

# 关系图文法及其应用

方林 谢立

(南京大学计算机系 南京 210093)

**摘要** 字符文法不适于描述二维以上事物的特征,无法定义事物之间的复杂关系,本文提出了关系图的概念,对关系图的性质进行了研究,在此基础上提出了一种新的文法——关系图文法,该文法能够方便地抽象和概括二维以上复杂对象的特征,为分析和识别这些对象提供工具和方法,可以广泛应用于模式识别、高维文本分析和描述图示语言的语法等领域,为了使关系图文法实用化,本文还提出了相应的识别和匹配算法。

**关键词** 文法,关系图,形式语言,模式识别,算法。

自从乔姆斯基(Chomsky)于1956年建立形式语言体系以来,形式语言理论对计算机科学发生了深刻的影响,特别是对程序语言的设计、编译方法和计算复杂性等方面更有重大的作用。但是Chomsky文法本质上是一维的,一般适用于分析一维的事物(例如字符串),对于分析二维以上复杂事物则显得力不从心,例如绝大多数程序设计语言用字符串来表示程序,因而用Chomsky文法来表达它们的文法规则是比较合适的,但是随着计算机科学的发展,人们用来表达算法和思想的手段越来越多,图形、表格等等都可以用来描述算法,Chomsky文法不适于描述这类程序语言的文法,再比如模式识别领域,所识别的图形大多具有二维以上的结构,也很难用一维文法描述其特征。

本文针对这些问题,提出了关系图及其相关概念,把关系和文法结合起来,以便描述一维文法很难描述的二维以上复杂事物的本质和特征。

## 1 关系和关系图

### 1.1 关系图概念

关系是一个基本概念,如顺序关系、位置关系、大小关系等等,一般地,我们用 $r(X, Y)$ 表示 $X$ 和 $Y$ 满足二元关系 $r$ ,其中 $X$ 和 $Y$ 分别称为 $r$ 的第一和第二元,关系还可以用关系图表示,如果关系 $r(X, Y)$ 成立,则从结点 $X$ 画一条指向结点 $Y$ 的有向弧,并在弧上标记关系符号 $r$ ,关系图中有2类特殊的结点:起始结点和终止结点,前者用一个指向它的没有标

\* 本文研究得到国家自然科学基金、国家863高科技项目基金和国家“八五”攻关项目基金资助。作者方林,1970年生,硕士,主要研究领域为图示并行语言,分布计算。谢立,1942年生,教授,博士导师,主要研究领域为分布计算,并行处理,先进操作系统。

本文通讯联系人:方林,南京210093,南京大学计算机系

本文1996-02-08收到修改稿

记的有向弧表示,后者用一个由它导出的无标记的有向弧表示.下面是关系图的形式定义.

定义1. 关系图是一个五元组 $\langle R, N, RS, N_s, N_t \rangle$ . 其中 $R$ 是有限的关系符号集合, $N$ 是非空有限的结点集合. $N_s \subseteq N$ 是非空有限的起始结点集合, $N_t \subseteq N$ 是非空有限的终止结点集合. $RS$ 是集合 $\{r(A, B) | r \in R, A \in N, B \in N\}$ 的子集,定义结点之间的二元关系.

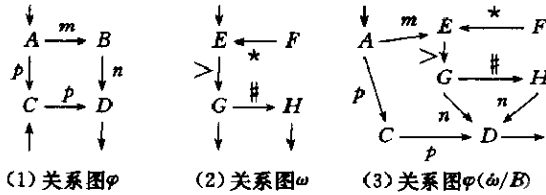


图1 关系图及其替换

如果对于关系图 $G$ 的每一个结点 $X$ ,都至少存在一个起始结点 $Y$ ,从 $Y$ 到 $X$ 存在一条有向路径,则称 $G$ 为规范关系图.图1(1)和(2)显示了2个关系图 $\varphi = \langle \{m, n, p\}, \{A, B, C, D\}, \{m(A, B), n(B, D), p(C, D), p(A, C)\}, \{A, C\}, \{D\} \rangle$ 和 $\omega = \langle \{*, >, \#\}, \{E, F, G, H\}, \{*(F, E), >(E, G), \#(G, H)\}, \{E\}, \{G, H\} \rangle$ .  $\varphi$ 是规范关系图,而 $\omega$ 则不是(从 $E$ 不可达 $F$ ).

### 1.2 替换

已知关系图 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ ,用 $\varphi_2$ 替换 $\varphi_1$ 中的结点 $A$ 得到的关系图记作 $\varphi_1(\varphi_2/A)$ , $\varphi_1$ 中每个指向 $A$ 的弧对应 $\varphi_1(\varphi_2/A)$ 中的一组指向 $\varphi_2$ 的起始结点的弧; $\varphi_1$ 中每个由 $A$ 发出的弧对应 $\varphi_1(\varphi_2/A)$ 中的一组由 $\varphi_2$ 的终止结点发出的弧.见以下定义.

定义2. 设 $\varphi_1 = \langle R_1, N_1, RS_1, N_{s1}, N_{t1} \rangle, \varphi_2 = \langle R_2, N_2, RS_2, N_{s2}, N_{t2} \rangle, N_1 \cap N_2 = \emptyset, A \in N_1$ ,则 $\varphi_1(\varphi_2/A) = \langle R_1 \cup R_2, N_1 \cup N_2 - \{A\}, RS_3, N_{s3}, N_{t3} \rangle$ ,其中

$$RS_3 = RS_1 \cup RS_2 \cup \{r(X, Y) | r(X, A) \in RS_1 \wedge Y \in N_{s2}\} \cup \{r(Y, X) | r(A, X) \in RS_1 \wedge Y \in N_{t2}\} - \{r(X, Y) | (X=A \vee Y=A) \wedge r(X, Y) \in RS_1\}$$

$$N_{s3} = \begin{cases} N_{s1} & \text{if } A \notin N_{s1} \\ N_{s1} \cup N_{s2} - \{A\} & \text{if } A \in N_{s1} \end{cases} \quad N_{t3} = \begin{cases} N_{t1} & \text{if } A \notin N_{t1} \\ N_{t1} \cup N_{t2} - \{A\} & \text{if } A \in N_{t1} \end{cases}$$

图1(1)、(2)定义了2个关系图 $\varphi$ 和 $\omega$ ,图1(3)显示了 $\varphi(\omega/B)$ .

### 1.3 关系图的周游

关系图周游是指按照一定的规则从起始结点开始访问所有结点和关系.我们定义关系图的规范周游规则是:(1)起始结点无条件被访问;(2)除起始结点外,访问任何结点 $X$ 之前必须至少访问过一个这样的关系 $r, X$ 是 $r$ 的第二元;(3)访问任何一个关系之前必须访问过它的第一元.

如果可以按上述规则访问关系图 $\varphi$ 的某个结点或关系(设为 $X$ ),则称 $X$ 是可规范访问的.如果 $\varphi$ 的所有结点和关系都是可规范访问的,则称 $\varphi$ 是可规范周游的.

定理1. 关系图是规范的当且仅当它是可规范周游的.

证明:必要性. 关系图是规范的,则对于任意结点 $A$ 存在一条路径 $A_0, r_1, A_1, r_2, \dots, A_n$  ( $n \geq 0$ ),其中 $A_n = A, A_0$ 是一个起始结点且有 $r_i(A_{i-1}, A_i)$  ( $0 < i \leq n$ ).沿着这条路径可以规范访问 $A$ .因为 $A$ 是任意的,所以可以规范访问任何关系的第一元,因此所有关系也是可规范访问的.必要性得证.

证明:充分性. 因为任意结点(设为 $A$ )都是可规范访问的,故存在一个按访问先后顺序排列的序列 $A_0, r_1, A_1, r_2, \dots, A_n$  ( $n \geq 0$ ),其中 $A_n = A, A_0$ 是一个起始结点, $A_{i-1}$ 和 $A_i$ 分别是 $r_i$ 的第一元和第二元 ( $0 < i \leq n$ ),即 $r_i(A_{i-1}, A_i)$ 成立.则存在从 $A_0$ 到 $A$ 的路径,充分性

得证.

**定理 2.** 设  $\varphi$  和  $\omega$  是规范关系图,  $A$  是  $\varphi$  中的结点, 则  $\varphi(\omega/A)$  也是规范的.

根据替换和规范关系图的定义可以证明这个定理. 定理 2 说明关系图的规范特性在替换运算下保持不变.

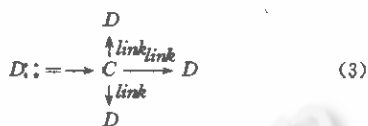
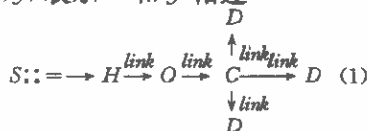
## 2 关系图文法

### 2.1 什么是关系图文法

**定义 3.** 关系图文法  $G$  是一个五元组  $(N, T, S, P, R)$ . 其中  $N$  和  $T$  分别代表非空有限的终结符集和非终结符集.  $S$  表示起始符,  $P$  是产生式集合,  $R$  则表示关系符号的集合. 产生式形如  $X ::= \varphi$ , 其中  $X$  是一个非终结符, 称为左部;  $\varphi$  是一个以  $N \cup T$  的子集为结点集, 以  $R$  的子集为关系符号集的关系图, 称为右部.

例如识别醇分子式的关系图文法  $G_1 = (\{S, D\}, \{H, C, O\}, S, P, \{link\})$ , 其中  $P$  的定义见图 2, 其中  $H, C, O$  分别代表氢、碳、氧元素. 关系  $link(x, y)$  表示  $x$  和  $y$  相连.

如果关系图文法  $G$  中所有产生式右部的关系图都是规范的, 则称  $G$  是规范的. 文法  $G_1$  就是规范的. 字符串文法是规范关系图文法的一个特例. 规范关系图文法的描述能力比较强, 本文所举关系图文法的例子都是规范的, 涉及到模式识别、高维文本分析和图示语言等领域.



### 2.2 关系图文法的推导

利用关系图文法进行推导就是对关系图中的非终结符结点进行替换的过程. 推导可以不断地进行下去, 直到关系图中不存在非终结符结点为止. 一个全部由终结符作为结点构成的关系图称为终结符关系图. 推导的形式定义如下.

**定义 4.** 设有关系图  $\varphi$ ,  $A$  是  $\varphi$  中的一个结点,  $A ::= \omega$  是关系图文法  $G$  的一个产生式, (1) 称从关系图  $\varphi$  到  $\varphi(\omega/A)$  存在一个直接推导, 记作  $\varphi \rightarrow \varphi(\omega/A)$ ; (2) 如果存在  $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n$  使得  $\varphi = \varphi_0 \rightarrow \varphi_1 \rightarrow \dots \rightarrow \varphi_n = \varphi$ , 其中  $n \geq 0$ , 则称从关系图  $\varphi$  到  $\varphi$  存在一个推导. 记作  $\varphi \rightarrow^* \varphi$ ; (3) 设  $S$  是关系图文法  $G$  的起始符, 如果存在从关系图  $\rightarrow S \rightarrow$  到关系图  $\varphi$  的推导:  $\rightarrow S \rightarrow^* \varphi$ , 则称文法  $G$  能推导关系图  $\varphi$ .

根据定理 2, 规范关系图文法推导出的关系图都是规范的.

文法  $G_1$  能够推导一切醇的分子式, 图 3 是乙醇分子式的推导(关系符号  $link$  已省略). 符号“ $\rightarrow$ ”上的数字指明所利用的产生式(以下同).

## 3 规范关系图文法的识别和匹配

要使关系图文法实用化, 还必须构造算法以识别和匹配一定的对象. 我们把目标对象看成由一个个单元按照一定的关系连接而成的关系图, 识别算法试图推导出一个终结符关系图以匹配目标对象.

下述识别算法中参数  $\varphi$  表示推导过程中的当前关系图, 初始值是  $\rightarrow S \rightarrow$ , 其中  $S$  是文法

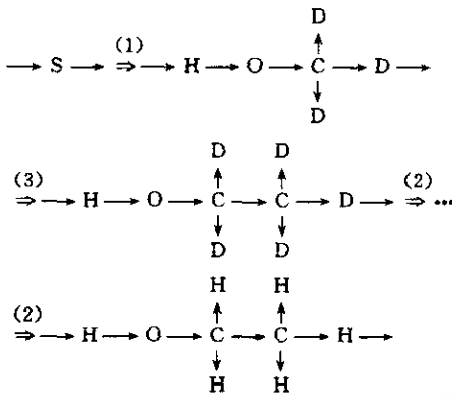


图3 乙醇分子式的推导

起始符.

算法 1. Recognize( $\varphi$ )

{由关系图  $\varphi$  推导出能匹配目标对象的终结符关系图}

若  $\varphi$  中没有非终结符

则 return( $Match(\varphi)$ ); {返回  $Match(\varphi)$  的结果}

否则 (1)任取  $\varphi$  中的一个非终结符  $A$ ;

(2)循环,对每个右部为  $A$  的产生式  $A::=\omega$ , 执行

若  $Recognize(\varphi(\omega/A))$  成功, 则 return( $TRUE$ ); {正确识别}

(3)return( $FALSE$ );

其中  $Match(\varphi)$  把终结符关系图  $\varphi$  同目标对象进行匹配. 考虑规范的终结符关系图  $\varphi$ , 只要我们能够构造词法分析程序  $Rel(r, X, Y)$  和  $Get(r, X)$ , 前者

验证  $X$  和  $Y$  是否满足  $r$  关系, 后者根据关系  $r$  和第一元  $X$  求第二元, 这样, 我们就可以通过规范周游  $\varphi$  达到匹配的目的.

算法 2. Match( $\varphi$ )

{验证目标对象是否与关系图  $\varphi$  匹配}

1. 根据规范周游规则, 对  $\varphi$  中的结点和关系进行排序, 得到有序集合  $Set$ ;

2. 循环, 按序对  $Set$  中的每一个符号  $Sym$  按下列情况执行

1) 若  $Sym$  是一个起始结点且没有被访问过, 则

i) 取目标对象的相应起始单元  $X$ ;

ii) 若  $X$  与  $Sym$  匹配则标记  $Sym$  已访问, 并注明与  $X$  匹配; 否则 return( $FALSE$ ); {匹配失败}

2) 若  $Sym$  是一个关系符号, 则 {它的第一元一定已被访问过}

i)  $First \leftarrow$  与  $Sym$  的第一元匹配的目标单元;

ii)  $S \leftarrow Sym$  的第二元;

iii) 若  $S$  已经匹配, 设与目标单元  $X$  匹配

则 若  $Rel(Sym, First, X)$  成立, 则转 2 继续循环;

否则 return( $FALSE$ ); {匹配失败}

否则 { $S$  未匹配}

a.  $X \leftarrow Get(Sym, First)$ ;

b. 若  $X$  与  $S$  匹配, 标记  $S$  已访问, 并注明与  $X$  匹配;

否则 return( $FALSE$ ); {匹配失败}

3) 若  $Sym$  是其它符号且未被访问, 则 return( $FALSE$ ); {匹配失败}

3. return( $TRUE$ ); {匹配成功}

4 实例分析

关系图文法可以广泛应用于模式识别、高维文本分析和图示语言等许多领域. 2.1 节中的文法  $G_1$  显示关系图文法如何表达二维文本. 下面就关系图文法在模式识别和图示语言文法表达 2 个领域内的应用进行讨论.

4.1 关系图文法在模式识别中的应用

模式识别是关系图文法的一个重要应用领域. 下面是识别正方形的关系图文法, 只要对它稍加改造就可以用来识别诸如直线、长方形和圆之类的图形.

$G_2 = (\{S, DL, TR\}, \{\cdot\}, S, P, \{left, right, up, down\})$ , 其中  $P$  的定义见图 4. 终结符 “ $\cdot$ ” 表示迪卡尔坐标系中的点,  $TR$  和  $DL$  分别表示正方形的右上部和左下部. 关系  $left$ ,  $right$ ,  $up$  和  $down$  表示 2 个结点之间的位置关系. 例如  $left(a, b)$  表示  $a$  在  $b$  的左边,  $up(a,$

b)表示  $a$  在  $b$  的上边,...

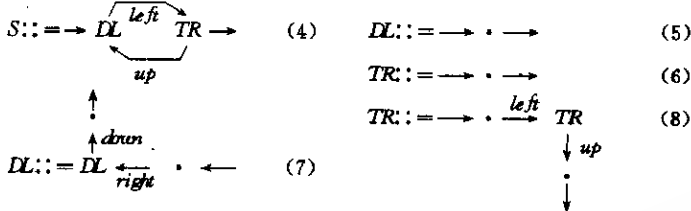


图4 识别正方形的关系图文法

图 5 是边长为 3 个“·”的正方形的推导.

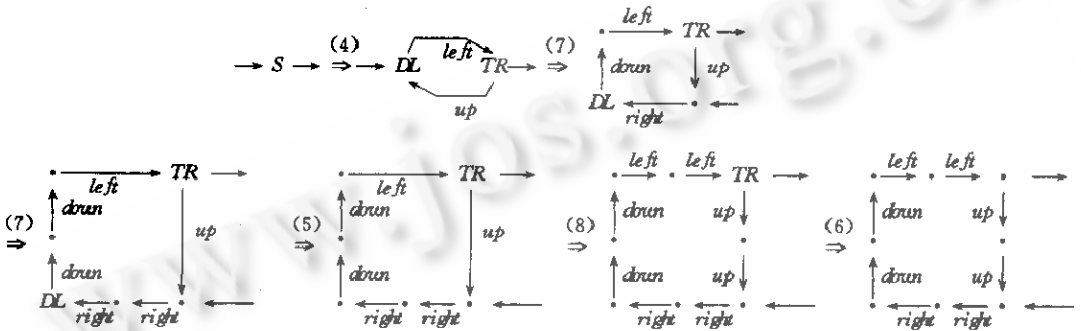


图5 边长为3的正方形推导

### 4.2 关系图文法表达图示语言文法

图示语言是用图形的来表达数据结构和控制结构的程序设计语言. 流程图可以被看成是最原始的图示语言, 概括流程图特征的关系图文法是  $G_3 = (\{S\}, \{SimpStat, Cond\}, S, P, \{true, false, seq\})$ , 其中  $P$  的定义见图 6.

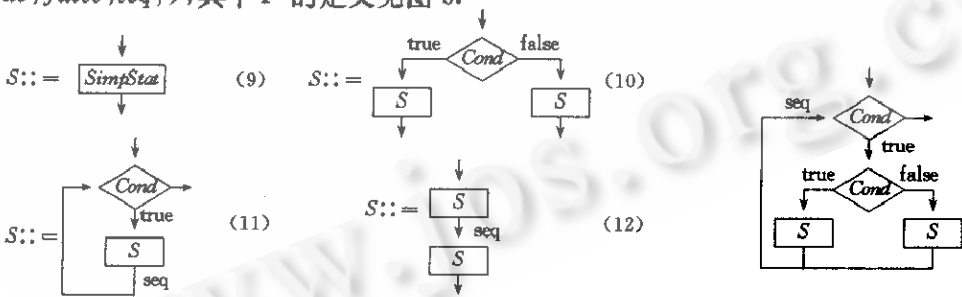


图6 识别流程图的 关系图文法

图7 流程图举例

*SimpStat* 表示简单语句, 例如赋值语句、算术运算、空语句等等. *Cond* 表示条件判断. 关系 *true* 和 *false* 分别表示条件判断的真出口和假出口. 关系 *Seq* 则表示顺序相接. 产生式 (10)和(11)分别对应分支和循环, 产生式(12)则表示语句之间顺序相接. 这个文法所表示的流程图是结构化的, 即语句块都是单入口和单出口, 并且不允许使用Goto 语句. 图 7 是文法  $G_3$  所能推导的一个流程图.

### 5 结束语

关系作为一种便利的工具, 可以对复杂对象的特征进行形式化的定义. 以关系图为基础的关系图文法则能对这些复杂对象的本质特征进行抽象和概括, 从而为识别和分析这些对

象提供方法和工具. 关系图文法可以广泛应用于二维文本分析、模式识别和图示语言文法表达等许多领域.

本文提出的关系图文法只概括二元关系, 下面有几个问题: (1) 如何表达三元以上更复杂的关系; (2) 对于字符串文法已有了许多理论成果(例如自动机理论), 如何在关系图文法中应用这些成果; (3) 如何为非规范的关系图文法构造识别和匹配算法; (4) 如何提高算法 1 和算法 2 的时空效率. 这些问题有待进一步探讨.

### 参考文献

- 1 Costagliola Gennaro, Tortara Genoveffa. Automatic generation of visual programming environments. *Computer*, March 1995. 56~66.
- 2 Golin E J, Magliery T. A compiler generator for visual languages. *Proc. 1993. IEEE Workshop Visual Languages. IEEE CS Press, Los Alamitos, Calif., Order No. 3970, 1993. 314~321.*
- 3 陈火旺等. 编译原理. 长沙: 国防工业出版社, 1984.

## RELATION GRAPH GRAMMAR AND ITS APPLICATION

FANG Lin XIE Li

(Department of Computer Science Nanjing University Nanjing 210093)

**Abstract** It's difficult to describe 2-D objects and more complicated ones with string grammar, for it can't be used to define the complex relations among them. This paper presents the concept of relation graph and its properties. As a new type of grammar, relation graph grammar is able to abstract the attributes of complicated objects conveniently and provide tools to analyze and recognize them. Relation graph grammar can be used in many fields such as pattern recognition, high dimensional text analysis and visual languages. To make the grammar applicable, the recognition and the matching algorithms of it are also introduced respectively.

**Key words** Grammar, relation graph, formal languages, pattern recognition, algorithm.