第 7 卷 增刊 软件学报 JOURNAL OF SOFTWARE Vol. 7, Supplement

证据函数的限定化关系*

刘大有 李岳峰 唐海鹰

(吉林大学计算机科学系 长春 130023)

摘要 如何描述证据理论中信任函数的动态变化是一个很重要的研究课题,证据函数的限定化概念在刻画这种动态变化方面具有重要用途.本文比较了限定化概念的 2 种定义方式,指出了 Kruse 等人在他们的著作"Uncertainty and Vagueness in Knowledge Based Systems"中出现的错误,并给出了该书的定理 6.10 和定理 6.11 的正确证明.最后利用限定化的概念,讨论了引起信任函数动态变化的 3 种条件规则之间的关系.

关键词 证据理论,随机集合,限定化,信任值修正,信任值更新,信任值集中.

自 1976 年 Shafer 的《证据的数学理论》一书问世以来,证据理论越来越受到人们的青睐.在证据理论的研究过程中,如何处理证据引起的证据函数的动态变化一直是人们所关心的课题.围绕这一问题,Dempster,Shafer,Fagin,Yager,Kruse,Halpern,Dubois 和 Smets 等人[1~7]分别讨论了证据的捕获过程、证据引起的信任值变化的条件规则和证据函数之间的限定化关系.

目前,捕获证据引起信任值变化的条件规则有 3 种[8],这 3 种规则分别是 Dempster 条件规则(Dempster Rule of Conditioning)、几何条件规则(the Geometricrule of Conditioning)以及 Fagin 和 Halpern 提出的条件规则.[3,9]那么这些条件规则之间的关系是怎样的呢?

Kruse 等人用限定化(Specialization)的概念表明了 Dempster 条件规则是信任值的修正(Revision)规则,而几何条件规则是信任值的更新(Updating)规则.修正规则所得到的 mass 函数是原来 mass 函数的一个限定化,更新规则所得到的 mass 函数是原来 mass 函数的一个严格限定化.在文献[8]中,Dubois 和 Prade 把 Fagin 和 Halpern 提出的条件规则称为集中(Focusing)规则.由于 Fagin 和 Halpern 提出的条件规则很难给出集中后的 mass 函数与原来 mass 函数之间的显式表达关系,因此论述这 3 种规则之间的关系是比较困难的.

我们用限定化的概念讨论了上述 3 种规则之间的关系;为了说明限定化概念的合理性,我们比较了限定化概念的 2 种定义方式.第 1 种定义方式是 Smets 等人给出的,他们把限定

---

* 本文研究得到国家教委博士点基金项目、国家自然科学基金项目和国家 863 高科技项目的资助.作者刘大有,1942 年生,教授,博士导师,主要研究领域为知识工程,专家系统,分布式人工智能,人工智能理论,算法,数据结构.李岳峰,1964 年生,讲师,主要研究领域为不确定性信息处理,知识工程,DAI 规划,计算机算法.唐海鹰,1971 年生,助教,主要研究领域为分布式人工智能(协商、规划),知识工程与专家系统.

本文通讯联系人:刘大有,长春 130023,吉林大学计算机科学系

本文 1995—05—29 收到修改稿

化概念看成是可转移信任模型(TBM[10])解释信任函数的核心. 在 TBM 中,信任值的扩张过程(即要遵循信任值的增加不减少原来已赋的信任值)是用限定化矩阵表示的. 由于 TBM 完全抛开了概率,因此 Smets 等人借助于 mass 函数给出了限定化的概念,在文献[7]中,Klawonn 和 Smets 表明了 Dempster 的条件规则和组合规则(Dempster Rule of Combination[2,11])可用限定化矩阵来表示. 与 Smets 等人不同,Kruse 等人(因 Dubois 和 Prade 以及 Yager 等人的定义与 Kruse 等人的定义比较类似,所以在这里我们仅讨论 Kruse 等人关于限定化概念的论述)是用随机集合来解释信任函数,因此他们把限定化的概念建立在集合一值映射之上.

本文第 1 节首先介绍证据理论的基本概念,然后从信息源与假设空间之间的集合一值映射开始,介绍了证据函数的限定化关系;第 2 节比较了 Kruse 等人与 Smets 等人关于限定化的 2 种定义方式;指出了 Kruse 等人在文献[12]中出现的错误,并给出了文献[12]中的定理 6.10 和定理 6.11 的正确证明;第 4 节用限定化的概念,比较了 3 种条件规则之间的关系;最后一节是结论.

1 限定化的概念

本节简要介绍证据理论的基本概念、随机集合的概念、随机集合的限定化关系和随机集合与证据函数之间的关系等.

假设有限、互斥、穷举的集合 Ω 是辨别框架 (the Frame of Discernment),一个 *mass* 函数 $m:2^{\Omega}\to[0,1]$,满足 $m(\varnothing)=0$,且 $\Sigma_{A\subseteq\Omega}m(A)=1$,其中 $\varnothing$ 表示空集,称 $m(A)$ 为 A 的 *mass* 值. 如果 Ω 的子集 A 满足 $m(A)>0$,则称 A 为 m 的焦点元素. m 的信任函数 $Bel_m:2^{\Omega}\to[0,1]$,任意 $A\in 2^{\Omega}$,$Bel_m(A)=\Sigma_{B\subseteq A}m(B)$;似然函数 $Pl_m:2^{\Omega}\to[0,1]$,任意 $A\in 2^{\Omega}$,$Pl_m(A)=1-Bel_m(\overline{A})$;公共函数 $Com_m:2^{\Omega}\to[0,1]$,任意 $A\in 2^{\Omega}$,$Com_m(A)=\Sigma_{A\subseteq B}m(B)$.

定义 1. 设 P 是样本空间 Θ 上的概率函数,映射 $\Gamma:\Theta\to 2^{\Omega}$ 是一个集合一值映射. 则称 (P,Γ) 为一个随机集合(Random Set).

这里我们可以把 Θ 理解为传感器的集合,概率 $P(\{\theta\})$ 是专家为传感器 θ 赋予的权威值.

定义 2. 设 (P,Γ) 是一个随机集合,$E\subseteq\Omega$,Ω 为辨别框架. 则称 $\Gamma^E:\Theta\to 2^{\Omega}$,$\Gamma^E(A)=\Gamma(A)\cap E$(对任意 $A\subseteq\Theta$),为 Γ 关于 E 的修正(Revision)映射.

定义 3. 假定 $S,T:\Theta\to 2^{\Omega}$ 是 2 个集合一值映射,称 S 为 T 的一个限定化(记为 $S\sqsubseteq T$),当且仅当对任意的 $\theta\in\Theta$ 皆有 $S(\theta)\subseteq T(\theta)$.

假设 (P,Γ) 为一个随机集合;有限集合 Ω' 是辨别框架 Ω 的一个求精(Refinement),即存在一个求精映射 $\Pi:2^{\Omega}\to 2^{\Omega'}$ 满足:

(1)对任意 $\omega\in\Omega$ 都有 $\Pi(\{\omega\})\neq\varnothing$,

(2)如果 $\omega_1\neq\omega_2$,则 $\Pi(\{\omega_1\})\cap\Pi(\{\omega_2\})=\varnothing$,

(3)$\bigcup\{\Pi(\{\omega\})\mid\omega\in\Omega\}=\Omega'$,

(4)对任意 $A\in 2^{\Omega}$,$\Pi(A)=\bigcup\{\Pi(\{\omega\})\mid\omega\in A\}$.

则称 $\Gamma'=\Pi(\Gamma):\Theta\to 2^{\Omega'}$,$\Pi(\Gamma)(\theta)=\Pi(\Gamma(\theta))$,为 Γ 的求精. 反之,称 $\Pi^{-1}(\Gamma'):\Theta\to 2^{\Omega}$,

$\Pi^{-1}(\Gamma')(\theta)=\Pi^{-1}(\Gamma'(\theta))$为$\Gamma'$的外约化(Outer Reduction),其中$\Pi^{-1}$是$\Pi$的外约化,$\Pi^{-1}$: $2^{\Omega'}\to 2^{\Omega}$, $\Pi^{-1}(A')=\{\omega|\omega\in\Omega$ 且 $\Pi(\{\omega\})\cap A'\neq\varnothing\}$.

定理 1. 设 $S,T:\Theta\to 2^{\Omega}$ 是 2 个集合一值映射. 则 $S\sqsubseteq T$,当且仅当存在 Ω 的求精 Ω', S 和 T 的求精 S' 和 T' 以及 Ω 的子集合 E',使得 $S'=T'^{E'}$.

该定理的证明过程可参见文献[12]. 下面我们讨论集合一值映射与 *mass* 函数的关系. 假定(P,Γ)是一个随机集合,如果 $P(\{\theta\in\Theta|\Gamma(\theta)\neq\varnothing\})>0$,则如下定义的函数 $\Gamma[P]$是 Ω 上的一个 *mass* 函数.

$\Gamma[P]:2^{\Omega}\to[0,1]$,且满足

$$\Gamma[P](A)=\begin{cases}\dfrac{P(\{\theta\in\Theta|\Gamma(\theta)=A\})}{P(\{\theta\in\Theta|\Gamma(\theta)\neq\varnothing\})} & A\neq\varnothing\\ 0 & \text{否则}\end{cases}$$

如果 Ω' 是 Ω 的一个求精,且 Π 是相应的求精映射. 则对于 Ω' 上的 *mass* 函数 m',可定义 m' 到 Ω 的射影 $\Pi^{-1}[m']:2^{\Omega}\to[0,1]$ 满足

$$\Pi^{-1}[m'](A)=\sum_{\substack{A'\subseteq\Omega',\\ \Pi^{-1}(A')=A}} m'(A')$$

可以验证 $\Pi^{-1}[m']$是 Ω 上的 *mass* 函数,称 m' 是 $\Pi^{-1}[m']$的一个求精. 反之,如果已知 Ω 上的 *mass* 函数 m, 则 m 在 Ω' 上的空扩张(the Vacuous Extension)为 $\Pi[m]:2^{\Omega}\to[0,1]$ 满足

$$\Pi[m](A')=\begin{cases}m(A) & \text{如果 } A'=\Pi(A)\\ 0 & \text{否则.}\end{cases}$$

2 证据函数的限定化概念

证据函数的限定化概念的提出,是为了比较不同 *mass* 函数所承载的信息量. 在本节中,我们首先给出 Smets 等人关于限定化概念的定义,然后介绍 Kruse 等人的限定化概念,最后给出我们关于文献[12]中 2 个定理的证明过程.

假定 m_0 是给定辨别框架 Ω 上的一个初始 *mass* 函数. 按照 Smets 等人的观点,当有新的证据说明为真的假设一定属于 A 时,此时要借助于新证据把 m_0 转换为另一个 *mass* 函数 m. 因为有新证据 A 的出现,所以最自然的想法是把原来的 *mass* 值 $m_0(A)$分配给 A 的一些子集合(注意:当 *mass* 函数的焦点元素都是单元素集合时,*mass* 函数的信任函数是一个概率函数. 此时我们称完全消除了"无知"). 令 $h(A,B)\in[0,1]$是当新证据 A 出现后,$m_0(A)$分配给 $B(B\subseteq A)$的 *mass* 值的比率,且对任意的 $A\subseteq\Omega$, $\Sigma_{B\subseteq A}h(A,B)=1$;而当 $B\not\subseteq A$ 时 $h(A,B)=0$,则 h 是 Ω 上的一个 *mass* 函数. 假设 m 是 Ω 上的一个 *mass* 函数,如果存在 Ω 上的一个 *mass* 函数 m_0,使得对任意子集合 $A\subseteq\Omega$, $m(A)=\Sigma_{X\subseteq\Omega}h(X,A)\cdot m_0(X)$*,则称 m 是 m_0 的一个限定化.

上述观点实质上给出了信任值修正的形式描述,但这与信任值更新的方式是不一样的. 信任值更新相应于条件几何规则,而信任值修正相应于 Dempster 条件规则. 与 Smets 等人

* 如果存在一个这样的 A, $m_0(A)$对每个 $B\subseteq A$ 都不分配 *mass* 值,则应对由该公式所确定的 m 函数进行正规化操作.

不同，Kruse 等人把信任函数理解为下概率，他们的限定化概念定义如下.

定义 4. 假设 s,t 是 Ω 上的 *mass* 函数. 说 s 是 t 的一个限定化(记为 $s\sqsubseteq t$)，当且仅当存在一个概率空间 $(\Theta,2^{\Theta},P)$ 和 2 个集合－值映射 $S,T:\Theta\to 2^{\Omega}$，使得 $S\sqsubseteq T$，$s=S[P]$，$t=T[P]$.

正如前面所说的那样，用限定化的概念，我们可以比较多个 *mass* 函数所能承载的信息量；$s\sqsubseteq t$，是说 s 所承载的信息量至少和 t 承载的一样多. 因此，从限定化的观点而言，当 $s\sqsubseteq t$ 且 $t\sqsubseteq s$ 时，我们称 s 和 t 是等价的，记为 $s\equiv t$. 下面我们将表明，"$\equiv$"是 Ω 上所有 *mass* 函数的等价关系，"$\sqsubseteq$"是 Ω 上所有 *mass* 函数的部分序关系，同时还表明限定化概念与 Dempster 条件规则的关系.

在文献[12]中，Kruse 等人首先证明定理6.10，然后企图使用定理 6.10 来证明定理 6.11；但是在定理 6.10 的证明过程中存在着 2 个错误：①隐含使用了定理 6.11；②$h_B(A)$的定义前后不一致. 下面我们首先证明定理 6.11，然后用定理 6.11 的结论再来证明定理 6.10.

定理 2. (文献[12]中的定理 6.11) 假定 Ω' 是 Ω 的一个求精，相应的求精映射为 $\Pi:2^{\Omega}\to 2^{\Omega'}$. 如果 s' 和 t' 是 Ω' 上的 2 个 *mass* 函数，则有 $s'\sqsubseteq t'\Rightarrow \Pi^{-1}[s']\sqsubseteq\Pi^{-1}[t']$.

证明：由定义 4 知，存在一个概率空间 $(\Theta,2^{\Theta},P)$ 和 2 个集合－值映射 $S',T':\Theta\to 2^{\Omega'}$，使得 $s'=S'[P]$，$t'=T'[P]$ 且 $S'\sqsubseteq T'$. 令 $S=\Pi^{-1}(S')$，$T=\Pi^{-1}(T')$，即对任意的 $\theta\in\Theta$，$S(\theta)=\Pi^{-1}(S'(\theta))$，$T(\theta)=\Pi^{-1}(T'(\theta))$. 由于 $S'(\theta)\subseteq T'(\theta)$，从而 $S(\theta)\subseteq T(\theta)$，即 $S\sqsubseteq T$.

下面我们验证 $\Pi^{-1}[s']=S[P]$，$\Pi^{-1}[t']=T[P]$.

对任意 $A\subseteq\Omega$，我们有：

$$
\begin{aligned}
\Pi^{-1}[s'](A)&=\sum_{\substack{A'\subseteq\Omega',\\ \Pi^{-1}(A')=A}} s'(A')\\
&=\sum_{\substack{A'\subseteq\Omega',\\ \Pi^{-1}(A')=A}}\frac{P(\{\theta\in\Theta\,|\,S'(\theta)=A'\})}{P(\{\theta\in\Theta\,|\,S'(\theta)\neq\varnothing\})}\\
&=\frac{1}{P(\{\theta\in\Theta\,|\,S'(\theta)\neq\varnothing\})}\sum_{\substack{A'\subseteq\Omega',\\ \Pi^{-1}(A')=A}} P(\{\theta\in\Theta\,|\,S'(\theta)=A'\})\\
&=\frac{P(\{\theta\in\Theta\,|\,\Pi^{-1}(S'(\theta))=A\})}{P(\{\theta\in\Theta\,|\,\Pi^{-1}(S'(\theta))\neq\varnothing\})}\\
&=\frac{P(\{\theta\in\Theta\,|\,S(\theta)=A\})}{P(\{\theta\in\Theta\,|\,S(\theta)\neq\varnothing\})}=S[P](A),
\end{aligned}
$$

即 $\Pi^{-1}[s']=S[P]$. 同理亦可验证，即 $\Pi^{-1}[t']=T[P]$，证毕□

定理 3. (文献[12]中的定理 6.10)假设 s,t 是 Ω 上的 *mass* 函数. 则如下 2 个断言是等价的：

(1)存在 Ω 的求精 Ω' 和 Ω' 上的 2 个 *mass* 函数 s' 和 t' 以及 Ω' 的子集合 E'，使得 $s'=t'_{E'}$，$s=\Pi^{-1}[s']$，$t=\Pi^{-1}[t']$；其中，$t'_{E'}$ 是使用 Dempster 条件规则(对 t' 和证据 E')所得到的 *mass* 函数.

(2)*mass* 函数 s 是 *mass* 函数 t 的一个限定化.

证明："(1)⇒(2)"，由定理 2 知，我们只需证明 $s'\sqsubseteq t'$. 假定 $\Theta=2^{\Omega}\times 2^{\Omega}$，集合－值映射 $S,T:\Theta\to 2^{\Omega}$ 定义为：

$$T((A,B))=B, S((A,B))=\begin{cases} A & \text{如果 } A\subseteq B \\ \varnothing & \text{否则} \end{cases}$$

Θ 上的概率函数 P 定义如下：

$$P(\{(A,B)\})=P(\{A\}\times 2^{\Omega}|2^{\Omega}\times\{B\})\cdot P(2^{\Omega}\times\{B\})$$

其中 $P(2^{\Omega}\times\{B\})=t'(B)$；

$$P(\{A\}\times 2^{\Omega}|2^{\Omega}\times\{B\})=\begin{cases} h(A,B) & \text{如果 } t'(B)\neq 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

从上述定义可以看出 $S\sqsubseteq T$，如下我们验证 $S[P]=s'$，$T[P]=t'$.

由上一节的定义知

$$T[P](A)=\frac{P(\{(x,y)\in\Theta|T((x,y))=A\})}{1-P(\{(x,y)\in\Theta|T((x,y))=\varnothing\})}$$

$$=\frac{P(2^{\Omega}\times\{A\})}{1-P(2^{\Omega}\times\{\varnothing\})}=t'(A);$$

$$S[P](A)=\frac{P(\{(x,y)\in\Theta|S((x,y))=A\})}{1-P(\{(x,y)\in\Theta|S((x,y))=\varnothing\})}$$

$$=\frac{\Sigma_{x:x\subseteq A}P(\{A\}\times 2^{\Omega}|2^{\Omega}\times\{x\})\cdot t'(x)}{1-\Sigma_{x:x\subseteq\varnothing}P(\{\varnothing\}\times 2^{\Omega}|2^{\Omega}\times\{x\})\cdot t'(x)}$$

$$=\frac{\Sigma_{y:y\cap E'=A}t'(y)}{1-\Sigma_{y:y\cap E'=\varnothing}t'(y)}=t'_{E'}(A)=s'(A)^{*}.$$

"(2)⇒(1)"，假定 $s\sqsubseteq t$，则由定义 4 知存在一个概率空间 $(\Theta,2^{\Theta},P)$，2 个集合一值映射 $S,T:\Theta\to 2^{\Omega}$，使得 $S\sqsubseteq T$，$s=S[P]$，$t=T[P]$. 由定理 1 知，对于 S 和 T，存在 Ω 的一个求精 Ω'，S 和 T 的求精 S'和 T'以及 Ω'的子集合 E'，使得 $S'=T'^{E'}$. 设 Π 是 $2^{\Omega}\to 2^{\Omega'}$的求精映射. 令 $s'=S'[P]$，$t'=T'[P]$，显然 $s'=t'_{E'}$. 如下我们验证 $s=\Pi^{-1}[s']$，$t=\Pi^{-1}[t']$. 对任意的 $A\subseteq\Omega$，由定理 2 的证明过程可以看出，$\Pi^{-1}[s'](A)=S[P](A)=s(A)$，即 $s=\Pi^{-1}[s']$. 同理可证 $t=\Pi^{-1}[t']$. □

定理 4. 设 s 和 t 是 Ω 上的 2 个 *mass* 函数. 则如下的 3 个陈述是等价的.

(1) s 是 t 的一个限定化；

(2) 对任意的 $A\subseteq\Omega$，$Com_t(A)=0\Rightarrow Com_s(A)=0$；

(3) 对每个 $A\subseteq\Omega$ 皆存在函数 $h(A,B)$ 使得 $s(A)=\Sigma_{X\subseteq\Omega}h(X,A)\cdot t(x)$.

该定理的证明见文献[12]. 由该定理可以看出，Kruse 等人与 Smets 等人关于限定化的概念在数值表示上一致. 此外，由上述定理可以看出"≡"是等价关系，"⊑"是部分序关系.

3 信任值的修正、更新和集中

在本节中，我们首先介绍 3 种条件规则，然后用限定化的概念讨论它们之间的关系，这里我们假定证据 E 是辨别框架 Ω 的子集合.

Dempster 条件规则是把集合 $A(A\in 2^{\Omega})$原来的 *mass* 值全部分配给 $A\cap E$，信任函数的

---

* 注意：对满足规定的任意 $h(A,B)$函数，$P(\{A\}\times 2^{\Omega}|2^{\Omega}\times\{B\})$皆为概率函数. 这里我们不妨假定 A 把它的 *mass* 值全部分配给了 $A\cap E'$，即这里的等式是成立的.

变化公式为：　$Pl(A|E)=Pl(A\cap E)/Pl(E), Bel(A|E)=1-Pl(\overline{A}|E)$；
几何条件规则所得到的 *mass* 函数是只保留包含在 E 中的焦点元素，其信任函数的变化方式为：　$Bel_g(A|E)=Bel(A\cap E)/Bel(E), Pl_g(A|E)=1-Bel_g(\overline{A}|E)$；
Fagin 和 Halpern 提出的条件规则是用概率簇的上、下包络来表示的：

$$P^*(A|E)=Pl(A\cap E)/\{Pl(A\cap E)+Bel(\overline{A}\cap E)\},$$

$$P_*(A|E)=Bel(A\cap E)/\{Bel(A\cap E)+Pl(\overline{A}\cap E)\},$$

其中　$P^*(A|E)=sup\{P(A|E)|P\in\triangle\}, P_*(A|E)=inf\{P(A|E)|P\in\triangle\}$，
$\triangle=\{P|P$ 是 Ω 上的概率函数，且 $Bel(A)\leqslant P(A)\leqslant Pl(A)\}$；Fagin 和 Halpern 证明了 $P_*(\cdot|E)$是一个 *mass* 函数.

对于 Fagin 和 Halpern 提出的条件规则很难给出集中后的 *mass* 函数与原来 *mass* 函数之间的显式表达关系，因此详细地论述这 3 种规则之间的关系是比较困难的. 为了给出这 3 种规则之间的关系，我们首先观察如下的图表. 其中辨别框架 $\Omega=\{a,b,c,d,e,f\}$，$E=\{a,b,c,e\}$，m 是 Ω 上的 *mass* 函数，m_R，m_U 和 m_F 分别是这 3 种规则对 m 和 E 作用后所得到的 *mass* 函数.

A	m	m_R	m_U	m_F
$\varnothing$				
$\{c\}$		0.3		
$\{e\}$		0.5		
$\{a,b\}$	0.2	0.2	1	0.2
$\{c,d\}$	0.3			
$\{e,f\}$	0.5			
$\{a,b,c\}$				3/35
$\{a,b,e\}$				1/5
$\{a,b,c,e\}$				18/35
…				

从上例可以看出，m_U 是 m_R 的一个限定化，m_U 亦是 m_R 的一个限定化. 但是 m_R 与 m_F 没有限定化关系.

定理 5. 假定 m 是辨别框架 Ω 上的 *mass* 函数，且 m 的焦点元素互不相交；E 是 Ω 的子集合，且 E 中至少包含一个 m 的焦点元素；m_R，m_U 和 m_F 分别是上述 3 种规则对 m 和 E 作用后所得到的 *mass* 函数. 则 m_U 分别是 m_R 和 m_F 的限定化；且在一般情况下 m_R 与 m_F 没有限定化关系.

证明：因为 m_U 的焦点元素是 m 的焦点元素，且是 E 的子集合，所以 $m_U \square m_R$ 显然成立. 下面为了证明 $m_U \square m_F$，我们假定 m_U 的焦点元素为 $A_1,\cdots,A_k$，$k\geqslant 1$.

令 $\triangle=\{P|P$ 是 Ω 上的概率密度函数，且对 m 的每一个焦点元素 A 有 $\Sigma_{a\in A}P(a)=m(A)\}$，则由 $P_*(A|E)$的定义知 $Bel_{m_F}(A)=inf\{P(A|E)|P\in\triangle\}$. 因为当 $B\subseteq A_i$ 时($i=1,\cdots,k$)，$inf\{P(B|E)|P\in\triangle\}=inf\{P(B)/P(E)|P\in\triangle\}=0$；而 $Bel_{m_F}(A_i)=inf\{P(A_i)/P(E)|P\in\triangle\}=inf\{m(A_i)/P(E)|P\in\triangle\}>0$. 所以 $A_1,\cdots,A_k$ 是 m_F 的焦点元素.

与上述证明过程类似，我们可以证明 m_F 的每一个焦点元素都至少包含 m_U 的一个焦点元素 $A_i(i=1,\cdots,k)$. 从而对任意的 $A\subseteq\Omega$ 皆有 $Com_{m_F}(A)=0\Rightarrow Com_{m_U}(A)=0$，再由定理 4

知 m_U□m_F. 从上面的图表可以看出，该定理的后一结论亦是成立的. □

4 结束语

我们在本文中讨论了信任值修正、信任值更新和信任值集中与限定化概念的关系. 我们证明了几何条件规则所产生的更新 *mass* 函数是修正 *mass* 函数和集中 *mass* 函数的限定化；而修正 *mass* 函数和集中 *mass* 函数就限定化概念而言，没有直接的联系，即它们所承载的信息量在一般情况下没有部分序□关系. 我们的研究工作，一方面证实了限定化概念与 Dempster 条件规则的密切关系；另一方面，亦为研究信任值的动态变化提供了一些比较重要的结果.

参考文献

1 Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multi—valued mapping. Annals of Mathematical Statistics. 1967, **38**: 325～339.

2 Shafer G. A mathematical theory of evidence. Princeton: Princeton University Press, 1976.

3 Fagin R, Halpern J Y. A new approach to updating beliefs. In: Bonissone P P, Henrion M, Kanal L N *et al.* eds. Uncertainty in Artificial Intelligence 6, North—Holland, 1991. 347～374.

4 Dubois D, Prade H. A set theoretical view of belief function. Int. J. Gen. System, 1986, **12**: 193～226.

5 Yager R. The entailment principle for Dempster—Shafer granules. Int. J. Intell. Systems, 1986, **1**: 247～262.

6 Kruse R, Schwecke E. Specialization: a new concept for uncertainty handling with belief function. Int. J. Gen. Systems, 1990, **18**: 271～294.

7 Klawonn F, Smets P. The dynamic of belief in the transferable belief model and specialization—generalization matrices. In: Proceedings of the Eighth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, 1992. 130～137.

8 Dubois D, Prade H. Belief revision and updates in numerical formalisms. In: Proceedings IJCAI—93, 1993. 620～625.

9 Halpern J Y, Fagin R. Two views of belief: belief as generalized probability and belief as evidence. Artificial Intelligence, 1992, **54**: 275～317.

10 Smets P, Kennes R. The transferable belief model. Artificial Intelligence, 1994, **66**: 191～234.

11 李岳峰，刘大有. 证据理论中的近似计算方法. 吉林大学自然科学学报，1995, **1**: 28～32.

12 Kruse R, Schwecke E, Heinsohn J. Uncertainty and vagueness in knowledge based systems (numerical methods). New York: Springer—Verlag, 1991.

THE SPECIALIZATION OF EVIDENCE FUNCTIONS

Liu Dayou　Li Yuefeng　Tang Haiying

(*Department of Computer Science　Jilin University　Changchun*　130023)

Abstract　How to describe the dynamic process of belief functions in the Dempster—Shafer theory is a very important research field. The specialization of evidence functions is a kind of important method to express the dynamic process. In this paper, the authors discuss two different definitions for the specialization, correct Kruse's mistakes in his book

"Uncertainty and Vagueness in Knowledge Based Systems" and prove theorems 6.10 and 6.11 in the book by using adverse orders. At last, based specialization, the authors discuss some relationships among three kinds of condition rules which lead to dynamic process of belief functions.

Key words The evidence theory, random set, specialization, belief revision, belief updating, belief focusing.