

一种竞争算法及其在组合优化问题中的应用*

于志伟¹ 陶波¹ 汪元美²

¹(杭州电子工业学院 ICCAD 研究中心 杭州 310037)

²(浙江大学生命科学与医学工程系 杭州 310027)

摘要 提出了一种全局搜索算法——竞争算法,它通过一个种群中各个体之间的互相激励、互相竞争,最终达到共同优化。竞争算法在思想上独立于遗传算法。在组合优化问题中,对这种类型的算法进行的仿真,取得了令人满意的结果。

关键词 竞争算法,遗传算法,组合优化。

中图分类号 TP18

所谓组合优化,是指在离散的、有限的数学结构上,寻找一个满足给定条件,并使其目标函数值达到最大或最小的解。一般来说,组合优化问题通常带有大量的局部极值点,往往是不可微的、不连续的、多维的、有约束条件的、高度非线性的 NP 完全问题。许多应用中的热门问题都可以转化为组合优化问题,例如,印刷电路及 VLSI 电路的布局布线问题、通信中的路由分配问题、工厂任务调度问题等。

遗传算法 GA(genetic algorithm)^[1,2]作为一种新型的、模拟生物进化过程的随机化搜索、优化方法,近十几年来在组合优化领域中得到了相当广泛的研究和应用,并已在解决诸多典型问题中显示了良好的性能和效果,例如,用 GA 实现 TSP(traveling salesman problem)问题^[3]、Job Shop 调度问题^[4]和图着色问题^[2]等。

在本节的最后还需要指出,求解组合优化问题的现代方法,除了遗传算法外,著名的还有神经网络算法、模拟退火算法、Tabu 搜索算法、拟物法^[5]、拟人法^[6]以及它们的混合(Hybrid)形式等。

1 竞争算法

在竞争算法中,首先给定固定数量的个体,这些个体的性能由一个类似 CA 中适应度函数的性能函数进行评价。个体进行优化搜索是基于以下的启发式思想:种群中性能占优的个体被认为已接近某个局部最优点,而性能相对较差的个体被认为距离局部最优点较远。因此,性能占优的个体宜在自身附近的小范围内搜索,而性能较差的个体应在较大的范围内搜索。一个可能的结果是,性能较差的个体在付出更多的努力之后,赶上了性能占优的个体。这个互相激励、竞争的过程一直进行下去,直至达到共同优化。

值得注意的是,在这里,性能差的个体不是象遗传算法中那样被淘汰,而是通过自身的大幅度改革,有可能达到好的性能。可以看出,上述策略的特点是期望所有的个体通过竞争共同提高,最终达到同步优化,它与遗传算法的竞争优选策略正好相反。

我们首先给出需要求解问题的抽象形式。

$$\max_{x \in X} c(x), \quad (1)$$

其中性能函数 $c(x)$ 包含了我们对个体 x 的评价。在数学优化问题中, $c(x)$ 可以是目标函数或它的变换形式;条件 $x \in X$ 综合了所有对 x 的约束,它可以包含线性或非线性不等式,也可以包含对 x 的某些分量只取离散值的限制等。

定义 $N(x, \alpha)$ 为 x 的 α 邻域,其中 α 是一个参数。对它的要求是, α 越大, $N(x, \alpha)$ 中所包含的元素就越多,同时要求 $N(x, \alpha)$ 是对称的,即 $x_1 \in N(x_2, \alpha)$ 当且仅当 $x_2 \in N(x_1, \alpha)$ 。

于是,可以构造下述的竞争算法步骤。

* 作者于志伟,1970年生,博士,主要研究领域为医学图象处理,优化技术及神经网络。陶波,1969年生,副教授,主要研究领域为图象处理,神经网络。汪元美,1945年生,教授,博导,主要研究领域为图象重建,神经网络。

本文通讯联系人:于志伟,杭州 310037,杭州电子工业学院 ICCAD 研究中心

本文 1997-06-26 收到原稿,1997-09-01 收到修改稿

(1) (初始化)

- (1.1) 确定种群规模 PS(population size)及终止竞争准则;
- (1.2) 随机地在 X 中产生 PS 个个体,用 $\{x_p^{(0)}, p=1, \dots, PS\}$ 表示;
- (1.3) 计算其性能, $c(x_p^{(0)}), p=1, \dots, PS$, 并求出参数

$$a_p^{(0)} = \frac{D(c(x_p^{(0)}))}{\sum_{p=1}^{PS} D(c(x_p^{(0)}))} \quad p=1, \dots, PS \tag{2}$$

其中 $D(\cdot)$ 是单调递减的正函数;

- (1.4) 置 $k=0$;

(2) (竞争)

- (2.1) 对于个体 $p=1, \dots, PS$, 做

在 $x_p^{(k)}$ 的邻域 $N(x_p^{(k)}, a_p^{(k)})$ 中随机产生一点 \bar{x} , 如果满足 $c(\bar{x}) > c(x_p^{(k)})$, 则接受 (即令 $x_p^{(k+1)} = \bar{x}$), 否则, 令 $x_p^{(k+1)} = x_p^{(k)}$;

- (2.2) 对于竞争调整后的个体 $x_p^{(k+1)}, p=1, \dots, PS$. 利用式(2)重新计算邻域参数 $a_p^{(k+1)}, p=1, \dots, PS$;

(3) (终止检验)

如果 $\{x_p^{(k)}, p=1, \dots, PS\}$ 中有 1 个个体满足预先设定的终止准则, 则中止竞争, 并输出最佳个体 (即主观最优解). 否则, $k_1 = k + 1$, 转(2).

我们知道, 在遗传算法中, 也要计算类似式(2)的表达式, 用于确定个体的生存概率, 但是在那里, $D(\cdot)$ 只能是单调增函数.

值得注意的是, 尽管我们在上述算法的步骤(2.1)中用到了随机搜索, 但这与遗传算法或模拟退火算法中用到的随机化技术是不同的. 随机化技术是一种启发式搜索技术, 它通过有条件地 (以某个概率) 向性能退化方向搜索, 从而保证有效地跳出局部极小点, 并最终达到全局最优. 而本文算法中, 随机搜索本身是盲目的. 当然, 竞争策略能够保证计算会有效地跳出局部极小点的陷阱. 本质上, 竞争算法更具有确定性算法的意味.

2 在组合优化问题中的应用

本节只就 TSP 问题检验我们的算法. 简言之, TSP 问题就是寻找一条最短的遍历 n 城市的路径. 如果用整数集 $S = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示 n 个城市, 则集合 X 就是所有 S 的排列 (Permutation) $x = \pi(S) = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ 的集合, 它表示一条从城市 v_1 开始, 依次经过城市 v_2, \dots, v_n , 最后返回城市 v_1 的遍历路径.

可以定义性能函数为 $x = \pi(S)$ 距离的倒数

$$c(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} d(v_i, v_{i+1}) + d(v_n, v_1)} \tag{3}$$

式中 $d(v_i, v_{i+1})$ 表示城市 v_i 到城市 v_{i+1} 的距离.

定义某个 $x = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ 的 1-邻域为

$$N_1(x) \triangleq \{(w_1, w_2, \dots, w_n) | (w_1, w_2, \dots, w_n) \text{ 由 } (v_1, v_2, \dots, v_n) \text{ 经过一次置换而来}\} \tag{4}$$

而集合 $C \subset X$ 的 1-邻域为

$$N_1(C) \triangleq \bigcup_{x \in C} N_1(x) \tag{5}$$

于是可以用嵌套的办法定义 2-邻域、3-邻域、...、 m -邻域

$$\begin{aligned} N_2(x) &\triangleq N_1(N_1(x)) \\ N_3(x) &\triangleq N_2(N_1(x)) = N_1(N_1(N_1(x))) \\ &\vdots \\ N_m(x) &\triangleq N_{m-1}(N_1(x)) = \underbrace{N_1(\dots)}_m N_1(x) \end{aligned}$$

容易验证 $N_k(x) \subseteq N_l(x), \forall k \leq l$, 即我们定义了一串前后嵌套的邻域集合.

为了将竞争算法用到 TSP 问题之中, 首先需建立上节定义的邻域 $N(x, \alpha)$ 与 $N_l(x)$ 之间的映射关系, 我们构造如图 1 所示的曲线, 它表明一个特定的 $N(x, \alpha)$ 邻域确定一个特定的 $N_l(x)$ 邻域, 对照上节给出的算法, 我们发现只要确定了: (1) $D(x) = 1/x$; (2) 终止准则, 在一定的迭代间隔内最优 $c(x)$ 没有发生变化, 或者迭

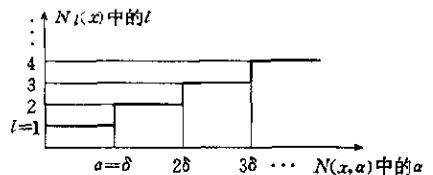


图1

代总次数已到,(3) δ 的数值,那么,就可以实现求解 TSP 问题的竞争算法了.我们对文献[7]提供的 31 个城市的中国 TSP 问题进行了求解.如果取 $\delta=0.1, PS=12$,获得的最优结果为 15 404 公里,这已达到目前包括遗传算法、模拟退火算法在内的各种方法所能达到的最高水平.其遍历路径为:

北京→哈尔滨→长春→沈阳→天津→济南→合肥→南京→上海→杭州→台北→福州→南昌→武汉→长沙→广州→海口→南宁→贵阳→昆明→成都→拉萨→乌鲁木齐→西宁→兰州→银川→西安→郑州→石家庄→太原→呼和浩特→北京.

然后,我们又随机地在 $[0,1] \times [0,1]$ 区域内产生 100 个城市,如图 2 所示为初始路径,用本文算法进行求解,得到如图 3 所示的结果.可见结果是令人满意的.

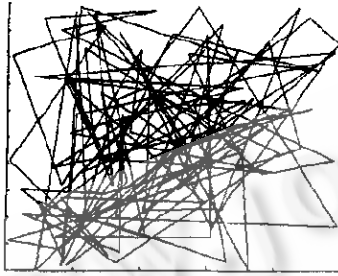


图 2 100 城市 TSP 问题初始路径

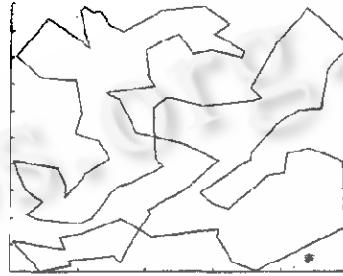


图 3 最终路径

在 0-1 规划问题中,邻域的定义是类似的,如果某个 $x \in \{0,1\}^n$,则 x 的 1-邻域定义为 $N_1(x) \triangleq \{y \in \{0,1\}^n \mid \exists k$ 使得 $y_k = \bar{x}_k, y_l = x_l, \forall l \neq k\}$,而 2-, 3-, ... 邻域由同样的嵌套方法得到,然后就很容易用竞争算法实现求解了.

参考文献

- 1 陈国良等. 遗传算法及其应用. 北京: 人民邮电出版社, 1996
(Chen Guo-liang et al. Genetic Algorithm and Its Applications. Beijing: People's Communication Press, 1996)
- 2 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法(第 2 册). 北京: 科学出版社, 1995
(Liu Yong, Kang Li-shan, Chen Yu-ping. Nonnumerical Parallel Algorithms (Second Volume). Beijing: Science Press, 1995)
- 3 Fogel D B. Applying evolutionary programming to selected traveling salesman problems. Cybernetics and Systems, 1993, 24: 27~36
- 4 Davis L. Job shop scheduling with genetic algorithms. In: Proceedings of the International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, 1985. 136~140
- 5 黄文奇, 詹叔浩. 求解 packing 问题的拟物方法. 应用数学学报, 1979, 2(2), 176~180
(Huang Wen-qi, Zhan Shu-hao. Object-imitation method on solving packing problems. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1979, 2(2), 176~180)
- 6 黄文奇, 金人超. 求解 SAT 问题的拟物拟人算法——Solar. 中国科学(E 辑), 1997, 27(2), 179~186
(Huang Wen-qi, Jin Ren-chao. Object-imitation and human-imitation algorithms on solving SAT problems. Solar, Science in China (Volume E), 1997, 27(2), 179~186)
- 7 靳蕃等. 神经网络与神经计算机原理·应用. 成都: 西南交通大学出版社, 1991
(Jin Fan et al. Neural Network and Neural Computers: Theory and Applications. Chengdu: Press of Xi'an Jiaotong University, 1991)

A Competition Algorithm and Its Applications in Combinatorial Optimization Problems

YU Zhi-wei¹ TAO Bo¹ WANG Yuan-mei²

¹(ICCAD Research Center Hangzhou Institute of Electronic Engineering Hangzhou 310037)
²(Department of Life Science and Biomedical Engineering Zhejiang University Hangzhou 310027)

Abstract A global search algorithm, competition algorithm, is presented. It searches for the global optimum by impelling and competing among the individuals within a population. The idea of the proposed algorithm is independent of the famous GA (genetic algorithm). Some computations on combinatorial optimization problem are conducted, which demonstrate the superiority of the algorithm.

Key words Competition algorithm, genetic algorithm, combinatorial optimization.