

遗传算法在钟表机芯设计中的应用*

段国林¹ 查建中² 林建平¹ 翁起莹³

¹(河北工业大学计算中心 天津 300130)

²(北方交通大学机械工程系 北京 100044)

³(天津钟表厂 天津 300113)

E-mail: glduan@public1.tpt.tj.cn

摘要 在钟表机芯设计中,齿轮参数的优化设计是一个组合优化问题,很难用传统优化方法解决。遗传算法是一种基于生物进化原理的启发式搜索方法,近年来,它成功地解决了许多计算难题。使用该算法的难点是如何将具体问题映射成适于该算法的编码以及根据编码进行各种操作。该文对传动系统各齿轮参数序号进行编码,成功地解决了齿轮参数的优化设计问题,也为一般机械设计中传动系统参数的优化提供了经验。通过比较,利用遗传算法得出的参数比用专家系统得出的参数更优。

关键词 遗传算法,钟表,CAD,组合优化,启发式算法。

中图法分类号 TP391

在科学和工程的许多领域中会遇到组合优化(Combinatorial Optimization)问题,而这些问题大多数难于求得最优解。^[1]然而,在实践中,一些足够好的解可以满足我们的需要,所以,一些启发式算法就被用来在较短时间内求得较优解。遗传算法(Genetic Algorithm)作为一种启发式算法,圆满地解决了许多组合优化问题,比如调度问题(Scheduling)、旅行销售商问题(Traveling Salesman Problem)、课程表问题(Timetabling)、布局问题(Packing Problem)等。^[2~5]

在钟表(在不引起混淆的前提下,本文将钟表和手表统称为钟表)机芯设计中,传动系统设计是整个设计的前提和关键。对石英钟表来说,传动系统设计包括从马达到秒轮、从秒轮到分针、从分针到时针 3 条主要传动路线中的传动比、各齿轮齿数、模数等参数的确定。从马达到秒轮的传动比是固定的(1:30),要经过两级变速;从秒轮到分针的传动比是 1:60,经过两级变速才能达到;从分针到时针的传动比为 1:12,也要经过两级变速。整个传动系统共有 6 对齿轮,满足传动比的齿数有很多,在满足某些性能最佳且不发生干涉的约束条件下,确定这些齿轮的齿数和模数,实际上是一种组合优化问题。本文针对钟表机芯设计中传动系统的两种常见优化模式,采用遗传算法进行设计,取得了满意的效果。

遗传算法

遗传算法是一种生物进化原理的搜索方法。它根据适者生存、优胜劣汰等自然进化原则,一代一代地优选适应性函数(Fitness Function)的解,重组后构成新的参数组合,而逐渐取得最优解。适应性函数与传统优化算法中的目标函数和成本函数相对应,同时它还对违反约束的解进行惩罚,父辈个体(Individual)对子代的贡献与适应性函数成正比。与许多传统的搜索算法不同,遗传算法在搜索最佳参数组合时考虑搜索空间的多个点,而不仅仅考虑一个点。遗传算法通常使用 3 种标准操作符(Operator):选择(Selection)、交换(Crossover)、变异(Mutation)。^[4]所谓选择,就是按一定概率将一个个体从父辈复制到下一代。交换是指将两个或多个父辈的特征组合起来,产生一个或多个子个体。变异是指对个体所作的小的局部改动。对适应的个体进行的选择和交换推动了个体的进化,而变异则保持了群体(Population)的多样性,并能在更大范围内搜索解空间。

在经典遗传算法中,一个解通常用二进制字符串来表达。父辈的两个解的标准交换操作(通常称为单点交换)是这样

* 本文研究得到轻工总会轻工业科学技术发展基金资助。作者段国林,1963年生,博士,副教授,主要研究领域为智能CAD,智能布局系统。查建中,1947年生,博士后,教授,博士生导师,主要研究领域为离散优化,智能工程。林建平,1937年生,教授,主要研究领域为CAD,计算机绘图。翁起莹,女,1936年生,总工程师,主要研究领域为钟表设计,CAD。

本文通讯联系人:段国林,天津300130,河北工业大学计算中心CAD研究室

本文1997-04-04收到原稿,1997-07-18收到修改稿

进行的:首先在字符串中随机选择一点,然后交换两个父辈个体在交换点之后的部分.例如,已知两个父辈个体为

父辈个体 1: 10110|110

父辈个体 2: 00111|001

交换点在第 5 位后,可以得到下面两个子个体.

子个体 1: 10110|001

子个体 2: 00111|110

变异通常是将字符串中的某一位取反.如将子个体 2 的第 4 位变异,可以得到

子个体 2(变异后): 00101110.

在具体问题中应用遗传算法时需要考虑两个问题:①如何建立该问题的模型,使其能套用遗传算法的框架,其中包括可行解空间的定义、适应性函数的格式以及个体表示成字符串的方式;②要考虑的是遗传算法本身的参数,包括因选择、交换和变异而产生的群体的大小,选择个体的方法,经历的代数以及与变形后的基本算法相关的其他问题.

利用遗传算法解题的一般步骤如下.

Step1. (初始化) 构造 m 个初始候选解;

Step2. (交换操作) 从 m 个候选解中选择两个进行交换操作,产生两个新解;

Step3. (变异操作) 对一个解进行变异操作,产生一个新解;

Step4. (筛选) 用局部最优的新解替换候选解中性能最差的解;

Step5. (重复) 重复步骤 2~4,直到满足某个停机条件.

以上几种操作是传统遗传算法中的常用操作.在实际情况下,根据不同的编码形式,还会增加其他操作.Chatterjee G 等人^[9]在用遗传算法解决旅行销售商问题(TSP)时,利用城市编号进行编码,为了避免交换操作后产生的乱码现象,采用了单性繁殖(Asexual Reproduction)的遗传算法,即只对单个父辈个体进行操作.所采用的操作主要是反转(Inversion),也就是在编码内截取一段代码,按反向重新排列这段代码,然后再把这段代码放回原编码内,以形成一段新的编码.利用这种操作有效地避免了编码混乱的问题.

2 遗传算法在钟表机芯设计中的应用

在钟表机芯设计中,整体布局设计是整个设计的基础,而传动系统的设计又是布局设计的前提.因此,在满足一定约束条件的前提下,合理地设计出齿轮的参数是机芯设计的关键.在实际情况下,要求不同,所建的优化模型也不同.

2.1 数学模型

在设计机芯时,有两种常见的情况,一种是在满足给定的机芯大小的前提下,要求其加工性能最好;另一种是在满足一定的加工工艺条件的前提下,使机芯的体积最小.钟表中的齿轮都很小,因此,齿轮的模数越大,其加工性能就越好.机芯体积小不但可以节约材料,而且还便于制造各种造型美观的钟表.比如,在超薄型手表中,机芯也必须是超薄的.对石英钟表来说,第 1 种情况的优化目标是使齿轮的最小模数达到最大值,其数学描述如下.

$$\min \text{Max}M = 1/\min(m)$$

$$\text{s. t. } a_{ij} < c_i \quad i, j = 1, 2, \dots, 4,$$

$$mcc = con1,$$

$$cgc = con2,$$

$$cqc = con3,$$

$$a_{23} > r_{21} + r_{32},$$

$$z_{ij} > c_5 \text{ 且为整数 } \quad i, j = 1, 2, \dots, 5.$$

其中 $\text{Max}M$ 为齿轮中最小模数的倒数,这样就求最大值问题变成了求最小值问题, a_{ij} 为轴 i 和轴 j 之间的中心距.
 $a_{12} = (z_{12} + z_{21}) \times m_{12} / 2, a_{23} = (z_{22} + z_{31}) \times m_{22} / 2, a_{34} = (z_{32} + z_{41}) \times m_{32} / 2, a_{35} = (z_{34} + z_{51}) \times m_{34} / 2; z_{ij}$ 表示齿轮的齿数,下标 i 表示轴号,下标 j 表示该轴上齿轮的序号. j 为偶数表示是齿轴,即齿轮与轴做成一体(齿轮较小), j 为奇数表示是齿轮片,即较大的齿轮 i_c . 是根据设计要求确定的常数; mcc 为从马达到秒轮的传动比,其值是 30,即 $mcc = \frac{z_{21}}{z_{12}} \cdot \frac{z_{31}}{z_{22}} = con1 = 30, cgc$ 是从秒轮到分针轮的传动比,值为 60,即 $cgc = \frac{z_{41}}{z_{32}} \cdot \frac{z_{51}}{z_{42}} = con2 = 60, cqc$ 为从分针轮到时针轮的传动比,其值为 12,即 $cqc = \frac{z_{51}}{z_{34}} \cdot \frac{z_{35}}{z_{52}} = con3 = 12$;约束条件 $a_{23} > r_{21} + r_{32}$ 是为了避免齿轮 z_{21} 与 z_{32} 发生干涉而设置的;由于传动与制造等原因,齿轮齿数应不小于 6,取 $c_5 = 6$. 参考图 1,有助于理解传动关系.

与此相似,可以得到第 2 种情况的数学模型.

$$\min \text{Max}A = \max(a_{ij})$$

$$\text{s. t. } m_{ij} > c_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, 4,$$

$$mcc = con1,$$

$$cgc = con2,$$

$$cqc = con3,$$

$$a_{23} > r_{21} + r_{32},$$

$$z_{ij} > c_5 \text{ 且为整数 } \quad i, j = 1, 2, \dots, 5.$$

其优化目标是使最大的中心距取得最小值。

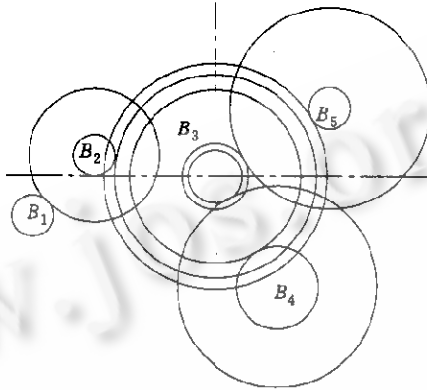


图1 钟表齿轮传动示意图

2.2 编码

解上述模型确定齿轮齿数和模数是一个组合优化问题。用遗传算法求解该问题,首先要将问题的解空间映射成一组代码串,以便于进行各种操作。使用二进制数进行编码最易于操作,但有些问题很难映射成二进制代码。^[6]本文使用正整数组成代码串,其格式为

$$\pi = [imcc, im_{12}, im_{22}, icgc, im_{32}, im_{42}, icqc, im_{34}, im_{52}]$$

其中 $imcc$ 表示满足从马达到秒针轮传动比(即 30:1)的齿轮系列的序号,事先生成满足传动比的常用齿轮组系列,常用的齿轮组有 100 多种,对这些齿轮组进行编号; $icgc$ 表示满足从秒针轮到分针轮传动比(即 60:1)的齿轮系列的序号; $icqc$ 表示满足从分针轮到时针轮传动比(即 12:1)的齿轮系列的序号; $im_{12}, im_{22}, im_{32}, im_{42}, im_{34}, im_{52}$ 表示仪表用国家标准模数的序号。

比如 [18, 18, 13, 1, 10, 12, 3, 22, 22] 表示从马达到秒针轮之间使用第 18 组齿轮(8:40×8:48),齿轮 z_{12}, z_{21} 的模数为序号 18 的标准模数 0.082 5, 齿轮 z_{22}, z_{31} 的模数为序号 13 的标准模数 0.07;从秒针轮到分针轮之间使用该系列的第 1 组齿轮(8:64×8:60), 齿轮 z_{32}, z_{41} 的模数为序号 10 的标准模数 0.063, 齿轮 z_{42}, z_{33} 的模数为序号 12 的标准模数 0.067;从分针轮到时针轮之间使用该系列的第 3 组齿轮(12:32×8:36), 齿轮 z_{34}, z_{51} 的模数为序号 22 的标准模数 0.115, 齿轮 z_{52}, z_{35} 的模数为序号 22 的标准模数 0.115。

2.3 初始化(Initialization)

运用遗传算法,要先生成 m 个初始代码串(个体)。一般文献中介绍的初始代码的生成方法多数采用随机法,本文利用设计实例中的参数作为第 1 个代码串,其他 $m-1$ 个代码串由随机函数产生。所有个体组成了群体。

适应性函数(Fitness Function)应能反映优化目标和约束情况。为此,将适应性函数定义为

$$F(\pi) = w_1 f_1 + w_2 f_2$$

其中 f_1 为目标函数, f_2 为齿轮 z_{21} 与 z_{32} 之间的干涉量, $f_2 = \text{SGN}(r_{21} + r_{32} - a_{23}) + 1$ 。SGN(x) 为符号函数,当 $x > 0$ 时,函数值为 1, 当 $x = 0$ 时,函数值为 0, 当 $x < 0$ 时,函数值为 -1; w_1, w_2 表示权重。如果 $F(\pi_i) < F(\pi_j)$, 则组合 π_i 比组合 π_j 要好。

初始化后,分别计算出各个个体的适应性函数 F , 根据其值的大小,将最差的个体找出来,以备后续操作使用。

2.4 选择操作(Selection)

遗传算法的交换操作符(Crossover Operator)需要选择两个个体进行组合操作。选择个体时按以下概率进行。^[5]

$$p_i = F_i / \left(\sum_{j=1}^m F_j \right) > 0$$

在实际操作中,本文采用 Jakobs S.^[5]所使用的方法选择个体.将区间 $I=[0,1)$ 分成 m 个子区间,每个子区间对应一个个体.

$$\begin{aligned} \pi_1 &\Leftrightarrow I_1 = [0, p_1), \\ \pi_2 &\Leftrightarrow I_2 = [p_1, p_1 + p_2), \\ &\vdots \\ \pi_m &\Leftrightarrow I_m = [1 - p_m, 1). \end{aligned}$$

然后产生两个随机数 $p_i \in [0,1), i=1,2$,其所对应的子区间确定个体的选取.

2.5 交换操作(Crossover)

交换操作是在选出的两个个体之间进行的.下面的例子可以解释该操作过程.

$$\begin{aligned} \pi_i &= [12, 17, 15, 15, 18, 13, 20, 13, 14] \\ \pi_j &= [42, 16, 17, 11, 28, 3, 26, 10, 24] \end{aligned}$$

交换在随机点 p 进行.设 $p=6$,则有

$$\begin{aligned} \pi_{new1} &= [12, 17, 15, 15, 18, 13, 26, 10, 24] \\ \pi_{new2} &= [42, 16, 17, 11, 28, 3, 20, 13, 14] \end{aligned}$$

可以看出,交换后产生的两个新个体仍是有意义的组合.两个新个体记录后,有待于进行其他操作.

2.6 变异操作(Mutation)

对新生成的个体要按照较小的变异率 p_m 进行变异操作.在用二进制表示的代码串中进行变异操作是较方便的,如果随机数 $p < p_m$,则对一个二进制位做取反运算,反之,则不进行任何操作.如 Cooke D.F. 等人^[7]将 p_m 取为 0.033,根据随机数 p 的大小对每一个二进制位作是否进行变异操作的判断.如果不是以二进制表示代码串,情况就比较复杂.文献[5]的代码串由多边形的序号组成,它对个体进行的变异操作是把多边形旋转 90° .本文对新个体 π_{new1} 和 π_{new2} 的变异操作是通过对代码的求余运算来进行的.

```
FOR (i=1; i<=n; i++)
{
  p=Random(0,1);
  IF (p<p_m) c_i = z_i Mod c_i;
}
```

其中 c_i 为代码串中的第 i 个代码, z_i 为第 i 个代码的最大取值.

经过这两步操作后,分别计算 π_{new1} 和 π_{new2} 的适应性函数值,再与群体中的个体进行比较,将最差的个体从群体中去掉.

重复以上 3 步,直到达到循环上限或解不再有改进为止.下面给出算法的伪代码.

```

 $\pi_1$  = 设计实例;
 $F_1$  =  $F(\pi_1)$ ;
FOR (i=2; i<=m; i++)
{
   $\pi_i$  = 随机组合;
   $F_i$  =  $F(\pi_i)$ ;
}
 $z=1$ ;
WHILE (i<MAX-LOOPS)
{
  i = SelectIndividual();
  j = SelectIndividual();
   $\pi_{new1}, \pi_{new2}$  = Crossover( $\pi_i, \pi_j$ );
  Mutation( $\pi_{new1}$ );
  Mutation( $\pi_{new2}$ );
   $F_{new1}$  =  $F(\pi_{new1})$ ;
   $F_{new2}$  =  $F(\pi_{new2})$ ;
  ReplaceWorstIndividual( $\pi_{new1}$ );
  ReplaceWorstIndividual( $\pi_{new2}$ );
   $z=z+1$ ;
}
```

3 设计实例

一钟表厂设计某一型号的石英手表的外形尺寸为 15.3,要求设计出加工性能最优的机芯.利用没加优化模块的专家系统设计出的齿轮参数如下.^[8]

$z_{12} = 8$	$z_{71} = 40$	$m_{12} = 0.0825$	$a_{12} = 1.98$
$z_{22} = 8$	$z_{31} = 48$	$m_{22} = 0.07$	$a_{23} = 1.96$
$z_{32} = 8$	$z_{41} = 64$	$m_{32} = 0.063$	$a_{34} = 2.268$

$z_{42}=3$	$z_{33}=60$	$m_{42}=0.067$	
$z_{34}=12$	$z_{51}=32$	$m_{34}=0.115$	$a_{35}=2.53$
$z_{52}=8$	$z_{35}=36$	$m_{52}=0.115$	

利用遗传算法求解按照第 1 种优化模型建立的数学模型,取 $p_m=0.03$, $m=3\ 000$, $\text{MAX_LOOPS}=3\ 000$,得出下列设计参数。

$z_{12}=7$	$z_{21}=35$	$m_{12}=0.092\ 5$	$a_{12}=1.942\ 5$
$z_{22}=7$	$z_{31}=42$	$m_{22}=0.08$	$a_{23}=1.96$
$z_{32}=7$	$z_{41}=60$	$m_{32}=0.07$	$a_{34}=2.345$
$z_{42}=8$	$z_{33}=56$	$m_{42}=0.075$	
$z_{34}=10$	$z_{51}=30$	$m_{34}=0.1$	$a_{35}=2.0$
$z_{52}=8$	$z_{35}=32$	$m_{52}=0.1$	

比较以上两组参数可以看出,在满足设计要求的情况下,第 2 组参数的最小模数比第 1 组的最小模数要大,也就是说,其加工性能更好。

4 结 论

在传统的机芯设计过程中,设计人员往往根据经验和已定型的产品进行类比设计。由于排列组合和计算的复杂性,很难得到最优的设计结果。实验结果表明,遗传算法求解组合优化问题是行之有效的,它很好地解决了机芯设计中传动系统参数的确定问题,同时对于其他机械设计也有指导意义。

参 考 文 献

- 1 Bolte A, Thonemann U W. Optimizing simulated annealing schedules with genetic programming. *European Journal of Operational Research*, 1996, 92(2): 402~416
- 2 Yagiura M, Ibaraki T. The use of dynamic programming in genetic algorithms for permutation problems. *European Journal of Operational Research*, 1996, 92(2): 387~401
- 3 Chatterjee S, Carrera C, Lynch L A. Genetic algorithms and traveling salesman problems. *European Journal of Operational Research*, 1996, 93(3): 490~510
- 4 Dowland K A. Genetic algorithms—a tool for OR?. *Journal of the Operational Research Society*, 1996, 47(4): 550~561
- 5 Jakobs S. On genetic algorithms for the pecking of polygons. *European Journal of Operational Research*, 1996, 88(1): 165~181
- 6 Herrera F, Lozano M, Verdegay J L. Dynamic and heuristic fuzzy connectives-based crossover operators for controlling the diversity and convergence of real-coded genetic algorithms. *International Journal of Intelligent Systems*, 1996, 11(12): 1013~1040
- 7 Cooke D F, Wolfe M L. Genetic algorithm approach to a lumber cutting optimization problem. *Cybernetics and Systems*, 1991, 22(3): 257~265
- 8 Duan G, Cha J, Lin J *et al.* The study and design of clocks and watches CAD system based on intelligence engineering. In: *Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions and Mechanisms*. Beijing: China Machine Press, 1997. 1023~1026

The Use of Genetic Algorithms in Designing Movements of Clocks and Watches

DUAN Guo-lin¹ ZHA Jian-zhong² LIN Jian-ping¹ WENG Qi-zhe³

¹(Computer Center Hebei University of Technology Tianjin 300130)

²(Department of Mechanical Engineering North Jiaotong University Beijing 100044)

³(Tianjin Clock Factory Tianjin 300113)

Abstract The optimal design of gear parameters in the movements of clocks and watches is a combinatorial optimization problem, which is too difficult to be solved optimally using traditional optimization methods. The GA (genetic algorithm) is a natural evolution-based heuristic searching method, which was recently introduced and has been successfully applied to a variety of problems. The difficulties in using this algorithm are how a particular problem is to be modeled to fit into the genetic algorithm framework, and how the operators (selection, crossover, mutation) work due to the code strings. The indexes of various gear parameters of transmission is presented in this paper as a string, and the optimal design of gear parameters is successfully solved. This method can be also applied to general mechanical designs. Through comparison, it can be seen that the parameters calculated in the GA are better than those in the expert system.

Key words Genetic algorithm, clocks and watches, CAD, combinatorial optimization, heuristic algorithms.