cap\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})=\{\}$ 即可.

首先，由于转换式 $\langle A,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\rangle,M|\mathscr{R}$ 的最短证明长度小于 $l$，从而有 $\beta\subseteq\alpha\cup\mathrm{SUPP}(K')\cup(\mathrm{SUPP}(\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))$. 类似地，有 $\beta^*\subseteq\alpha\cup\mathrm{SUPP}(K')\cup\mathrm{SUPP}(\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))$. 这就证明了 $\beta\cup\beta'\subseteq\alpha\cup\mathrm{SUPP}(K')\cup\mathrm{SUPP}(\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))$. 另一方面，假定 $\langle A\vee B,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}$ 是认识状态，可得 $\langle A,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}$ 也是认识状态，从而由归纳假设 $\langle\bot,\beta\rangle,M|\mathscr{R}$ 也是认识状态，即有 $\beta\cap\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})=\{\}$. 类似地，有 $\beta^*\cap\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})=\{\}$，从而有 $(\beta\cup\beta^*)\cap\mathrm{FIRST}(\mathscr{R})=\{\}$.

最后，假如该转换式由传递规则得到，则应用这一规则的前提条件的两个转换式的最短证明长度应小于转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 的最短证明长度，从而得知它们满足(1)～(7)，这就直接导出(1)～(7)对于转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立. □

**定理 2**. 任何有限认识状态 $K_0|\mathscr{R}_0$ 总在有限步内终止，即不存在认识状态的无穷序列 $K_1|\mathscr{R}_1,\ldots,K_n|\mathscr{R}_n,\ldots$，使得 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K_1|\mathscr{R}_1,\ldots,K_n|\mathscr{R}_n\Rightarrow K_{n+1}|\mathscr{R}_{n+1},\ldots$ 成立.

证明：反设存在认识状态的无穷序列 $K_1|\mathscr{R}_1,\ldots,K_n|\mathscr{R}_n,\ldots$，使得 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K_1|\mathscr{R}_1,\ldots,K_n|\mathscr{R}_n\Rightarrow K_{n+1}|\mathscr{R}_{n+1},\ldots$ 成立，并分别记以上转换式为 $\omega_0,\ldots,\omega_n$.

首先易见，如果不使用删除规则和恢复规则，任何有限认识状态总在有限步内终止.

另一方面，由定理 1，$\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}_n)$ 对 $n$ 而言单调增加，又被有限(因 $K_0|\mathscr{R}_0$ 是有限认识状态)集合 $\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}_0)\cup P(\mathrm{SUPP}(K_0\cup\mathrm{THIRD}(\mathscr{R}_0))$ 所控制，故存在自然数 $k$，使得对任何 $n>k$ 有 $\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}_n)=\mathrm{SECOND}(\mathscr{R}_k)$. 这意味着 $\omega_k$ 以后的转换式是在没有使用删除规则的情况下而得到的，因而，$n>k$ 以后，集合 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_n)$ 单调减小，但 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_k)$ 为有限集合，故存在自然数 $m$，使得对任何 $n>m$ 有 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_n)=\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_m)$. 这意味着 $\omega_m$ 以后的转换式是在没有使用恢复规则的情况下而得到的. 这样，有限认识状态 $K_m|\mathscr{R}_m$ 在没有使用删除规则和恢复规则的情况下，并非在有限步内终止. 这是不可能的. □

下面是本节的两个主要定理，由于它们的证明太长，将在本文第 4 节给出.

**定理 3(可靠性)**. 令 $K_0$ 为可维护的知识库 $\mathscr{R}_0=\{\}$，那么，若 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 且 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的，则

(1) $K^*$ 是知识库 $K_0\downarrow\mathrm{SUPP}(K^*)$ 的正规形式；

(2) 知识库 $K_0\downarrow\mathrm{SUPP}(K^*)$ 等于 $K_0\downarrow(\mathrm{SUPP}(K_0)-\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*))$ 且是 $K_0$ 的理想维护.

**定理 4(完备性)**. 令 $K_0$ 为可维护的有限知识库，$\mathscr{R}_0=\{\}$，$K'$ 是 $K_0$ 的一个理想维护，$K^*$ 为 $K'$ 的正规形式. 那么存在删除记录的集合 $\mathscr{R}^*$ 使得 $K'=K_0\downarrow\mathrm{SUPP}(K^*)=K_0\downarrow(\mathrm{SUPP}(K_0)-\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*))$ 且 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立，其中 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的.

## 3 R-重构的产生方法与例子

我们根据文献[6]引入一些开放逻辑中有关 $R$-重构的基本概念和结果. 开放逻辑的研究背景以及其他进一步的工作请参见文献[8,9]等，特别是关于 $R$-重构的进一步研究亦见苏开乐等人[11~13]的工作.

**定义 10(事实反驳，理想事实反驳，R-重构)**. 令 $\Gamma$ 为一假说(即相容句子集合)，$A$ 为一句子，$\Gamma\models A$. 我们说一模型 $M$ 是 $A$ 的事实反驳，如果 $M\models\neg A$. 此时，我们用记号 $\Gamma_{M(A)}$ 表示集合 $\{X\in\Gamma:M\models X\}$. $A$ 的事实反驳 $M$，称为 $A$ 的理想事实反驳当且仅当 $\Gamma_{M(A)}$ 是极大的，即不存在 $A$ 的事实反驳 $M^*$，使得 $\Gamma_{M(A)}\subset\Gamma_{M^*(A)}$. 对任何 $A$ 的理想事实反驳 $M$，我们称 $\Gamma_{M(A)}\cup\{\neg A\}$ 为 $\Gamma$ 的(关于 $A$ 的事实反驳 $M$ 的)$R$-重构.

根据文献[6]，我们有以下结果：

**$R$-重构的语法刻画定理**[6]. 令 $\Gamma\models A$ 且存在 $A$ 的事实反驳. 那么一个集合 $\Delta$ 是 $\Gamma$ 关于 $A$ 的事实反驳,当且仅当 $\Delta=Q\cup\neg A$,其中 $Q$ 是与 $\neg A$ 相容的 $\Gamma$ 的极大子集合.

**定理 5.** 设 $\Gamma$ 为有限公式集合,$\Gamma\models A$ 且存在 $A$ 的事实反驳,令 $K_0=\{\langle\neg A,\{\}\rangle\}\cup\{\langle X,\{X\}\rangle\mid X\in\Gamma\}$,$\mathscr{R}_0=\{\}$,那么若 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 且 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的,则 $\mathrm{SUPP}(K^*)\cup\{\neg A\}$ 是 $\Gamma$ 关于 $A$ 的 $R$-重构. 反之,对任何 $\Gamma$ 关于 $A$ 的 $R$-重构 $\Delta$,存在认识状态 $K^*,\mathscr{R}^*$ 使得 $K^0|\mathscr{R}^0\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立,其中 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的且 $\Delta=\mathrm{SUPP}(K^*)\cup\{\neg A\}$.

在证明定理 5 之前,我们说明将 $\Gamma$ 中的公式 $X$ 对应断言 $\langle X,\{X\}\rangle$ 是十分自然的. 在开放逻辑研究的哲学背景中,$\Gamma$ 是某理论的假说,$\Gamma$ 中的公式应是最基本的原理,因而其理由和根据不是别的,恰恰是它本身. 我们将公式 $\neg A$ 对应到断言 $\langle\neg A,\{\}\rangle$ 也是合理的,因为 $\neg A$ 是非承认不可的事实.

定理 5 的证明:由于 $A$ 受到事实反驳,即 $\neg A$ 相容,从而 $K_0$ 是可维护的. 我们根据定理 3 和定理 4 来证明以上定理. 首先假设 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立且 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的. 由定理 3,$K_0\downarrow\mathrm{SUPP}(K^*)$ 是 $K_0$ 的理想维护. 由理想维护的定义知:$K_0\downarrow\mathrm{SUPP}(K^*)$ 相容,即 $\mathrm{SUPP}(K^*)\cup\{\neg A\}$ 相容,且对任何真包含 $\mathrm{SUPP}(K^*)$ 的 $\Gamma$(即 $\mathrm{SUPP}(K_0)$)子集 $Q$,有知识库 $K_0\downarrow Q$ 不相容,也就是说,$Q\cup\{\neg A\}$ 不相容. 综上,根据 $R$-重构的语法刻画定理,$\mathrm{SUPP}(K^*)\cup\{\neg A\}$ 是 $\Gamma$ 关于 $A$ 的 $R$-重构.

另一方面,对于任何 $\Gamma$ 关于 $A$ 的 $R$-重构 $\Delta$,我们根据 $R$-重构的语法刻画定理知 $\Delta=Q\cup\{\neg A\}$,其中 $Q$ 是与 $\neg A$ 相容的 $\Gamma$ 的极大子集合. 由理想维护的定义可知,$K_0\downarrow Q=\{\langle\neg A,\{\}\rangle\}\cup\{\langle X,\{X\}\rangle\mid X\in Q\}$ 是知识库 $K_0$ 的理想维护,令 $K^*$ 为 $K_0\downarrow Q$ 的正规形式,那么 $\mathrm{SUPP}(K^*)=\mathrm{SUPP}(K_0\downarrow Q)=Q$(因为 $K_0\downarrow Q$ 相容),从而 $\Delta=\mathrm{SUPP}(K^*)\cup\{\neg A\}$. 再由定理 4 知,存在删除记录的集合 $\mathscr{R}^*$ 使得 $K_0|\mathscr{R}_0\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立,且 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的. □

例 1. $\Gamma\equiv\{A,\neg A\vee B,\neg B\vee C,\neg D\vee E\}$,$\Gamma\vdash C$ 可证. 为方便起见,$\Gamma$ 中的公式分别编号为 1,2,3,4. 我们通常不区分 $\Gamma$ 中的公式与其编号. 令

$$K\equiv\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle\neg A\vee B,\{2\}\rangle,\langle\neg B\vee C,\{3\}\rangle,\langle\neg D\vee E,\{4\}\rangle,\langle\neg C,\{\}\rangle\},$$
$$\mathscr{R}\equiv\{\},$$
$$K_1\equiv\{\langle\neg A\vee B,\{2\}\rangle,\langle\neg B\vee C,\{3\}\rangle,\langle\neg D\vee E,\{4\}\rangle,\langle\neg C,\{\}\rangle\},$$
$$K_{21}\equiv\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle\neg A,\{2\}\rangle,\langle\neg B\vee C,\{3\}\rangle,\langle\neg D\vee E,\{4\}\rangle,\langle\neg C,\{\}\rangle\},$$
$$K_{22}\equiv\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle B,\{2\}\rangle,\langle\neg B\vee C,\{3\}\rangle,\langle\neg D\vee E,\{4\}\rangle,\langle\neg C,\{\}\rangle\},$$
$$K_{2231}\equiv\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle B,\{2\}\rangle,\langle\neg B,\{3\}\rangle,\langle\neg D\vee E,\{4\}\rangle,\langle\neg C,\{\}\rangle\},$$
$$K_{2232}\equiv\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle B,\{2\}\rangle,\langle C,\{3\}\rangle,\langle\neg D\vee E,\{4\}\rangle,\langle\neg C,\{\}\rangle\}.$$

我们先说明,在以下转换式的产生树中,转换式右边括号内注明该转换式应用什么规则得到,其横线之上的转换式(如果有的话)表示所应用规则的前提.

$$\underline{K_{2231}|\{\}\Rightarrow\langle\perp,\{2,3\}\rangle\ldots|\{\}(\perp\text{-引入}),\ K_{2232}|\Rightarrow\langle\perp,\{3\}\rangle\ldots|\{\}}(\perp\text{-引入})$$
$$\underline{K_{22}|\{\}\Rightarrow\langle\perp,\{2,3\}\rangle\ldots|\{\}(\text{析取}),\ K_{21}|\Rightarrow\langle\perp,\{1,2\}\rangle|\{\}}(\perp\text{-引入})$$
$$K|\{\}\Rightarrow\langle\perp,\{1,2,3\}\rangle,K|\{\}(\text{析取})$$
$$\langle\perp,\{1,2,3\}\rangle,K|\{\}\Rightarrow K_1|\langle1,\{\{1,2,3\}\},\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle\perp,\{1,2,3\}\rangle\}\rangle(\text{删除})$$

对以上两个转换式使用传递规则就有:$K|\{\}\Rightarrow K_1|\langle1,\{\{1,2,3\}\},\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle\perp,\{1,2,3\}\rangle\}\rangle$. 认识状态 $K_1\langle1,\{\{1,2,3\}\},\{\langle A,\{1\}\rangle,\langle\perp,\{1,2,3\}\rangle\}\rangle$ 终止,$\{2,3,4\}\cup\{\neg C\}$ 是一个 $R$-重构.

## 4 定理的证明

为给出可靠性定理和完备性定理的证明,我们先给出几个引理.

**引理 1.** 若知识库 $K^*$ 为知识库的理想维护,则 $K^*=K\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$.

证明:一方面,对任何 $\langle Y,\beta\rangle\in K^*$ 有 $\beta\subseteq \mathrm{SUPP}(K^*)$,从而有 $\langle Y,\beta\rangle\in K\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$,即 $K^*\subseteq K\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$. 另一方面,由知识库的理想维护的定义,存在集合 $S$ 使得 $K^*=K\downarrow S$,由此得到 $\mathrm{SUPP}(K^*)\subseteq S$,从而 $K\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)\subseteq K\downarrow S$,即 $K\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)\subseteq K^*$. 总之,$K^*=K\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$. □

**引理 2.** 任给状态 $K|\mathscr{R}$,若 $K$ 不相容,且不含有形如 $\langle\bot,\beta\rangle$ 的断言,则存在 $\alpha\subseteq \mathrm{SUPP}(K)$ 使得以下转换式成立:$K|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\alpha\rangle,K'|\mathscr{R}$,其中 $K\cong K'$.

证明:因为若 $K[\mathrm{SUPP}(K)]$ 不相容,则存在 $K$ 的有限子集 $K^*$,使得 $K^*[\mathrm{SUPP}(K^*)]$ 不相容,我们只需以下结论:若有限知识库 $K^*$ 不相容,$K^*,M$ 中不含有形如 $\langle\bot,\beta\rangle$ 的断言,则存在 $\alpha\subseteq \mathrm{SUPP}(K^*)$ 使得以下转换式成立:$K^*,M|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\alpha\rangle,K',M|\mathscr{R}$,其中 $K\cong K'$.

我们将 $K^*[\mathrm{SUPP}(K^*)]$ 中所有公式的长度(符号 $\neg$ 折算为其他符号的三分之一且只计算最外层的一个)的总和称为有限知识库 $K^*$ 的重量,并对 $K^*$ 的重量归纳地证明以上结论. 假设对所有重量小于 $K^*$ 的知识库,以上结论都成立. 对于有限知识库 $K^*$,假如 $K^*[\mathrm{SUPP}(K^*)]$ 中的公式皆为文字(即原子命题或其否定). 此时必有两个 $K^*$ 中的断言形如:$\langle A,\alpha\rangle$,$\langle\neg A,\alpha^*\rangle$,应用 $\bot$-引入规则即可. 否则,$K^*$ 中有断言形如(1)$\langle\neg A,\alpha\rangle$ 或(2)$\langle A\wedge B,\alpha\rangle$ 或(3)$\langle A\vee B,\alpha\rangle$. 在情形(1),应用 $\neg$-规则或反复应用 $\neg$-规则即可. 在情形(2),应用 $\wedge$-规则后,再应用归纳假设和传递规则即可. 最后,在情形(3),设 $K^*$ 为 $\langle A\vee B,\alpha\rangle,N$. 因 $K^*$ 不相容,$\langle A,\alpha\rangle,N$ 和 $\langle B,\alpha\rangle,N$ 也不相容,应用归纳假设有:$\langle A,\alpha\rangle,N,M|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\rangle,N,M|\mathscr{R}$ 与 $\langle B,\alpha\rangle,N,M|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta^*\rangle,N,M|\mathscr{R}$ 成立,且 $\beta\subseteq \mathrm{SUPP}(\langle A,\alpha\rangle,N)$,$\beta^*\subseteq \mathrm{SUPP}(\langle B,\alpha\rangle,N)$. 从而由 $\vee$-规则 $\langle A\vee B,\alpha\rangle,N,M|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\cup\beta^*\rangle,\langle A\vee B,\alpha\rangle,N,M|\mathscr{R}$,且 $\beta\cup\beta^*\subseteq \mathrm{SUPP}(\langle A\vee B,\alpha\rangle,N)$. □

**引理 3.** 若转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$ 成立,且 $K$ 是可维护的,则

(1) $K'$ 也是可维护的;

(2) 若 $K'|\mathscr{R}'$ 是终止的,则 $K'$ 相容.

证明:引理的后一部分可由前一部分和引理 2 及删除规则得到. 为了证明前一部分,我们对转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$ 的最短证明长度归纳地证明 $Th(K[\{\}])=Th(K'[\{\}])$,即 $K$ 中标记为空集的公式的逻辑推论的集合等于 $K'$ 中标记为空集的逻辑推论的集合. 在转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 的一个最短证明中,假如该转换式由传递规则得到,则应用归纳假设即可. 假如它由 $\bot$-引入规则或 $\wedge$-规则或 $\neg$-规则或删除规则或恢复规则直接得到,那么,容易验证 $Th(K[\{\}])=Th(K'([\{\}])$ 成立. 它由 $\vee$-规则得到,这时它必具有如下形式:$\langle A\vee B,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\cup\beta^*\rangle,\langle A\vee B,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}$,且转换式 $\langle A,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\rangle,M|\mathscr{R}$ 和 $\langle B,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta^*\rangle,M^*|\mathscr{R}$ 是应用 $\vee$-规则的前提. 我们只需证明若 $\beta\cup\beta^*$ 为空集合,则 $\bot\in Th(\{\langle A\vee B,\alpha\rangle\}\cup K^*[\{\}])$ 即可. 由 $\beta\cup\beta^*$ 为空集合可得,$\beta$ 和 $\beta^*$ 都为空集合. 对转换式 $\langle A,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta\rangle,M|\mathscr{R}$ 和 $\langle B,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\bot,\beta^*\rangle,M^*|\mathscr{R}$ 通过应用归纳假设得 $\bot\in Th(\{\langle A,\alpha\rangle\}\cup K^*[\{\}])$ 且 $\bot\in Th(\{\langle B,\alpha\rangle\}\cup K^*[\{\}])$,从而 $\bot\in Th(\{\langle A\vee B,\alpha\rangle\}\cup(K^*[\{\}])$. □

**引理 4.** 对任何认识状态 $K|\mathscr{R}$,我们有 $K=(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow \mathrm{SUPP}(K)$.

证明:显然,$K\subseteq(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow \mathrm{SUPP}(K)$. 另一方面,对任何 $\langle X,\alpha\rangle\in(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow \mathrm{SUPP}(K)$ 一定有 $\langle X,\alpha\rangle\in K$,否则 $\langle X,\alpha\rangle\subset \mathrm{THIRD}(\mathscr{R})$,也就是说,存在删除记录 $r=\langle A,\rho,M\rangle\in\mathscr{R}$ 使得 $\langle X,\alpha\rangle\in M$. 根据删除记录的定义,有 $A\in\alpha$,再由 $\langle X,\alpha\rangle\in(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow \mathrm{SUPP}(K)$ 即知 $\alpha\subseteq \mathrm{SUPP}(K)$,从而 $A\in \mathrm{SUPP}(K)$,这与 $K|\mathscr{R}$ 是认识状态矛盾. □

**引理 5.** 对于任何知识库 $K,K^*$,若 $K\cong K^*$,则 $K\downarrow S\cong K^*\downarrow S$ 对任何集合 $S$ 成立.

证明:由定义 9 易知:对任何 $K,K'$,当 $K$ 转换(通过定义 9 中的 3 条规则)为 $K'$ 时,$K\downarrow S$ 必然转换为 $K'\downarrow S$. 由 $K\cong K^*$ 知,$K$ 和 $K^*$ 都可转换为某个 $K'$,故 $K\downarrow S$ 和 $K^*\downarrow S$ 都可转换为 $K'\downarrow S$,即有 $K\downarrow S\cong K^*\downarrow S$. □

**引理 6.** 对于认识状态 $K|\mathscr{R}$,若转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$ 成立,则对任何 $\gamma$,以下两点等价:

(1) $(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow\gamma$ 不相容或 $\gamma\in \mathrm{SECOND}(\mathscr{R})$.

(2) $(K'\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}'))\downarrow\gamma$ 不相容或 $\gamma\in \mathrm{SECOND}(\mathscr{R}')$.

证明:对转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$ 的最短证明长度使用归纳法.假设最短证明长度小于 $\mathrm{MinPL}(K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R})$ 的转换式,以上引理都成立.在转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}$ 的一个最短证明中,假如 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$ 由恢复规则或 $\perp$-引入规则或 $\wedge$-规则或 $\neg$-规则得到,则 $K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R})$ 与 $\mathrm{SECOND}(\mathscr{R})$ 都未改变,引理平凡地成立.假如它是由传递规则得到,引理由归纳假设成立.假如该转换式由删除规则得到,则 $K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R})$ 未改变,而 $\mathrm{SECOND}(\mathscr{R})\subseteq \mathrm{SECOND}(\mathscr{R}')$.我们只要证明 $\gamma\in \mathrm{SECOND}(\mathscr{R}')$,$\gamma\notin \mathrm{SECOND}(\mathscr{R})$ 时,$(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow\gamma$ 不相容.但这很容易由删除规则的意义得到.

最后,若转换式 $K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R}'$ 由 $\vee$-规则得到,即 $K$ 和 $K'$ 分别形如 $\langle A\vee B,\alpha\rangle,K^*$ 和 $\langle \perp,\beta\cup\beta^*\rangle,\langle A\vee B,\alpha\rangle,K^*$,而该转换式由前提 $\langle A,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\beta\rangle,M|\mathscr{R}$ 和 $\langle B,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\beta^*\rangle,M^*|\mathscr{R}$ 得到.此时,由于 $\mathscr{R}$ 未改变,$K$ 仅增加 $\langle\perp,\beta\cup\beta^*\rangle$,因此,唯一要证明的一个非平凡的情况是:当 $\gamma\supseteq\beta\cup\beta^*$ 时,$(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow\gamma$ 不相容.由于 $\mathrm{MinPL}(\langle A,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}\Rightarrow\langle\perp,\beta\rangle,M|\mathscr{R})<\mathrm{MinPL}(K|\mathscr{R}\Rightarrow K'|\mathscr{R})$.注意到 $(\{\langle\perp,\beta\rangle\}\cup M)\downarrow\beta$ 不相容,根据归纳假设得:$(\{\langle A,\alpha\rangle\}\cup K^*)\downarrow\beta$ 不相容($\beta\notin \mathrm{SECOND}(\mathscr{R})$,否则,存在 $A\in \mathrm{FIRST}(\mathscr{R})$,使得 $A\in\beta\subseteq\beta\cup\beta^*$,与 $\langle\perp,\beta\cup\beta^*\rangle,\langle A\vee B,\alpha\rangle,K^*|\mathscr{R}$ 是认识状态矛盾).类似地得到:$(\{\langle B,\alpha\rangle\}\cup(K^*)\downarrow\beta^*$ 不相容.从而有知识库 $(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow\beta\cup\beta^*$ 不相容,进而有,当 $\gamma\supseteq\beta\cup\beta^*$ 时,$(K\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}))\downarrow\gamma$ 不相容. □

定理 3 的证明:设转换式 $K_0|\{\}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立且 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的.首先,由于 $K_0|\{\}$ 平凡地是认识状态,$K^*|\mathscr{R}^*$ 也是认识状态.根据定理 1(2):$K_0\cong K^*\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*)$.再由引理 4,有 $K^*=(K^*\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*))\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$.从而由引理 5,$K_0\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)\cong K^*$.另一方面,由于 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的,故 $K^*$ 对定义 9 中的转换规则都不能应用,所以 $K^*$ 是 $K_0\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$ 的正规形式.

根据定义,我们可分以下 3 步来证明 $K_0\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$ 是 $K_0$ 的理想维护.

(1) 令集合 $S=\mathrm{SUPP}(K_0)-\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*)$,证明知识库 $K_0\downarrow S$ 相容.否则,由引理 6,$(K^*\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*))\downarrow S$ 不相容或者 $S\in \mathrm{SECOND}(\mathscr{R}^*)$.但由后者将得到存在 $A\in \mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*)$,且 $A\in S$,矛盾.另一方面,对任何 $\langle Y,\alpha\rangle\in \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*)$,必有 $B\in \mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*)$,且 $B\in\alpha$.故 $\alpha$ 不是 $S$ 的子集.所以有 $(K^*\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*))\downarrow S=K^*\downarrow S$.等式右边是 $K^*$ 的子集,而由引理 3,$K^*$ 是相容的,矛盾.

(2) 证明 $K_0\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$ 等于 $K_0\downarrow S$.反设两者不等,由于 $\mathrm{SUPP}(K^*)\subseteq S$,此时存在 $K_0\downarrow S$ 中的断言 $\langle X,\alpha\rangle$ 使得非 $\alpha\subseteq \mathrm{SUPP}(K^*)$.由定理 1(2),$K_0\cong K^*\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*)$,故 $K_0\downarrow S\cong(K^*\cup \mathrm{THIRD}(\mathscr{R}^*))\downarrow S=K^*\downarrow S\subseteq K^*$.由 $K_0\downarrow S,K^*\downarrow S$ 都相容和 $\langle X,\alpha\rangle$ 属于 $K_0\downarrow S$ 可知:存在 $Y$ 使得 $\langle Y,\alpha\rangle$ 属于 $K^*\downarrow S$,这与非 $\alpha\subseteq \mathrm{SUPP}(K^*)$ 矛盾.

(3) 最后证明对任何 $S'\subseteq \mathrm{SUPP}(K_0)$,当 $S'\supset S$ 时,$K_0\downarrow S'$ 不相容.此时存在记录 $\langle A,\rho,M\rangle\in\mathscr{R}^*$,使得 $A\in S'$.因为 $K^*|\mathscr{R}^*$ 对恢复规则不可应用,我们得到 $\beta\in\rho$,使得 $\beta\cap(\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*)-\{A\})$ 为空集合,即 $\beta\subseteq S'$.再对转换式 $K_0|\{\}\Rightarrow{}^*K^*|\mathscr{R}$ 应用引理 6 知:$K_0\downarrow\beta$ 不相容(因 $\beta\in \mathrm{SECOND}(\mathscr{R}^*)$),进而有 $K_0\downarrow S'$ 不相容. □

定理 4 的证明:令 $K_0\downarrow S$ 为 $K_0$ 的一个理想维护,$K_0\downarrow S$ 相容,但对任何 $S'\subseteq \mathrm{SUPP}(K_0)$,当 $S\supset S'$ 时,$K_0\downarrow S'$ 不相容.假设 $K^*$ 为 $K_0\downarrow S$ 的正规形式.我们要证明,对某个删除记录的集合 $\mathscr{R}^*$,转换式 $K_0|\{\}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}^*$ 成立,其中 $K^*|\mathscr{R}^*$ 是终止的;并且 $S$ 为 $\mathrm{SUPP}(K_0)-\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}^*)$.至于 $K_0\downarrow S$ 等于 $K_0\downarrow \mathrm{SUPP}(K^*)$,立即由引理 1 得到的 $K_0\downarrow S=(K_0\downarrow S)\downarrow \mathrm{SUPP}(K_0\downarrow S)$ 和假设 $K^*$ 为 $K_0\downarrow S$ 的正规形式得到的 $\mathrm{SUPP}(K^*)=\mathrm{SUPP}(K_0\downarrow S)$(因为 $K^*$ 和 $K_0\downarrow S$ 都相容)两个事实推出.

首先,对 $K_0$ 任何形如 $\langle\perp,\beta\rangle$ 的断言,由于 $K_0\downarrow S$ 相容,一定有 $A\in(\mathrm{SUPP}(K_0)-S)$ 使得 $A$ 同时也在 $\beta$ 中,应用删除规则就有 $K_0|\{\}\Rightarrow K_0\downarrow(\mathrm{SUPP}(K_0)-\{A\})|\{\langle A,\{\beta\},K_0\uparrow A\rangle\}$(其中 $K_0\uparrow A$ 定义为 $\{\langle X,\alpha\rangle\in K_0|A\in\alpha\}$,下同).对 $K_0$ 中其他形如 $\langle\perp,\beta\rangle$ 的断言,也一一反复类似地应用删除规则,再由传递规则即可得到 $K_0|\{\}\Rightarrow K_0\downarrow S_0|\mathscr{R}_1$,其中 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_0)=(\mathrm{SUPP}(K_0)-S_0)$,$S\subseteq S_0$,$K_0\downarrow S_0$ 不再含有形如 $\langle\perp,\beta\rangle$ 的断言.

任给 $X\in(S_0-S)$,$K_0\downarrow(S\cup\{X\})$ 不相容,即 $(K_0\downarrow S_0)\downarrow(S\cup\{X\})$ 不相容,应用引理 2 成立转换式:$K_0\downarrow$

$S_0|\mathscr{R}_1\Rightarrow\langle\bot,S\cup\{X\}\rangle,K_1|\mathscr{R}_1$,其中 $K_0\downarrow S_0\cong K_1$. 应用删除规则就有 $\langle\bot,S\cup\{X\}\rangle,K_1|\mathscr{R}_1\Rightarrow K_2|\mathscr{R}_2$,其中 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_2)=(\mathrm{SUPP}(K_0)-(S_0-\{X\}))$,$K_2\cong K_0\downarrow(S_0-\{X\})$. 再用传递规则即可得到转换式:$K_0|\{\}\Rightarrow K_2|\mathscr{R}_2$. 对 $(S_0-S)$ 中的其他元素一一反复类似应用引理 2 和删除规则,并应用传递规则,我们终将得到转换式:$K_0|\{\}\Rightarrow K_m|\mathscr{R}_m$,其中 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_m)=(\mathrm{SUPP}(K_0)-S)$ 且 $K_m\cong K_0\downarrow S$. 适当地应用 $\wedge$ 规则和 $\neg$-规则之后就得到 $K_0|\{\}\Rightarrow K^*|\mathscr{R}_m$,其中 $K^*\cong K_0\downarrow S$. 由于 $K_0\downarrow S$ 相容,$K^*$ 也必相容,因而 $K^*|\mathscr{R}_m$ 是终止的. 另外,由 $\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_m)=(\mathrm{SUPP}(K_0)-S)$ 而得到 $S=\mathrm{FIRST}(\mathscr{R}_m)-\mathrm{SUPP}(K_0)$. □

## 5 结 论

近年来 D. Makison 等人及其众多追随者在信念修正逻辑方面做了许多引人注目的工作,他们给出了多种修正的形式描述,尽管 D. Makison 等人已意识到这些修正的能行产生机制的重要性,但如何具体地给出这些修正的能行产生机制却成果极少. 李未等人用结构操作语义的方法首次给出了 $R$-重构的演算系统[8,9]. 本文对于在知识表示和处理方面起着重要作用的断言集合形式的抽象知识库(参见文献[10]),给出了一个维护和更新的形式转换系统. 作为一个特殊情形,也得到了一个 $R$-重构的能行产生机制,较之文献[8]中的"$R$-重构的演算",本文给出的转换系统不仅具有可靠性,而且具有完备性. 我们的转换系统是在命题级之下给出的,如果不要求任何认识状态的转换必有限步终止,也不难推广到一阶逻辑的情况. 当然,本文给出的系统,表现形式上没有文献[8]中的"$R$-重构的演算"简明,在某些情况的实际运行中将需要较多的空间资源以记录每次删除的结果(即表示认识状态右边一项:删除记录的集合). 从以上两个方面进行考虑,改进本文所给的转换系统,将是我们进一步的工作.

## 参考文献


1 Alchourron C, Gadenfors P, Makison D. On the logic of theory change: partial meet function for contraction and revision. Journal of Symbolic Logic, 1985,50(2):510~530

2 Doyle J. A truth maintenance system. Artificial Intelligence, 1979,12(2):231~272

3 Williams M. Transmutations of knowledge system. In: Doyle J, Sandewall E, Torasso P eds. Proceedings of the 4th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1994. 619~629

4 Lemann D. Belief revision, revised. In: Mellish C S ed. Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1995. 1534~1540

5 Li Wei. An introduction to open logic system. In: Liu Y, Li X eds. Proceedings of the International Conference for Young Computer Scicntists. Beijing: International Academic Publishers, 1991. 21~28

6 Li Wei. An open logic system. Science in China (Series A), 1993,36(3):362~175

7 Plotkin G. A structural approach to operational semantics. Lecture Notes. Denmark: Aarhus University, 1982

8 Li Wei. A logic framework for knowledge base maintenance. Journal of Computer Science and Technology, 1995,10(3):193~205

9 Li Wei, Shen N, Wang J. $R$-calculus: a logical approach for knowledge base maintenance. International Journal of Artificial Intelligence Tool, 1995,4(2):177~200

10 Su Kai-le, Ding De-cheng. Default logic about assertions. Science in China (Series A), 1994,37(11):1399~1408

11 Su Kai-le. R-reconstruction in open logic. Chinese Science Bulletin, 1995,40(5):365~366

12 Su Kai-le, Ding De-cheng, Sun Zhi-wei *et al*. Classes of models for a rejection by reasonable facts. Chinese Journal of Computers, 1994,17(5):361~366
(苏开乐,丁德成,孙智伟等. 开放逻辑中的合理事实反驳模型类. 计算机学报,1994,17(5):361~366)

13 Su Kai-le. $R$-reconstructions based on a priority relation. Journal of Computer Reseach and Development, 1999,36(5):523~527
(苏开乐. 开放逻辑中基于一优先序的 $R$-重构. 计算机研究与发展,1999,36(5):523~527)

# Structural Operational Semantic Approach to Knowledge Base Maintenance

SU Kai-le[1,2]　LI Wei[3]

[1](Department of Computer Science Zhongshan University Guangzhou 510275)

[2](State Key Laboratory for Novel Software Technology Nanjing University Nanjing 210093)

[3](Department of Computer Science and Engineering Beijing University of Aeronautics and Astronautics Beijing 100083)

**Abstract**　In this paper, the authors give a transition system for those abstractive knowledge bases with the form of so-called assertion set, which plays an important role in knowledge representation and processing, so that each such knowledge base possibly with contradictions can be eventually transferred into a consistent version of it. This leads to a calculus-like mechanism for producing *R*-reconstruction. This transition system is proved to be sound and complete.

**Key words**　Knowledge base, logical system, proposition logic, *R*-reconstruction, belief revision.