

沿参数曲面的均匀变形方法*

冯结青 彭群生 马利庄

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

E-mail: zucad@public. hz. zj. cn

摘要 基于参数曲面控制的物体自由变形是一项实用的技术。在已有的方法中,待变形物体被直接嵌入控制曲面的参数空间,由于映射的非线性,导致物体变形中出现扭曲现象。本文提出了一种基于参数曲面控制的均匀变形方法。新方法中,变形控制曲面首先以等距或局部等距的方式展开为平面,然后经由平面的线性映射,将待变形物体嵌入控制曲面的参数空间中,从而产生符合控制曲面形状的局部均匀变形。实验结果表明,本方法所产生的结果是令人满意的。

关键词 计算机动画,变形,等距映射,可展曲面。

中图法分类号 TP391

在计算机动画和几何造型领域,变形是一种非常有用的技术。其中一类变形技术不依赖于物体的具体几何表示形式,所以很容易集成入现有动画系统和几何造型系统中,从而引起了人们的广泛关注。^[1]

FFD(free-form deformation)是上述方法中经典的一种,它最早由 Sederberg 和 Parry 首先提出。^[2]许多研究者丰富和拓展了初始的 FFD 方法,如 EFFD(extended free-form deformation)^[3],AFFD(animated free-form deformation)^[4],RFFD(rational free-form deformation)^[5],NFFD(NURBS-based free-form deformation)^[6]等。这些 FFD 方法的共同特点是先建立一个由三变元参数体所定义的空间,其形状由三维控制顶点控制,然后将待变形物体嵌入三参数体的参数空间中。当包含物体的二参数体的形状发生变化时,嵌入其中的物体会随之变形。近来又有人提出了两类新的 FFD 方法:一种是 AxDf(axial deformation)^[7,8],变形由一条称为轴的参数曲线控制;另一种是由参数曲面控制的自由变形方法。^[9]

在上述自由变形方法中,记物体所嵌入的参数空间为变形空间 R_b^3 ,3D 参数体、轴曲线、参数曲面所在的欧氏空间称为动画空间 R_a^3 。上述 3 类变形方法中均包含两步映射:(1)从物体所在的局部空间 R_l^3 到变形空间 R_b^3 的映射。这一步是将物体嵌入变形空间 R_b^3 的过程;(2)从变形空间 R_b^3 到动画空间 R_a^3 的映射,从而实现物体的变形。第(1)步中,主要的映射方式有线性映射^[2]、基于反求局部坐标的映射^[3,9]以及基于最近点规则的映射。^[7]这一步映射的结果是,对于被变形物体上的每一点,在 R_b^3 中找到唯一一点与之对应,我们称 R_b^3 中的对应点为物体上点相对于变形空间的局部坐标。第(2)步映射比较简单,可取为三参数张量积函数(FFD)、参数曲面函数、参数曲线函数。将这两步映射进行复合,即得到最终的变形结果。

值得指出的是,应用上述方法得到的结果中,除了所需变形外,还可能使物体形成一些不必要的扭曲。产生这种不必要扭曲的原因在于上述两步映射一般不是等距的,即物体的各个部分的变形不是均匀的。为说明这个问题,我们引入一个二维的例子。记 $F(u,v)$ 为一个二维的平面 Bézier 函数,等长的线段 A 和 B 被线性地嵌入 $F(u,v)$ 的参数空间。当 $F(u,v)$ 变化时,对应于 A 和 B 的变形曲线段 A' 和 B' 一般不再是等长的,如图 1 所示。在实际的 3D 变形中,这种扭曲表现为物体的某些部分被拉伸,而另外一些部分却可能被压缩。

从扭曲产生原因的分析可知,消除的方法有两种:①适当地选择从 R_l^3 到 R_b^3 的映射方式,使得两步映射的复合是等距的,Bier 等人的两步法纹理映射技术^[10]就是这种思想的体现;②对 R_b^3 作重新参数化得到 \tilde{R}_b^3 ,使从 \tilde{R}_b^3 到 R_a^3 的映

* 本文研究得到国家自然科学基金和霍英东青年教师基金资助。作者冯结青,1970年生,博士,主要研究领域为计算机动画,计算机辅助几何设计,科学计算可视化。彭群生,1947年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形生成,工程图纸扫描识别,虚拟现实技术,科学计算可视化,计算机动画。马利庄,1963年生,博士后,研究员,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助几何设计,科学计算可视化,计算机图形学。

本文通讯联系人:冯结青,杭州 310027,浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室

本文 1997-01-14 收到原稿,1997-05-12 收到修改稿

射是等距的,此时,当物体以线性方式嵌入 R^3 中时,物体的变形便是均匀的.本文针对基于曲面控制的变形,根据第2种方法的思路,提出了一种物体沿曲面表面的均匀变形方法.在新方法中,我们基于微分几何中等距或局部等距的概念,将控制曲面展开成平面,使控制曲面重新参数化.当物体被线性地嵌入到控制曲面的新的参数空间中时,就可以实现均匀变形或局部均匀变形.

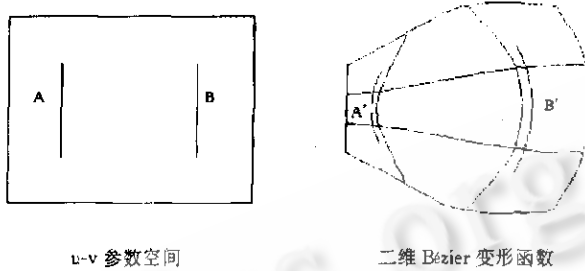


图1 带有曲率的变形

本文第1节介绍等距映射和局部等距映射的概念以及如何用混合展开算法将一个自由形状曲面等距,或局部等距地展开为平面;第2节介绍如何将物体嵌入变形空间,并给出一些实验结果;最后总结全文.

1 局部等距映射和混合展开算法

参数曲面的等距展开是和微分几何中的等距映射的概念密切相关的.为了清晰地表达这个概念,我们首先介绍与此有关的两个定义.^[1]

定义1. 若两个(片)曲面 A 和 B 之间有一一对应关系,使它们上面对应曲线的弧长总相等,则这两个曲面称为等距等价,从 A 到 B 或 B 到 A 的映射都称为等距映射.

定义2. 一个曲面是可展的,当且仅当曲面与平面是等距等价的.

直观上,一个可展曲面可以和平面“贴和”,同时保持曲面与“贴和”平面上对应曲线的弧长相等.由微分几何的理论,我们知道,只有3类可展曲面,它们分别是柱面、锥面或曲线的切线曲面.在几何造型或动画中常用的参数曲面大部分不是可展曲面,即它们不可能在整体上等距地展开为平面,但它们可以基于等距映射的概念局部展开.^[12]

定义3. 一个曲面 S 是局部可展的,当且仅当存在一个局部等距映射 $F: S \rightarrow P, P$ 为二维平面区域,对任意点 $P_i, P_j \in S, P_i \in \Omega_i, P_j \in \Omega_j, P_i, P_j \in P$, 如果 $F(P_i) = P_i$ 和 $F(P_j) = P_j$, 我们有 $d_{ij} = d_{ij}$. 其中 Ω_i 是曲面 S 上以 P_i 为中心的邻域, P_i 和 P_j 是在展开平面 P 上与曲面 S 上 P_i 和 P_j 的对应点, d_{ij} 是曲面 S 上从 P_i 到 P_j 的测地距离, d_{ij} 是平面 P 上点 P_i 和 P_j 之间的欧氏距离.

由定义3可知,任何自由曲面均可局部等距地展开为平面.即对于曲面上的所有点,我们都能以局部等距的对应方式在平面上找到其对应点,但是对任意给定的非平面曲面,构造从该曲面到平面的局部等距映射不是轻而易举的.

在文献[12]中,一个自由曲面首先被离散成多边形面片,离散后的曲面通过优化的方法被局部等距地展开成平面.为此,Ma等人引入了一个目标函数 \bar{C} ,用以衡量曲面展开误差.

$$\bar{C} = \sum_{P_i \in S} \sum_{P_j \in \Omega_j} (d_{ij} - \|P_i P_j\|)^2$$

\bar{C} 最小化时所得到的平面区域即为曲面的局部等距展开结果.在这种方法中,优化算法初值的选取会影响算法的效率.一个好的初值会使 \bar{C} 快速收敛.根据我们的经验,文献[12]中所建议的初值选取方法并不总是令人满意的.

在文献[13]中,Bennis等人以保持曲面上等参数线的采样点处的弧长和测地曲率不变的方式将曲面展开.测地曲率是描述曲面上曲线相对于曲面的弯曲程度的一个度量.对于曲面上任意给定的两点,在曲面上存在无数条曲线连接这两点,其中测地曲率为零的一条称为测地线,这条曲线是所有连接两点的曲线中弧长最短的一条.当曲面是可展曲面时,曲面上的测地曲线对应于平面上的直线.基于这个理论,Bennis等人首先将参数曲面上的某条等参数线以保持弧长和测地曲率的方式展开为平面曲线,然后以此参数线为基线用相同的方式将整个曲面展开,这时得到一个初步展开结果.最后用松弛迭代法分散上述过程的累积误差.这个算法同样可以处理自由曲面,但该方法存在两个不足:一个是如何选取初始等参数线,另一个是松弛迭代法的收敛问题.

通过对两种方法的分析,我们设计了一种更加适合于本文需要的混合展开算法.在新方法中,我们采取文献[12]中的方法作为主框架,利用文献[13]中方法产生的初步展开结果作为文献[12]中优化算法的初值.设 $\bar{r}(u, v)$ 为控制

曲面,其中 $(u,v) \in [0,1] \times [0,1]$. 混合展开算法描述如下:

(1) 沿等参数线 $u = \frac{i}{m}, v = \frac{j}{n} (i=0,1,\dots,m, j=0,1,\dots,n)$ 离散曲面 $\vec{r}(u,v)$, 离散结果为曲面的一个四边形面片逼近, 表示为 $\{P_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$. m, n 由用户指定. m, n 越大, 展开精度越高, 所需计算时间也越多;

(2) 用 Bennis 的方法展开 $\{P_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$, 展开时初始等参数线选为: $u = [\frac{m}{2}]$ 或 $v = [\frac{n}{2}]$, 记初步展开结果为 $\{\tilde{D}_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$;

(3) 应用梯度算法优化整体误差度量 \tilde{C} : 取四边形面片 $\{\tilde{D}_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 作为优化过程的初值, 记 $\{D_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 为优化结果, 即为我们所求的局部展开平面.

平面四边形面片 $\{D_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 局部等距等价于控制曲面 $\vec{r}(u,v)$, 它是一种以离散形式表达的曲面 $\vec{r}(u,v)$ 的重新参数化. 当曲面 $\vec{r}(u,v)$ 是可展曲面时, 这种参数化类似于曲线上的弧长参数化, 即展开平面上的线段长度等于曲面上对应的曲线的弧长; 当曲面不是可展曲面时, 这种保长性质在局部范围内成立.

2 均匀变形

2.1 将待变形物体嵌入控制曲面的参数空间

得到控制曲面 $\vec{r}(u,v)$ 的平面展开后, 下一步是将待变形物体以等距或局部等距的方式嵌入曲面的参数空间. 记 $BOX(A)$ 为物体 A 的包围盒: $BOX(A) = \{X_{min}, Y_{min}, Z_{min}, X_{max}, Y_{max}, Z_{max}\}$ 其中 $X_{min}, Y_{min}, Z_{min}, X_{max}, Y_{max}, Z_{max}$ 定义在物体的局部坐标系中, 对于物体 A 的任意一个顶点或控制顶点 $P = (x, y, z)$, 记 P 相对于 $BOX(A)$ 的单位化坐标 (l_x, l_y, l_z) 为:

$$l_x = \frac{x - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \quad l_y = \frac{y - Y_{min}}{Y_{max} - Y_{min}} \quad l_z = \frac{z - Z_{min}}{Z_{max} - Z_{min}}$$

显然有 $0 \leq l_x, l_y, l_z \leq 1$. 然后用户在曲面的平面展开区域 $\{D_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 中指定一个矩形区域作为物体的嵌入区域, 这个区域应满足以下两个约束:

- (1) 区域必须完全位于 $\{D_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 之内;
- (2) 矩形区域的长 du 和宽 dv 满足以下比例关系:

$$\frac{du}{Z_{max} - Z_{min}} = \frac{dv}{X_{max} - X_{min}} = \frac{dh}{Y_{max} - Y_{min}}$$

其中 dh 是高度因子, 其作用是保持物体变形时沿控制曲面的法向的高度. 实际上, 根据以上这些约束, 指定矩形区域时的自由度仅有:

- (1) 矩形的位置 R_0 , 用其左下角顶点的坐标表示, 记 R_0 在展开平面中的坐标为 (s_{R_0}, t_{R_0}) ;
- (2) 矩形以 R_0 为端点的一条边的方向及其长度.

图 2 和图 3 给出了一个例子, 图 2 为待变形物体, 图 3 为控制曲面及其平面展开. 图 3 中的白色矩形所包围的区域即为嵌入区域, 这个矩形的左下角顶点即为 R_0 .

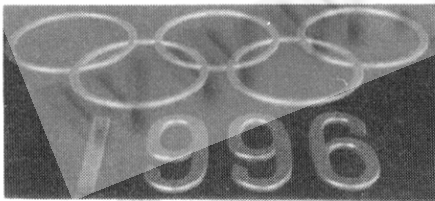


图 2 待变形物体

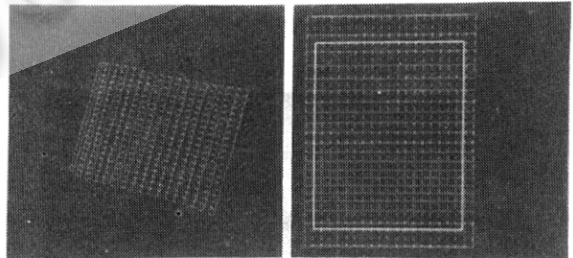


图 3 控制曲面及物体的嵌入区域

对于物体 A 上的顶点或控制顶点 $P = (x, y, z)$, 我们通过一个线性变换将点 P 的单位化坐标 (l_x, l_y, l_z) 变换为在展开平面坐标系中的点 $P_d = (s_d, t_d, h_d)$, 变换公式如下:

$$\begin{cases} s_d = s_{R_0} + l_z du \\ t_d = t_{R_0} + l_z dv, \quad \text{其中 } dh = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{Z_{\max} - Z_{\min}} du \\ h_d = l_z dh \end{cases}$$

由于矩形区域完全位于 $\{D_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 之内, 所以点 (s_d, t_d) 也完全位于 $\{D_{ij}\}_{i=0}^m, j=0}^n$ 之内. 假定 (s_d, t_d) 位于某个三角形 $D_i, D_{i+1, j}, D_{i+1, j+1}$ 之中, 并且记三角形的 3 个顶点的平面坐标分别为 $(s_{ij}, t_{ij}), (s_{i+1, j}, t_{i+1, j})$ 和 $(s_{i+1, j+1}, t_{i+1, j+1})$, 根据曲面的离散方式, 这 3 个点对应的曲面参数分别为: $(\frac{i}{m}, \frac{j}{n}), (\frac{i+1}{m}, \frac{j}{n})$ 和 $(\frac{i+1}{m}, \frac{j+1}{n})$. 为求点 (s_d, t_d) 相对于控制曲面的参数 (u_d, v_d) , 我们首先求 (s_d, t_d) 相对于三角形 $D_i, D_{i+1, j}, D_{i+1, j+1}$ 的重心坐标 (\tilde{u}, \tilde{v}) :

$$\begin{cases} \tilde{u}s_{ij} + \tilde{v}s_{i+1, j} + (1 - \tilde{u} - \tilde{v})s_{i+1, j+1} = s_d \\ \tilde{u}t_{ij} + \tilde{v}t_{i+1, j} + (1 - \tilde{u} - \tilde{v})t_{i+1, j+1} = t_d \end{cases}$$

则点 (s_d, t_d) 对应于曲面 $\vec{r}(u, v)$ 的参数 (u_d, v_d) 可以用重心坐标插值求得:

$$\begin{cases} u_d = \tilde{u} \frac{i}{m} + \tilde{v} \frac{i+1}{m} + (1 - \tilde{u} - \tilde{v}) \frac{i+1}{m} \\ v_d = \tilde{u} \frac{j}{n} + \tilde{v} \frac{j}{n} + (1 - \tilde{u} - \tilde{v}) \frac{j+1}{n} \end{cases}$$

这样, 我们就在物体上任意一点 P 与控制曲面 $\vec{r}(u, v)$ 的参数空间之间, 间接地建立了一一对应关系:

$$P = (x, y, z) \Leftrightarrow (u_d, v_d, h_d)$$

2.2 沿控制曲面的形状变形物体

点 P 变形后的位置 P_{deform} 可由以下公式计算.

$$P_{\text{deform}} = \vec{r}(u_d, v_d) + h_d \vec{n}(u_d, v_d)$$

其中 $\vec{n}(u_d, v_d)$ 是曲面在参数 (u_d, v_d) 处的单位法向. 图 4 是应用本文方法将图 2 中奥林匹克标志进行变形, 其中控制曲面为一个可展曲面, 图 5 是利用已有算法对同样物体、用同一控制曲面进行变形, 我们发现图 4 中每一圆环的变形都是均匀的, 而图 5 中的圆环变形中存在扭曲现象. 图 6 和图 7 为其他变形例子.

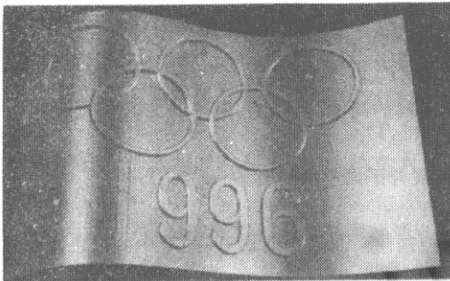


图 4 均匀地将奥林匹克标志变形到红旗上

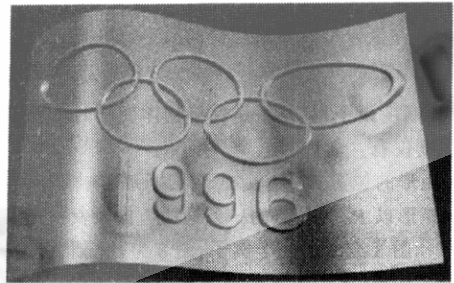


图 5 非均匀地将奥林匹克标志变形到红旗上

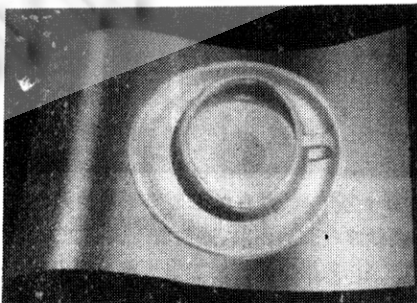


图 6 均匀地将茶杯变形到可展曲面上



图 7 均匀地将茶杯变形到球面上

3 结 论

本文提出了一种由参数曲面控制的均匀变形方法,这种方法消除了原有曲面控制变形过程中变形物体的扭曲现象.新方法与已有方法的主要区别在于:新方法利用控制曲面的展开平面或局部展开平面作为媒介,通过等距或局部等距映射将变形物体嵌入变形空间,而已有方法则是将物体直接嵌入变形空间.为了得到一个自由曲面的平面展开,我们结合文献[12,13]的曲面展开方法,提出了一种混合的曲面展开算法.执行结果表明,应用本方法所产生的效果优于已有的方法.

参考文献

- 1 Bechmann D. Space deformation survey. *Computers and Graphics*, 1994,18(4):571~586
- 2 Sederberg T W, Parry P. Free-form deformation of solid geometric models. *Computer Graphics (Siggraph'86)*, 1986,20(4):151~160
- 3 Coquillart S. Extended free-form deformation: a sculpturing tool for 3D geometric modeling. *Computer Graphics (Siggraph'90)*, 1990,24(4):187~196
- 4 Coquillart S, Jancene P. Animated free-form deformation: an interactive animation technique. *Computer Graphics (Siggraph'91)*, 1991,25(4):23~26
- 5 Kalra P, Mangili A, Thalmann D *et al.* Simulation of facial actions based on rational free-form deformation. *Computer Graphics Forum (Eurographics'92)*, 1992,2(3):59~69
- 6 Lamoussin H, Waggenspack W N. NURBS-based free-form deformation. *IEEE Transactions on Computer Graphics and Applications*, 1994,14(6):59~65
- 7 Lazarus F, Coquillart S, Jancence P. Axial deformation: an intuitive technique. *Computer-Aided Design*, 1994,26(8):607~613
- 8 冯结青,马利主,彭群生.基于弧长参数的轴变形新方法. *计算机学报(计算机图形学专辑)*,1996,20:161~170
(Feng Jie-qing, Ma Li-zhuang, Peng Qun-sheng. Arc-length-based axial deformation. *Chinese Journal of Computer (Special Issue on Computer Graphics)*, 1996,20:161~170)
- 9 Feng J Q, Ma L Z, Peng Q S. A new free-form deformation through the control of parametric surfaces. *Computers and Graphics*, 1996,20(4):531~539
- 10 Bier E A, Sloan K R. Two-part texture mapping. *IEEE Transactions on Computer Graphics and Applications*, 1986,6(9):40~53
- 11 吴大任.微分几何讲义.北京:高等教育出版社,1981
(Wu Da-ren. Teaching materials on differential geometry. Beijing: Higher Education Press, 1981)
- 12 Ma S D; Lin H. Optimal texture mapping. In: Duce D A, Jancence P eds. *Proceedings of Eurographics'88*. North-Holland: Elsevier Science Publishers B. V., 1988. 421~428
- 13 Bennis C, Vezien J M, Iglesias G. Piecewise surface flattening for non-distortion texture mapping. *Computer Graphics (Siggraph'91)*, 1991,25(4):237~246

Homogeneous Deformation Following the Shape of a Parametric Surface

FENG Jie-qing PENG Qun-sheng MA Li-zhuang

(State Key Laboratory of CAD & CG Zhejiang University Hangzhou 310027)

Abstract Free-form deformation through the control of parametric surfaces is a flexible technique. In the old method objects to be deformed are embedded into the parametric space of the base surface directly and the undesired distortions are frequently introduced into the result. A homogeneous deformation method is proposed in this paper which successfully eliminates or alleviates the undesired distortion. The main difference between the proposed method and the existing methods is that the new one embeds objects into the parametric space of the base surface by isometric or locally isometric mapping using the planar development of the base surface as the intermediate medium, thus the object to be deformed can follow the shape of the base surface homogeneously. Implementation results indicate the potentials of the new approach.

Key words Computer animation, deformation, isometric mapping, developable surface.