第 8 卷第 11 期
1997 年 11 月

软 件 学 报
JOURNAL OF SOFTWARE

Vol. 8, No. 11
Nov. 1997

标记辩论推理系统*

王克文 胡久稔

(南开数学研究所 天津 300071)

摘 要 Lin 提出的辩论推理系统为非单调推理形式提供了一种统一的基础,其推理机制由所谓的论点结构实现. 由 Lin 的系统导出的非单调推理并不具有累加性,而该性质是衡量一个非单调推理关系的重要标志之一. 利用 Brewka 的方法,本文提出标记辩论推理的概念,并且证明缺省逻辑 CDL 可以嵌入本系统,从而也间接地给出了标记辩论系统具有累加性的一种充分条件. 为了彻底地恢复累加性,本文提出了强封闭论点结构的概念,且由标记辩论系统的强封闭论点结构定义的非单调推理具有累加性.

关键词 非单调推理,缺省逻辑,累加性,辩论推理.

中图法分类号 TP18

在非单调推理的研究领域已有多种非单调的推理系统.[1]Lin 和 Shoham[2,3]提出了一种重要的非单调推理系统,以下简称 L-辩论系统. 这是一种典型的基于辩论的推理系统,其目的是为非单调推理的证明论提供一种统一的框架. L-辩论系统具有足够强的表达能力和推理能力,特别是 Reiter 的缺省逻辑可以看作一个 L-辩论系统. 因此,该理论对于常识推理的形式化,特别是非单调推理的实质的认识,具有重要的意义.

一个 L-辩论系统 $\mathscr{B}$ 的基本成份是规则和论点. 它的规则有 3 类:(1)基础规则,相当于已知事实;(2)单调规则,目的是刻画演绎推理;(3)非单调规则,刻画的是非单调推理. 由这类规则推出来的结论一般情况下仅仅是一种信念或假设. 由这三类规则可以构造语句 q 的各种可能的证明过程,这种候选证明称为论点,论点 α 可以表示为一棵树,L-辩论系统的推理机制是由所谓的论点结构(Argument Structure)来实现. 而一个论点结构定义为具有某种封闭性的一些论点之集. 由 L-辩论系统 $\mathscr{B}$ 的推理机制,我们可以自然地定义一种(非单调)谨慎推理 $\mid\!\sim$:对任意语句 q,$\mathscr{B}\mid\!\sim q$ 当且仅当 $\mathscr{B}$ 的每个论点结构中都有支持 q 的论点.

推理关系 $\mid\!\sim$ 是一种典型的非单调推理,即如果在 $\mathscr{B}$ 中增加一个基础规则(事实) x,则推演关系 $\mathscr{B}\cup\{x\}\mid\!\sim q$ 很可能不成立. 单调性的一种弱形式称为累加性(Cumulativity)[4],该性质保证引理的使用不影响推理的结果. 累加性不仅是非单调推理的一个重要形式性质,从直观上来看,也应该是一个好的非单调推理系统所必需的. 但正如 Makinson 首先观察到

---

* 本文研究得到国家攀登计划项目基金和国家 863 高科技项目基金资助. 作者王克文,1962 年生,博士后,主要研究领域为非单调推理,逻辑程序设计,人工智能基础. 胡久稔,1939 年生,副教授,主要研究领域为理论计算机科学.

本文通讯联系人:王克文,长沙 410073,国防科技大学计算机系 602 室

本文 1996-12-09 收到修改稿

的,Reiter 的缺省逻辑不具有累加性,后来发现更多的非单调系统都不具有累加性,如 Doyle 的真值维护系统(TMS)[5],逻辑程序的稳定语义和析取良基语义 GDWFS[6,7]等都不具有累加性. 因此,一个自然的问题是:如何使一些非单调推理的形式化恢复累加性?

首先研究上述问题的工作[8]是为了提供一种具有累加性的缺省扩张理论,Brewka 提出了累加缺省理论 CDL,并证明了 CDL 的谨慎推理具有累加性,这种方法不仅有效,而且直观,其基本思想是不直接使用一阶语句 q,而引入了一种所谓的标记语句 $\varphi=(q:A)$,其中 A 用来记录 q 成立的"理由". 这种方法已经被用于恢复真值维护系统(JTMS)和逻辑程序的累加性.[9]

由于 Reiter 的缺省逻辑可以嵌入 L-辩论系统,所以 L-辩论系统也不具有累加性. 同时,下节我们也将给出这样的例子. 本章利用 Brewka 的思想,定义 L-辩论系统的一种形式,称为标记辩论系统. 并且我们证明了缺省逻辑 CDL 可以嵌入标记辩论系统. 通过具体例子,我们说明在一般情况下,直接得到的标记辩论系统仍不具有累加性. 为此,我们在第 4 节对标记论点结构的定义进行了修正,由此得到的标记辩论系统具有累加性,从而给出了一种新的可累加的辩论推理系统.

1 L-辩论系统及其累加性

本节除了简单介绍 L-辩论推理系统的基本概念,还引入了相应的谨慎推理$\mid\!\sim$. 通过具体例子,说明推理关系$\mid\!\sim$不具有累加性.

假定 $\mathscr{L}$ 是一个语言,并且符号"$\rightarrow$"和"$\Rightarrow$"不在 $\mathscr{L}$ 中,但"$\neg$"在 $\mathscr{L}$ 中,对 $\mathscr{L}$ 的任意语句 q,$\neg q$ 也在 $\mathscr{L}$ 中. 另外,并不假定 q 和 $\neg\neg q$ 之间有任何联系.

L-辩论系统的基本成分是推理规则,分为 3 类,定义如下:

(1)基础规则(事实):q,其中 q 是语句;

(2)单调规则:$q_1,\ldots,q_n\rightarrow q$,其中 q 和 q_i 都是语句;

(3)非单调规则:$q_1,\ldots,q_n\Rightarrow q$,其中 q 和 q_i 都是语句.

从直观上来说,基础规则表示我们明显知道的事实,比如 *Tweety* 是一个鸟,就表示成 $Bird(tweety)$;单调规则 $q_1,\ldots,q_n\rightarrow q$ 表示演绎推理,即如果 $q_1,\ldots,q_n$ 成立,则必然 q 成立,比如"驼鸟是鸟"可以表示成单调规则 $Penguin(X)\rightarrow Bird(X)$;而非单调规则 $q_1,\ldots,q_n\Rightarrow q$ 表示一种缺省推理,即在一般情况下,由 $q_1,\ldots,q_n$ 能推出 q,但可能有例外. 典型的非单调规则如"鸟通常会飞",即 $Bird(X)\Rightarrow Fly(X)$.

定义 1.1. L-辩论系统定义为序对 $\mathscr{B}=(R,C)$,其中 R 是规则的集合,C 是语句的一个集合,称为完全性条件.

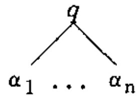
C 表示对任何 $q\in C$,都有 q 成立或$\neg q$ 成立.

由 L-辩论系统,可以构造一个语句 q 的可能的证明过程,称为论点(Argument).

定义 1.2. 设 $\mathscr{B}=(R,C)$是 L-辩论系统,$\mathscr{B}$ 中的论点是一个树 α,可以递归定义如下:

(1)如果 $q\in R$ 是 $\mathscr{B}$ 的基本规则,则以 q 为单顶点的树 α 是 $\mathscr{B}$ 的一个论点;

(2)若 $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ 是 $\mathscr{B}$ 的论点,且 α_i 的根结点是 $q_i,i=1,\ldots,n$,而 $r:q_1,\ldots,q_n\rightarrow q$(相应地 $r:q_1,\ldots,q_n\Rightarrow q$)是 R 的一个单调规则(非单调规则),使得 q 不是任何 α_i 的结点,则树 α:



也是 $\mathscr{B}$ 的一个论点,并称 α 是由单调(相应地,非单调)规则 r 经 $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ 生成的.

如果 q 是论点 α 的根结点,则称 α 是 q 的论点或 α 支持 q.

一个推理代理人持有的"相容"论点的集合称为论点结构,可以形式地定义如下.

定义 1.3. 设 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是 L-辩论系统,如果 S 是 $\mathscr{B}$ 的论点的一个集合,并且满足如下条件,则称 S 是 $\mathscr{B}$ 的一个论点结构.

(1)S 包含 $\mathscr{B}$ 中全部基础规则;

(2)S 是结构闭的:对任何 $\alpha\in S$,则 α 的所有子树都在 S 中;

(3)S 是单调闭的:如果论点 α 由论点 $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ 单调生成,且 $\alpha_1,\ldots,\alpha_n\in S$,则 $\alpha\in S$;

(4)S 相容:对任何语句 q, S 不能同时包含 q 和 $\neg q$ 的论点.

(5)S 完全:对任何 $q\in C$,S 中必有 q 或 $\neg q$ 的论点.

由论点结构 S 支持的语句全体 $Supp(S)=\{q\in\mathscr{L}$:存在 $\alpha\in S$,使 α 支持 $q\}$,称为 S 的支持集.

论点结构(或支持集)的概念,确定了 L-辩论系统的推理关系.

定义 1.4. 设 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是一个 L-辩论推理系统,q 是语句,则 $\mathscr{B}$ 的谨慎推理关系 $\mid\!\sim$ 定义为 $\mathscr{B}\mid\!\sim q$ 当且仅当对 $\mathscr{B}$ 的每个论点结构 S 都存在 $\alpha\in S$,使 α 支持 q.

对于 L-辩论系统 $\mathscr{B}=(R,C)$ 和 $\mathscr{L}$ 的语句 x,记 $\mathscr{B}\cup\{x\}=(R\cup\{x\},C)$. 显然,$\mathscr{B}\cup\{x\}$ 也是 L-辩论系统,与 $\mathscr{B}$ 不同的只是 $\mathscr{B}\cup\{x\}$ 多了一个基础规则 x.

L-辩论系统的累加性可以定义为:对任意 L-辩论系统 $\mathscr{B}$ 以及语句 x,y,若 $\mathscr{B}\mid\!\sim x$,则 $\mathscr{B}\mid\!\sim y$ 当且仅当 $\mathscr{B}\cup\{x\}\mid\!\sim y$.

分离性质:若 $\mathscr{B}\mid\!\sim x$,且 $\mathscr{B}\cup\{x\}\mid\!\sim y$,则 $\mathscr{B}\mid\!\sim y$.

累加单调性:若 $\mathscr{B}\mid\!\sim x$,$\mathscr{B}\mid\!\sim y$,则 $\mathscr{B}\cup\{x\}\mid\!\sim y$.

由文献[2]的定理 7,缺省理论可嵌入 L-辩论系统,而缺省理论不具有累加单调性,因此有:

结论 1.1. 在一般情况下,L-辩论系统的谨慎推理 $\mid\!\sim$ 不具有累加单调性,因而不具有累加性.

由下面的例子可以看出,对绝大多数语言 $\mathscr{L}$,L-辩论系统的非单调推理关系 $\mid\!\sim$ 都不具有累加性.

例 1.1:设语言 $\mathscr{L}=\{T,p,q,s,\neg p,\neg q,\neg s\}$,$\mathscr{B}=(R,C)$ 是 $\mathscr{L}$ 上的 L-辩论推理系统,其中 $C=\varnothing$,而 R 包括如下 7 个规则:

$r_0:T$; $r_1:T\Rightarrow\neg p$; $r_2:T\Rightarrow\neg q$; $r_3:T\Rightarrow\neg s$; $r_4:\neg q\rightarrow p$;

$r_5:p\rightarrow s$; $r_6:s,\neg p\rightarrow q$.

容易找出 $\mathscr{B}$ 的所有论点是如下 7 个:

$\alpha:T$; $\alpha_1:\alpha_0\Rightarrow\neg p$(由 r_1); $\alpha_2:\alpha_0\Rightarrow\neg q$(由 r_2); $\alpha_3:\alpha_0\Rightarrow\neg s$(由 r_3);

$\alpha_4:\alpha_2\rightarrow p$(由 r_4); $\alpha_5:\alpha_4\Rightarrow s$(由 r_5); $\alpha_6:\alpha_5,\alpha_1\rightarrow q$(由 r_6).

可以验证,$\mathscr{B}$ 的论点结构只有 $S=\{\alpha_0,\alpha_2,\alpha_4,\alpha_5\}$,所以 $Supp(S)=\{T,p,s\}$. 于是 $\mathscr{B}$

$\vdash p$ 且 $\mathscr{B}\vdash s$.

与上面的过程类似,考虑 L-辩论系统 $\mathscr{B}\cup\{s\}=(R\cup\{s\},\varnothing)$. 该辩论系统有两个论点结构 S_1 和 S_2,并且相应的支持集是 $Supp(S_1)=\{T,p,s\}$;$Supp(S_2)=\{T,q,s\}$.

由于 $s\in Supp(S_1)\cap Supp(S_2)$,而 $p\notin Supp(S_1)\cap Supp(S_2)$,故 $\mathscr{B}\cup\{s\}\vdash s$,但 $\mathscr{B}\cup\{s\}\nvdash p$,即累加性不成立.

我们再看一个简单的例子.

例 1.2:设 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是 L-辩论系统,$C=\{q_3\}$,R 由如下 3 个规则构成:

$$r_1:q_1;\qquad r_2:q_1\Rightarrow q_2;\qquad r_3:q_2\rightarrow q_3.$$

容易验证 $\mathscr{B}\vdash q_2$ 且 $\mathscr{B}\vdash q_3$,但 $\mathscr{B}\cup\{q_3\}\nvdash q_2$. 虽然这个例子也说明 L-辩论系统的谨慎推理不满足累加性,但它们之间又有着本质的不同,下节将指出这一点.

尽管 L-辩论系统的谨慎推理不具有累加单调性,但具有分离性质.

定理 1.2. L-辩论系统的谨慎推理 $\vdash$ 满足分离性质.

证明:设 $\mathscr{B}$ 是任一 L-辩论系统,x,y 是语句,且 $\mathscr{B}\vdash x$,$\mathscr{B}\cup\{x\}\vdash y$. 则对 $\mathscr{B}$ 的任意论点结构 S,记 $cut(S,x)=\{cut(\alpha,x);\alpha\in S\}$,其中 $cut(\alpha,x)$ 表示将 α 中结点 x 的分支截去以后所得到的树(但留下 x). 容易看出,$cut(S,x)$ 是 $\mathscr{B}\cup\{x\}$ 的论点集合,由于 $\mathscr{B}\vdash x$,即 S 中存在支持 x 的论点 α_0,故 $cut(S,x)$ 也是 $\mathscr{B}\cup\{x\}$ 的论点结构,由 $\mathscr{B}\cup\{x\}\vdash y$,存在论点 $\in cut(S,x)$ 使 β 支持 y. 由于存在 $\alpha\in S$,满足 $\beta=cut(\alpha,x)$,于是 α 也支持 y. 据 S 的任意性,有 $\mathscr{B}\vdash y$.

2　标记辩论系统

不难从第 1 节的例子和定义看出,引起 L-辩论系统不具有累加单调性的原因主要是论点的定义还不够精细,在生成论点的过程中,没有对规则的使用施加一定的限制,主要是非单调规则. 因此,要使 L-辩论系统恢复累加性,首先必须对论点定义中规则的使用重新定义.

正如前面所指出的,恢复缺省推理的累加性的一种有效方法是引入维护集.[8]该方法的基本思想是将通常的一阶语言扩充为标记一阶语言,标记语言由两部分构成,一部分表示原来的语句;另一附加部分(即维护集)则用于记录缺省推理过程中所使用过的"缺省条件",即一个语句成立的根据,由此得到的缺省逻辑具有累加性. 基于这种思想,本节定义一种辩论系统,称为标记辩论系统. 与累加缺省逻辑 CDL 不同的是,在一般情况下,这样的标记辩论系统仍不具有累加性,但我们证明了缺省逻辑 CDL 可以嵌入标记辩论系统. 因此,间接地给出了较为广泛的一类具有累加性的标记辩论系统. 累加性的彻底恢复问题将在下节讨论.

首先,容易将标记命题的概念推广到前述的任一语言 $\mathscr{L}$ 上,我们称 $\psi=(q,J)$ 是 $\mathscr{L}$ 的一个标记语句,其中 q 是 $\mathscr{L}$ 的语句,J 是 $\mathscr{L}$ 的语句集合,并称 q 是 ψ 的主公式,记为 $q=\mathrm{dom}(\psi)$;J 称为 ψ 的维护集(Assertional Set),记为 $J=ass(\psi)$.

以下我们总固定一个语言 $\mathscr{L}$,因而不再具体指明,比如"$\mathscr{L}$ 的语句"只说"语句".

设 Φ 是标记公式集,记 $\mathrm{dom}(\Phi)=\{\mathrm{dom}(\varphi):\varphi\in\Phi\}$,$ass(\Phi)=\bigcup_{\varphi\in\Phi}ass(\varphi)$. 并且以后假定,若 $(\varphi,J)\in\Phi$,且 $J\subseteq J'$,则 $(\varphi,J')\in\Phi$.

我们的标记辩论系统仍然包括3类推理规则(简称标记规则):

(1)基础规则(也称基础事实):(q,J),其中(q,J)是标记语句.

(2)单调规则:$q_1,\ldots,q_u,(q_{u+1},J_{u+1}),\ldots,(q_n,J_n)\rightarrow q$;特别地$n=u$时称为自由规则.

(3)非单调规则:$q_1,\ldots,q_u,(q_{u+1},J_{u+1}),\ldots,(q_n,J_n)\Rightarrow q$.

其中q_i都是语句,$J_{u+1},\ldots,J_n$是固定的语句集.从后面可以看出,任何一个规则都是对标记语句使用的,比如规则$r:q_0,(q_1,J_1)\rightarrow q$,表示在推理过程中,$q_0$的维护集可以是任意语句集,而$q_1$的维护集只能是$J_1$或$J_1$的超集(就规则$r$而言),而结果是$(q,J_0\cup J_1)$.所以,标记规则实际上表示许多规则.为方便起见,称$q_1,\ldots,q_n$是自由前提,而$q_{u+1},\ldots,q_n$是受限前提.

定义2.1. 标记辩论系统定义为一个有序对$\mathscr{B}=(R,C)$,其中R是标记规则的一个集合,而C是限制条件.一般情况下,C是一些标记语句的集合,表示其中的标记语句(q,J)或$(\neg q,J)$至少有一个能由$\mathscr{B}$证出.R的基础规则之集记为R_B.

标记辩论系统的基本对象是论点,从直观上来说就是对某个标记语句的一种潜在的证明或支持,因而一个标记语句是否为标记系统$\mathscr{B}$的合理结论,等价于该语句的论点是否合理.

定义2.2. 设$\mathscr{B}=(R,C)$是标记辩论系统,$\mathscr{B}$的一个论点α是一棵树,递归定义如下:

A1. 若$(q,J)\in R$,即(q,J)是$\mathscr{B}$的基础规则,那么以(q,J)为单顶点的树是$\mathscr{B}$的论点;

A2. 若$\alpha_1,\ldots,\alpha_u,\alpha_{u+1},\ldots,\alpha_n$是$\mathscr{B}$的$n$个论点,$\alpha_i$的根结点是$(q_i,J_i)$,$i=1,\ldots,n$,且$r:q_1,\ldots,q_u,(q_{u+1},J_{u+1}),\ldots,(q_n,J_n)\rightarrow q$是$\mathscr{B}$的单调规则,那么树$\alpha$:

$$(q,\bigcup_{i=1}^{n}J_i)$$

$$\alpha_1\quad\ldots\quad\alpha_n$$

也是$\mathscr{B}$的标记论点,并称α是由$\alpha_1,\ldots,\alpha_n$单调生成的.

A3. 若$\alpha_1,\ldots,\alpha_u,\alpha_{u+1},\ldots,\alpha_n$是$\mathscr{B}$的$n$个论点,$\alpha_i$的根结点是$(q_i,J_i)$,$i=1,\ldots,n$,且$r:q_1,\ldots,q_u,(q_{u+1},J_{u+1}),\ldots,(q_n,J_n)\Rightarrow q$是$\mathscr{B}$的非单调规则,那么树$\alpha$:

$$(q,\{q,q_1,\ldots,q_n\}\cup(\bigcup_{i=1}^{n}J_i))$$

$$\alpha_1\quad\ldots\quad\alpha_n$$

也是$\mathscr{B}$的标记论点.

如果α是$\mathscr{B}$的一个标记论点,并且α的根结点是(q,J),则称α支持(q,J),或称α是(q,J)的一个论点.

定义2.2和1.2至少有两点不同(除了前者的结点是标记语句外):(1)在定义1.2中,对单调规则和非单调规则的处理是对称的,而定义2.2的处理则不是对称的;(2)定义1.2不允许论点α的根结点标记语句出现在别的结点上,即不允许冗余论点的出现.为后面证明简化,我们在定义2.2中省去了这个限制.

设S是标记辩论系统$\mathscr{B}$的论点的一个集合,记$Supp(S)=\{(q,J)$:存在$\alpha\in S$,使α支持$(q,J)\}$.从直观上来说,并非每个S都是合理的论点集,因此,类似于定义1.3,我们需要

引入标记论点结构的概念.首先碰到的问题是定义 1.3 中的条件(4),即 S 的相容性如何推广.因此,对给定的标记辩论系统 $\mathscr{B}$,我们先定义语言 $\mathscr{L}$ 的一种相容性概念,下面的定义相当于经典的一阶推演关系.

定义 2.3. 设 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是语言 $\mathscr{L}$ 中的标记辩论系统,而 Φ 是 $\mathscr{L}$ 中的一个语句集合,定义 Φ 在 $\mathscr{B}$ 下的(单调)推演闭包 $Th_B(\Phi)$ 为满足如下 3 个条件的最小集合:

(1) $\Phi\subseteq Th_B(\Phi)$;

(2) 对 $\mathscr{B}$ 的基础规则 $(q,\varnothing)$,恒有 $q\in Th_B(\Phi)$;

(3) 若 $q_1,\ldots,q_n\to q$ 是 $\mathscr{B}$ 的单调规则,且 $q_i\in Th_B(\Phi)$, $i=1,\ldots,n$,则 $q\in Th\mathscr{B}(\Phi)$.

若 $q\in Th_B(\Phi)$,则记为 $\Phi\vdash_{\mathscr{B}}q$,由此可以定义语句集的相容性了.

定义 2.4. 设 Φ 是 $\mathscr{L}$ 的语句集,如果不存在 $\mathscr{L}$ 的语句 q,使 $q\in Th_B(\Phi)$ 且 $\neg q\in Th_B(\Phi)$,则称 Φ 是 $\mathscr{B}$-相容的语句集.

推论 2.1. 如果标记辩论系统 $\mathscr{B}=(R,C)$ 的语言 $\mathscr{L}$ 是一阶语言,R 中的基础规则是一阶永真式,而 R 的自由规则为一阶推演规则,那么 $\mathscr{B}$-相容就是经典一阶逻辑的相容,特别地,$Th_B=Th$.

有了上面的准备,我们可以定义标记辩论系统的标记论点结构.

定义 2.5. 设 S 是标记辩论系统 $\mathscr{B}=(R,C)$ 的(标记)论点的一个集合,如果下述 5 个条件满足,则称 S 是 $\mathscr{B}$ 的一个标记论点结构:

$AS1$. $\mathscr{B}$ 的每个基础规则都在 S 中,即 $R_B\subseteq S$;

$AS2$. S 是结构闭的:若 $\alpha\in S$,则对 α 的任一子树 α',恒有 $\alpha'\in S$;

$AS3$. S 是单调闭的:若 α 由 S 中的标记论点 $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ 单调生成,则 $\alpha\in S$;

$AS4$. S 是 $\mathscr{B}$-相容的:$\mathrm{dom}(Supp(S))\cup ass(Supp(S))$ 是 $\mathscr{B}$-相容的.

$AS5$. S 完全:对任何 $(q,J)\in C$,都存在 $\alpha\in S$,使 α 支持 (q,J) 或 α 支持 $(\neg q,J)$.

容易看出,定义 2.5 仅是定义 1.2 的推广,主要的区别反映在条件 $AS4$ 中,这是由于现在还要考虑维护集的相容性.同时,由于定义 1.2 中的语言 $\mathscr{L}$ 的任意性,标记辩论系统又可以看作是 L-辩论系统的特例.

注意到,如果 $Th_B(R_B)$ 不相容,则 $\mathscr{B}$ 没有标记论点结构.

定义 2.6. 如果 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是 $\mathscr{L}$ 中的标记辩论系统,且 $Th_B(R_B)$ 相容,则称 $\mathscr{B}$ 是良基标记辩论系统.

由于完全性条件的限制,即使良基标记辩论系统也不能保证标记论点结构的存在性,比如 $\mathscr{B}_0=(R_0,C_0)$,其中 $L=\{q_0,q\}$,R_0 只包含一个基础规则 q_0,而 $C=\{q\}$.显见 $\mathscr{B}_0$ 没有标记论点结构(这里的 q 和 q_0 分别表示 $(q,\{\})$ 和 $(q_0,\{\})$).以后我们所研究的标记辩论结构都假定是良基的,不再一一说明.另外,$\alpha[J]$ 表示 α 的每个结点的维护集都增加 J,由定义 2.5 容易看出,若 α 是标记论点,则 $\alpha[J]$ 也是.

现在看两个例子,分别是例 1.1 和例 1.2 的标记形式.

例 2.1:将例 1.1 中的辩论系统 $\mathscr{B}=(R,C)$ 看作标记辩论系统,其中完全性条件 $C=\{(p,\{p,\neg q\}),(q,\{p,\neg q\}),(s,\{p,\neg q\})\}$.

于是 $\mathscr{B}$ 的标记论点有:(不包括冗余论点)

$\alpha_0:(T,\{\})$

$\alpha_1: \alpha_0 \Rightarrow (\neg p, \{\})$　（由 r_1）

$\alpha_2: \alpha_0 \Rightarrow (\neg q, \{\})$　（由 r_2）

$\alpha_3: \alpha_0 \Rightarrow (\neg s, \{\})$　（由 r_3）

$\alpha_4: (T, \{\neg q, p\}) \Rightarrow (\neg q, \{\neg q, p\}) \rightarrow (p, \{\neg q, p\})$　（由 r_4）

$\alpha_5: \alpha_4 \rightarrow (s, \{\neg q, p\})$　（由 r_5）

$\alpha_6: \alpha_4, \alpha_1[\neg p, q] \rightarrow (q, \{\neg q, p, \neg p, q\})$　（由 r_6）

显然，$\mathscr{B}$ 的论点结构不包含 α_6，因为 α_6 的根结点的维护集不相容. 由完全性，$\alpha_2[p, \neg q] \in S$，从而 $\alpha_2[p, \neg q]$ 的单调扩充 $\alpha_4 \in S$，进而 $\alpha_5 \in S$. 故 $\mathscr{B}$ 只有唯一的标记论点结构 $S = \{\alpha_0, \alpha_2[p, \neg q], \alpha_4, \alpha_5\}$，$Supp(S) = \{(T, \{\}); (\neg q, \{p, \neg q\}); (p, \{p, \neg q\}); (s, \{p, \neg q\})\}$. 因此，$\mathscr{B} \mid\!\sim (p, \{p, \neg q\})$，且 $\mathscr{B} \mid\!\sim (s, \{p, \neg q\})$.

对于标记论点结构 $\mathscr{B}' = \mathscr{B} \cup \{(s, \{p, \neg q\})\}$，类似地可计算出 $\mathscr{B}'$ 的所有（非冗余）的标记论点是：$\alpha'_0 = \alpha_0, \alpha'_1 = \alpha_1, \alpha'_2 = \alpha_2, \alpha'_3 = \alpha_3, \alpha'_4 = \alpha_4, \alpha'_5 = \alpha_5, \alpha'_6 = \alpha_6, \alpha'_7 = (s, \{p, \neg q\})$，$\alpha'_8$ 为

$$\begin{array}{ccc} & (q, \{p, \neg q, \neg p, q\}) & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \alpha'_7 & \alpha'_1 & [\neg p, q] \end{array}$$

容易看出，$\mathscr{B}'$ 的论点结构仍然是 S. 所以对 $\mathscr{L}$ 中的任一标记语句 φ，有

$$\mathscr{B} \mid\!\sim \varphi \text{ 当且仅当 } \mathscr{B} \cup \{(s, \{p, \neg q\})\} \mid\!\sim \varphi$$

进一步，可以验证，上述例子中的标记辩论系统 $\mathscr{B}$ 的谨慎推理 $\mid\!\sim$ 具有累加性. 然而，这个结论并不具有一般性.

例 2.2：设 $\mathscr{L} = \{q_1, q_2, q_3, \neg q_1, \neg q_2, \neg q_3\}$，标记辩论系统 $\mathscr{B} = (R, C)$ 的 $C = \{(q_3, \{q_1, q_2\})\}$，$R$ 由如下规则构成：$r_1: (q_1, \{\})$　$r_2: q_1 \Rightarrow q_2$　$r_3: q_2 \rightarrow q_3$

则 $\mathscr{B}$ 的所有非冗余标记论点是 $\alpha_1: \{q_1, \{\}\}$　$\alpha_2: \alpha_1 \Rightarrow \{q_2, \{q_1, q_2\}\}$　$\alpha_3: \alpha_2 \rightarrow \{q_3, \{q_1, q_2\}\}$.

则 $\mathscr{B}$ 的标记论点结构只有 $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$. 所以 $\mathscr{B} \mid\!\sim (q_2, [q_1, q_2])$，且 $\mathscr{B} \mid\!\sim (q_3, [q_1, q_2])$.

而标记辩论系统 $\mathscr{B}' = \mathscr{B} \cup \{(q_3, [q_1, q_2])\}$ 有论点结构 $S' = \{\alpha_1, \alpha_4\}$，其中 α_4 是以标记语句 $(q_3, [q_1, q_2])$ 为单顶点的论点，故 $Supp(S')$ 不包含 $(q_2, [q_1, q_2])$，即 $\mathscr{B}' \not\mid\!\sim (q_2, [q_1, q_2])$.

这个例子说明，在一般情况下，标记辩论系统仍不具有累加性. 下节我们将通过把缺省理论 CDL 嵌入标记辩论系统的办法，给出标记辩论系统具有累加性的充分条件.

3　具有累加性的标记辩论系统

正如第 2 节研究表明，采用 Brewka 的方法只能部分地恢复辩论系统的累加性，对于一般的标记辩论系统来说，仍然不能保证累加性. 一个自然的问题是：确定标记辩论系统具有累加性的条件.

本节构造一类标记辩论系统，通过它们与 CDL[8] 的等价性，我们证明这样的辩论系统具有累加性，从而也给出了 CDL 在标记辩论系统中的一种刻画.

我们先介绍缺省理论 CDL. CDL 定义在一阶语言 $\mathscr{L}_I$ 上，经典一阶逻辑的推演关系 $\vdash$ 可自然地推广到一阶语言的标记公式.

设 Φ 是标记公式集，则 Φ 推出的标记公式全体 $Ths(\Phi)$ 定义为满足下面条件的最小公

式集：

(1)$\Phi \subseteq Ths(\Phi)$；

(2)若$(q_1,J_1),\ldots,(q_n,J_n)\in Ths(\Phi)$，且$q_1\wedge\ldots\wedge q_n\vdash q$，则$(q,\bigcup_{i=1}^{n}J_i)\in Ths(\Phi)$.

由于我们只讨论闭缺省理论，所以假定$\mathscr{L}_I$是一阶命题语言.

定义 3.1.[8]缺省理论 CDL 定义为序对$\Delta=(W,D)$，其中W是标记语句的一个集合，D是形如$q_0:q_1/q$的缺省规则的集合.

$\Delta=(W,D)$的一个扩张E指的是如下定义的算子Γ的不动点，对任意标记语句集E'，$\Gamma(E')$是满足下述 3 个条件的最小标记语句集：

(1)$W\subseteq\Gamma(E')$；

(2)$\Gamma(E')=Ths(\Gamma(E'))$；

(3)若$(q_0:q_1/q)\in D$，$(q_0,J)\in\Gamma(E';)$，且$\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(E')\cup ass(E')$相容，则$(q,J\cup\{q_1,q\})\in\Gamma(E')$.

CDL 的如下刻画提供了在有关的证明中使用归纳法的一种途径.

引理 3.1.[8]设E是一阶标记公式集，则E是 CDL$\Delta=(W,D)$的一个扩张，当且仅当$E=\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$，其中

$E_0=W$，且对$i\geqslant 0$，

$E_{i+1}=Ths(E_i)\cup\{(q,J)\cup\{q_1,q\}$：存在$D$中的缺省规则$(q_0:q_1/q)$，

使$(q_0,J)\in E_i$且$\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(E)\cup ass(E)$是相容公式集$\}$.

对于 CDL$\Delta=(W,D)$来说，通常要求$\mathrm{dom}(W)\cup ass(W)$相容，这样的 CDL 称为是良基的. 良基 CDL 具有如下重要性质.

引理 3.2. 如果$\Delta=(W,D)$是良基 CDL，且E是Δ的扩张，则$\mathrm{dom}(E)\cup ass(E)$是相容公式集.

CDL 的所有扩张确定了一种非单调推理关系$\mid\!\sim_D$：

$$W\mid\!\sim_D(q,J)\ \text{当且仅当}(W,D)\ \text{的每个扩张都包含}(q,J).$$

引理 3.3.[8]对于任意 CDL$\Delta=(W,D)$，非单调推理$\mid\!\sim_D$具有累加性.

下面我们证明每个 CDL 都可嵌入标记辩论系统. 设$\Delta=(W,D)$是一个 CDL，我们先按如下方法构造标记辩论系统$\mathscr{B}_\Delta=(R_\Delta,C_\Delta)$：

(1)语言$\mathscr{L}$：含有模态词ab的一阶模态语言. 需要说明的是，我们在处理时仅把模态词ab看作一个连词. 另外，不含模态词的语句称为一阶语句.

(2)完全性条件：$C_\Delta=\{(ab(p),J)$，其中p是一阶语言的原子公式，J是一阶语句集$\}$.

(3)R_Δ由如下几类规则构成：

基础规则：$(T,\{\})$和(q,J)，其中$(q,J)\in W$；

单调规则有 3 类：

(a)若$q_1\wedge\ldots q_n\vdash q$，且$q$和$q_i$是一阶语句，$i=1,\ldots,n$，则规则$q_1,\ldots,q_n\rightarrow q$在$R_\Delta$中.

(b)$\neg q\rightarrow ab(q)$在R_Δ中，其中q是任意一阶语句.

(c)若$(q_0:q_1/q)\in D$，则$q_0,(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\rightarrow q$在$R_\Delta$中.

非单调规则：$T\Rightarrow\neg ab(q)$，其中q是任意一阶语句.

因此,对每个缺省理论(CDL)$\Delta=(W,D)$,都对应了一个标记辩论系统 $\mathscr{B}_\Delta=(R_\Delta,C_\Delta)$,并且我们将证明 Δ 的扩张和 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点结构相互等价.

定理 3.4. 设 $\Delta=(W,D)$是一个 CDL,且 Δ 是良基的,而 $\mathscr{B}_\Delta=(R_\Delta,C_\Delta)$是相应的标记辩论系统. 则标记语句集 E 是 Δ 的扩张当且仅当存在 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点结构 S,使 $E=Supp(S)\cap\mathscr{L}_I$,即 E 恰为 $Supp(S)$的一阶语句部分.

证 明:$\Rightarrow$):设 E 是 $\Delta=(W,D)$的扩张,记 $E'=E\cup\{(ab(q),J):(\neg q,J)\in E\}\cup\{(\neg ab(q),J):(\neg q,J)\notin E\}$. 分以下 3 步证明:

(1)对任何$(q,J)\in E$,都有 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点 α 支持(q,J),且 α 的结点都在 E' 中:由引理 3.1,$E=\bigcup\limits_{n=0}^{\infty}E_i$,我们施归纳于 $i\geqslant 0$,只要证明

$$q\in E_i\text{ 时都有 }\mathscr{B}_\Delta\text{ 的论点 }\alpha\text{,使 }\alpha\text{ 支持 }q. \qquad (*)$$

$i=0$ 时,由 $W\subseteq R_\Delta$ 可知($*$)成立.

假定对 $i\geqslant 0$,($*$)成立. 若 $q\in E_{i+1}$,则有两种可能:

情 形 1. $(q,J)\in Ths(E_i)$:由归纳假定和 $\mathscr{B}_\Delta$ 的定义,存在 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点 α,使 α 支持(q,J);

情形 2. 存在 D 中的缺省规则$(q_0:q_1/q)$以及$(q_0,J_0)\in E_i$,使$(q,J)=(q,\{q_1,q\}\cup J_0)$且$\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(E)\cup ass(E)$相容. 于是$(\neg q,J)\notin E$,并且 $\mathscr{B}_\Delta$ 中有相应的单调规则 $q_0,(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\rightarrow q$.

由归纳假定,存在 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点 α_0 支持(q_0,J_0). 于是树 α

$$\begin{array}{ccc} & (q,J) & \\ \alpha_0 & & (\neg ab(q_1),\{q_1,q\}) \\ & & | \\ & & (T,\{q_1,q\}) \end{array}$$

也是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点,而且 α 支持(q,J). 另外,$(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\in E'$.

(2)对任何标记语句 $\varphi=(ab(q),J)$,则$(\neg q,J)\in E$,都有 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点 α,使 α 支持 φ.

情形 1. 若 $\varphi=(ab(q),J)$,则$(\neg q,J)\in E$. 由上面的(1),存在 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点 α_0 支持$(\neg q,J)$. 因为 R_Δ 包含规则$\neg q\rightarrow ab(q)$,所以 $\alpha:\alpha_0\rightarrow(ab(q),J)$也是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点,并且 α 支持 φ.

情形 2. 若 $\varphi=(\neg ab(q),J)$,则树 α:

$$\begin{array}{c}\varphi\\ |\\ (T,J)\end{array}$$

是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点,并且 α 支持 φ.

综合(1)(2)可知,E' 中每个标记语句 φ 都在 $\mathscr{B}_\Delta$ 中有论点 α,并且 α 的结点都在 E' 中.

(3)设 $S=\{\alpha:\alpha$ 是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点,并且 α 的结点都在 E' 中$\}$. 由(1)(2)知,$Supp(S)=E'$,而 $E'\cap\mathscr{L}_I=E$. 我们只要证明 S 是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点结构.

*AS*1. $W\cup\{(T,\{\})\}\subseteq E\cap R_\Delta$,故 S 包含 B_Δ 的全部基础规则;

*AS*2. S 结构闭:由 S 的定义显见;

*AS*3. S 单调闭:按 $\mathscr{B}_\Delta$ 的三类单调规则分 3 种情形.

情形 1. 若 α 是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点,且 α 由 S 中的论点 $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ 经单调规则 $r:q_1,\ldots,q_n\rightarrow q$

生成，其中 $q_1\wedge\ldots\wedge q_n\vdash q$. 不妨设 α_i 支持的标记语句是 (q_i,J_i)，$i=1,\ldots,n$. 于是 $(q_i,J_i)\in E$. 由 E 的定义，标记语句 $(q,\bigcup_{i=1}^{n}J_i)$ 也在 E 中. 于是树 α：

$$\begin{array}{c}(q,\bigcup_{i=1}^{n}J_i)\\ \diagup\quad\diagdown\\ \alpha_1\ldots\alpha_n\end{array}$$

在论点集合 S 中.

情形 2. 若 α 是 $\mathscr{B}_\Delta$ 的论点，且 α 由 S 的论点 α_0 和 α_1 经单调规则 $r:q_0,(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\rightarrow q$ 生成. 不妨设 α_0 支持 (q_0,J_0)，则 α 支持 $(q,J_0\cup\{q_1,q\})$，所以树 α 是形如

$$\begin{array}{ccc} & (q,J_0\cup\{q_1,q\}) & \\ \alpha_0 & & (\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\\ & & |\\ & & (T,\{q_1,q\})\end{array}$$

由于 $(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\in E'$，即 $(q_1,\{q_1,q\})\in E$. 由引理 3.2 知，$\mathrm{dom}(E)\cup ass(E)$ 相容，所以 $\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(E)\cup ass(E)$ 相容. 又因 $(q_0,J_0)\in E$，故 $(q,J_0\cup\{q_1,q\})\in E$. 表明 $\alpha\in S$.

情形 3. 若 $\alpha'\in S$，且 α' 支持的标记语句是 $(\neg q,J)$. 考虑由 α' 经单调规则 $\neg q\rightarrow ab(q)$ 生成的论点 $\alpha:\alpha'\rightarrow(ab(q),J)$. 因 $(\neg q,J)\in E$，所以 $(ab(q),J)\in E'$，故 $\alpha\in S$.

$AS4$. 相容性和 $AS5$. 完全性由 E' 的定义立得. 故定理的必要性得证.

$\Leftarrow$)：设 S 是 $\mathscr{B}_\Delta=(R_\Delta,C_\Delta)$ 的一个标记论点结构，且 $E=Supp(S)\cap\mathscr{L}_I$. 要证 E 是缺省理论 $\Delta=(W,D)$ 的扩张，即 $E=\bigcup_{i=1}^{\infty}E_i$，其中 $E_0=W$，对 $i\geqslant 0$，

$E_{i+1}=Th(E_i)\cup\{(q,J_0\cup\{q_1,q\})$：存在 D 中的缺省规则 $(q_0:q_1/q)$，使 $(q_0,J_0)\in E_i$ 且 $\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(\bigcup_iE_i)\cup ass(\bigcup_iE_i)$ 是相容公式集$\}$.

首先，注意到支持标记语句 $(ab(q),J)$ 的论点只能由单调规则 $\neg q\rightarrow ab(q)$ 生成，所以

$$(ab(q),J)\in Supp(S)\ \text{当且仅当}\ (\neg q,J)\in E.$$

现在对 $i\geqslant 0$，施归纳法，证明 $E_i\subseteq E$：当 $i=0$ 时，$E_0=W\subseteq R_\Delta$，所以 $E_0\subseteq E$.

假定对 $i\geqslant 0$ 有 $E_i\subseteq E$. 我们要证 $E_{i+1}\subseteq E$. 设 $(q,J)\in E_{i+1}$，分两种情形考虑.

情形 1. $(q,J)\in Th(E_i)$：由于 $\mathscr{B}_\Delta$ 包括了一阶命题逻辑 $\mathscr{L}_I$ 的全部推理规则作为其单调规则，而 S 又是单调闭的，所以 $(q,J)\in E$.

情形 2. 存在缺省规则 $(q_0:q_1/q)\in D$，使 $(q_0,J_0)\in E_i$，$\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(\bigcup_iE_i)\cup ass(\bigcup_iE_i)$ 相容，且 $J=J_0\cup\{q_1,q\}$.

由于 $\{\neg q_1\}\cup\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(Supp(S))\cup ass(Supp(S))$ 不相容，所以，由 S 的相容性条件 $AS4$，必有 $(\neg q_1,\{q_1,q\})\notin Supp(S)$，故 $(ab(q_1),\{q_1,q\})\notin Supp(S)$. 据 S 的完全性，应有 $\varphi_1=(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\in Supp(S)$. 而标记语句 φ_1 可能的论点只有 α_1：

$$\begin{array}{c}\varphi_1\\ |\\ (T,\{q_1,q\})\end{array}$$

故 $\alpha_1\in S$. 又由归纳假定，存在 $\alpha_0\in S$，使 α_0 支持标记语句 (q_0,J_0)，且 $\mathscr{B}_\Delta$ 包含单调规则

$r:q_0,(q_1,\{q_1,q\})\rightarrow q$，故由 α_0,α_1 经单调规则 r 生成的论点 α：

$$\begin{array}{c} (q,J_0\cup\{q_1,q\}) \\ \diagup \quad \diagdown \\ \alpha_0 \qquad \alpha_1 \end{array}$$

也在 S 中. 所以，$(q,J)=(q,J_0\cup\{q_1,q\})\in Supp(S)$，即 $(q,J)\in E$. 于是 $E_{i+1}\subseteq E$. 故我们证明了 $\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i\subseteq E$.

最后证 $E\subseteq\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$：设 $(q,J)\in E$，则有 $\alpha\in S$，使 α 支持 (q,J). 用 $d(\alpha)$ 表示树 α 的深度. 对 $d(\alpha)\geqslant 1$ 作归纳法，证明 $\alpha\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$. 当 $d(\alpha)=1$ 时，$(q,J)\in W$，所以 $(q,J)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$. 假定 $d(\alpha)=k$ 时，$(q,J)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$. 对 $d(\alpha)=k+1$，若 α 由一阶逻辑的推演规则生成，则显然有 $(q,J)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$.

现在考虑 α 由一个形如 $r:q_0,(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})\rightarrow q$ 的单调规则生成的情形，其中缺省规则 $(q_0:q_1/q)\in D$. 不妨设 α 由 $\alpha_0,\alpha_1\in S$ 经 r 单调生成，α_0 支持标记语句 (q_0,J_0)，α_1 支持 $(\neg ab(q_1),\{q_1,q\})$，并且 $J=J_0\cup\{q_1,q\}$. 据归纳假定，$(q_0,J_0)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$. 又由 S 的相容性 $AS4$，$\{q_1,q\}\cup\mathrm{dom}(E)\cup ass(E)$ 是相容语句集，故 $(q,J)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$，即 $E\subseteq\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$，充分性得证.

由定理 3.4，我们间接地确定了一类具累加性的标记辩论系统.

定理 3.5. 设 $\Delta=(W,D)$ 是良基 CDL，则相应的标记辩论系统 $\mathscr{B}_\Delta$ 具有累加性：如果 $\mathscr{B}_\Delta\mid\!\sim(q,J)$，则 $\mathscr{B}_\Delta\mid\!\sim(q',J')$ 当且仅当 $\mathscr{B}_\Delta\cup\{(q,J)\}\mid\!\sim(q',J')$，其中 (q,J) 和 (q',J') 都是一阶标记语句.

证明：由定理 3.4，对任何一阶标记语句 (q,J)，有

$$\mathscr{B}_\Delta\mid\!\sim(q,J)\ \text{当且仅当}\ W\mid\!\sim_D(q,J).$$

再由定理 3.3，标记缺省理论 $(CDL)\ \Delta=(W,D)$ 的谨慎推理 $\mid\!\sim_D$ 具有累加性，故 $\mathscr{B}_\Delta$ 的推理关系 $\mid\!\sim$ 也具有累加性. 证毕.

4 强封闭的标记论点结构

第 3 节我们证明了缺省理论 CDL 可以嵌入标记辩论系统，并且 CDL 的扩张与相应辩论系统的标记论点结构是一一对应的，从而给出了一类具有累加性的标记辩论系统，同时，例 2.2 表明，一般标记辩论系统的非单调推理 $\mid\!\sim$ 不具有累加性. 仔细观察可以发现，引起标记辩论系统不具累加性的原因是标记论点结构定义中的条件较弱，具体表现在结构封闭性条件 AS2 太弱. 为此，本节引入了强封闭论点结构（简称 SC-标记论点结构）的概念. 由 SC-标记论点结构相应地可以定义标记辩论系统的一种非单调推理关系 $\mid\!\sim_{sc}$. 我们证明了 $\mid\!\sim_{sc}$ 具有累加性，并且 $\mid\!\sim_{sc}$ 的推理能力较 $\mid\!\sim$ 强.

我们先定义 SC-标记论点结构的概念.

定义 4.1. 设 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是一个标记辩论系统，S 是 $\mathscr{B}$ 的论点的一个集合. 如果 S 满足条件 $AS1,AS2',AS3,AS4$ 和 $AS5$，则称 S 是 $\mathscr{B}$ 的一个强封闭（标记）论点结构，简称 SC-论点结构，其中的强结构封闭条件 $AS2'$ 定义为：对任意 $\alpha\in S$，如果 (q,J) 是 α 的结点，则 $\mathscr{B}$ 中支持 (q,J) 的标记论点都在 S 中.

容易看出,上述定义与定义 2.5 的区别仅在于 $AS2$ 用更强的条件 $AS2'$ 代替了. 因此,下述推论是显然的.

推论 4.1. 标记辩论系统的SC-论点结构必为标记论点结构,但反之不然.

我们看下面的例子.

例 4.1:设 $\mathscr{B}=(R,C)$ 是例 2.2 中的标记辩论系统,则 $S'=\{\alpha_1,\alpha_4\}$ 是 $\mathscr{B}$ 的标记论点结构,但不是 $\mathscr{B}$ 的 SC-论点结构,而 $\mathscr{B}$ 的唯一 SC-论点结构是 $S=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$.

按照自然方式,由标记辩论系统 $\mathscr{B}$ 的所有 SC-论点结构,可以定义一种非单调推理关系 $\mid\!\sim_{SC}$:对任一标记语句 (q,J),$\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}(q,J)$ 当且仅当下述两条件之一成立:

(1)如果 $\mathscr{B}$ 无 SC-论点结构,则 $(q,J)\in Th_B(R_B)$;或

(2)$\mathscr{B}$ 的任一 SC-论点结构都支持 (q,J).

由推论 4.1 知,非单调推理 $\mid\!\sim_{SC}$ 比 $\mid\!\sim$ 更大胆,即

推论 4.2. 如果 $\mathscr{B}\mid\!\sim(q,J)$,则 $\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}(q,J)$. 但反之不然.

以例 4.1 为例,$\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}(q_2,\{q_1,q_2\})$,但 $\mathscr{B}\not\mid\!\sim(q_2,\{q_1,q_2\})$.

现在我们证明非单调推理 $\mid\!\sim_{SC}$ 的累加性.

定理 4.3. 设 $\mathscr{B}$ 是一个标记辩论系统,则非单调推理 $\mid\!\sim_{SC}$ 是可累加的:对任意标记语句 φ,ψ,如果 $\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}\varphi$,则 $\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}\psi$ 当且仅当 $\mathscr{B}\cup\{\varphi\}\mid\!\sim_{SC}\psi$.

在给出该定理的证明之前,我们先证两个引理.

引理 4.4. 设 S 是标记辩论系统 $\mathscr{B}$ 的 SC-论点结构,$\varphi\in Supp(S)$,则存在标记辩论系统 $\mathscr{B}\cup\{\varphi\}$ 的 SC-论点结构 S',使 $Supp(S')=Supp(S)$.

证明:设 $\alpha\in S$,φ 为标记语句,$\alpha'=cut(\alpha,\varphi)$,即 α' 是删去 α 中所有标号是 φ 的结点的子树以后得到的新树. 容易看出,α' 是 $\mathscr{B}\cup\{\varphi\}$ 的标记论点. 记 $S'=cut(S,\varphi)=\{\alpha'$:存在 $\alpha\in S$,使 $\alpha'=cut(S,\varphi)\}$. 显然 $Supp(S')=Supp(S)$,并且不难验证 S' 是 $\mathscr{B}\cup\{\varphi\}$ 的 SC-论点结构,故引理得证.

引理 4.5. 设 $\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}\varphi$,并且 S' 是 $\mathscr{B}\cup\{\varphi\}$ 的 SC-论点结构,则存在 $\mathscr{B}$ 的 SC-论点结构 S,使 $Supp(S)=Supp(S')$.

证明:由于 $\mathscr{B}\mid\!\sim_{SC}\varphi$,所以,不管 $\mathscr{B}$ 是否有 SC-论点结构,都有 $\mathscr{B}$ 的论点 α_0,使 α_0 支持 φ. 对任意 $\alpha'\in S'$,将 α' 中每个标号为 φ 的叶结点都接上树 α_0,则得到 $\mathscr{B}$ 的一个论点,记为 $ext(\alpha',\varphi)$. 令 $S=\{\alpha$:存在 $\alpha'\in S'$,使 $\alpha=ext(\alpha',\varphi)\}$. 虽然 α 比 α' 多了子树 α_0,但由强结构封闭条件 $AS2'$,$\mathscr{B}$ 中支持 φ 的论点都已经在 S' 中了,从而也在 S 中. 所以,不难验证,S 是 $\mathscr{B}$ 的 SC-论点结构,且 $Supp(S)=Supp(S')$.

定理 4.3 的证明:记 $state(\mathscr{B})=\{\Phi$:存在 $\mathscr{B}$ 的 SC-论点结构 S,使 $Supp(S)=\Phi\}$. 由引理 4.4 和引理 4.5 知,$state(\mathscr{B})=state(\mathscr{B}\cup\{\varphi\})$,所以

$$\mathscr{B}\mid\!\sim\psi \text{ 当且仅当 } \mathscr{B}\cup\{\varphi\}\mid\!\sim_{SC}\psi \text{ 中,对任意标记语句 } \psi.$$

5 结束语

本文提出了标记辩论系统的概念,我们得到了一个重要结论是:Brewka 的缺省逻辑 CDL 可以嵌入我们的标记辩论系统,从而间接地给出了标记辩论系统具有累加性的充分条

件. 为了彻底地恢复累加性，本文提出了SC-论点结构的概念，并证明了由标记辩论系统的SC-论点结构所导出的非单调推理具有累加性. 与本文有关的工作除了Brewka[8]，还有文献[6,7,9,11]，其中文献[6,7]对逻辑程序的各种语义的累加性进行了讨论，特别是证明了良基语义具有累加性，而稳定语义则不具有累加性；文献[9]给出了一种具有累加性的真值维护系统(TMS)和稳定语义. 累加缺省逻辑的一种扩充可见文献[10]. 除了累加性，文献[4,11]中还提出了非单调推理的一些其它逻辑性质，但大都不能直接套用在本文的标记辩论系统中. 因此，在我们的系统中研究非单调推理的一些其它形式性质，是我们将要进行的工作. 另外，虽然我们提出的标记辩论系统恢复了非单调推理关系的累加性，但同时做出的牺牲是带来了所谓的"结论悬浮问题". 例如 $\mathscr{B}=(R,C)$，$C=\varnothing$，R 由如下规则构成：

$r_0:T$； $r_1:T\Rightarrow\neg p$； $r_2:T\Rightarrow\neg q$； $r_3:T\Rightarrow\neg s$；

$r_4:\neg p\rightarrow q$； $r_5:\neg q\rightarrow p$； $r_6:p\rightarrow s$； $r_7:q\rightarrow s$

则可以验证 $\mathscr{B}\mid\!\sim s$，但如果把 $\mathscr{B}$ 看作标记辩论系统 $\mathscr{B}'=(R',C')$，则 $\mathscr{B}'\mid\!\sim s$ 就不成立了. 因此，进一步要做的工作是提供一种更精细的处理，不仅恢复辩论推理系统的累加性，而且避免"结论悬浮"问题.

参考文献

1 Lukaszewicz W. Non-monotonic reasoning: foundation of commonsense reasoning. Ellis Horwood, 1990.

2 Lin F Z. An argument-based approach to nonmonotonic reasoning. Comp. Intell., 1993, **9(3)**: 254～267.

3 Lin F Z, Shoham Y. Argument systems: a uniform basis for nonmonotonic reasoning. In: Proc. 1st Int. Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning, 1989.

4 Makinson D. General theory of cumulative inference. In: Proceedings of the 2nd Workshop on Nonmonotonic Reasoning, Springer, 1989. 1～18.

5 Doyle J. A truth maintenance system. A. I., 1979, **12**: 231～272.

6 Dix J. Classifying semantics of logic programs. In: Nerode A *et al* eds. Logic Programming and Nonmonotonic Reasoning: Proc. 1st Workshop, MIT Press, 1990. 166～180.

7 Dix J. Classifying semantics of disjunctive logic programming. In: Apt K ed. Proc. Joint Int. Conf. and Symp. on Logic Programming, 1992. 589～603.

8 Brewka G. Cumulative default logic in defense of nonmonotonic inference rules. A. I., 1991, **50**: 183～205.

9 Brewka G, Makinson D, Schlechta K. JTMS and logic programming. In: Proc. Int. Workshop on Logic Programming and Nonmonotonic Reasoning, MIT Press, 1991. 199～210.

10 Su Kaile, Ding Dechen. Default logic with assertions. Science in China, 1994, **24**: 645～652.

11 Kraus S, Lehmann D, Magidor M. Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics. A. I., 1990, **44**: 167～207.

A CUMULATIVE ARGUMENT SYSTEM

WANG Kewen HU Jiuren

(*Nankai Institute of Mathematics Tianjin* 300071)

Abstract Lin and Shoham's argument system provides a unifying basis for various nonmonotonic formalism, in which the inference is performed by the so-called argument structures. The authors observed, however, that the inference relation induced by their argument system is not cumulative in general. By employing a technique of Brewka's, this paper presents an ASA (argument system with assertions). Though this system is still not cumulative, prove that Brewka's cumulative default logic can be embedded into this system, which provides a sufficient condition for the cumulativity of ASA. To thoroughly retain the cumulativity of this system, the concept of SCAS (strongly closed argument structures) is introduced and it is proved that the inference relation induced by SCAS is cumulative in general.

Keywords　Nonmonotonic reasoning, default logic, cumulativity, argument.

Class number　TP18