第 8 卷第 10 期
1997 年 10 月

软 件 学 报
JOURNAL OF SOFTWARE

Vol. 8, No. 10
Oct. 1997

SLD-博弈树中计算规则的独立性*

周生炳

(清华大学计算机系 北京 100084)

摘要 本文提出 SLD-博弈树的成功集的概念,证明对任何计算规则 R,对应 R 的 SLD-博弈树的成功集相同,即 SLD-博弈树的证明能力与计算规则无关,这就是计算规则的独立性.

关键词 标记逻辑程序,SLD-博弈树,计算规则的独立性.

中图法分类号 TP18

在文献[1,2]中,我们提出标记逻辑程序及其 SLD-博弈树证明过程. 在构造 SLD-博弈树时,计算规则的选择对树的形态影响很大. 但是,它是不是影响证明结果呢? 换句话说,SLD-博弈树的证明能力是不是与计算规则有关呢? 在一般逻辑程序中[3],计算规则独立于 SLD-反驳的证明结果,我们希望这种独立性在 SLD-博弈树中仍然成立. 本文的目的就是给出这个结果. 限于篇幅,有关定义和符号见文献[1,2,4].

1 有限树的独立性

先考察有限树情形下计算规则是否独立.

定义 1.1. 设 $Q_0=A_1:\mu_1\&\ldots\&A_n:\mu_n$,称集合

$$succ(Q_0)=\{H\mid H=H_1:\&\ldots\&H_n=E(Q_0)\theta\in[E(Q_0)],M(H_i)\in D\mu_i\cup D\top\ (1\leqslant i\leqslant n)\}$$

为 Q_0 的成功集.

定义 1.2. 设 Q_0 在程序 G 下对应计算规则 R 的一棵 SLD-博弈树为 $T_R(Q_0,G)$,集合

$$[T_R(Q_0,G)]=\bigcup\{[E(Q_0)\sigma]\mid\sigma\text{ 是 }T_R(Q_0,G)\text{的非负成功枝的计算回答}\}$$

$$succ(T_R(Q_0,G))=\{H\mid H=H_1\&\ldots\&H_n=E(Q_0)\theta\in[T_R(Q_0,G)],\theta\text{ 是基础替换,并且 Deletion }T_R(Q_0\theta,G)\text{非空}\}$$

分别称为 $T_R(Q_0,G)$的可能成功集和成功集.

直观上,$[T_R(Q_0,G)]$中元素至少有证据支持,因而可能成立,而 $succ(T_R(Q_0,G))$中元素则确实得到支持,并且战胜反对证据. 下面结果表明,任意计算规则下的 SLD-博弈树确定的成功集相同,因此,SLD-博弈树的证明能力与计算规则无关,这就是计算规则的独立性.

引理 1.3. 如果 $H=E(Q_0)\theta\notin[T_R(Q_0,G)]$,则 $H\notin succ(Q_0)$,其中 θ 是基础替换.

这是明显的,因为 $Q_0\theta$ 连起码的支持证据都没有.

定理 1.4. $succ(Q_0)=succ(T_R(Q_0,G))$,$R$ 是任意计算规则.

---

* 本文研究得到中国博士后科学基金资助. **周生炳**,1962 年生,博士后,主要研究领域为人工智能基础,机器学习.
本文通讯联系人:周生炳,北京 100084,清华大学计算机系
本文 1996-12-04 收到修改稿

证 明：由文献[2]定理 4.4，$succ(T_R(Q_0,G))\subseteq succ(Q_0)$．以下证明 $succ(T_R(Q_0,G))\supseteq succ(Q_0)$，用反证法．

假设不然，即有 $H=H_1\&\ldots\&H_n=E(Q_0)\theta\in succ(Q_0)$ 和计算规则 R，使 $H\notin succ(T_R(Q_0,G))$，这里 θ 是基础替换．于是

(i) 若 $H\notin[T_R(Q_0,G))]$，由引理 1.3，$H\notin succ(Q_0)$，矛盾；

(ii) $H[T_R(Q_0,G))]$，按定义，Deletion $T_R(Q_0\theta,G)$ 为空．因为 $T_R(Q_0\theta,G)$ 是有限等价树，根据文献[2]定理 4.4，有 $1\leqslant i\leqslant n$，使 $M(H_i)\notin D\mu_i\cup D\top$，即 $H\notin succ(Q_0)$，这是不可能的．

2　无穷树的独立性

对一般的 k-自由程序 G，即使对基础查询 $Q_0\theta=(A_1:\mu_1\&\ldots\&A_n:\mu_n)\theta$，$T_R(Q_0\theta,G)$ 也可能是无穷树．但是，一般说来，如果 $M(A_i\theta)\in D\mu_i\cup D\top(1\leqslant i\leqslant n)$，则有有限 SLD-博弈树支持它．

定义 2.1．设 θ 是基础替换，$T_R(Q_0\theta,G)$ 是无穷树．对 $T_R(Q_0\theta,G)$ 反复履行如下手续：找到 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的最近非基础节点 P，即 $Query(P)$ 不是基础查询，并且根节点与 P 之间没有其他非基础节点——对 $T(P,G)$ 的一个非负成功枝 σ，取 $Query(P)\sigma$ 的基础实例 $Query(P)\sigma\lambda$，以 $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$ 取代 $T(P,G)$，$T(Query(P)\sigma\lambda,G)$ 叫作 P 的替代子树，得到的新树记为 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$，称为 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的一次有限树；再对 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 施行同样的手续，直至 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 为有限树．最终得到的有限树称为无穷树 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的有限实例，这个过程称为无穷树的有限化．

因为不循环程序中不存在无限依赖链，上述过程必在有限次后结束．

定义 2.2．$T_R(Q_0\theta,G)$ 的一棵有限支持树 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 是 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的满足如下条件的有限实例：

1. Deletion $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 非空；
2. $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 中对应 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的非基础节点 P 的替代子树 $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$ 使 Deletion $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$ 非空；
3. 如果不存在使 Deletion $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$ 非空的替代子树，则删除 $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$．

定义 2.3．设 $T_R(Q_0,G)$ 是计算规则 R 下的无穷树，集合

$$succ(T_R(Q_0,G))=\{H\mid H_1\&\ldots\&H_n=E(Q_0)\theta,\text{并且存在 }T_R(Q_0\theta,G)\text{ 的一棵有限支持树}\}$$

称为 $T_R(Q_0,G)$ 的成功集．

引理 2.4．如果存在 $T_R(Q_0,G)$ 的有限支持树，那么 $H=H_1\&\ldots\&H_n=E(Q_0)\theta\in succ(Q_0)$．

证明：施归纳于替代次数．

设 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 是 $T_R(Q_0\theta,G)$ 通过一次替代得到的有限支持树，P 是 $T_R(Q_0\theta,G)$ 唯一的最近非基础节点，考察替代子树的各种情况：

1. P 在 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的非负成功枝中，P 的父节点是 P'．设 $Query(P')=E_1:\varphi_1\&\ldots\&E_r:\varphi_r$（$E_i$ 是基础原子），P' 的选出文字为 $E_i:\varphi_i$，则 P 的输入子句是自由子句 $B:\rho\leftarrow F_1:\psi_1\&\ldots\&F_p:\psi_p$，其中 $\rho\in D\varphi_i$，$E_i=B\sigma\in[B]$．对任意有限等价树 $T(Q,G)$，如果 Deletion $T(Q,G)$ 非空，称使 Deletion $T(Q,G)$ 结束的非负成功枝为 T 的支持枝，支持枝上所有节点的输入子句为 Q 的支持子句列．如果 P 在 $Q_0\theta$ 的支持枝上，由定义，$Query(P)\lambda$ 的支持枝是 $Q_0\theta$ 的支持枝的一段，子句 $(B:\rho\leftarrow F_1:\psi_1\&\ldots\&F_p:\psi_p)\sigma\lambda$ 在 $Q_0\theta$ 的支持子句列中 $M(E_i)\in D\varphi_i\cup D\top$，$M$

$(F_j\sigma\lambda)\in D\varphi_j\cup D\top$，这个支持子句列保证了 $M(H_i)\in D\mu_i\cup D\top$.

如果 P 不在 $Q_0\theta$ 的支持枝上，则 $Q_0\theta$ 的支持枝在过 P 的非负成功枝的右边，这个分枝中节点的输入子句都不是自由子句，该分枝中的输入子句也可保证 $M(H_i)\in D\mu_i\cup D\top$.

2. P 不在 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的非负成功枝中. 如果 P 在 $Q_0\theta$ 的支持枝的左边，则节点 P 的输入子句对 $Q_0\theta$ 的值没有影响，$Q_0\theta$ 的支持子句列足以保证 $M(H_i)\in D\mu_i\cup D\top$.

如果 P 在 $Q_0\theta$ 的支持枝的右边，则 P 所支持或反对的子树被删除，P 的输入子句同样不影响 $Q_0\theta$ 的值，故 $M(H_i)\in D\mu_i\cup D\top$.

3. 如果不存在 P 的替代子树 $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$，使 Deletion $T(Query(P)\sigma\lambda,G)$ 非空，这表明在以 E_i 为头的自由子句 $B:\rho\leftarrow F_1:\psi_1\&\ldots\&F_p:\psi_p$ 中，对任意基础替换 λ，$M(F_j\lambda)\notin D\psi_j\cup D\top\,(1\leqslant j\leqslant p)$，因此 P 的输入子句对其父节点既不支持也不反对. 换句话说，P 是多余的，删去它不会影响 $Q_0\theta$ 的值.

假设对 k 次替代得到的有限支持树，命题成立. 设 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 是经过 $k+1$ 次替代所得到的有限支持树 $T_R(Q_0\theta,G)$，P 是 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的最近非基础节点. 分别考察 P 与 $T_R^{fin}(Q_0\theta,G)$ 的支持枝的相对位置的几种情况，类似于上述讨论，可知结论成立，细节不再赘述.

引理 2.5. 若 $H=H_1\&\ldots\&H_n=E(Q_0)\theta\in succ(Q_0)$，则存在 $T_R(Q_0\theta,G)$ 的有限支持树.

证明：由文献[1]，只要考虑 $hd(G)=\bigcup_{i\geqslant 1}Stra_i^k\cup hd(cov(G))$ 中的元素即可. 如果 $H_i\in hd(cov(G))$，这是上节讨论的情况. 对 $Stra^k=\bigcup_{i\geqslant 1}Stra_i^k$ 中的元素，施归纳于 k，继而施归纳于 i，即可证明结论成立. 因为细节繁琐，限于篇幅，这里从略.

综合上述结果，我们得到无穷树的计算规则的独立性.

定理 2.6. $succ(Q_0)=succ(T_R(Q_0,G))$，这里 R 是任意计算规则.

这个结果实际上建立了 SLD-博弈树的可靠性和完备性. 但是，本文的证明是所谓存在性证明，我们尚未找到有效的算法确定无穷树的有限支持树，因此，定理 2.6 建立的是 SLD-博弈树的弱可靠性和完备性.

参考文献

1 周生炳，戴汝为. 基于标记逻辑的非单调推理(I)(II). 计算机学报，1995，**18**(9)：641～656.
2 周生炳，戴汝为. 有限 SLD-博弈树及其删除策略. 中国科学(A 辑)，1995，**25**(10)：1107～1115.
3 Lloyd J W. Foundations of logic programming(2nd edition). Berlin：Springer-Verlag，1987.
4 周生炳，戴汝为. 表达式的覆盖、分解与划分. 软件学报，1996，7(4)：223～232.

INDEPENDENCE OF THE COMPUTATION RULE FOR SLD-GAME TREE

ZHOU Shengbing

(*Department of Computer Science Tsinghua University Beijing* 100084)

Abstract The concept of the successful set of SLD-game tree is introduced in this paper. The author shows that the SLD-game tree established the identical successful set using any computation rule. This fact is called the independence of the computation rule for SLD-game tree.

Key words Annotated logic program, SLD-game tree, independence of computation rule.
Class number TP18